

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 52 (1954)

Heft: 7

Artikel: Ein neuer selbstreduzierender Kern-Tachymeter mit senkrechter Latte [Schluss]

Autor: Conzett, R.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-210953>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 16.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie

Revue technique Suisse des Mensurations, du Génie rural et de Photogrammétrie

Herausgeber: Schweiz. Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik; Schweiz. Kulturingenieurverein; Schweiz. Gesellschaft für Photogrammetrie

Editeurs: Société suisse des Mensurations et Améliorations foncières; Société suisse des Ingénieurs du Génie rural; Société suisse de Photogrammétrie

Nr. 7 • LI. Jahrgang

Erscheint monatlich

13. Juli 1954

Ein neuer selbstreduzierender KERN-Tachymeter mit senkrechter Latte

von Dipl.-Ing. R. Conzett, Aarau

(Schluß)

Das theoretisch verlangte β nach (14) sei im folgenden als β_{soll} bezeichnet.

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \beta_{\text{soll}} &= \operatorname{tg} \beta_0 \cos (\alpha + \varepsilon) \sim \operatorname{tg} \beta_0 (\cos \alpha - \sin \alpha \cdot \varepsilon) = \\ &= \operatorname{tg} \beta_0 \cos \alpha (1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \varepsilon)\end{aligned}$$

$$\varepsilon \sim \frac{\cos^2 \alpha}{k}; \quad \operatorname{tg} \alpha \cdot \varepsilon \sim \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{k} = \frac{\sin 2 \alpha}{2k}$$

$$\operatorname{tg} \beta_{\text{soll}} = \operatorname{tg} \beta_0 \cos \alpha \left(1 - \frac{\sin 2 \alpha}{2k} \right)$$

Für $k \geq 50$ und $|\alpha| \leq 45^\circ$ bleibt der Wert $\frac{\sin 2 \alpha}{2k}$ innerhalb des Hundertstels. Ein ähnlicher Ausdruck tritt in der Klammer von (15) auf. Bei Vernachlässigung dieser Glieder bleibt

$$(17) \quad \operatorname{tg} \beta_{\text{soll}} = \operatorname{tg} \beta_0 \cos \alpha$$

und nach Gleichung (15)

$$(18) \quad \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \beta_0 \left(1 - \frac{f}{kl} \cotg \beta_0 \sin^2 \alpha \right)$$

l soll nun bestimmt werden, daß der Fehler $(\operatorname{tg} \beta_{\text{soll}} - \operatorname{tg} \beta)$ im Intervall

$-45^\circ \leq \alpha \leq +45^\circ$ möglichst klein wird. Verlangt man im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate

$$\int_{-45^\circ}^{+45^\circ} (\operatorname{tg} \beta_{\text{soll}} - \operatorname{tg} \beta)^2 d\alpha = R = \text{Minimum}$$

bei Variation von l , so hat man zu setzen:

$$\frac{dR}{dl} = 0$$

oder

$$\int_{-45^\circ}^{+45^\circ} 2 (\operatorname{tg} \beta_{\text{soll}} - \operatorname{tg} \beta) \frac{d(-\operatorname{tg} \beta)}{dl} d\alpha = 0$$

Die Durchführung der Differentiation gibt

$$-\frac{2f}{kl^2} \int_{-45^\circ}^{+45^\circ} (\operatorname{tg} \beta_{\text{soll}} - \operatorname{tg} \beta) \sin^2 \alpha d\alpha = 0$$

Nach Einsetzen von (17) und (18) für $\operatorname{tg} \beta_{\text{soll}}$ und $\operatorname{tg} \beta$ erhält man schließlich

$$(19) \quad l = \frac{f}{k} \operatorname{cotg} \beta_0 \frac{\int_{-45^\circ}^{+45^\circ} \sin^4 \alpha d\alpha}{\int_{-45^\circ}^{+45^\circ} (\cos \alpha - 1) \sin^2 \alpha d\alpha} = 1.7917 \operatorname{cotg} \beta_0 \frac{f}{k}$$

Damit wird nach (18)

$$(20) \quad \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \beta_0 (1 - 0.558 \sin^2 \alpha)$$

Die folgende Tabelle zeigt den maximalen Fehlereinfluß dieser Näherungslösung bei verschiedenen Neigungen:

Neigung	$\frac{\operatorname{tg} \beta_{\text{soll}}^1}{\operatorname{tg} \beta_0}$	$\frac{\operatorname{tg} \beta^2}{\operatorname{tg} \beta_0}$	$\frac{\Delta \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta_0} \cdot 10^3$	$\frac{\Delta \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta_{\text{soll}}} \cdot 10^3$	Max. Einfluß in cm
-45°	0.712	0.721	- 9	-12	-1.4
-40°	0.771	0.769	+ 2	+ 3	+0.4
-30°	0.871	0.860	+11	+13	+1.5
-20°	0.944	0.935	+ 9	+10	+1.2
-10°	0.983	0.983	± 0	± 0	± 0
0°	1.000	1.000	± 0	± 0	± 0
$+10^\circ$	0.987	0.983	+ 4	+ 4	+0.5
$+20^\circ$	0.935	0.935	+ 1	+ 1	+0.1
$+30^\circ$	0.861	0.860	+ 1	+ 1	+0.1
$+40^\circ$	0.761	0.769	- 8	-10	-1.2
$+45^\circ$	0.702	0.721	-19	-26	-3.0

¹⁾ $\operatorname{tg} \beta_{\text{soll}}$ nach (14) mit $k = 75$ gerechnet.

²⁾ $\operatorname{tg} \beta$ nach (20) gerechnet.

Die Maximalfehler in cm, die in der letzten Kolonne enthalten sind, treten bei einer Zentimeterablesung von 100 auf, wenn der Vertikalstrich am rechten Ende des Horizontalrechens steht. Sie sind unabhängig von der Distanz. Wegen der kleinen Versetzung der Kreismarke werden sie nach Formel (16) etwas größer als $100 \frac{\Delta \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta_{\text{soll}}}$.

Die Forderungen an die Funktion des Steuerungsmechanismus werden somit in recht einfacher Weise durch das beschriebene System erfüllt. Die theoretisch errechneten maximalen Restfehler bleiben bei Neigungen bis $\pm 40^\circ$ weit innerhalb der durch die äußern Umstände gegebenen Fehlerquellen.

Der beschriebene Mechanismus ist zu Versuchszwecken in einen DKM2-Theodoliten eingebaut worden. Die endgültige Form des neuen Reduktionstachymeters für die senkrechte Latte ist damit keineswegs festgelegt.

Im Anschluß sollen noch die Resultate einiger Versuchsmessungen dargestellt werden.

Der Zweck dieser Versuchsmessungen bestand darin, das richtige Funktionieren des Instrumentes im Feldgebrauch zu überprüfen.

Von einem Punkt aus konnten Distanzen im Bereich von 10 bis 150 Metern mit Neigungen von -25° bis $+30^\circ$ gemessen werden. Die Längen dieser Strecken wurden zunächst mit dem Doppelbild-Reduktionstachymeter DK-RT ermittelt. Da die Meßanlage auch für andere Zwecke verwendet und periodisch überprüft wird, dürfen die Doppelbildmessungen gegenüber den Messungen mit dem neuen Tachymeter als praktisch fehlerlos angesehen werden.

Die Versuchsmessungen wurden an vier verschiedenen Tagen von zwei verschiedenen Beobachtern durchgeführt. Um systematische Fehler des Instrumentes feststellen und beseitigen zu können, wurde die Multiplikationskonstante auf einer ebenen Prüfstrecke bestimmt. Ferner wurden alle Distanzen hin und zurück gemessen, um einen Justierfehler des Reduktionsmechanismus festzustellen und zu beseitigen.

Die durchwegs trübe und neblige Witterung schien die Messung der großen Distanzen etwas zu beeinträchtigen. Bei den tiefen Temperaturen von 0 bis $+10^\circ$ C durfte hingegen damit gerechnet werden, daß sich die Refraktion kaum auswirken würde. Die Resultate dürfen deshalb nicht ohne weiteres verallgemeinert werden, sondern sind hinsichtlich des Refraktionseinflusses zweifellos unter günstigen Umständen ermittelt worden.

a) Die Bestimmung der Multiplikationskonstanten

Auf einer ebenen Prüfstrecke wurden je fünf verschiedene Distanzen in fünf Gruppen gemessen. Jede Gruppe stützte sich auf einen Fixpunkt in ca. 20, 40, 60, 80 bzw. 100 m Entfernung vom Stationspunkt. Die fünf verschiedenen Lattenstandpunkte jeder Gruppe wurden durch eine Mes-

sung mit dem Doppelmeter auf den Fixpunkt reduziert. Jede Ablesung an der Latte wurde zweimal erhoben.

Zur Berechnung des Multiplikationskonstanten: aus der Fehlergleichung

$$v_i = -\frac{D_i}{100} k + D_{\text{soll}} - D_i = -a_i k + f_i$$

folgt
$$k = -\frac{[paf]}{[paa]}.$$

Um jede Willkür in der Annahme des Fehlergesetzes zu vermeiden, werden die Gewichte der v_i folgendermaßen bestimmt:

Bilden des Gruppenmittels nach Reduktion der einzelnen Messungen auf den Fixpunkt. Die Abweichung der Einzelmessung vom Gruppenmittel ist mit v_r bezeichnet. p_{ri} wird gebildet als

$$p_{ri} = \frac{10}{[v_r v_r]}$$

und
$$p_i = \frac{p_{ri}}{p_r 100},$$

damit der Strecke von 100 m das Gewicht 1 zukommt. Der mittlere Fehler einer Doppeleinstellung, auf 100 m bezogen, läßt sich damit rechnen als

$$m_d = \pm \sqrt{\frac{[p_{vv}]}{n-1}}$$

Die Tabelle 1 zeigt die Resultate der Konstantenbestimmung. Die Bedeutung der Zahlenwerte der einzelnen Kolonnen wird anschließend erklärt.

Die Bezeichnungen in Tab. I bedeuten:

D_i ist die Distanz des Fixpunktes i vom Instrumentenstandort

Δ_{ij} ist die Entfernung der Lattenstellung j vom Fixpunkt i

a_{2j}^1 sind die beiden Ablesungen bei derselben Lattenstellung j

a_j ist das Mittel der Werte

$$\bar{a}_j = a_j - \Delta_{ij}$$

M_i ist das Mittel der reduzierten Ablesemittel \bar{a}_j

v_{rj} die Verbesserung der \bar{a}_j auf M_i

$$p_{ri} = \frac{10}{[v_r v_r]_i} \text{ das Gewicht der Beobachtungen der Gruppe } i$$

$$p_i = \frac{p_{ri}}{p_r 100} \text{ ist das normierte Gewicht } p_{ri}$$

v_{ij} ist die Verbesserung nach der Fehlergleichung.

Tabelle I

D_i	Δ_{ij}	a_{2j}^1	a_j	$\frac{\bar{a}_j}{M_i}$	v_{rj}	$[vv]_i$	p_{ri}	p_i	a_i	f_i	p_{aa}	p_{af}	v_{ij}	$[vv]_j$	p_{vv}
20.00	± 0	19 ⁹⁹ ₁₀₀	99 ₅	99 ₅	+0 ₅								+0 ₅		
	+9.5	20 ⁰⁹ ₀₉	09	99 ₅	+0 ₅								+0 ₅		
	+28.5	20 ²⁸ ₂₈	28	99 ₅	+0 ₅	2.0	5.0	6.7	-0.2	± 0	0.27	± 0	+0 ₅	2.0	13.4
	+42	20 ⁴³ ₄₃	43	101	-1								-1		
	+57	20 ⁵⁷ ₅₆	56 ₅	99 ₅	+0 ₅								+0 ₅		
				20.00											
39.99 ₅	± 0	39 ⁹⁹ ₉₈	98 ₅	98 ₅	+1								+0 ₅		
	+19.5	40 ¹⁸ ₁₈	18	98 ₅	+1								+0 ₅		
	+36.5	40 ³⁸ ₃₈	38	101 ₅	-2	8.5	1.2	1.6	-0.4	± 0	0.26	± 0	-2 ₅	8.75	14.0
	+51	40 ⁴⁹ ₄₉	49	98	+1 ₅								+1		
	+38	40 ³⁸ ₃₈	38	100	-0 ₅								-1		
				39.99 ₅											
59.99 ₅	± 0	59 ⁹⁷ ₉₉	98	98	+1								+1		
	+16	60 ¹⁴ ₁₃	13 ₅	97 ₅	+1 ₅								+1 ₅		
	+32	60 ³¹ ₃₁	31	99	± 0	5.75	1.75	2.3	-0.6	+0 ₅	0.83	-0.69	± 0	5.75	13.2
	+50.5	60 ⁵¹ ₅₁	51	100 ₅	-1 ₅								-1 ₅		
	+66	60 ⁶⁶ ₆₅	65 ₅	99 ₅	-0 ₅								-0 ₅		
				59.99											
79.99	± 0	79 ⁹⁶ ₉₉	97 ₅	97 ₅	+2								+0 ₅		
	+16	80 ¹⁹ ₁₇	18	102	-2 ₅								-4		
	+27	80 ³⁰ ₃₂	31	104	-4 ₅	45.75	0.22	0.3	-0.8	-0 ₅	0.19	+0.12	-6	55.5	16.7
	+38	80 ³³ ₃₇	35	97	+2 ₅								+1		
	+52 ⁵	80 ⁴⁸ ₅₀	49	96 ₅	+3								+1 ₅		
				79.99 ₅											
91.99	± 0	99 ⁹⁷ ₉₈	97 ₅	97 ₅	-0 ₅								+0 ₅		
	+11	100 ⁰⁸ ₁₀	09	98	-1								± 0		
	+23.5	100 ¹⁸ ₂₀	19	95 ₅	+1 ₅	13.75	0.75	1.0	-1.0	+2.0	1.00	-2.00	+2 ₅	17.75	17.8
	+37	100 ³⁹ ₃₄	36 ₅	99 ₅	-2 ₅								-1 ₅		
	+44	100 ³⁵ ₄₃	39	95	+2								+3		
				99.97											
								11.9			2.55	-2.57			75.1

Aus der Tabelle I ergeben sich nach den vorne abgeleiteten Formeln:
Die Korrektur an der Multiplikationskonstante:

$$k = - \frac{-2.57}{2.55} = + 1.0 \text{ cm}/100 \text{ m},$$

der mittlere Fehler einer Doppelablesung auf 100 m bezogen:

$$m_d = \pm \sqrt{\frac{15.1}{24}} = \pm 1.8 \text{ cm}$$

und der mittlere Fehler an k :

$$m_k = \pm \frac{m_d}{\sqrt{[p]}} = \pm \frac{1.8}{\sqrt{11.9}} = \pm 0.5 \text{ cm}$$

b) Versuchsmessungen mit geneigten Visuren

Die Tabelle II zeigt die Zusammenstellung des Beobachtungsmaterials mit den Soll-Distanzen und den ungefähren Neigungen der Visuren. Die Kolonnen geben jeweils das Mittel aus Hin- und Rückmessungen.

Tabelle II

Pt. Nr.	Soll-Wert	Neigung °	Messungen mit dem neuen Tachymeter			
			14. 12. 53 Beob. A	15. 12. 53 Beob. B	17. 12. 53 Beob. B	18. 12. 53 Beob. B
1	11.86 ₅	∓ 25	11.87	11.85	11.86	11.87
2	23.63	∓ 7	23.62	23.61	23.62	23.63
3	26.71	∓ 13.5	26.69	26.71	26.70	26.70
4	30.62 ₅	± 29	30.63 ₅	30.61	30.61	30.62 ₅
5	41.04	∓ 10	41.05	41.06	41.07	41.08
6	48.26	± 0	48.25	48.27	48.27	48.27
7	51.51	± 18	51.49	51.49	51.48	51.47 ₅
8	65.72	∓ 7	65.69	65.71	65.71	65.68
9	87.59	± 4.5	87.57	87.54	87.59	87.58 ₅
10	103.63	∓ 4.5	103.56 ₅	103.60	103.61	103.61
11	156.31 ₅	∓ 3	156.31	156.36	156.32	156.33

In Tabelle III werden die Resultate der Messungen nach Tabelle II um den Betrag der Multiplikationskonstanten korrigiert und zusammengestellt. Bei der Fehlerberechnung wird hier das Gewicht $p_i = \frac{1}{D_i}$, das dem

Fehlergesetz $m_D = \sqrt{D} \cdot m_e$ entspricht, verwendet. Eine Rechtfertigung dafür liegt darin, daß die punktweise zusammengefaßten Werte für $p[\epsilon\epsilon]_i$

Tabelle III

Punkt	Korrigierte Messungen ($k = 1 \text{ cm}/100\text{m}$)	Soll-Wert	Fehler ε	$[\varepsilon\varepsilon]$	$p = \frac{100}{D}$	$[p\varepsilon\varepsilon]$
1	11 87 85 86 87	11.86 ₅	-0 ₅ +1 ₅ +0 ₅ -0 ₅	3.0	8.4	25.2
2	23 62 61 62 63	23.63	+1 +2 +1 ± 0	6.0	4.2	25.2
3	26 69 ₅ 71 ₅ 70 ₅ 70 ₅	26.71	+1 ₅ -0 ₅ +0 ₅ +0 ₅	3.0	3.8	11.4
4	30 64 61 ₅ 61 ₅ 63	30.62 ₅	-1 ₅ +1 +1 -0 ₅	4.5	3.3	14.9
5	41 05 ₅ 06 ₅ 07 ₅ 08 ₅	41.04	-1 ₅ -2 ₅ -3 ₅ -4 ₅	41.0	2.4	98.5
6	48 25 ₅ 27 ₅ 27 ₅ 27 ₅	48.26	+0 ₅ -1 ₅ -1 ₅ -1 ₅	7.0	2.1	14.7
7	51 49 ₅ 49 ₅ 48 ₅ 48 ₅	51.51	+1 ₅ +1 ₅ +2 ₅ +3	19.75	1.9	37.5
8	65 69 ₅ 71 ₅ 71 ₅ 68 ₅	65.72	+2 ₅ +0 ₅ +0 ₅ +3 ₅	19.0	1.5	28.5
9	87 58 55 60 59 ₅	87.59	+1 +4 -1 -0 ₅	11.25	1.1	12.4
10	103 57 ₅ 61 62 62	103.63	+5 ₅ +2 +1 +1	36.25	1.0	36.2
11	156 32 ₅ 37 ₅ 33 ₅ 34 ₅	156.31 ₅	-1 -6 -2 -3	50.0	0.65	32.5
						337.0

sich nicht systematisch mit der Distanz D_i verändern*; diese systematische Veränderung würde z. B. für den Ansatz $m_D = Dm_e$ mit $p = \frac{1}{D^2}$ deutlich auftreten. Der mittlere Fehler einer Doppelmessung (Mittel aus Hin- und Rückmessung) gibt, auf 100 m bezogen

$$m = \pm \sqrt{\frac{[p\varepsilon\varepsilon]}{n}} = \pm \sqrt{\frac{337}{44}} = \pm 2.8 \text{ cm}/100 \text{ m}$$

Demnach erhält man für die einmalige Messung einer Strecke von 100 m einen mittleren Fehler von ca. ± 4 cm.

Um aus den einzelnen v -Werten innerhalb der Gruppen systematische Einflüsse nachzuweisen, reichen die vier Messungen nicht aus; so ist z. B. bei Punkt 11 der systematische Anteil von

$$\frac{(-1) + (-6) + (-2) + (-3)}{4} = -3 \pm 1.1$$

nicht genügend gesichert, da der mittlere Fehler ± 1.1 wegen der geringen Anzahl 4 mit einer Unsicherheit von

$$\pm \frac{m^2}{\sqrt{n}} \sqrt{2} = \pm \frac{1.2}{2} \sqrt{2} = \pm 0.85 \text{ behaftet ist.}$$

In Tabelle IV ist die Beobachtungsserie vom 18. 12. 1953 getrennt in Hin- und Rückmessung aufgeführt. Die Distanzen sind nach den Neigungen der Hinmessung geordnet.

Tabelle IV

Pt. Nr.	Neigung der Hinmessung	Hinmessung	Rückmessung	Diff. d	pdd
	o				
1	-25	11.88	86	+2	34
3	-13,5	26.71	69	+2	15
5	-10	41.07	09	-2	10
8	- 7	65.70	66	+4	24
2	- 7	23.62	64	-2	17
10	- 4,5	103.64	58	+6	35
11	- 3	156.30	36	-6	23
6	+ 0	48.27	27	± 0	0
9	+ 4,5	87.58	59	-1	1
7	+18	51.50	45	+5	49
4	+29	30.61	64	-3	29
					237

* $[\varepsilon\varepsilon] \sim m^2_D \sim D$; $p \sim \frac{1}{D} \therefore p[\varepsilon\varepsilon] \sim \frac{D}{D}$, d. h. unabhängig von D .

Der mittlere Fehler abgeleitet aus den Differenzen, bezogen auf 100 m unter Annahme des Gewichtes $p = \frac{1}{D}$ beträgt für die einfache Messung

$$m_e = \pm \sqrt{\frac{[pdd]}{2n}} = \pm \sqrt{\frac{237}{22}} = \pm 3.2 \text{ cm}/100 \text{ m.}$$

Damit erhält man für das Mittel aus Hin- und Rückmessung einen mittleren Fehler von

$$m_d = \pm \frac{m_e}{\sqrt{2}} = \pm 2.3 \text{ cm}/100 \text{ m.}$$

Die Übereinstimmung mit dem aus dem gesamten Beobachtungsmaterial erhaltenen mittleren Fehler ist gut. Ein systematischer Fehleranteil der Reduktionsvorrichtung ist somit nicht nachweisbar.

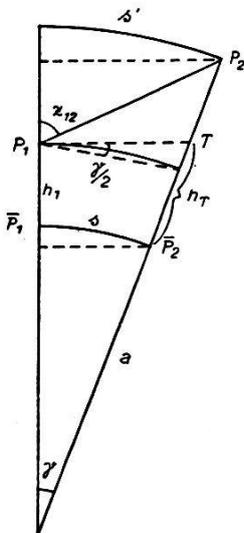
An Hand der vorliegenden Resultate darf dieser Versuch, einen neuen Tachymetertyp zu bauen, der eine erhöhte Genauigkeit der Distanzmessung aufweist, wohl als gelungen angesprochen werden.

Die translative und die projektive Methode der astronomischen Geodäsie

Von K. Ledersteger, Wien

(Fortsetzung)

Wegen der größeren Anschaulichkeit der Projektionen beginnen wir die Darlegung der ellipsoidischen Azimutreduktionen mit dem Fall der Projektion der Oberflächenpunkte. Zuerst muß man das beobachtete astronomische Azimut a'_b wegen der Lotabweichung des Standpunktes vermöge



$$\begin{aligned} d_1 a &= - \cotg z_{12} (\xi_1 \sin a_{12} - \eta_1 \cos a_{12}) = \\ &= - \frac{h_2 - h_T}{s} (\xi_1 \sin a_{12} - \eta_1 \cos a_{12}) \end{aligned} \quad (5)$$

vom astronomischen auf das ellipsoidische Zenit reduzieren. Hierin ist z_{12} die Zenitdistanz der Visur und h_T die Meereshöhe jenes Punktes T der Lotlinie von P_2 , der im Horizont von P_1 erscheint. Dabei ist (Fig. 4):

$$h_T = h_1 + s \sin \frac{\gamma}{2} = h_1 + s \sin \frac{s}{2a}. \quad (6)$$

Fig. 4

Für eine Seite $s = 0.1 a \doteq 64 \text{ km}$ ist z. B. $\gamma = 34'.4$,