

**Zeitschrift:** Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

**Band:** 64 (1966)

**Heft:** 11

**Artikel:** Sur la détermination d'ellipses d'erreur en fonction de coordonnées géographiques

**Autor:** Ansermet, A.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-220785>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 30.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Sur la détermination d'ellipses d'erreur en fonction de coordonnées géographiques

par A. Ansermet

## Résumé

Les ellipses d'erreur sont calculées le plus souvent dans le plan; parfois, cependant, on n'attend pas d'avoir choisi un système de projection. Les coordonnées géographiques, respectivement leurs variations, sont les inconnues. Le calcul est presque aussi simple que dans le plan. On peut choisir la voie semi-graphique en ayant recours à une bonne carte et éventuellement à des nomogrammes.

## Zusammenfassung

Meistens werden die Fehlerellipsen in der Ebene berechnet, gelegentlich jedoch kann man sich nicht auf ein Projektionssystem stützen. Die geographischen Koordinaten bzw. ihre Änderungen sind in diesem Fall unbekannt. Die Rechnung ist fast ebenso einfach wie in der Ebene. Man kann eine halbgraphische Lösung wählen, bei der man sich auf eine gute Karte und eventuell auf Nomogramme stützt.

---

En général les praticiens calculent ces courbes en fonction de coordonnées planes  $x, y$  ou plutôt de leurs variations  $dx$  et  $dy$ . Un élément essentiel est la matrice symétrique aux coefficients de poids des inconnues dont le rôle est bien connu; pour chaque point nouveau on a deux coefficients quadratiques  $Q_{xx}$ ,  $Q_{yy}$  et un troisième  $Q_{xy}$  que l'on s'efforce de rendre nul ou négligeable.

Si un réseau, trilatéré ou triangulé, est calculé et compensé en fonction de coordonnées géographiques ([2], p. 114–118), les variations inconnues sont  $d\varphi_i$  et  $d\lambda_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) exprimées pas nécessairement en secondes; on forme les matrices mentionnées ci-dessus. Sans attendre la transformation en coordonnées planes, on peut déterminer les ellipses d'erreur. Le calcul est presque aussi simple que planimétriquement, surtout si la latitude ne varie pas trop. Si certains côtés sont longs, il faut, au préalable, tenir compte de la réduction dite «à la ligne géodésique» dont la valeur absolue est:

$$0'',028 \cos^2 \varphi \cdot \sin 2A \cdot s^2 \text{ (sexag.) } ([1], \text{ p. 68, } [3]) \quad (1)$$

( $\varphi$  = latitude,  $A$  = azimut,  $s$  = longueur côté en centaines de kilomètres)

Cette formule se prête à l'établissement d'un nomogramme.

Pour le calcul d'ellipses d'erreur on fait abstraction, en général, de la double courbure du sphéroïde de référence; les formules deviennent plus simples. En outre la sphère peut, à volonté, être transformée par rayons

vecteurs réciproques dans un plan tangent ou sécant, le centre d'inversion étant sur la surface; cette solution est avantageuse surtout pour un territoire en forme de calotte. C'est la manière la plus simple de réaliser une projection conforme.

Les lignes ci-après porteront principalement sur des réseaux trilatérés, problème actuel; considérons un côté  $P_1 P_2$ , la sphère de rayon  $R$  étant la surface de référence ( $P_1 P_2 = s$ ). L'équation aux variations de coordonnées revêt la forme:

$$ds = R (\cos A_{12} d\varphi_1 + \cos A_{21} d\varphi_2 - \cos \varphi_2 \sin A_{21} d(\lambda_2 - \lambda_1))$$

([2], p. 70) (2)

*Coefficients directeurs.* De même que dans le plan, on a de tels coefficients calculés par voie semi-graphique à l'aide d'une bonne carte et de nomogrammes.

De plus on peut souvent poser, pour les azimuts:

$$A_{12} \cong (180^\circ - A_{21}) \cong A_m \text{ (valeur moyenne)}$$

Le produit  $\cos \varphi \sin A = r \sin A$  ( $r = R \cos \varphi$  pour  $R = 1$ ), expression connue pour les surfaces de révolution.

Considérons un cas concret très simple:

*Double relèvement trilatére:* l'équation initiale est dite aux erreurs:

$$-f_i + v_i = a_i dx_1 + b_i dy_1 + c_i dx_2 + d_i \cdot dy_2 \text{ (points nouveaux: } P_1, P_2)$$

(3)

Le calcul sur la surface viendra après; les  $p_i$  sont les poids a priori et  $P_i'$  a posteriori; le calcul de ces  $P_i'$  est connu. Les points  $A, B, C$  et  $A', B', C'$  sont donnés.

---

$i =$	Côtés	$d_i$	$b_i$	$c_i$	$d_i$	$p_i$	$1/P_i'$	$p_i/P_i'$
1	$P_1 A$	+ 0,208	+ 0,978			1	0,51	0,51
2	$P_1 B$	+ 0,743	- 0,669			1	0,59	0,59
3	$P_1 C$	- 0,951	- 0,309			1	0,65	0,65
4	$P_1 P_2$	0	+ 1	0	- 1	0,8	0,66	0,53
5	$P_2 A'$			- 0,242	- 0,970	0,9	0,545	0,49
6	$P_2 B'$			- 0,719	+ 0,695	0,9	0,64	0,58
7	$P_2 C'$			+ 0,961	+ 0,276	0,9	0,72	0,65

[ $p:P'$ ] = 4,00 (4 inconnues)

---

Les matrices symétriques et mutuellement réciproques pour les coefficients des équations normales et les coefficients de poids des inconnues sont:

$$\begin{bmatrix} 1,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2,3 & 0 & -0,8 \\ 0 & 0 & 1,35 & 0 \\ 0 & -0,8 & 0 & 2,15 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0,67 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,50 & 0 & +0,185 \\ 0 & 0 & 0,74 & 0 \\ 0 & +0,185 & 0 & 0,535 \end{bmatrix}$$


---

Les longueurs des axes principaux sont proportionnelles:

pour  $P_1$  à  $\sqrt{0,67} = 0,82$  et  $\sqrt{0,50} = 0,71$

pour  $P_2$  à  $\sqrt{0,74} = 0,86$  et  $\sqrt{0,535} = 0,73$ .

D'autres éléments pourraient être calculés, par exemple:  $m_0^2 \cong [p\upsilon\upsilon]:3$ .

*Cas où les inconnues sont les  $d\varphi$ ,  $d\lambda$ .* Certaines remarques préliminaires sont opportunes: aucune hypothèse n'est formulée quant aux unités de mesure pour les  $dx$ ,  $dy$ ,  $d\varphi$ ,  $d\lambda$ ; le choix est arbitraire. De plus on pourrait poser  $R = 1$  si c'est désirable. Enfin l'étendue du réseau serait telle qu'une valeur moyenne pour  $\varphi$ , respectivement  $\cos\varphi$ , permettrait d'avoir recours à une inconnue auxiliaire  $d\lambda' = \cos\varphi \cdot d\lambda$ . Dans le voisinage de l'équateur c'est facile car  $\cos\varphi$  varie peu. Quant à ce  $R = 1$ , il a, bien entendu, une dimension.

Pour un parallèle central  $\varphi_0 = 45^\circ$  par exemple, on admettra  $\cos\varphi \cong 0,707$  si  $\varphi$  varie entre les valeurs  $45^\circ \pm 22'$  (linéairement  $\pm 40$  km environ).

Admettons en ce qui concerne le double relèvement trilatéré  $P_1 P_2$ :

$$\cos^2\varphi \cong 0,5 \text{ (valeur moyenne)}$$

Deux solutions sont à envisager:

1° Grâce aux inconnues auxiliaires  $d\lambda_1'$  et  $d\lambda_2'$ , les coefficients des 4 inconnues, y compris donc ceux des  $d\varphi_1$  et  $d\varphi_2$ , sont inchangés ( $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $d_i$ ). Il en est de même pour les matrices ( $R = 1$ ).

Par suite:  $Q_{xx} = Q_{\varphi\varphi}$  et  $Q_{yy} = Q_{\lambda'\lambda'}$  pour  $P_1$  et  $P_2$

D'autres développements paraissent superflus; cette forme de calcul est simple. Elle sera souvent appliquée.

2° Les variations  $d\lambda_1$  et  $d\lambda_2$  subsistent comme inconnues en plus des  $d\varphi_1$  et  $d\varphi_2$ . La corrélation avec le calcul dans le plan est facile à établir. Il suffit de multiplier les coefficients  $b_i$  et  $d_i$  par  $\cos\varphi$  en adoptant si

possible une valeur moyenne pour ce facteur; on trouve pour les deux points  $P_1$  et  $P_2$ :

$$Q_{\lambda\lambda} = Q_{\lambda'\lambda'} : \cos^2 \varphi.$$

Les éléments des ellipses d'erreur ne donnent lieu à aucune difficulté quant à leur détermination.

### *Réseaux à la fois trilatérés et triangulés*

Ce cas est un peu moins simple; les mêmes inconnues  $d\varphi_i$  et  $d\lambda_i$  ( $i = 1, 2 \dots$ ) sont à calculer en vue de connaître les coefficients de poids. Les coefficients directeurs pour la trilatération sont déduits de l'équation (2); en triangulation on a, sous une forme générale (valeurs absolues) et encore pour déterminer des ellipses:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{coefficient de } d\varphi : \frac{R}{s} \sin A \\ \text{coefficient de } d\lambda : \frac{R}{s} \cos \varphi \cos A \quad ([2], \text{ p. 70, 115}) \end{array} \right. \quad (3)$$

Ici encore le calcul est particulièrement simple dans le voisinage de l'équateur où  $\cos \varphi \cong 1$ .

Ailleurs on réduira graduellement l'amplitude des zones dans le sens des latitudes; une valeur moyenne pour  $\varphi$  est attribuée pour chaque zone.

Une légère complication se manifeste quant aux équations aux erreurs en ce qui concerne les dimensions; une conversion des divers éléments, y compris les termes absolus des équations, est nécessaire pour unifier, homogénéiser les dimensions. Ce problème fut traité récemment (voir [5]). Après la conversion l'ensemble des équations aux erreurs est sans dimensions, solution favorable.

### *Littérature*

- [1] *Grossmann, W.*: Geodätische Berechnungen.
- [2] *Hopfner, F.*: Grundlagen der höheren Geodäsie (Wien 1949).
- [3] *Nadenik, Z.*: Über Gegenvertikalschnitte ... (Schweizerische Zeitschrift für Vermessung 1965, Nr. 12).
- [4] *Baeschlin, C. F.*: Lehrbuch der Geodäsie (Zürich 1948).
- [5] *Ansermet, A.*: Calcul des déformations d'ouvrages d'art (Schweizerische Zeitschrift für Vermessung 1966, Nr. 7).