

**Zeitschrift:** Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik =  
Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

**Herausgeber:** Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

**Band:** 41 (1943)

**Heft:** 7

  

**Artikel:** La solution dite numérique du problème fondamental de la  
photogrammétrie

**Autor:** Ansermet, A.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-200742>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 01.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Zur eingehenden Charakteristik des Moores sind dessen Azidität und Kalkgehalt in der Oberkrumme sowie die Huminosität in den unteren Schichten nach der Skala „von Post“ zu bestimmen.

Zur Durchführung all der genannten Maßnahmen sei der Vorschlag gemacht, diese auf Funktionäre der Praxis und auf das kulturtechnische Laboratorium der E. T. H. zu verteilen. Hier eröffnet sich ein gemeinsames Betätigungsfeld, dessen Ergebnisse für unsere Kulturtechnik reichen Gewinn bedeuten würden.

Aufgabe der Funktionäre der Praxis wäre es, die Versuchsfelder zu installieren, die Beobachtungen vorzunehmen und zu registrieren. Das kulturtechnische Laboratorium der E. T. H. hätte sich mit den botanischen und bodenkundlichen Arbeiten zur Charakteristik der Moorböden zu befassen, die jährlichen Ergebnisse der verschiedenen Versuchsfelder in einer Kartothek zu sammeln und zu verarbeiten. Die aus dieser fruchtbaren Tätigkeit erwachsenden Kosten würden sich in einem bescheidenen Rahmen bewegen und dürften leicht zu finanzieren sein. Auch sollte es nicht schwer fallen, auf verschiedenen großen Meliorationsgebieten in Moorböden, Versuchspartzen von ca.  $\frac{1}{2}$  ha abzugrenzen und auf eine Dauer von fünf bis zehn Jahren derart landwirtschaftlich zu nutzen, daß eine Störung der Verpflückung und damit der Beobachtungen ausgeschlossen wären. Nur auf diesem skizzierten Wege werden wir in die Lage versetzt, in Mooregebieten zuverlässige Meliorationsprojekte aufzustellen.

Zu einer solchen solidarischen Arbeit möchten die Meliorationsämter des Bundes und der Kantone sowie die Bauleitungsbüros größerer Meliorationsunternehmen keine Mühe scheuen.

## **La solution dite numérique du problème fondamental de la photogrammétrie**

*par A. Ansermet.*

Ce problème d'importance capitale a été traité pour la première fois sauf erreur par le Prof. S. Finsterwalder dans son remarquable mémoire à l'Académie des sciences de Munich (1903) puis par le même Auteur en 1932 à partir d'un stéréogramme comportant 5 points de rattachement (les 4 sommets d'un rectangle et le centre de ce rectangle). Pour simplifier le calcul des poids le Prof. S. Finsterwalder a considéré un terrain faiblement accidenté ( $h \cong \text{const.}$ ). Si le terrain était plan il y aurait une correspondance collinéaire au sens de la géométrie projective; la perspective des deux gerbes conjuguées de rayons serait réalisée par l'intersection de 4 paires de rayons homologues seulement.

Pour faciliter l'orientation de vues prises en séries la plupart des Auteurs ont été amenés à baser l'orientation des stéréogrammes non plus sur 5 mais sur 6 points de rattachement.

Ces points seront définis de la façon suivante en utilisant les notations de l'Article paru en août 1942 dans la présente Revue (pages 189–193):

|               |          |          |           |           |           |           |
|---------------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <i>Point:</i> | 1        | 2        | 3         | 4         | 5         | 6         |
| <i>x</i> =    | <i>o</i> | <i>b</i> | <i>o</i>  | <i>b</i>  | <i>o</i>  | <i>b</i>  |
| <i>y</i> =    | <i>o</i> | <i>o</i> | <i>+k</i> | <i>+k</i> | <i>—k</i> | <i>—k</i> |

L'emploi d'un 6<sup>me</sup> point se traduit, en se basant toujours sur les notations de l'article déjà cité (page 190), par une relation de la forme suivante entre les parallaxes:

$$2 p_{v_1} - 2 p_{v_2} - p_{v_3} + p_{v_4} - p_{v_5} + p_{v_6} + w = 0$$

expression intéressante parce que indépendante des 5 éléments d'orientation; la précision de l'orientation relative n'est donc pas influencée par le choix des 5 variables. Cette importante propriété d'invariance fut énoncée déjà par M. le Prof. Dr. Baeschlin (Lehrbuch der Stereophotogrammetrie, p. 380).

Des poids doivent être attribués a priori aux 6 parallaxes; les divers Auteurs admettent pour la plupart la valeur 1 pour ces 6 poids quel que soit le type d'appareil de prise de vues. Cette égalité des poids aux points 1–6 gagnerait à être mieux justifiée.

La discordance *w* est la résultante de 6 résidus  $v_1, v_2 \dots v_6$  dont l'élimination complète et rigoureuse n'est en général pas réalisable. Ces résidus manifestent leur existence par une déformation du modèle qui peut être très faible. En d'autres termes 6 rayons d'une des gerbes ne coupent pas simultanément et rigoureusement les 6 rayons homologues de la gerbe conjuguée.

La solution dite numérique (rechnerisches Einpaßverfahren) a un intérêt plutôt didactique. Elle fournit cependant des résultats de portée assez générale dans le calcul des poids qui jouissent de propriétés d'invariance dignes d'être mises en évidence.

On sait, en effet qu'il ne s'agit pas ici d'une compensation par la méthode des moindres carrés; les poids des inconnues ou variables d'orientation ne sont plus calculables sans ambiguïté (Eggert-Jordan, Näherungsmethode, p. 124–126, Vermessungskunde I, 8<sup>e</sup> édition). Des propriétés d'invariance subsistent cependant pour les poids de certaines inconnues.

#### *Conditions d'invariance des poids.*

En désignant les 5 variables par  $d\varphi_I, d\varphi_{II}, d\omega, dk_I$  et  $dk_{II}$  on a (article cité p. 192):

$$v_4 - v_6 = 0 = \frac{2 b k}{h} d\varphi_{II} + p_{v_4} - p_{v_6}$$

$$v_3 - v_5 = 0 = \frac{2 b k}{h} d\varphi_I + p_{v_3} - p_{v_5}$$

$$v_4 + v_6 - 2v_2 = -\frac{w}{2} = \frac{2k^2}{h} d\omega + pv_4 - pv_6 - 2pv_2$$

et pour les poids:

$$p_{\varphi I} = p_{\varphi II} = \frac{2b^2 k^2}{h^2} \quad p_{\omega} = \frac{4}{3} \cdot \frac{k^4}{h^2}$$

les conditions d'invariance sont manifestes

$$v_3 = v_5 = \frac{w}{n} = -v_4 = -v_6$$

$$v_2 = -v_1 = \frac{w}{n'}$$

$$w = -2v_1 + 2v_2 + v_3 - v_4 + v_5 - v_6 = w \left( \frac{4}{n} + \frac{4}{n'} \right)$$

$$n + n' = \frac{1}{4} n n'$$

la correspondance des paramètres  $n, n'$  est donc *involutive cas particuliers*:

$$1^\circ n = n' = 8 \quad |v_1| = |v_2| = |v_3| = |v_4| = |v_5| = |v_6| = \left| \frac{w}{8} \right|$$

$$[vv] = w^2 \left( \frac{4}{n^2} + \frac{2}{n'^2} \right) = \frac{6}{64} w^2 = 0.094 w^2$$

$$2^\circ n = 12 \quad n' = 6 \quad [vv] = \frac{1}{12} w^2 = 0.083 w^2 \text{ (extrémum)}$$

On pourrait multiplier les exemples. Le caractère d'invariance se retrouve si au lieu de considérer les poids  $p_{\varphi I}, p_{\varphi II}, p_{\omega}$  on calcule les poids  $P_1, P_2 \dots P_6$  résultant de l'élimination des parallaxes aux points choisis 1, 2 ... 6. Il faut exprimer les résidus  $v_1, v_2 \dots v_6$  en fonction des parallaxes  $pv_1, pv_2 \dots pv_6$  et des paramètres  $n, n'$ .

$$pv_i - v_i = \Delta P_i \quad (i = 1, 2 \dots 6)$$

où  $\Delta P_i$  est une fonction linéaire des variables  $d\varphi I, d\varphi II \dots d\kappa II$ .

Par exemple pour  $i = 3$ :

$$pv_3 - v_3 = pv_3 - \frac{w}{n} = pv_3 + \frac{2}{n} pv_1 - \frac{2}{n} pv_2 - \frac{1}{n} pv_3 + \\ + \frac{1}{n} pv_4 - \frac{1}{n} pv_5 + \frac{1}{n} pv_6.$$

$$\frac{1}{P_3} = \left( 1 - \frac{1}{n} \right)^2 + \frac{4}{n^2} + \frac{4}{h^2} + 3 \left( \frac{1}{n} \right)^2 = 1 - \frac{2}{n} + \frac{12}{n^2} = \\ = \frac{4n^2 - 8n + 48}{4n^2} = \frac{1}{P_4} = \frac{1}{P_5} = \frac{1}{P_6}$$

de même  $\frac{1}{P_2} = \frac{1}{P_1} = 1 - \frac{4}{n'} + \frac{12}{n'^2}$

avec la relation involutive  $nn' = 4(n + n')$   $n' = \frac{4n}{n-4}$

$$\frac{1}{P_1} = \frac{1}{P_2} = 1 - \frac{n-4}{n} + 12 \frac{(n-4)^2}{16n^2} = \frac{3n^2 - 8n + 48}{4n^2}$$

d'où l'invariant:

$$\frac{1}{P_3} - \frac{1}{P_1} = \frac{1}{P_4} - \frac{1}{P_1} = \dots = \frac{1}{P_5} - \frac{1}{P_2} = \frac{1}{P_6} - \frac{1}{P_2} = \frac{1}{4}$$

Cas particuliers:

1°  $n = n' = 8$   $\frac{1}{P_1} = \frac{1}{P_2} = 1 - \frac{4}{8} + \frac{12}{64} = \frac{11}{16} = 0.69$

$$\frac{1}{P_3} = \frac{1}{P_4} = \frac{1}{P_5} = \frac{1}{P_6} = 1 - \frac{2}{8} + \frac{12}{64} = \frac{15}{16} = 0.94$$

Invariant:  $\frac{1}{4} = \frac{15}{16} - \frac{11}{16}$

2°  $n = 12$   $n' = 6$   $\frac{1}{P_1} = \frac{1}{P_2} = 1 - \frac{4}{6} + \frac{12}{36} = \frac{2}{3} = 0.67$  (extrémum)

$$\frac{1}{P_3} = \frac{1}{P_4} = \frac{1}{P_5} = \frac{1}{P_6} = 1 - \frac{2}{12} + \frac{12}{144} = \frac{11}{12} = 0.92 \quad (\text{id.})$$

Invariant:  $\frac{1}{4} = \frac{11}{12} - \frac{2}{3} \quad \left[ \frac{1}{P} \right]_1^6 = 5$  (nombre d'inconnues)

Ces chiffres prouvent que les poids  $P_1, P_2 \dots P_6$  sont peu sensibles aux variations des paramètres  $n$  et  $n'$  du moins entre certaines limites.

Avant de conclure remarquons que les valeurs *extrémums* de  $P_1, P_2 \dots P_6$  peuvent être déduites des fonctions  $\Delta P$  dont la forme est

$$F_1 d\kappa I + F_2 d\kappa II + F_3 d\omega + F_4 d\varphi$$

où  $F_1 = b, F_2 = 0, F_3 = h \left( 1 + \frac{k^2}{h^2} \right) \quad F_4 = \frac{bk}{h}$

$k$  étant nul aux points 1 et 2.

$$\frac{F_1^2}{[aa]} = \frac{b^2}{3b^2} = \frac{1}{3}; [F_2 \cdot 1] = 0; \frac{[F_3 \cdot 2]^2}{[cc \cdot 2]} = \frac{k^4}{9h^2} : \frac{4k^4}{3h^2} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{[F_4 \cdot 3]^2}{[dd \cdot 3]} = \frac{b^2 \cdot k^2}{h^2} : 2 \frac{b^2 k^2}{h^2} = \frac{1}{2} \quad [cc \cdot 2] = p_\omega; [dd \cdot 3] = p_{\varphi I} = p_{\varphi II}$$

$$\frac{1}{P_3} = \frac{1}{P_4} = \frac{1}{P_5} = \frac{1}{P_6} = \frac{1}{3} + 0 + \frac{1}{12} + \frac{1}{2} = \frac{11}{12}$$

Les coefficients de poids ne sont pas nécessaires et compliquent plutôt le calcul. Telles sont succinctement exposées quelques caractéristiques de la solution numérique.

En résumé il s'agit non d'une compensation ordinaire mais plutôt d'une répartition de résidus („...Verteilung der Widersprüche wie bei der optisch-mechanischen Ortung“, Photogrammetria, 1940, page 136).

Au point de vue des poids et en tenant compte des propriétés d'invariance développées dans cet exposé la répartition des résidus n'est pas liée à des formules strictes comme lorsqu'on applique le principe des moindres carrés. Le calcul est à la fois facilité et rendu aussi plus complexe si l'on veut trouver une solution vraiment exempte d'arbitraire.

## Über die Bestimmung der Terrain-Neigung eines Geländeabschnittes auf Grund der topographischen Karte

Die *Neigung des Terrains* bildet bekanntlich bei der *Berechnung der Vermessungskosten* einen wichtigen Faktor. Die Ermittlung dieser Neigung stößt bei mehr regelmäßigem Verlauf der Horizontalkurven auf keine Schwierigkeiten. In der Regel faßt man hier Gebiete, welche ähnliche Neigungsverhältnisse aufweisen, in Zonen zusammen, in denen man mit guter Annäherung leicht die durchschnittliche Neigung bestimmen kann. Aus den Ergebnissen der einzelnen Zonen bildet man dann das allgemeine arithmetische Mittel, wobei die Flächeninhalte der Zonen als Gewichte dienen.

Ist aber das Kurvenbild sehr unregelmäßig, so führt die beschriebene Methode nur mühsam zum Ziel, und die dabei erreichte Genauigkeit dürfte in manchen Fällen ungenügend sein. Es soll deshalb nachstehend ein Verfahren mitgeteilt werden, das sowohl hinsichtlich Einfachheit und Bequemlichkeit, als auch Genauigkeit weitgehenden Ansprüchen genügen kann.

Zunächst möge die in den Vermessungstarifen einfach gehaltene Bezeichnung „Terrain-Neigung“ näher umschrieben werden.

Unter *Neigung einer Ebene* wird bekanntlich verstanden die Neigung derjenigen Geraden in der Ebene, welche mit der Horizontalebene den größten Winkel einschließt. Die Neigung einer Ebene ist in allen Punkten gleich groß.

zweckmäßig die Ordinaten  $y''$  und  $y'''$  in entgegengesetzter Richtung aufgetragen werden, um ihre Summe aus der Figur 2 ablesen zu können), so springt in die Augen, daß  $y'' + y'''$  von zwei korrespondierenden Punkten  $P_G$  und  $P_H$  immer größer ist, als die entsprechende Summe der Punkte  $P_1$  und  $P_2$ . Hier, wo  $y'' = y'''$  ist, tritt also das Minimum für  $y'$  und mithin auch für  $y$  ein. Für dasselbe muß daher sein:

$$x = \frac{B_2 F}{B_1 x},$$

woraus wieder folgt:

$$x = \sqrt{\frac{B_2 F}{B_1}}.$$

### Note sur l'article « La solution dite numérique du problème fondamental de la photogrammétrie »

Par *W. Ch. Bachmann*, géom. off. Lic. ès sciences

La Revue Suisse des Mensurations cadastrales a publié, dans son numéro de juillet, un article ayant trait au problème fondamental de la photogrammétrie et dont l'auteur en est M. le Professeur Ansermet. Cet article contenant un certain nombre d'affirmations et de développements susceptibles de surprendre le lecteur initié, j'estime de mon devoir de formuler les observations ci-après.

Le travail en question est en particulier en opposition avec les théories nouvelles sur l'orientation relative que j'ai développées dans ma thèse, travail qui n'a pas encore été publié jusqu'à ce jour, mais dont M. le professeur Ansermet a déjà eu connaissance. M. Ansermet se réfère aux publications de M. S. Finsterwalder qui ont paru en 1903 et 1932. Ce dernier traite l'orientation relative par la méthode numérique en utilisant 5 points. Il n'y a donc aucune compensation et l'application de la loi de propagation est facile si l'on a soin de revenir aux observations, ce qui a été fait par M. S. Finsterwalder.

Lorsqu'on utilise 6 points, la question se complique quelque peu. Pour ce dernier cas, les erreurs moyennes à craindre sur les éléments d'orientation ont été calculées par M. R. Finsterwalder, *mais les résultats obtenus ne sont valables que lorsqu'on mesure les parallaxes en 6 points et que l'on compense ensuite d'après la méthode des moindres carrés*. Etant donné que l'on ne procède jamais ainsi dans la pratique, les résultats obtenus par M. R. Finsterwalder ont un intérêt essentiellement théorique, ce qui ne m'empêche nullement d'apprécier ce travail à sa juste valeur. Je puis du reste me dispenser d'entrer dans plus de détails car M. le Professeur Schermerhorn a traité ces questions avec une clarté tout à fait remarquable dans le journal « Photogrammétrie ».

En utilisant 6 points particuliers pour l'orientation relative, M. le Professeur Ansermet obtient la relation

$$2pv_1 - 2pv_2 - pv_3 + pv_4 - pv_5 + pv_6 + w = 0$$

qu'il trouve particulièrement intéressante parce qu'elle est indépendante des 5 variables d'orientation. Je ne vois guère pour quelle raison l'auteur attache une si grande importance à cette relation qui ne surprendra certainement nul lecteur initié. En effet, si nous déterminons 5 inconnues