Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Band: 48 (1950)

Heft: 12

Artikel: Das Prinzip der Isostasie und seine Verwendung in der Geodäsie [Fortsetzung]

Autor: Baeschlin, C.F.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-207462

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

Download PDF: 09.11.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Das Prinzip der Isostasie und seine Verwendung in der Geodäsie

Von C. F. Baeschlin, Zollikon

(Fortsetzung)

Für eine Ozeansäule, wo die Kompensation zwischen den Tiefen $(T_o - t_{Oz}')$ und T_o untergebracht ist, erhalten wir aus der Gleichheit der Massen von Topographie und Kompensation, wenn wir t_{Oz}' mit seinem Absolutwert einführen, die Beziehung

$$(\Theta_{\text{Sial}} - \Theta_W)\,[R_o^3 - (R_o - t)^3] =$$

$$= (\Theta_{\text{Sima}} - \Theta_{\text{Sial}}) \left\{[R_o - (T_o - t_{Oz}')]^3 - [R_o - T_o]^3\right\}$$

Setzen wir hier zur Abkürzung

$$\frac{\Theta_{\text{Sial}} - \Theta_W}{\Theta_{\text{Sima}} - \Theta_{\text{Sial}}} = \mu = 2.73833\ldots$$

und verwenden für t_{Oz}' die Näherungen μt, respektive

$$\mu t \left[1 + \frac{2\,T_o - (\mu + 1)\,t}{R_o}\right]$$

so erhalten wir in analoger Rechnung zum Landfall den bis und mit Gliedern zweiter Ordnung richtigen Ausdruck

$$t_{Oz}' = \mu t \left\{1 + \frac{2\,T_o - (\mu + 1)\,t}{R_o} + \frac{2\,(T_o - \mu t)\,[2\,T_o - (\mu + 1)\,t]}{R_o^2} - \frac{T_o\,(T_o - \mu t)}{R_o^2} - \frac{(\mu^2 - 1)\,t^2}{3\,R_o^2}\right\} \qquad (19\ \text{Oz})$$

Auch hier lautet der erste Faktor im dritten Glied der geschweiften Klammer bei *Heiskanen* in seiner Formel (2), Seite 7 a. a. O. $(2\,T_o - \mu t)$, statt $2\,(T_o - \mu t)$ in (19 Oz). Der Grund für diese Abweichung ist derselbe wie bei seiner Formel (1).

Vergleichen wir die Ergebnisse der Formeln (19), die sphärischer Rechnung entsprechen, mit den auf ebener Basis gewonnenen Formeln (6) und (7), so sehen wir, daß dort

$$t_L = \lambda h, \text{ respektive } t_{OZ} = \mu t$$

ist. Daraus erkennt man, daß t_L' und t_{Oz}' dem Absolutwerte nach größer als t_L und t_{Oz} sind.

Damit haben wir sämtliche Formeln, die sich aus der Stipulierung der entgegengesetzten Gleichheit der Massen von Topographie und Kompensation bei sphärischer Rechnung ergeben, abgeleitet.

Fassen wir zusammen, so erkennen wir, daß das *Prinzip der entgegengesetzten Massengleichheit* von Topographie und Kompensation durch die Beziehung dargestellt wird

$$\vartheta_{\mathrm{Top}}\, D_{\mathrm{Top}}' + \vartheta_K'\, D_k' = 0 \tag{20}$$

wo D_{Top}' und D_k' die reduzierten Dicken der Topographie und der Kompensation bedeuten, wobei die Reduktion nach den Formeln (12), (12a), (16c) und für die Airy-Hypothese (19) auszuführen ist.

Bei ebener Rechnung ergaben Massengleichheit und gleicher spezifischer Druck auf die Ausgleichsfläche dieselben Resultate. Wir wollen nun untersuchen, zu welchen Resultaten das *Prinzip des hydrostatischen Gleichgewichtes* der Massen der Topographie und der Kompensation bei sphärischer Rechnung führt.

Wir bezeichnen den Radius der Kugel durch den Schwerpunkt der Topographie mit R_T. Dann ist der Radius der Kugel durch den Schwerpunkt der Kompensation $(R_T - l)$, wenn l den Abstand der beiden Schwerpunkte bedeutet. Ein Rotationskegel, dessen Achse durch die beiden Schwerpunkte geht, vom räumlichen Sehwinkel Ω_T schneidet aus der Kugel vom Radius R_T die Fläche $\Omega_T\, R_T^2$.

Ein Rotationskegel mit derselben Achse vom räumlichen Sehwinkel Ω_K schneidet aus der Kugel vom Radius $(R_T - l)$ die Fläche $\Omega_K\,(R_T - l)^2$.

Wenn die beiden Flächen gleich sein sollen, muß

$$\Omega_T\, R_T^2 = \Omega_K\,(R_T - l)^2 = \Omega_K\, R_T^2 \left(1 - \frac{l}{R_T}\right)^2$$

sein. Es muß also

$$\Omega_T = \Omega_K \left(1 - \frac{l}{R_T}\right)^2 \tag{21}$$

sein. Die Masse der Topographie ist nach Formel (13d)

$$M_T = \Omega_T\, R_T^2\, \Theta_0\, h \tag{22}$$

während die Masse der Kompensation

$$M_k = \Omega_K\,(R_T - l)^2\, \vartheta_K\, D_k = \Omega_K\, R_T^2 \left(1 - \frac{l}{R_T}\right)^2 \vartheta_K\, D_k \tag{23}$$

ist. Ersetzen wir in der Formel (22) Ω_T durch Ω_K nach Formel (21), so finden wir

$$M_T = \Omega_K\, R_T^2 \left(1 - \frac{l}{R_T}\right)^2 \Theta_0\, h \tag{24}$$

Gemäß Ableitung von Formel (21) ist die Fläche auf beiden Kugeln dieselbe; daher stellt

$$\frac{M_k}{\Omega_K\, R_T^2 \left(1 - \frac{l}{R_T}\right)^2} = \vartheta_K\, D_k$$

die Masse der Kompensation pro Flächeneinheit dar, während

$$\frac{M_T}{\Omega_K\, R_T^2 \left(1 - \frac{l}{R_T}\right)^2} = \Theta_0\, h$$

die Masse der Topographie pro Flächeneinheit bedeutet. Wenn die Schwerkraft im Schwerpunkt der Topographie g_T, im Schwerpunkt der Kompensation g_k ist, so stellt $g_T\, \Theta_0\, h$ den spezifischen Druck der Topographie, $g_k\, \vartheta_K\, D_k$ den spezifischen Druck der Kompensation dar. Wenn diese beiden spezifischen Drucke entgegengesetzt gleich sein sollen, so muß

$$g_T\, \Theta_0\, h + g_K\, \vartheta_K\, D_k = 0 \tag{25}$$

sein oder allgemeiner ausgedrückt

$$g_T\, D_{\text{Top}}\, \vartheta_{\text{Top}} + g_k\, D_k\, \vartheta_K = 0 \tag{25a}$$

Durch diese Gleichung wird das *strenge Prinzip des hydrostatischen Gleichgewichtes* von Topographie und Kompensation ausgedrückt.

Setzen wir

$$g_T = g_k$$

so geht (25a) über in

$$\vartheta_{\text{Top}}\, D_{\text{Top}} + \vartheta_K\, D_k = 0 \tag{26}$$

die wir die Bedingung für *vereinfachtes hydrostatisches Gleichgewicht* nennen. Hier ist die Änderung der Schwerkraft in der Nähe der Erdoberfläche vernachlässigt.

Diese Bedingung (26) ist identisch der Formel (8), die wir unter der Voraussetzung ebener Verhältnisse gewonnen haben. Daraus finden wir den *Satz:*

Die Beziehung (8), *welche die Bedingung der Isostasie für ebene Verhältnisse darstellt, ist identisch der Beziehung* (26) *für vereinfachtes hydrostatisches Gleichgewicht zwischen Topographie und Kompensation, unter Voraussetzung sphärischer Verhältnisse.* Dabei sind Glieder von der Ordnung $\frac{h^2}{R^2}$ usw. vernachlässigt.

Vergleichen wir die Formeln (25a) für strenges hydrostatisches Gleichgewicht und (20) für Massengleichheit miteinander, und studieren wir besonders die Formeln (15), (16) und (19), so erkennen wir, daß im Falle des hydrostatischen Gleichgewichtes die Massen von Topographie und Kompensation ungleich sind. Wir wollen diese Massendifferenz quantitativ bestimmen. Es ist leicht zu erkennen, daß diese Massendifferenz für das strenge Prinzip des hydrostatischen Gleichgewichtes nach Formel (25a) anders ausfallen muß als für das vereinfachte Prinzip nach Formel (26). Wir wollen zunächst den letzteren Fall untersuchen. Wir gehen von den Formeln (26) und (20) aus und beachten, daß in beiden Formeln ϑ_{Top} identisch ist. Um die Ableitung für die verschiedenen Fälle der Isostasie allgemein zu gestalten, führen wir die Dicken der Topographie und der Kompensation, deren Dichten und den Abstand l der Schwerpunkte von Topographie und Kompensation ein. Die Dichte der Kompensation für die Hypothese gleicher Massen bezeichnen wir mit ϑ_K, für die Hypothese des hydrostatischen Gleichgewichtes mit ϑ_K'. Bei der Airyschen Hypothese, wo die Dichte der Kompensation — (Θ_{Sima} — Θ_{Sial}) respektive + (Θ_{Sima} — Θ_{Sial}) ist, wird die Dicke der Kompensation für *gleiche Massen mit* D_k', für hydrostatisches Gleichgewicht mit D_k bezeichnet.

Die Masse der Topographie M_T ist

$$M_T = \vartheta_T D_T \cdot F_{R_T,\,\Omega} \tag{27}$$

wenn man die Flächeneinheit auf der Kugel durch den Schwerpunkt der Topographie, deren Radius wir mit R_T bezeichnet haben, $F_{R_T,\,\Omega}$ nennt. Die Masse der Kompensation, bezogen auf die Kugel durch ihren Schwerpunkt mit dem Radius $R_T - l$, ist

$$D_k\,\vartheta_K,$$

wobei bekanntlich, um den Druck pro Flächeneinheit zu erhalten, ein anderer räumlicher Sehwinkel Ω_K eingeführt worden ist. Um aber die Massen innerhalb desselben Kegels zu erhalten, muß $D_k\,\vartheta_K$ auf den Sehwinkel Ω_T gebracht werden. Es ist nach Formel (21)

$$\Omega_T = \Omega_K \left(1 - \frac{2\,l}{R_T}\right)$$

Daher wird die Masse der Kompensation innerhalb des Kegels mit dem räumlichen Sehwinkel Ω_T

$$M_k = D_k\,\vartheta_K \left(1 - \frac{2\,l}{R_T}\right)$$

Daher wird

$$F_{R_T,\,\Omega} D_k\,\vartheta_K = M_k \left(1 + \frac{2\,l}{R_T}\right)$$

oder

$$D_k\,\vartheta_K = \frac{M_k \left(1 + \frac{2\,l}{R_T}\right)}{F_{R_T,\,\Omega}} \tag{28}$$

während nach (27)

$$D_T\,\vartheta_T = \frac{M_T}{F_{R_T,\,\Omega}}. \tag{29}$$

(Fortsetzung folgt.)