

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 45 (1947)

Heft: 4

Artikel: Ein Beitrag aus dem Gebiet der dritten Dimension

Autor: Reich, E.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-204712>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 15.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

dier K. Schneider, Direktor der Eidg. Landestopographie, wie Prof. Imhof an der ETH. und der Firma Orell Füßli in Zürich, durch deren Prüfung und Untersuchung der Neudruck weitgehend gefördert wurde.

Einzelne Blätter können zum Preise von Fr. 5.— beim kant. Meliorations- und Vermessungsamt in St. Gallen bestellt werden.

Es ist vorgesehen, jeder Gemeinde diejenigen Kartenblätter, die ihr Gebiet darstellen, in einem Exemplar abzugeben. Dadurch soll dieses wertvolle und schöne Kartenwerk möglichst weiten Kreisen zugänglich gemacht werden.

H. Braschler

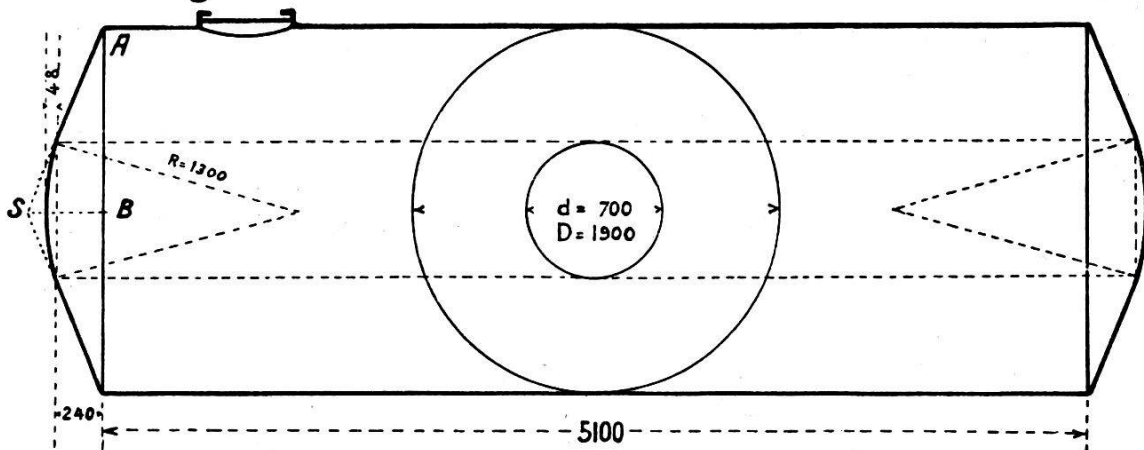
Ein Beitrag aus dem Gebiet der dritten Dimension

Von E. Reich, a. Adjunkt des Kantonsgeometers, Basel-Stadt

Vor einiger Zeit wurde dem Verfasser dieses Artikels die Frage gestellt, ob es möglich sei, einen Maßstab zu konstruieren oder eine Skala zu berechnen, mittels der man auf einfache Weise durch Eintauchen eines nach Litern eingeteilten Stabes den Ölrestbetrag bzw. die Nachfüllung eines Öltanks genau nachprüfen könne. Auf meinen Hinweis, daß es ratsam sei, ein dem Manometer ähnliches Instrument anzuschaffen, wurde mir begegnet, daß zurzeit solche Instrument einerseits hoch im Preise stünden und andererseits müsse man sich auf unbestimmtes Zuwarten einstellen. Auf diesen sanften Druck hin erfolgte meine Zusage in der Erwartung, daß der interessante Auftrag sich wohl auf irgendeine Art werde lösen lassen. Den Öltank, den ich mir am Telephon als einfachen Zylinder vorstellte, hatte aber nach Einsicht eines vorgelegten Planes einen Haken insofern, daß der Zylinder an seinen Enden Ausbuchtungen aufwies, die auf Kegelstumpf und Kegelkalotte zurückzuführen sind. Die Lösung des Auftrages fand dadurch eine bedeutende Erweiterung und etwelche Erschwerung, die ein Überholen der Steriometrie und der analytischen Geometrie der Kegelschnitte zur Voraussetzung hatte.

Die Ölfeuerung ist infolge Freigabe des Stoffes und des herrschenden Kohlenmangels wegen in erhöhtem Maß in Erscheinung getreten und parallel damit die große Nachfrage nach Beschaffung von Tanks. Es scheint deshalb und laut Auftrag nicht unzeitgemäß zu sein, wenn Inhaber von Tanks über Restöl und Nachfüllung sich vergewissern, und, was finanziell wichtig ist, eine unabhängige Kontrolle vornehmen können. Der außergewöhnliche Auftrag regte mich an, in unserer Zeitschrift über dieses Thema zu berichten, das meiner Ansicht nach in die Tätigkeits-sphäre des Geometers fällt, und Angaben zu machen, wie die gestellte Aufgabe gelöst werden kann. Selbstverständlich führen auch andere Lösungen zum Ziel und das hier Dargebotene erhebt keineswegs den Anspruch, den kürzesten oder besten Weg eingeschlagen zu haben, vielmehr war damit die Absicht verbunden, die oft stillen Stunden eines „Pensionierten“ dem Nichtstun und der ver. . . Langeweile zu entrücken.

Längsschnitt & Seitenansicht des Oeltanks



Figur 1

Vorerst war zu überlegen, wie die gestellte Aufgabe anzufassen sei, da namentlich Kegelstumpf- und zum Teil Kugelkalotteninhalt den Tankinhalt nach der Höhe hin funktionell nicht wenig beeinflussen. Es drängte sich dann auf, daß Kegelstumpf und Kugelkalotte unabhängig vom Zylinder zu behandeln seien; ferner kam ich zur Einsicht, daß es vorteilhaft ist, wenn nur der vierte Teil des Rotationskörpers der Inhaltsberechnung unterworfen werde.

Für eine vorläufige Lösung zerlegte ich den Tank, um die Empfindlichkeit der ganzen Materie feststellen zu können, in Schichten von 10 cm Höhe, wobei die Schnittflächen nur als gewöhnliche Trapeze und Kreisabschnitte (Parabelsegmente) und die Teilkörper als Parallelepipede berechnet wurden. Die Summierung der Teilkörper zeigte eine Differenz von über 100 dm³, so daß ich mich für Einführung von kleineren Teilschichten und präzisere Erfassung der Schnittflächen- und Körper entschließen mußte. Die Berechnung des Gesamtinhaltes des Tanks ist sehr einfach und soll hier nur der Übersicht halber aufgeführt werden.

Inhalt des Zylinders $V = R^2 \cdot \pi \cdot l$

Inhalt der Kegelstumpfe $V = \frac{\pi}{3} \cdot h (R^2 + r^2 + R \cdot r) \cdot 2$

Inhalt der Kugelkalotten $V = \frac{\pi}{3} \cdot h^2 (3 \cdot r - h) \cdot 2$

Nach Maßgabe der Zeichnung beträgt der Inhalt des Tanks der obigen Reihenfolge nach:

$V_z = 950^2 \cdot 3,1416 \cdot 5100$	$= 14\,460,0 \text{ dm}^3$	(Liter)
$V_{ke} = 1,0472 \cdot 600 \cdot (950^2 + 350^2 + 950 \cdot 350) \cdot 2$	=	$682,5 \text{ dm}^3$,,
$V_{ku} = 1,0472 \cdot 48^2 (3 \cdot 1300 - 48) \cdot 2$	=	$18,5 \text{ dm}^3$,,
Gesamtinhalt des Tanks	=	<u><u>$15\,161,0 \text{ dm}^3$</u></u>	(Liter)

Der Gesamtinhalt des Tanks beträgt demnach rund 15 160 dm³ (Liter), wovon rund 700 dm³ auf Kegelstumpfe und Kugelkalotten entfallen.

Der vierte Teil des Zylinders wurde nun in Teilschichten von 5 cm Höhe zerlegt, wovon die untersten 5 cm nochmals in Zentimeterschichten unterteilt wurden. Hierauf wurden von den so festgelegten Schnittfiguren des Zylinders die Sehnenlängen nach der Formel $\sqrt{R^2 - h^2}$ berechnet, wobei R den Radius des Tanks und h die Schichthöhe bedeuten. So vorbereitet konnten dann nach der Näherungsformel $V = \frac{(F_1 + F_2)}{2} \cdot h$

die Kubikinhalte der engschichtigen Schnittkörper des Zylinders genügend genau bestimmt und mit dem obigen Sollwert kontrolliert werden.

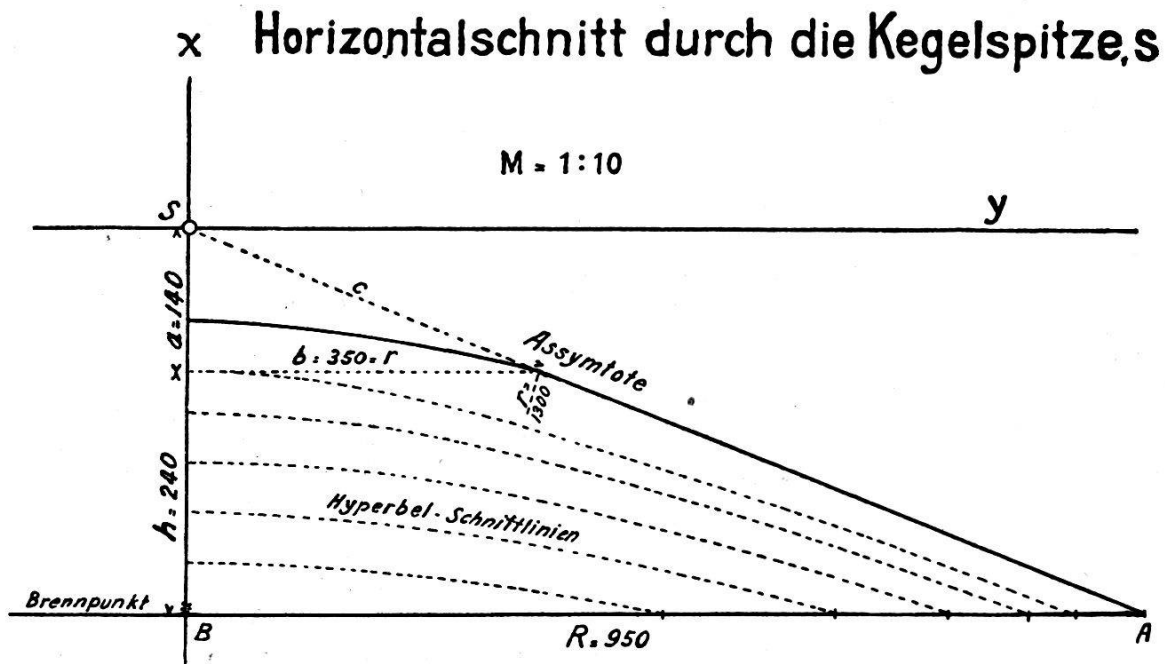
Die etwas kompliziertere Prismatoidformel $V = \frac{1}{3} \cdot h \left(\frac{F_1 + F_2}{2} + 2D \right)$

konnte ohne Nachteiliges befürchten zu müssen, umgangen werden. Unberücksichtigt blieben nach diesem Vorgehen immerhin noch die sehr kleinen Zylinderabschnittflächen multipliziert mit der Tanklänge. Es handelte sich dann noch darum, adäquate Schnittinhalte von Kegelstumpf und Kugelkalotte zu berechnen, um diese zu den gleich hoch liegenden bereits berechneten Zylinderschichten addieren zu können. Um diesen Zweck zu erreichen, mußte der vierte Teil von Kegelstumpf und Kugelkalotte senkrecht zur Querschnittfläche des Zylinders, gleich wie oben beschrieben, zerlegt werden. Die Schnitte ergaben für den Kegelstumpf Hyperbellinien, deren Assymptoten die Erzeugenden des Kegelmantels der Schnittfiguren sind. In Fig. 2 sind einige Hyperbelkurven dargestellt, die räumlich in verschiedener Höhe liegen, in der Horizontalprojektion jedoch in wahrer Größe bezüglich des Maßstabes erscheinen. Der Nullpunkt des Koordinatensystems fällt entsprechend den geometrischen Eigenschaften der Hyperbel mit der Kegelspitze zusammen.

Nach der bekannten analytischen Formel $Y = \frac{b}{a} \cdot \sqrt{x^2 - a^2}$ konnten die Koordinaten der Hyperbelpunkte beliebig genau und damit auch die Schnittflächen und die Kubikinhalte, analog den Zylinderschichten berechnet werden.

Die Summierung dieser Körperinhalte zeigte gegenüber dem genauen Sollwert (700,94) dm³ eine Differenz von +0,99 dm³, was als gute Übereinstimmung taxiert werden durfte und die Richtigkeit des eingeschlagenen Verfahrens unter Beweis stellt. Die Benützung der Näherungsformel hatte also auf das Resultat keinen wesentlichen Einfluß.

Ich möchte noch darauf hinweisen, daß die Hyperbelschnitte sich auch mit Hilfe der darstellenden Geometrie lösen lassen. Es hat sich aber gezeigt, daß dieses Vorgehen mehr Arbeit verursacht und die Hyperbelordinaten nicht mit der wünschbaren Genauigkeit aus der Zeichnung hervorgingen, wenn man die Tangentenkonstruktion an die Hyperbelpunkte oder eine diesbezügliche Umklappung umgehen wollte. „Rechnen



ist besser als konstruieren“ hat mit Recht Geometer Ulfers seiner Rechen-
 tafel als Motto vorangesetzt. Die Summierung der Kubikinhalte der ab-
 gestuften Schichten $\left(\frac{F_1 + F_2}{2}\right) \cdot h$, die entsprechend der Voraussetzung
 noch mit 4 multipliziert werden mußten, ergab eine Übereinstimmung
 von rund $+5 \text{ dm}^3$ mit dem oben berechneten Sollwert ($15\,161 \text{ dm}^3$),
 was einer Genauigkeit von $\frac{1}{3333}$ des Tankinhaltes entspricht.

Daß die Benützung einer Rechenmaschine für die Auflösung der
 vielen Quadratsummen und Quadratwurzeln von großem Vorteil ist,
 möchte ich hier noch besonders hervorheben.

Das von 5 zu 5 cm abgestufte Körpergerippe mit den entsprechenden
 Kubikdezimeterinhalten für die Aufstellung der Tabelle war damit ein-
 wandfrei fertiggestellt und mit wenig Mühe konnte die Interpolation für
 die einzelnen Zentimeter mit Berücksichtigung der Zu- und Abnahme
 von 0–190 berechnet werden. Die Bildung der Differenzen von cm zu cm
 ergab eine wertvolle Kontrolle für die Richtigkeit der Tabelle an sich,
 wie für die Zu- und Abnahme der Differenzen selbst.

Mit Hilfe der Tabelle (190 Resultate und ebensoviel Differenzen)
 und eines bis auf den Roden des Tanks eingetauchten Meterstabes ist es
 dem Tankinhaber ermöglicht, den Restölbetrag und die Auffüllung, wie
 verlangt, bis auf einzelne Liter genau zu bestimmen.