

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 47 (1949)

Heft: 1

Artikel: Contribution à l'étude de l'aéronivellement : sur un mode nouveau de compensation altimétrique : la compensation discontinue

Autor: Wisser, Pierre

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-206549>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 02.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Contribution à l'étude de l'aéronivellement sur un mode nouveau de compensation altimétrique: La compensation discontinuë

par *Pierre Wisser, Ingénieur civil*

Licencié en sciences mathématiques,
Chargé de cours à la Faculté Polytechnique de Mons.

Etat de la question: On sait que les méthodes usuelles de compensation planimétrique et altimétrique des rubans levés sans statoscope découlent de la théorie des erreurs systématiques de l'aérotriangulation formulée en 1935 par O. von Gruber.

Selon cet auteur, l'erreur d'échelle obéit à une loi linéaire, de la forme:

$$de = 2a \cdot L + b \quad (1)$$

On peut considérer l'erreur planimétrique longitudinale comme l'intégrale de l'erreur d'échelle par rapport à la longueur du lever. Soit la parabole:

$$dL = a \cdot L^2 + b \cdot L + dL_0 \quad (2)$$

Quant à l'erreur d'altitude, von Gruber lui assigne également une équation de la forme:

$$dH = a' \cdot L^2 + b' \cdot L + dH_0 \quad (3)$$

En ce qui concerne l'altimétrie, la pratique a, de plus, conduit à considérer une torsion du ruban, proportionnelle à sa longueur, et causée par une erreur systématique d'inclinaison transversale.

Dans une étude précédente (Contribution à l'étude de l'aérotriangulation — Notes sur des levers expérimentaux restitués à l'Autographe Wild A5. Mémoires de la Société Royale des Sciences: Hayez, Bruxelles 1943), nous avons montré que pour des levers de quelque étendue et non absolument rectilignes, les lois de l'erreur d'échelle et de l'erreur planimétrique longitudinale prennent une forme moins simple que celle que leur attribue von Gruber. Les anomalies proviennent de certaines imperfections inévitables des appareils de prise de vues et de restitution. Nous avons montré, de la façon la plus générale, comment on peut tenir compte de ces irrégularités et supprimer les anomalies qui en résultent.

Nous examinerons à présent les erreurs d'altitude. Nous avons étudié à cet effet un ruban de 32 km de long, levé à 3200 m d'altitude, et composé de 21 clichés grand'angulaires (18×18 cm, $f = 10$ cm). La chambre de prise de vues: Zeiß RMK P 10, ainsi que l'appareil de restitution: Stéréoplanigraphe Zeiß C5, appartiennent au Laboratoire de Photogrammétrie de l'Université de Liège.

Considérons un lever composé de n paires stéréoscopiques. Soient :

- dH_n l'erreur d'altitude au point nadir N_n
- dH_0 l'erreur d'altitude au point nadir origine N_0
- i_0 l'erreur initiale d'inclinaison longitudinale
- b_x la composante longitudinale de la base photographique
- $d\varphi$ l'erreur systématique de convergence (ou de divergence)

L'erreur d'altitude au point N_n , dans le cas d'une restitution libre¹, vaudra :

$$dH_n = dH_0 + i_0 \cdot \sum_1^n b_{x_n} + \sum_1^n \sum_1^{n-1} b_{x_n} \cdot d\varphi_{n-1} \quad (4)$$

Si nous supposons :

- 1° Que les composantes longitudinales b_x sont toutes égales,
- 2° Que le lever se compose d'un grand nombre de couples stéréoscopiques,

3° Que la convergence (ou la divergence) est constante pour les orientations successives, qui se font alternativement avec la base de restitution à l'intérieur, puis à l'extérieur,

la formule (4) devient :

$$dH_n = dH_0 + i_0 \cdot L + \frac{d\varphi}{2b_x} \cdot L^2 \quad (5)$$

Nous sommes donc ramenés à la formule classique (3), qui sera applicable sous les conditions que nous avons énoncées. Toutefois, dans la pratique, seules les deux premières sont approximativement satisfaites. Il s'en faut de beaucoup que la troisième le soit également.

En effet, les objectifs grand'angulaires sont affectés d'une forte distorsion. L'étude de cette aberration montre que deux objectifs de même type ne présentent jamais des distorsions identiques et que pour un objectif déterminé, cette distorsion n'est pas symétrique par rapport au point principal du cliché.

Dans la restitution effectuée au moyen du Stéréoplanigraphe, aux anomalies des objectifs de prise de vues et de restitution, viennent s'ajouter les erreurs de projection du système auxiliaire.

Il en résulte que l'erreur de convergence n'est pas la même selon qu'on oriente les clichés avec la base extérieure ou intérieure. De plus les déformations du modèle isolé sont différentes dans les deux cas.

Nous avons étudié la distorsion différentielle au moyen des grilles de contrôle qui servent au réglage du Stéréoplanigraphe. Ces grilles permettent de mesurer l'influence globale de la différence de distorsion des objectifs de restitution et des erreurs de projection du système auxiliaire,

¹ Nous entendons par *restitution libre*, le mode opératoire dans lequel tous les éléments de l'orientation sont déterminés par voie optique-mécanique. Dans la *restitution conditionnée*, la composante verticale de la base est prédéterminée par l'indication du statoscope (cf. le mémoire cité plus haut).

dont la mise au point doit rester inchangée pendant toute la durée des mesures.

Quant à l'objectif de prise de vues, il n'est pas possible de mesurer, par ce procédé très simple, les anomalies de sa distorsion. Nous montrerons d'ailleurs que la connaissance de cette distorsion, fort souhaitable pour les contrôles qu'elles offrirait, n'est pas nécessaire au développement de la théorie que nous donnons ici.

Pour la mesure des anomalies des objectifs de restitution et du système auxiliaire, nous avons employé deux méthodes.

1^o Les grilles étant placées dans les chambres de restitution, celles-ci sont fixées dans leur position normale (inclinaisons et déversement nuls).

Prenant une base de restitution égale à la base du lever expérimental, on amène la parfaite coïncidence des deux points principaux. Les parallaxes horizontales et verticales en ces deux points sont donc nulles.

On mesure ensuite les parallaxes verticales en tous les points qui servent, dans la restitution, à l'orientation relative des clichés. Ces mesures sont effectuées dans les deux positions: base intérieure, base extérieure.

Les grilles étant supposées parfaitement semblables, ce que nous avons d'autre part contrôlé au moyen d'un microscope à micromètre focal, ces parallaxes ont pour cause les différences de distorsion des objectifs de restitution et les erreurs de projection du système auxiliaire. Comme ces deux facteurs sont inséparables, mais peuvent être considérés globalement, nous ne parlerons plus désormais que de la distorsion différentielle des objectifs de restitution.

Au moyen des parallaxes verticales ainsi observées et connaissant, d'autre part, les focales de restitution, la distance des centres de projection au plan de restitution, et les coordonnées dans le plan des grilles des points considérés, on peut calculer, par des formules que nous donnons plus loin, la valeur des erreurs systématiques des éléments de l'orientation relative ainsi que les déformations correspondantes du modèle isolé.

Remarquons que ces erreurs systématiques et ces déformations sont celles que les imperfections optiques de l'appareil de restitution provoqueraient dans la restitution d'un lever effectué au moyen d'une chambre de prise de vues dépourvue de toute distorsion. Cette remarque conduit à un autre mode de détermination des erreurs.

2^o Il consiste à orienter la grille *B* par rapport à la grille *A*, pour une position déterminée de la base. Après inversion de celle-ci, on laisse la grille *B* dans la position qu'elle vient de prendre, et on oriente *A* par rapport à *B*. Puis on recommence le cycle. On procède donc à une sorte d'aérotriangulation sur les grilles, qu'on peut assimiler ici aux clichés qu'on obtiendrait en levant, d'une altitude rigoureusement constante, à intervalles parfaitement réguliers, et au moyen d'un objectif sans distorsion, un terrain horizontal divisé en carrés égaux.

La distorsion des objectifs de restitution introduit dans l'aérotriangulation ainsi effectuée des erreurs systématiques des éléments d'orientation et des déformations du modèle qui, de deux en deux paires stéréoscopiques, se répètent identiques. Nous avons effectué de la sorte 20 orientations successives. Les valeurs des erreurs obtenues par cette méthode doivent coïncider, aux erreurs d'observation près, avec celles qu'on peut déduire des mesures de parallaxes effectuées suivant le premier procédé.

C'est ce que nous avons effectivement constaté. Par exemple, la première méthode assignait à l'erreur de convergence les valeurs suivantes:

Pour la base extérieure: + 16,25 minutes centésimales¹

Pour la base intérieure: + 9,21 minutes centésimales

L'erreur finale, après 20 orientations, calculée par cette méthode, vaut donc:

$$(16,25 + 9,21) \times 10 = + 2,546 \text{ grades}$$

Or, la valeur observée par la deuxième méthode est: 2,540 grades. Cette coïncidence remarquable s'est maintenue quand nous avons, pour d'autres recherches, fait varier les conditions de l'aérotriangulation.

On conçoit que les valeurs très différentes de la divergence dans les orientations successives vont altérer considérablement la forme de la courbe des erreurs d'altitude. Considérons le polygone des points nadirs. Cette ligne ne sera plus, comme von Gruber le suppose, un polygone dont les côtés présentent une inclinaison régulièrement croissante, ce qui permet de l'assimiler à une parabole lorsque les côtés sont égaux, suffisamment nombreux, et petits par rapport à la longueur totale du lever.

Nous déduirons la forme de la polygonale réelle d'un examen plus serré de l'influence de la distorsion des objectifs de restitution et de prise de vues.

L'exposé systématique de la question comporte deux paragraphes.

I. Nivellement et mesure de parallaxes effectués sur grilles:

Dans ce cas, la distorsion des objectifs de restitution est seule en cause, les grilles équivalant, comme nous l'avons dit, aux clichés que fournirait un objectif de prise de vues sans distorsion.

Nous considérons dans chaque grille le point central et huit points répartis symétriquement autour du centre, suivant un rectangle de 150 mm sur 100 mm (fig. 1). Les objectifs étant affectés d'une distorsion en forme de croissant, le rectangle: 1, 2, 3, 6, 9, 8, 7, 4, projeté par les objectifs, prend la forme indiquée dans la figure 2.

¹ Le signe + correspond à une divergence. En effet, la distorsion des objectifs de restitution est en forme de croissant. Une distorsion en forme de barillet donnerait une erreur systématique de convergence.

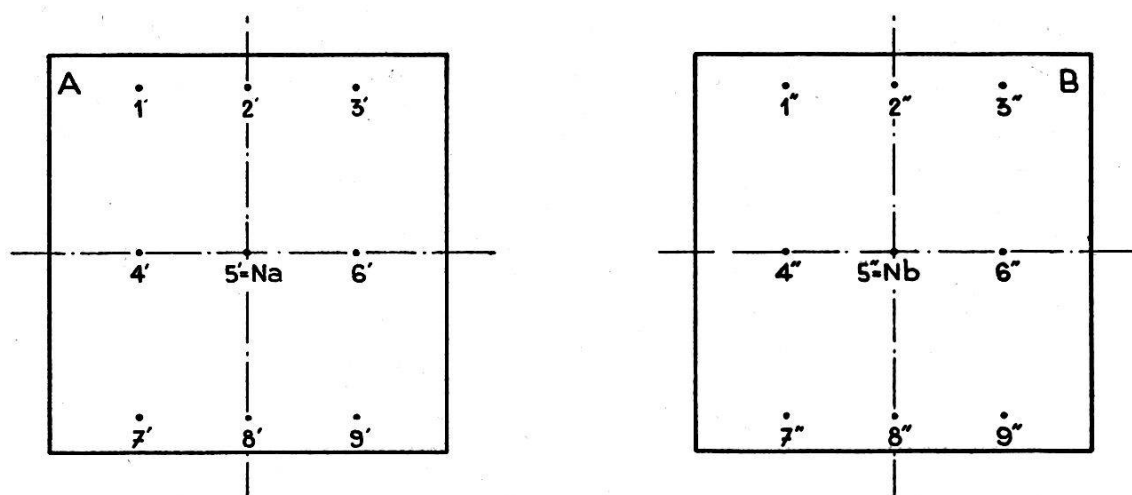


Fig. 1

Jusqu'à présent, les auteurs qui ont considéré l'influence de la distorsion sur la restitution photogrammétrique ont supposé cette distorsion égale et symétrique dans les deux objectifs de restitution. Un examen soigneux de la question montre que cette hypothèse simplificatrice est grossièrement fautive, au moins dans le cas des objectifs grand'angulaires.

On sait que l'orientation relative des clichés s'obtient par élimination des parallaxes verticales en six points de la zone commune. Dans le cas de la figure 1, ces points seront: $2' 1''$, $3' 2''$, $5' 4''$, $6' 5''$, $8' 7''$, $9' 8''$, lorsque la base de restitution est intérieure. Dans le cas contraire, ce seront les points: $1' 2''$, $2' 3''$, $4' 5''$, $5' 6''$, $7' 8''$, $8' 9''$. Cette orientation peut s'effectuer de différentes manières, mais nous n'examinerons ici

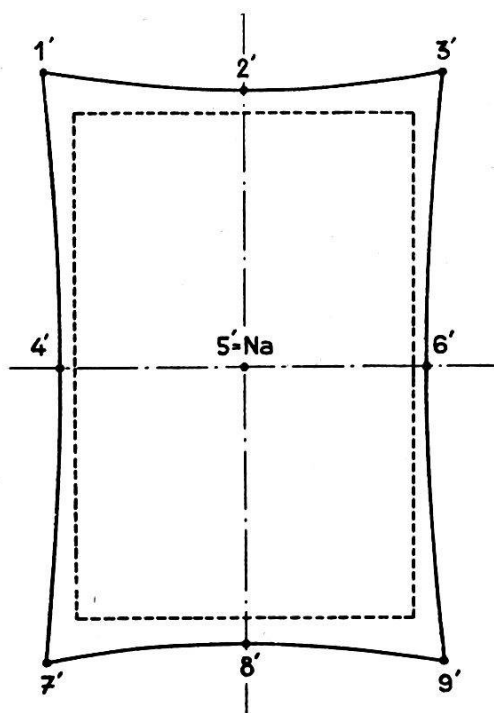


Fig. 2

que le mode employé en aérotriangulation sans statoscope, c'est-à-dire l'orientation au moyen des éléments: φ , ω , κ , b_y et b_z . Parmi ces éléments, nous ne considérerons que l'inclinaison longitudinale φ et la composante verticale de la base b_z , qui interviennent seuls dans l'erreur d'altitude des points nadirs. Nous n'aurons donc à examiner que les points de réglage repris dans la figure 3, qui représente schématiquement la position des points qui servent au réglage de φ et de b_z , telle que cette position résulte d'une distorsion en croissant, égale pour les deux objectifs de restitution. Nous faisons abstraction, dans cette figure, des parallaxes horizontales qui n'intéressent pas l'orientation relative.

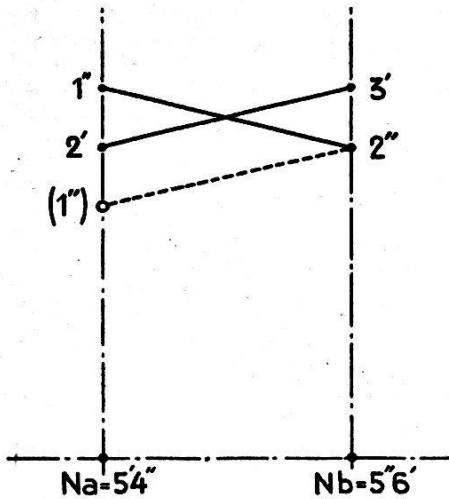


Fig. 3

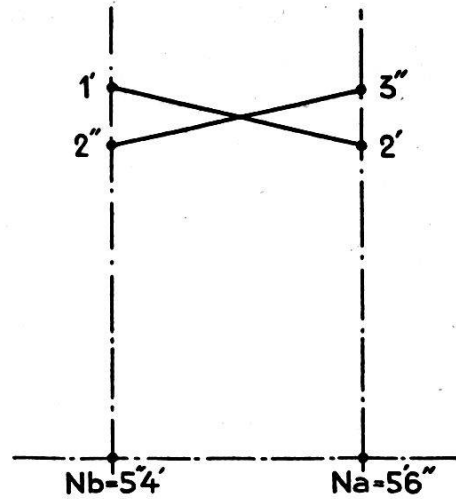


Fig. 3 bis

Soit à orienter le cliché B par rapport au cliché A . L'inclinaison longitudinale s'obtiendra en amenant le point $1''$ dans la position $(1'')$, symétrique de $1''$ par rapport à $2'$. Les segments $(1'') 2''$ et $2' 3'$ qui sont ainsi devenus parallèles seront ensuite superposés au moyen de b_{zB} .

Les variations $d\varphi_B$ et db_{zB} que nous avons ainsi introduites peuvent se déduire des parallaxes verticales au moyen des formules suivantes:

$$d\varphi_B = \frac{f}{x_1 \cdot y_1} \cdot 1'' (1'') \quad db_{zB} = \frac{f}{y_2} \cdot 3' 2'' \quad (6)$$

dans lesquelles f désigne la focale de restitution, x et y les coordonnées dans le plan de la grille des différents points de réglage.

Les déformations du modèle qui correspondent à $d\varphi_B$ et db_{zB} sont données par les formules:

$$\begin{aligned} dH (d\varphi_B) &= b \cdot d\varphi_B & - dH (db_{zB}) &= db_{zB} \\ &= b \cdot 1'' (1'') \cdot \frac{f}{x_1 \cdot y_1} & &= \frac{f}{y_2} \cdot 3' 2'' \end{aligned} \quad (7)$$

Or, $y_1 = y_2$ et $x_1 = b$. On a donc:

$$dH (N_B N_A) = dH (d\varphi_B) + dH (db_{zB}) = \frac{f}{y} \cdot (1'' [1''] - 3' 2'')$$

Et comme: $1'' (1'') = 2 \cdot (3' 2'')$,

$$dH (N_B N_A) = b \cdot \frac{d\varphi_B}{2} = dH (BA)$$

On voit que la différence de niveau des points nadirs est égale à celle des centres de projection. La base de restitution et la ligne qui joint les nadirs sont donc parallèles.

Après orientation absolue, les chambres occupent la position indiquée dans la figure 4. Elles ont, par rapport à la verticale, des inclinaisons égales mais de signe contraire.

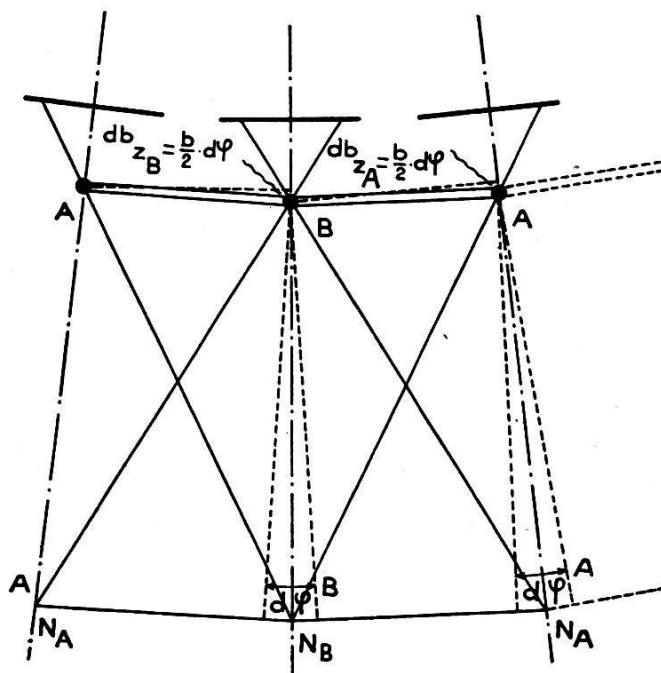


Fig. 4

Dans l'orientation suivante, la base ayant été inversée, nous aurons à considérer la figure 3bis. La distorsion étant symétrique, elle est semblable à la figure 3. Orientant cette fois la grille A par rapport à la grille B, nous obtenons évidemment: $d\varphi_A = d\varphi_B$, $db_{zA} = db_{zB}$.

Le deuxième modèle vient se greffer sur le premier suivant la figure 4.

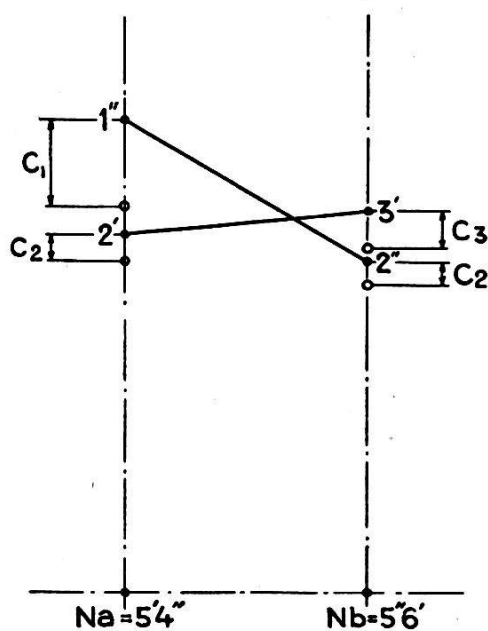


Fig. 5

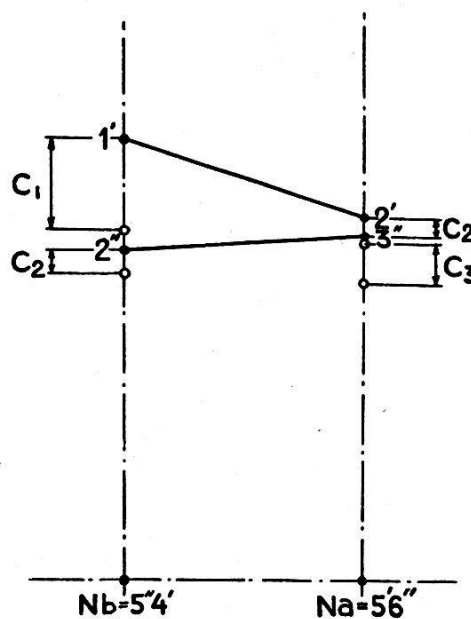


Fig. 5 bis

On voit s'amorcer la polygonale classique dont les côtés prendront une inclinaison régulièrement croissante qui permet le passage à la limite parabolique.

Mais en réalité, les schémas de distorsion ont un aspect assez différent de celui que nous venons d'indiquer. Nous les avons représentés dans les figures 5 et 5bis.

Les distorsions des deux objectifs sont différentes. Il s'ensuit que les segments $2' 3'$ et $1'' 2''$ ne sont plus également inclinés sur l'horizontale principale $N_a N_b$. De plus, la distorsion étant asymétrique, les figures 5 et 5bis ne sont plus superposables. Il en résulte que les valeurs de $d\varphi_A$ et $d\varphi_B$, db_{z_A} et db_{z_B} ne sont plus égales entre elles. Il en est de même pour les déformations du modèle. On a maintenant :

$$\begin{aligned}
 d\varphi_A &= \frac{f}{x \cdot y} \cdot (1' 2'' + 2' 3'') \\
 db_{z_A} &= \frac{f}{y} \cdot 2' 3'' = -dH (db_{z_A}) \\
 d\varphi_B &= \frac{f}{x \cdot y} \cdot (1'' 2' + 3' 2'') \\
 db_{z_B} &= \frac{f}{y} \cdot 3' 2'' = dH (db_{z_B}) \\
 dH (d\varphi_A) &= \frac{f}{y} \cdot (1' 2'' + 2' 3'') \\
 dH (d\varphi_B) &= \frac{f}{y} \cdot (1'' 2' + 3' 2'')
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

On voit (fig. 6) que les chambres ne sont plus également inclinées sur la base et que la base n'est plus parallèle à la ligne qui joint les nadirs

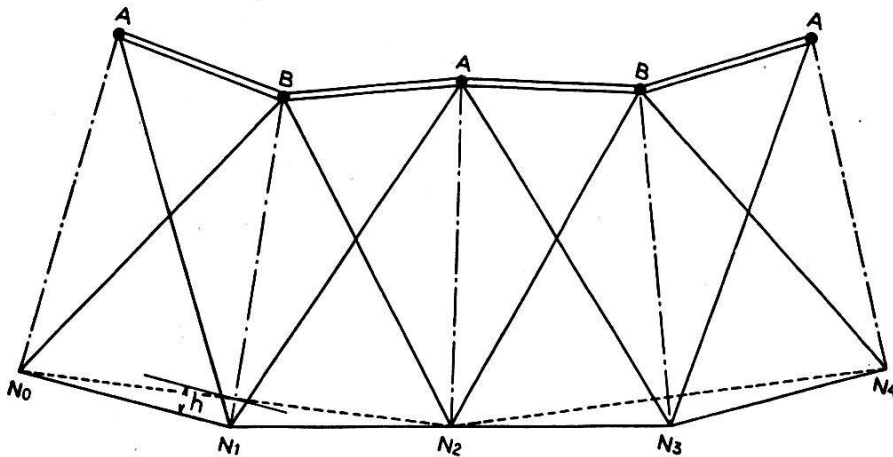


Fig. 6

dans le modèle. La polygonale de ces nadirs présente la forme irrégulière dont nous avons parlé plus haut.

On remarquera que, les mêmes erreurs se répétant de deux en deux couples stéréoscopiques, en joignant les sommets de rang pair (ou impair), on retrouve un polygone régulier, que nous appelons «polygone fondamentale». Les sommets intermédiaires présentent, par rapport à ce polygone, un écart h dont nous chercherons la valeur. (A suivre)

Ein verbessertes Grafikon zur hydraulischen Dimensionierung von Trapezprofilen aus dem kulturtechnischen Institut der ETH.

1. Grundsätzliche Erwägungen bei der Dimensionierung kulturtechnischer Gerinne.

Im Gegensatz zum Flußbau, wo das Sohlengefälle meist durch die topographischen Verhältnisse der Korrektionsstrecke vorbestimmt ist, kann bei der Projektierung kleinerer, kulturtechnischer Gerinne das Gefälle sehr oft in einem gewissen Bereich variiert werden (Einbau von Absturzbauwerken usw.), um damit die Geschiebeführung zu beeinflussen (Geschiebelosigkeit $d = \frac{q^{2/3} J}{a}$). Dieser Tatsache entsprechend, ist es zweckmäßig, bei der Dimensionierung graphische Tabellen zur Verfügung zu haben, die erlauben, die Berechnungsdaten für die verschiedensten Sohlengefälle zu bestimmen. Diesen Überlegungen entsprechend ist das vorliegende Grafikon als eine Neubearbeitung und Erweiterung des Grafikons nach Prof. C. Zwicky entstanden.

2. Grundlagen und Konstruktionsgedanken

Das vorliegende Grafikon wurde nach der heute allgemein gebräuchlichen Formel für den Normalabfluß $v = k \cdot R^{2/3} J^{1/2}$ (1) nach Strickler für das Böschungsverhältnis 1:1,5 (2) berechnet, das für kleinere Entwässerungskanäle sehr oft angewendet werden kann (steilere Böschungen sollen auch dort nicht gebaut werden, wo es die Bodeneigenschaften zuließen, da darnach getrachtet werden soll, daß die Böschungen noch gut abgemäht werden können).

Bezeichnungen		Einheiten	Bezeichnungen		Einheiten
B_s	Sohlenbreite	m	k	Strickler'sche	
h	Wassertiefe	m		Gl. koeff.	$m^{1/3}/\text{sec}$
P	benetzter Umfang	m	J	Gefälle	dim. los
R	hydraulisch. Radius	m	v	Geschwindigkeit	m/sec
F	Fläche des ben. Querschnittes	m^2	Q	Wassermenge p. sec	m^3/sec