Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 41 (1943)

Heft: 9

Artikel: Note sur l'article "la solution dite numérique du problème fondamental de la photogrammétrie"

Autor: Bachmann, W.C.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-200753

zweckmäßig die Ordinaten y'' und y''' in entgegengesetzter Richtung aufgetragen werden, um ihre Summe aus der Figur 2 ablesen zu können), so springt in die Augen, daß $y'' + y'''$ von zwei korrespondierenden Punkten P_G und P_H immer größer ist, als die entsprechende Summe der Punkte P_1 und P_2. Hier, wo $y'' = y'''$ ist, tritt also das Minimum für y' und mithin auch für y ein. Für dasselbe muß daher sein:

$$x = \frac{B_2 F}{B_1 x},$$

woraus wieder folgt:

$$x = \sqrt{\frac{B_2 F}{B_1}}.$$

Note sur l'article « La solution dite numérique du problème fondamental de la photogrammétrie »

Par *W. Ch. Bachmann*, géom. off. Lic. ès sciences

La Revue Suisse des Mensurations cadastrales a publié, dans son numéro de juillet, un article ayant trait au problème fondamental de la photogrammétrie et dont l'auteur en est M. le Professeur Ansermet. Cet article contenant un certain nombre d'affirmations et de développements susceptibles de surprendre le lecteur initié, j'estime de mon devoir de formuler les observations ci-après.

Le travail en question est en particulier en opposition avec les théories nouvelles sur l'orientation relative que j'ai développées dans ma thèse, travail qui n'a pas encore été publié jusqu'à ce jour, mais dont M. le professeur Ansermet a déjà eu connaissance. M. Ansermet se réfère aux publications de M. S. Finsterwalder qui ont paru en 1903 et 1932. Ce dernier traite l'orientation relative par la méthode numérique en utilisant 5 points. Il n'y a donc aucune compensation et l'application de la loi de propagation est facile si l'on a soin de revenir aux observations, ce qui a été fait par M. S. Finsterwalder.

Lorsqu'on utilise 6 points, la question se complique quelque peu. Pour ce dernier cas, les erreurs moyennes à craindre sur les éléments d'orientation ont été calculées par M. R. Finsterwalder, *mais les résultats obtenus ne sont valables que lorsqu'on mesure les parallaxes en 6 points et que l'on compense ensuite d'après la méthode des moindres carrés*. Etant donné que l'on ne procède jamais ainsi dans la pratique, les résultats obtenus par M. R. Finsterwalder ont un intérêt essentiellement théorique, ce qui ne m'empêche nullement d'apprécier ce travail à sa juste valeur. Je puis du reste me dispenser d'entrer dans plus de détails car M. le Professeur Schermerhorn a traité ces questions avec une clarté tout à fait remarquable dans le journal « Photogrammétria ».

En utilisant 6 points particuliers pour l'orientation relative, M. le Professeur Ansermet obtient la relation

$$2\, pv_1 - 2\, pv_2 - pv_3 + pv_4 - pv_5 + pv_6 + w = 0$$

qu'il trouve particulièrement intéressante parce qu'elle est indépendante des 5 variables d'orientation. Je ne vois guère pour quelle raison l'auteur attache une si grande importance à cette relation qui ne surprendra certainement nul lecteur initié. En effet, si nous déterminons 5 inconnues à l'aide de 6 observations indépendantes, nous obtenons toujours une équation de condition qui est de la forme

$$\Sigma\, a_i\, v_i + w = 0$$

Nous remarquons d'autre part que les parallaxes verticales s'expriment comme il suit en fonction des variables d'orientation

$$dpv_i = A_i d\kappa_{\mathrm{I}} + B_i d\kappa_{\mathrm{II}} + C_i d\omega_{\mathrm{I}} + D_i d\varphi_{\mathrm{I}} + E_i d\varphi_{\mathrm{II}}$$

Si l'on mesure 6 parallaxes, on obtient 6 équations linéaires à 5 inconnues; mais nous savons que ces 6 équations sont compatibles d'où il résulte la relation

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 & E_1 & pv_1 \\ A_2 & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ A_6 & B_6 & C_6 & D_6 & E_6 & pv_6 \end{vmatrix} = 0$$

En développant ce déterminant — ce qui est très facile — nous trouvons précisément l'équation de condition qui fut indiquée pour un cas particulier par M. le Professeur Ansermet dans laquelle il est cependant fait abstraction de la quantité w qui est ici sans aucune utilité. Pour le calcul numérique, il est facile de faire intervenir w puisqu'il suffit de remplacer pv_i par $pv_i + v_i$ dans l'équation ci-dessus. Nous avons en effet dans ce dernier cas

$pv_i + v_i$ = parallaxe verticale vraie + erreur d'observation
= parallaxe verticale observée.

La relation indiquée n'a donc rien de bien particulier puisqu'il s'agit simplement d'une application bien connue de la théorie des systèmes d'équations linéaires.

L'auteur conclut ensuite que la précision de l'orientation relative n'est pas influencée par le choix des 5 variables, et il fait remarquer que « cette importante propriété d'invariance » fut déjà énoncée par M. le Professeur Baeschlin, dans son ouvrage sur la photogrammétrie. Je constate tout d'abord que l'équation de condition, indiquée par M. le Professeur Ansermet, ne permet nullement de tirer une telle conclusion. Par contre, le passage cité dans l'ouvrage de M. le Professeur Baeschlin est juste si l'on détermine l'orientation relative moyennant mesurage de 6 parallaxes et que l'on calcule ensuite les corrections à apporter aux éléments d'orientation. Ces 6 parallaxes peuvent par exemple être mesurées à l'aide de by; les autres variables n'intervenant nullement dans ces opérations, il est alors clair que la précision que l'on obtient ainsi pour l'orientation relative ne dépend en aucun cas du choix particulier de ces dernières variables. Pour donner plus de clarté à mon exposé, je considère encore un exemple simple. Supposons que l'on détermine un point de triangulation par intersection. La précision de ce point dépend bien de celle de la mesure des angles mais elle est indépendante du système de coordonnées x, y que nous adoptons pour effectuer les calculs. Les grandeurs x et y ne sont dans ce cas que des quantités auxiliaires et si nous choisissons un nouveau système de coordonnées ξ, η, la précision du point n'en est nullement influencée. Ceci résulte du reste aussi du fait que l'ellipse d'erreur a une signification géométrique indépendante de tout système de coordonnées.

Revenons maintenant au problème de l'orientation relative. Dans la pratique, on établit généralement l'orientation relative par voie mécano-optique, et dans ce cas, la précision dépend indirectement du choix des variables. Ce fait semble à première vue paradoxal, mais il s'explique très facilement. En effet, avec la méthode mécano-optique, la suite des opérations est dictée dans une certaine mesure par le choix des variables. La précision dépend naturellement de cette suite d'opérations et par conséquent indirectement aussi des variables choisies.

Notons que ces mêmes difficultés se sont aussi présentées dans d'autres sciences telle que la physique par exemple. Elles ont toutefois pu être surmontées en physique grâce à l'introduction du calcul tensoriel. J'ai pu constater que l'introduction du calcul tensoriel dans la théorie des erreurs aplanit toutes ces difficultés et il semble indispensable par la suite d'introduire ce mode de calcul pour certains problèmes de la théorie des erreurs. Il s'agit ici, il est vrai, d'un appareil mathématique assez compliqué et dont le maniement demande des connaissances assez étendues; les résultats que l'on obtient valent cependant la peine de s'initier à ce genre de calcul.

M. le Professeur Ansermet écrit ensuite:

> « La discordance w est la résultante de 6 résidus v_1, v_2 ... v_6 dont l'élimination complète et rigoureuse n'est en général pas réalisable. Ces résidus manifestent leur existence par une déformation du modèle qui peut être très faible. En d'autres termes 6 rayons d'une des gerbes ne coupent pas simultanément et rigoureusement les 6 rayons homologues de la gerbe conjuguée. »

Il y a lieu de remarquer que les v_1, ... v_6 sont les erreurs commises sur les observations des parallaxes. Ces erreurs se présentent même lorsque les deux gerbes de rayons sont absolument sans déformation. Une déformation des gerbes ne se manifeste non pas dans les v mais dans les pv qui sont les termes absolus des équations aux erreurs. Il est clair que les erreurs d'observations v des parallaxes ne dépendent nullement de la déformation des gerbes.

L'auteur parle ensuite de la solution dite numérique (rechnerisches Einpaßverfahren) sans spécifier de quelle méthode numérique il s'agit. Il faut évidemment se rendre à l'évidence qu'il existe plusieurs méthodes numériques. Ainsi, M. R. Finsterwalder a établi la théorie des erreurs pour la méthode numérique qui consiste en une compensation d'après les moindres carrés. Dans son excellent ouvrage, intitulé « Photogrammétrie » le même auteur considère à la page 120 une autre méthode numérique et il serait facile d'en multiplier les exemples. De quelle méthode numérique M. le Professeur Ansermet veut-il parler dans son article? Il est certain qu'une théorie d'erreur qui ne se base pas sur *une méthode déterminée* est absolument dénuée de sens. Je dois répéter que nous sommes ici en présence d'un problème mécano-optique. Il s'agit tout d'abord de préciser les données du problème, car si on ne le fait pas, on est nécessairement amené à de faux résultats. Il ne suffit pas d'établir des formules et de leur faire subir un certain nombre de transformations sans se préoccuper des données physiques du problème, sinon il ne s'agit que d'un jeu mathématique qui n'a rien à faire avec le problème envisagé. L'essentiel est indiscutablement le problème mécano-optique que nous voulons résoudre; les relations mathématiques que nous utilisons forment tout simplement l'outillage qui nous permet d'accomplir ce travail.

Citons pour terminer le passage suivant de la publication en question:

> « On sait, en effet, qu'il ne s'agit pas ici d'une compensation par la méthode des moindres carrés; les poids des inconnues ou variables d'orientation ne sont plus calculables sans ambiguïté. Des propriétés d'invariance subsistent cependant pour les poids de certaines inconnues. »

Il ne s'agit donc pas d'une compensation d'après la méthode des moindres carrés. L'auteur a par conséquent envisagé une autre méthode, mais il a omis de la spécifier. Il est certain que les inconnues ne peuvent pas être déterminées sans ambiguïté tant que l'on ne précise pas la méthode d'orientation envisagée. Je dirai même que tout calcul d'erreur est dans ce cas dénué de sens puisque le problème est indéterminé. Les poids de φ_I, φ_{II} et ω que M. le Professeur Ansermet utilise par la suite sont ceux que la méthode des moindres carrés nous donne. Mais du moment que nous ne compensons pas d'après cette dernière méthode, nous n'avons a priori aucun droit d'admettre ces poids comme justes. Les calculs qui se trouvent aux pages 170–173 ne se rapportant à aucune méthode précise, il semble impossible d'en tirer une conclusion pratique ou théorique quelconque. Tout autre calcul d'erreur n'aurait du reste pas de valeur réelle non plus tant que le problème n'aura pas été précisé dans le sens indiqué. En outre, l'auteur utilise le terme « invariance » dans la dernière partie de son exposé. J'insiste sur le fait que le mot « invariance » a un sens bien défini en mathématiques. Il se rapporte toujours à des expressions ou figures qui restent invariantes dans une transformation linéaire ou autre. Dans l'exposé de M. le Professeur Ansermet, il n'est pas question de transformations et nous n'y trouvons aucun invariant.

En résumé, je constate que M. le Professeur Ansermet n'a pas précisé le problème physique à résoudre. Ce dernier restant ainsi indéterminé, tous les développements mathématiques ne sont que des formules qui n'ont rien à voir avec le problème que l'auteur se proposait de traiter. Il ne s'est pas rendu compte que les problèmes qui se posent actuellement en photogrammétrie sont de nature essentiellement mécano-optique et non pas mathématique et que les mathématiques ne forment que l'outillage pour la résolution de ces problèmes. En conséquence, si nous voulons avoir quelques chances de résoudre l'un de ces problèmes, nous devons tout d'abord préciser les conditions physiques qui en sont la base et nous initier au maniement des instruments de restitution. Si nous ne procédons pas ainsi, nous n'avons aucune chance de réussir dans nos recherches et toutes les formules développées pourraient faire croire au lecteur non initié que le problème a été résolu.

Eidg. Tarifkommission für das Meliorationswesen

Die Konferenz der Taxationskommissionen des Schweiz. Geometervereins, die am 8. Januar 1943 in Zürich tagte und die Stellung nahm zu den Anträgen der zentralen Taxationskommission betreffend Teuerungszuschläge für die Arbeiten bei Grundbuchvermessungen, Nachführungen und Vermarkungen, verlangte eine gleichzeitige Anpassung der Ansätze der Tarife für Meliorationsarbeiten an die erhöhten Lebenskosten.

Ein Gesuch des Zentralpräsidenten an das Eidg. Meliorationsamt führte am 26. Februar 1943 zu einer ersten Aussprache. An dieser Konferenz nahm der Chef des Eidg. Meliorationsamtes, Herr Oberstbrigadier Strüby, als Vorsitzender und die Herren Kulturingenieure Altenbach, Meyer und Strebel teil, der Schweiz. Geometerverein war vertreten durch seinen Präsidenten, Herrn Prof. Bertschmann, und E. Schärer, Baden, Präsident des Schweiz. Verbandes prakt. Grundbuchgeometer. Die Notwendigkeit für Schaffung fester Grundlagen für die Honorierung der Ingenieur- und Geometerarbeiten bei Güterzusammenlegungen und Entwässerungen wurde allseits anerkannt und es wurde beschlossen, solche durch eine Kommission beraten und aufstellen zu lassen. Schon im April dieses Jahres konnte das Eidg. Meliorationsamt die Zusammensetzung der „Eidg. Tarifkommission für das Meliorationswesen" bekannt geben. Es sind in dieser Kommission vertreten:

	Vertreter:
1. das Eidg. Meliorationsamt	Kulturingenieur H. Meyer, Bern, als Obmann der Kommission.

Kurze Zeit nach der Grundstücksübernahme parzellierte der neue Eigentümer seine Liegenschaft. Anläßlich der damit verbundenen Vermessung stellte es sich heraus, daß die Liegenschaft statt der im Grundbuch angegebenen 2590 m² nur deren 2501,5, also 88,5 m² weniger Flächeninhalt aufwies. Der Käufer forderte die von ihm nach seiner Auffassung zuviel bezahlten Fr. 9735.— zurück. Der Verkäufer lehnte die Rückerstattungsforderung ab, und es kam zum Prozeß.

Zuerst mußte sich das Bezirksgericht Arlesheim und dann das Obergericht des Kantons Basellandschaft (Wohnort der Beteiligten) mit der interessanten Rechtsfrage auseinandersetzen. Sowohl das Bezirksgericht Arlesheim, wie auch das Obergericht in Liestal haben die Klage geschützt und die Rückzahlung der zuviel erhaltenen Fr. 9735.— verfügt; im wesentlichen mit der Begründung, in der Vereinbarung des Kaufpreises pro m² liege die Garantie, daß nur diejenige Anzahl Quadratmeter zu bezahlen sei, die in Wirklichkeit geliefert wurde.

Der Käufer war mit diesem Urteil sehr zufrieden; der Verkäufer natürlich weniger. Gegen das Urteil hat der Beklagte die Berufung an das Bundesgericht ergriffen.

Das Bundesgericht zieht in Erwägung, daß Gegenstand eines Liegenschaftskaufes nicht die zum voraus festgestellte oder noch festzustellende Anzahl von Quadratmetern sein kann, sondern nur ein bestimmtes, durch näher bezeichnete Grenzen umrissenes Grundstück. Das Kaufobjekt war die Liegenschaft selbst; daran ändert nichts, daß sich die Kaufverhandlungen, wie dies bei Bauland üblich ist, ausschließlich um den Preis von Quadratmetern drehte und von einem Gesamtpreis nie die Rede war. Das Bundesgericht geht hier noch weiter und formuliert: „Selbst wenn die Parteien durch dieses Vorgehen hätten zum Ausdruck bringen wollen, daß ihre Absicht auf den Abschluß eines Kaufes über eine bestimmte Anzahl von Quadratmetern zu einem bestimmten Preis pro Einheit gerichtet sei, so hätte diese Absicht wegen der Ausgestaltung, die der Grundstückskauf im Schweizerischen Recht gefunden hat, nicht in die Tat umgesetzt werden können."

Das Bundesgericht hebt die Urteile der Basellandschaftlichen Gerichte auf und weist die Klage auf Rückerstattung ab. Maßgebend für diesen grundsätzlichen und für den Grundstücksverkehr wichtigen Entscheid waren neben den obigen Überlegungen besonders die Bestimmungen des OR. Art. 219: „Besitzt ein Grundstück nicht das im Grundbuch auf Grund amtlicher Vermessung angegebene Maß, so hat der Verkäufer dem Käufer nur dann Ersatz zu leisten, wenn er die Gewährleistung hiefür ausdrücklich übernommen hat".

Von einer ausdrücklichen Übernahme dieser Gewährleistung konnte im obigen Fall nicht die Rede sein. Die Haftung des Verkäufers kommt nur dann zur Anwendung, sofern im Kaufvertrag ein bestimmtes Maß genannt ist, wo noch kein Grundbuch besteht, und scheidet daher für den vorliegenden Fall zum vornherein aus. Das Bundesgericht zog auch in Erwägung, daß der Käufer Gelegenheit gehabt hätte, einen Vermessungsfachmann zuzuziehen, so daß der genaue Flächeninhalt vor dem Vertragsabschluß hätte ermittelt werden können.

Dem Bundesgerichtsentscheid vom 30. Juni 1936 kommt große Bedeutung zu. Dessen Kenntnis dürfte jedenfalls für alle diejenigen von Wichtigkeit sein, die sich mit dem Grundstückshandel und dem Grundbuch selbst in irgendeiner Form befassen müssen.

Mise au point

Dans le No. d'août (p. 235) de notre Revue, M. Bachmann formule des griefs à l'égard d'une note parue dans le No. de juillet. Il voit une certaine opposition entre la solution numérique du problème de l'orien-