Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 43 (1945)

Heft: 10

Artikel: Méthode de la connexion des images et théorie des erreurs de l'orientation relative [Schluss]

Autor: Bachmann, W.K.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-202957

16. Protokoll über die Verhandlungen der V. Konferenz der kantonalen Vermessungsaufsichtsbeamten vom 25. November 1916 in Bern.
17. Allgemeine Geschichtsforschende Gesellschaft der Schweiz. Eingabe vom 15. September 1937 an das Eidg. Justiz- und Polizeidepartement.

Méthode de la connexion des images et théorie des erreurs de l'orientation relative

par *Dr W. K. Bachmann*

(Fin)

Multiplions (6.38) par (6.32)

$$\frac{a^2 b}{h} Q_{\kappa_A \omega_A} + a^2 Q_{\omega_A \omega_A} = 0$$

$$\frac{b}{h} Q_{\kappa_A \omega_A} = - Q_{\omega_A \omega_A};$$

et en tenant compte de (6.33), nous obtenons

$$Q_{\kappa_A \omega_A} = - \frac{3}{2} \frac{h^3}{a^4 b}. \tag{6.40}$$

Formons la différence (6.34) — (6.38)

$$b Q_{\kappa_B} - b Q_{\kappa_A} = Q_{pv_2} - Q_{pv_1},$$

que nous élevons au carré

$$b^2 (Q_{\kappa_B \kappa_B} - 2 Q_{\kappa_A \kappa_B} + Q_{\kappa_A \kappa_A}) = 2$$

$$2 Q_{\kappa_A \kappa_B} = - \frac{2}{b^2} + Q_{\kappa_A \kappa_A} + Q_{\kappa_B \kappa_B}$$

En tenant compte de (6.39) et (6.37), nous obtenons

$$Q_{\kappa_A \kappa_B} = - \frac{1}{b^2} + \frac{1}{b^2} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{h^4}{a^4} \right) = + \frac{3}{2} \frac{h^4}{a^4 b^2}$$

$$Q_{\kappa_A \kappa_B} = + \frac{3}{2} \frac{h^4}{a^4 b^2}. \tag{6.41}$$

Les résultats que nous venons d'obtenir sont réunis dans le tableau (6.42).

Q_{ij}	κ_A	κ_B	ω_A	φ_A	φ_B
κ_A	$\frac{1}{b^2}\left(1 + \frac{3}{2}\frac{h^4}{a^4}\right)$	$+\frac{3}{2}\frac{h^4}{a^4\,b^2}$	$-\frac{3}{2}\frac{h^3}{a^4\,b}$	$\cdot$	$\cdot$
	κ_B	$\frac{1}{b^2}\left(1 + \frac{3}{2}\frac{h^4}{a^4}\right)$	$-\frac{3}{2}\frac{h^3}{a^4\,b}$	$\cdot$	$\cdot$
		ω_A	$+\frac{3}{2}\frac{h^2}{a^4}$	$\cdot$	$\cdot$
			φ_A	$+\frac{h^2}{2\,a^2\,b^2}$	$\cdot$
				φ_B	$+\frac{h^2}{2\,a^2\,b^2}$

(6.42)
Coefficients de poids
pour *une* suite d'opérations.

7. *Calcul des parallaxes résiduelles moyennes*

Les coefficients de poids des variables d'orientation étant connus, le calcul de parallaxes résiduelles moyennes ne présente plus aucune difficulté. Nous n'exécuterons pas tous ces calculs qui sont très simples, mais nous nous bornerons à en donner un exemple. La formule (5.1) nous donne pour le point (2) du modèle

$$pv_2 = -\,dby_B + h\,d\omega_B$$

et nous obtenons en appliquant de nouveau la méthode symbolique

$$Q_{pv_2} = -\,Q_{by_B} + h\,Q_{\omega_B}$$

$$Q_{pv_2\,pv_2} = Q_{by_B\,by_B} - 2\,h\,Q_{by_B\,\omega_B} + h^2\,Q_{\omega_B\,\omega_B}.$$

Introduisons les coefficients de poids d'après (6.26)

$$Q_{pv_2\,pv_2} = 1 + \frac{3}{2}\frac{h^4}{a^4} - 3\,\frac{h^4}{a^4} + \frac{3}{2}\frac{h^4}{a^4} = 1.$$

Pour les autres points, les calculs s'effectuent exactement de la même façon (voir [3]) et on obtient *pour les deux méthodes d'orientation:*

$$(7.1)\qquad \boxed{\begin{array}{c} Q_{pv_1\,pv_1} = Q_{pv_2\,pv_2} = 1 \\ Q_{pv_3\,pv_3} = Q_{pv_4\,pv_4} = Q_{pv_5\,pv_5} = Q_{pv_6\,pv_6} = 3 \end{array}}\,.$$

Si $\pm\mu$ est l'erreur moyenne à craindre sur la mesure d'une parallaxe dans le plan objet, les parallaxes résiduelles moyennes dans ce plan sont

$$\mu_{pv_1} = \mu_{pv_2} = \pm\mu \tag{7.2}$$

$$\mu_{pv_3} = \mu_{pv_4} = \mu_{pv_5} = \mu_{pv_6} = \pm\sqrt{3}\,\mu. \tag{7.3}$$

Il résulte des équations (7.3) qu'aux points (3), (4), (5), (6) du modèle, les parallaxes résiduelles moyennes sont plus grandes que l'erreur moyenne à craindre sur la mesure d'une parallaxe. Pour arriver à un modèle qui soit en moyenne exempt de parallaxe, on est obligé de répéter au moins trois fois les opérations (5.3) resp. (5.4) et de former la moyenne arithmétique des résultats ainsi obtenus pour chacune des variables d'orientation. Comme il ne s'agit là que de valeurs moyennes, nous proposons de répéter au moins cinq fois les opérations pour les travaux de triangulation aérienne.

8. *Calcul approché des erreurs moyennes des variables d'orientation*

Nous avons précédemment introduit μ comme erreur moyenne à craindre sur la mesure d'une parallaxe *dans le plan objet.* Soit μ_0 l'erreur moyenne à craindre sur la mesure d'une parallaxe *dans le plan image,* c'est-à-dire sur les clichés. Nous avons

$$\mu = \frac{h}{f}\,\mu_0. \tag{8.1}$$

De nombreuses mesures, effectuées sur des plaques photographiques, nous ont amenés à

$$\boxed{\mu_0 = \pm\,0{,}02\ \text{mm}}\,. \tag{8.2}$$

Calculons les erreurs moyennes à craindre sur les variables de l'orientation relative *pour une suite d'opérations* en partant des coefficients de poids obtenus précédemment. En utilisant λ suites d'opérations pour l'orientation relative, les erreurs que nous indiquerons devraient être divisées par $\sqrt{\lambda}$.

Pour une chambre photogrammétrique normale, nous avons

$$\boxed{\frac{h}{a} = \frac{h}{b} = 3}\,. \tag{8.3}$$

a) *Orientation relative de vues verticales par le déplacement d'une seule chambre* (voir 5.3).

En exprimant la distance focale f de la chambre en millimètres (mm) et les angles en minutes centésimales (c), le tableau (6.26) nous donne avec

$$\rho^c = 6366^c{,}20$$

$$\mu_{\kappa^c} = \pm \frac{\sqrt{2}}{b} \frac{h}{f} \mu_0 \rho^c = \pm 3\sqrt{2} \mu_0 \rho^c \cdot \frac{1}{f} = \pm \frac{1}{f} \cdot 540^c$$

$$\mu_{\omega^c} = \pm \sqrt{\frac{3}{2} \frac{h}{a^2} \frac{h}{f}} \mu_0 \rho^c = \pm 9 \sqrt{\frac{3}{2}} \mu_0 \rho^c \cdot \frac{1}{f} = \pm \frac{1}{f} \cdot 1404^c$$

$$\mu_{\varphi^c} = \pm \frac{h}{ab} \frac{h}{f} \mu_0 \rho^c = \pm 9 \mu_0 \rho^c \cdot \frac{1}{f} = \pm \frac{1}{f} \cdot 1146^c$$

$$\mu_{by} = \pm \sqrt{1 + \frac{3}{2} \frac{h^4}{a^4}} \frac{h}{f} \mu_0 = \pm \sqrt{122{,}5}\, \mu_0 \frac{1}{f} h = \pm \frac{1}{f} 221 \text{‰}\, h$$

$$\mu_{bz} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{h}{a} \cdot \frac{h}{f} \cdot \mu_0 = \pm \frac{3}{\sqrt{2}} \mu_0 \cdot \frac{1}{f} \cdot h = \pm \frac{1}{f} \, 42 \text{‰}\, h.$$

Nous avons donc

(8.4)

pour *une* suite d'opérations ($\lambda = 1$) et f en mm

$$\mu_{\kappa^c} = \pm \frac{1}{f} \cdot 540^c \qquad \mu_{\omega^c} = \pm \frac{1}{f} \cdot 1404^c \qquad \mu_{\varphi^c} = \pm \frac{1}{f} \cdot 1146^c$$

$$\mu_{by} = \pm \frac{1}{f} \cdot 221 \text{‰}\, h \qquad \mu_{bz} = \pm \frac{1}{f} \cdot 42 \text{‰}\, h$$

(8.5)

pour *cinq* suites d'opérations ($\lambda = 5$) et f en mm

$$\mu_{\kappa^c} = \pm \frac{1}{f} \cdot 241^c \qquad \mu_{\omega^c} = \pm \frac{1}{f} \cdot 628^c \qquad \mu_{\varphi^c} = \pm \frac{1}{f} \cdot 513^c$$

$$\mu_{by} = \pm \frac{1}{f} \cdot 99 \text{‰}\, h \qquad \mu_{bz} = \pm \frac{1}{f} \cdot 19 \text{‰}\, h$$

En prenant par exemple $f = 164$ mm et $\lambda = 5$, nous obtenons

$$\mu_{\kappa^c} = \pm 1^c{,}5 \qquad \mu_{\omega^c} = \pm 3^c{,}8 \qquad \mu_{\varphi^c} = \pm 3^c{,}1$$

$$\mu_{by} = \pm 0{,}6 \text{‰}\, h \qquad \mu_{bz} = \pm 0{,}1 \text{‰}\, h.$$

b) *Orientation relative de vues verticales par le déplacement des deux chambres* (voir 5.4).

Le tableau (6.42) nous donne

$$\mu_{\kappa^c} = \pm \frac{1}{b} \sqrt{1 + \frac{3}{2} \frac{h^4}{a^4}} \cdot \frac{h}{f} \mu_0 \rho^c = \pm 3\sqrt{122{,}5}\, \mu_0 \rho^c \cdot \frac{1}{f} = \pm \frac{1}{f} \cdot 4228^c$$

$$\mu_{\omega^c} = \pm \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{h}{a^2} \cdot \frac{h}{f} \cdot \mu_0 \rho^c = \pm 9 \sqrt{\frac{3}{2}}\, \mu_0 \rho^c \frac{1}{f} = \pm \frac{1}{f} \cdot 1404^c$$

$$\mu_{\varphi^c} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{h}{a\, b} \frac{h}{f} \mu_0 \rho^c = \pm \frac{9}{\sqrt{2}} \mu_0 \rho^c \cdot \frac{1}{f} = \pm \frac{1}{f} \cdot 810^c.$$

Nous obtenons donc

(8.6)

pour *une* suite d'opérations ($\lambda = 1$) et f en mm
$\mu_{\kappa^c} = \pm \frac{1}{f} \cdot 4228^c \qquad \mu_{\omega^c} = \pm \frac{1}{f} \cdot 1404^c \qquad \mu_{\varphi^c} = \pm \frac{1}{f} \cdot 810^c$

(8.7)

pour *cinq* suites d'opérations ($\lambda = 5$) et f en mm
$\mu_{\kappa^c} = \pm \frac{1}{f} \cdot 1891^c \qquad \mu_{\omega^c} = \pm \frac{1}{f} \cdot 628^c \qquad \mu_{\varphi^c} = \pm \frac{1}{f} \cdot 362^c$

En prenant par exemple $f = 164$ mm et $\lambda = 5$, nous trouvons

$$\mu_{\kappa^c} = \pm 11^c{,}5 \qquad \mu_{\omega^c} = \pm 3^c{,}8 \qquad \mu_{\varphi^c} = \pm 2^c{,}2.$$

9. *Résumé*

Après un bref rappel de la méthode de la connexion des images, nous exposons les principes géométriques des appareils de restitution dits «à projection mécanique». Il est ensuite montré qu'en appliquant la méthode de la connexion des images à l'autographe Wild A 5, un système *unique* de coordonnées peut être introduit pour tout le ruban à restituer.

En calculant les formes différentielles fondamentales d'un modèle spatial en fonction des éléments d'orientation des chambres, nous établissons l'expression analytique de la parallaxe verticale, d'où il résulte les cinq équations de condition pour l'orientation relative. Ces dernières nous renseignent en même temps sur les mouvements possibles du modèle en vue de son orientation absolue.

Comme tout calcul d'erreur formel, qui ne tient pas ou qu'insuffisamment compte des opérations effectuées à l'autographe, conduit inévitablement à des résultats erronés, nous sommes obligés de préciser le mode d'orientation. Suivant que l'orientation relative s'obtient par le déplacement d'une seule ou des deux chambres, nous appliquons les suites d'opérations (5.3) ou (5.4). Pour le calcul des coefficients de poids des variables d'orientation, on peut appliquer la théorie des erreurs de l'observation des variables secondaires. Mais nous utilisons pour ces calculs une autre méthode, nouvelle également, qui prouve que le calcul symbolique des coefficients de poids conduit aussi à des résultats justes, à condition de l'appliquer correctement.

En calculant les parallaxes résiduelles moyennes pour une suite d'opérations, on constate qu'elles sont plus grandes que l'erreur moyenne de la mesure d'une parallaxe. Pour arriver à un modèle en moyenne exempt de parallaxes, la suite d'opérations devrait être répétée au moins trois fois. Comme ces calculs ne donnent que les erreurs *moyennes*, nous proposons de répéter au moins cinq fois ces opérations pour les travaux de triangulation aérienne. Après chaque suite d'opérations, les valeurs des éléments d'orientation doivent être notées et l'on introduit ensuite dans l'autographe la moyenne arithmétique de chacune des variables.

Les coefficients de poids des variables d'orientation doivent non seulement nous renseigner sur la précision de l'orientation relative, mais ils sont à la base même de toute compensation rigoureuse des triangulations aériennes.

Kurven-Aufnahmen von Straßen und Bahnen und die Bestimmung ihrer Elemente durch Fahrdiagramme

von E. Moll

Die zu projektierenden Straßen- und Bahn-Korrektionen verlangen vielfach Spezialaufnahmen der bestehenden Straßen- und Bahn-Trasse samt ihrer Längenprofile. Da uns die Straßen-Ränder einerseits und die Schienen anderseits hiezu die Bildlinien liefern müssen, so ist zu bemerken, daß diese im Laufe der Zeit an ihrer ursprünglichen Form etwas gelitten haben und daher nicht mehr genau auf die alten, zumeist unbekannten, Axen zusammenpassen. Wir begnügen uns daher mit deren Mittellinie als Axlinie, zumal durch diese, die Aufnahme auf die Hälfte ihrer Punkte reduziert werden kann. In den Kurven ist die Anzahl der Aufnahmepunkte auf drei bis vier passend verteilte Punkte zu beschränken, wobei vis-à-vis den Polygon-Punkten stets ein Axpunkt einzufügen ist. Die Aufnahme geschieht auch hier durch einen gewöhnlichen Polygonzug, dessen Polygonpunkte beim Straßen- oder Bankett-Rand liegen und durch vorhandene Marksteine oder eiserne Röhrchen dauernd versichert