

**Zeitschrift:** Mensuration, photogrammétrie, génie rural  
**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) =  
Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF))  
**Band:** 71-M (1973)  
**Heft:** 2

**Artikel:** Nachführung von Grenzpunkten aus?  
**Autor:** Leupin, M.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-226384>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 09.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# SVVK – Berufswerbungskommission

## Ständige Adresse

Durch Vermittlung von Kollege W. Nussbaumer der SIA-Fachgruppe Kulturingenieure konnte vereinbart werden, daß die Geschäftsstelle vom SIA-Sekretariat betreut wird und daher die ständige Kommissionsadresse wie folgt lautet:

Berufswerbungskommission der Fachverbände  
für Vermessung, Photogrammetrie und Kulturtechnik  
c/o Generalsekretariat des SIA  
Selnaustraße 16  
**8039 Zürich**  
Tel. 01/361570

## Adresse des Kommissionspräsidenten

(Berichtigung der Adresse in Heft 1-73)  
Dipl. Ing. P. Gfeller, Vertreter des SVVK  
c/o Swissair Photo & Vermessungen AG  
Obstgartenstraße 7  
**8006 Zürich**  
Tel. 01/603333

Als Arbeitsziel bis zur nächsten Sitzung vom 27. 4. 1973 in Lausanne fixierte die Kommission am 11. Januar in Olten, daß die Erhebungen über den Ist-Zustand durch die Arbeitsgruppen:

Zeichner + Lehrlinge (Hr. W. Nussbaumer)  
Techniker (Dr. Flury, P. Gfeller)  
und Ingenieure (P. Peitrequin, Dr. R. Schlund)  
abgeschlossen und in internen Berichten zusammengefaßt werden sollen.

Erfaßt werden dabei Fragen in bezug auf Ausbildungsziele, Ausbildungsmöglichkeiten, Zahl der Bewerber, Absolventen und tatsächlich der Berufsstufe verbleibende Fachleute.

Diese Informationen sollen durch Kontakte mit bestehenden Kommissionen, Schulen und Verbänden eingeholt werden und uns ermöglichen, unsere künftige Tätigkeit – nach Dringlichkeiten geordnet – allen 3 Berufsstufen zuzuwenden.

P. Gfeller

Zürich, den 15. Januar 1973

## Nachführung von Grenzpunkten aus?

M. Leupin

### Zusammenfassung

Der Aufsatz behandelt die Frage, ob bei der Koordinatennachführung mit polaren Aufnahmestationen Grenzpunkte als Stationspunkte zulässig seien. Wenn einige fundamentale Regeln eingehalten werden, kommt man zu positiven Schlußfolgerungen. Die Klassifikation der Punkte stellt aber noch einige wichtige Probleme.

### Résumé

L'article traite de la question de l'emploi des points limite comme stations polaires dans les levés de nouveaux points pour la tenue à jour des coordonnées. En tenant compte de quelques règles fondamentales du levé polaire, la réponse est positive. Toutefois, l'organisation de la classification des points pose quelques problèmes d'une importance primaire.

Es ist ein immer wiederkehrendes Problem: Trotz dichter Polygonierung sind die Sichtverhältnisse in bebautem Gebiet oft derart starken Veränderungen unterworfen, daß bei Mutationen ein Zurückgreifen auf Polygonpunkte umständlich und zeitraubend sein kann. Oder man denke etwa an die Schwierigkeiten, die beim – leider immer noch häufigen – Ausfall von Polygonpunkten durch Beschädigung eintreten können. Die Versuchung ist deshalb groß, bei Nachführungsarbeiten nicht nur Polygonpunkte, sondern auch Grenzpunkte als Polarstationen zu verwenden. Letzteres ist natürlich nur bei numerisch durchgeführten Vermessungen möglich.

Eine viel größere Bedeutung erlangt das Problem in solchen Gebieten, wo die Neuvermessung auf photogrammetrischem Wege erfolgt ist. In diesem Falle fehlen die Polygonpunkte, so daß dafür in irgendeiner Weise ein Ersatz gefunden werden muß (z. B. sogenannte Nachführungspunkte). Wäre des-

halb die Nachführung von Grenzpunkten aus möglich, so würde das in solchen Gebieten zu bedeutenden Erleichterungen führen.

Grundsätzlich gibt es zwei Methoden der polaren Punktbestimmung, die für Nachführungsarbeiten in Frage kommen:

- die herkömmliche Polaraufnahme
- die Methode des freien Standpunktes

In Abbildung 1 ist die Konfiguration bei der herkömmlichen Polaraufnahme dargestellt.

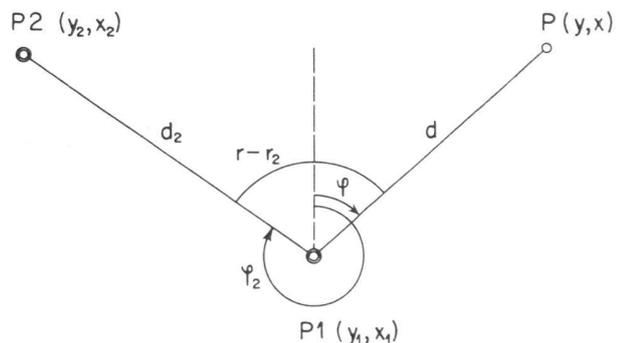


Abb. 1. Konfiguration bei der Polaraufnahme

Mit den folgenden Bezeichnungen:

- $P1, P2$  Bekannte Festpunkte
- $P$  Zu bestimmender Punkt
- $\varphi_2$  Azimut ( $P1, P2$ )
- $d_2, d$  Gemessene Strecken
- $d_2^{\circ}, d^{\circ}$  Gerechnete Strecken im Netzmaßstab
- $r_2, r$  Gemessene Richtungen

Um mit der Methode b) praktisch arbeiten zu können, muß ein direkter Zugriff zu einem programmierbaren Tischcomputer vorhanden sein. Dies kann entweder direkt mittels eines Interfacegerätes geschehen oder aber durch Funkübertragung. Eingehende Genauigkeitsbetrachtungen der Methode des freien Standpunktes finden sich in [1]. Dagegen soll an dieser Stelle die herkömmliche Polarmethode näher betrachtet werden. Insbesondere soll versucht werden, anhand von Fehlerabschätzungen die zu Beginn gestellte Frage zu beantworten.

Es fällt auf, daß die Strecke  $d_2$  zur Maßstabsabstimmung auch gemessen wird. Dies ist ohnehin zu empfehlen, da sonst Maßstabsdifferenzen zweier verschiedener Distanzmesser sich bei der Bestimmung von  $P$  auswirken.

Die Gleichungen für die Bestimmung von  $P$  lauten bekannterweise

$$\begin{aligned} y &= y_1 + d^\circ \cdot \sin \varphi \\ x &= x_1 + d^\circ \cdot \cos \varphi \end{aligned} \quad (1)$$

darin ist

$$\varphi = \varphi_2 + (r - r_2); \quad d^\circ = d \cdot \frac{d_2^\circ}{d_2}$$

In einer ersten Anwendung sollen die beiden Festpunkte  $P1$  und  $P2$  als fehlerlos angenommen werden. Dies wird in der Praxis kaum je der Fall sein. Stellen die beiden Punkte  $P1$  und  $P2$  zwei aufeinanderfolgende Polygonpunkte eines sorgfältig gemessenen Polygonzuges dar, so gilt die Fehlerlosigkeit bis zu einem gewissen Grad in bezug auf die relative Genauigkeit.

Wendet man auf (1) das Fehlerfortpflanzungsgesetz an, so ergibt sich

$$m_P^2 = m_y^2 + m_x^2 = m_d^2 + \left(\frac{d}{d_2}\right)^2 m^2_{d_2} + d^2(m^2_r + m^2_{r_2}) \quad (2)$$

In (2) sind vor allem zwei Dinge interessant:

1. Die Bedeutung des Verhältnisses  $d/d_2$  ist klar ersichtlich. Will man daher größere Fehler vermeiden, so ist darauf zu achten, daß die Anschlußdistanz im Verhältnis zur Polarpunktdistanz nicht zu klein wird.
2. Ist die Distanz  $d_2$  größer als 100 m und liegt zur Distanzmessung ein Doppelbildreduktions-Tachymeter vor, so soll die Distanzmessung von  $d_2$  zur Maßstabsabstimmung lieber unterbleiben, da sonst der mittlere Fehler von  $d_2$  zu groß wird und das Ergebnis verschlechtert.

Nimmt man nun in einer zweiten Anwendung an, die beiden Punkte  $P1$  und  $P2$  seien fehlerhaft (z.B. Grenzpunkte), so erweitert sich die Beziehung (2). Fehlerhaft sind nun auch  $y_1, x_1, y_2, x_2$ . Mit dem Additionstheorem läßt sich (1) etwas anders schreiben:

$$\begin{aligned} y &= y_1 + d \{ \sin \varphi_2 \cdot \cos (r - r_2) + \cos \varphi_2 \cdot \sin (r - r_2) \} \\ x &= x_1 + d \{ \cos \varphi_2 \cdot \cos (r - r_2) - \sin \varphi_2 \cdot \sin (r - r_2) \} \end{aligned} \quad (3)$$

mit den Beziehungen:

$$\sin \varphi_2 = \frac{y_2 - y_1}{d_2^\circ}; \quad \cos \varphi_2 = \frac{x_2 - x_1}{d_2^\circ}$$

wird (3) zu:

$$y = y_1 + \frac{d}{d_2} \{ (y_2 - y_1) \cdot \cos (r - r_2) + (x_2 - x_1) \cdot \sin (r - r_2) \}$$

$$x = x_1 + \frac{d}{d_2} \{ (x_2 - x_1) \cdot \cos (r - r_2) - (y_2 - y_1) \cdot \sin (r - r_2) \}$$

Durch das übliche Bilden des totalen Differentials und das Quadrieren ergibt sich für den neuen, totalen mittleren Punktfehler von  $P$ :

$$\begin{aligned} m_P^2 (\text{Total}) &= m_y^2 + m_x^2 = m_d^2 + \left(\frac{d}{d_2}\right)^2 m^2_{d_2} + \\ &+ d^2 (m^2_r + m^2_{r_2}) + \left\{ 1 - 2 \frac{d}{d_2} \cdot \cos (r - r_2) + \right. \\ &\left. + \left(\frac{d}{d_2}\right)^2 \right\} (m^2_{y_1} + m^2_{x_1}) + \left(\frac{d}{d_2}\right)^2 (m^2_{y_2} + m^2_{x_2}). \end{aligned} \quad (4)$$

Vor der Berechnung einiger Beispiele muß noch die Frage der mittleren Fehler  $m_{d_i}$  sowie  $m_{r_i}$  diskutiert werden.

Mit elektronischer Distanzmessung kann  $m_{d_i} \approx \text{konst.}$  angenommen werden, da es sich ja meistens um Distanzen  $< 500$  m handelt.

Der Richtungsfehler  $m_{r_i}$  soll dagegen aufgeteilt werden gemäß

$$m^2_{r_i} = e_1^2 + \frac{e_2^2}{d_i^2}$$

wobei  $e_1$  den mittleren Ziel- und Ablesefehler,

$e_2$  den Exzentrizitäts- beziehungsweise Aufstellungsfehler bezeichnet.

Zur besseren Anschauung seien im folgenden zwei Beispiele angeführt. Zur Distanzmessung liege ein elektronischer Distanzmesser vor. Der mittlere Distanzfehler soll daher mit

$$m_{d_i} = \pm 2 \text{ cm}$$

angenommen werden.

Für die Richtungsmessung stehe ein Minuteninstrument zur Verfügung. Der mittlere Ziel- und Ablesefehler betrage

$$e_1 = \pm 1^\circ$$

Als Exzentrizitäts- beziehungsweise Aufstellungsfehler soll beispielsweise der Wert

$$e_2 = \pm \frac{2 \text{ cm}}{100 \text{ m}}$$

gelten. Damit ergibt sich der mittlere Richtungsfehler gemäß der angegebenen Formel zu

$$m_{r_i} = \pm 1^\circ.6$$

## 1. Beispiel

$P1, P2$  fehlerfrei.

Mittlere Fehler  $m_{d_i} = \pm 2 \text{ cm}, m_{r_i} = \pm 1^\circ.6$ .

Die Auswertung von Formel (2) ergibt für  $m_P$  die folgenden Werte:

$d_2$ (m)	$d$ (m)	$m_P$ (cm)	$\frac{m_P}{\sqrt{2}}$ (cm)
50	50	$\pm 3,3$	$\pm 2,3$
50	100	$\pm 5,7$	$\pm 4,0$
100	50	$\pm 2,9$	$\pm 2,0$
100	100	$\pm 4,5$	$\pm 3,2$

Tabelle 1. Polaraufnahme von (fehlerfreien) Polygonpunkten aus

Die Kolonne  $\frac{m_P}{\sqrt{2}}$  gibt den mittleren Punktfehler für den

Fall, daß der Punkt durch zwei unabhängige Polarvektoren von gleicher Genauigkeit bestimmt worden ist. Tabelle 1 stellt demnach die Verhältnisse dar, wie sie in der Grundbuchvermessung beim Aufnehmen oder Abstecken der

Grenzpunkte von Polygonpunkten aus herrschen. Interessant ist vor allem die Tatsache, wie dominant sich das Verhältnis  $d/d_2$  im Endergebnis ausdrückt.

## 2. Beispiel

$P_1$  und  $P_2$  seien nun Grenzpunkte.

Weiter sollen die folgenden vereinfachenden Maßnahmen getroffen werden:

$$m_{P_1} = m_{P_2} \text{ sowie} \\ m_{y_1} = m_{x_1} = m_{y_2} = m_{x_2}$$

mit den Werten

$$m_{P_1} = m_{P_2} = \pm 4 \text{ cm} \\ m_{y_1} = m_{x_1} = m_{y_2} = m_{x_2} = \pm 2,83 \text{ cm}$$

sowie

$$m_{d_1} = \pm 2 \text{ cm}; m_{r_1} = \pm 1^{\circ}.6$$

und als weitere Vereinfachung

$$r - r_2 = 100^{\text{g}}$$

Damit ergeben sich mit der Formel (4) die folgenden Werte:

$d_2$ (m)	$d$ (m)	$m_P$ (cm)	$\frac{m_P}{\sqrt{2}}$ (cm)
50	50	$\pm 7,7$	$\pm 5,4$
50	100	$\pm 10,6$	$\pm 7,5$
100	50	$\pm 5,7$	$\pm 4,0$
100	100	$\pm 8,3$	$\pm 5,9$

Tabelle 2. Polaraufnahme von Grenzpunkten aus

Um die Abhängigkeit des mittleren Punktfehlers vom Verhältnis  $d/d_2$  zu verdeutlichen, sind einige Werte in Abbildung 2 dargestellt, berechnet mit den folgenden Ausgangsdaten:

$$m_{P_1} = m_{P_2} = \pm 4 \text{ cm}; m_{d_1} = \pm 2 \text{ cm}; m_{r_1} = \pm 1^{\circ}.6 \\ d = 50 \text{ m}$$

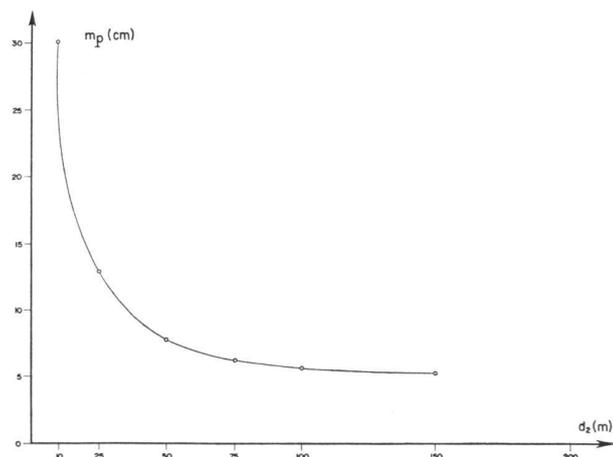


Abb. 2. Abhängigkeit des mittleren Punktfehlers vom Verhältnis  $d/d_2$  bei der Polaraufnahme von Grenzpunkten aus

Es ist klar, daß allen hier berechneten Werten nur eine relative Bedeutung zukommen kann. Dazu ist schon eingangs erwähnt worden, daß in der Praxis nicht unbedingt von diesen Voraussetzungen ausgegangen werden kann, vor allem aber in den folgenden Punkten:

1. Die Polygonpunkte werden nicht fehlerfrei sein.
2. Die in den Beispielen angenommenen mittleren Fehler können von Fall zu Fall stark variieren.
3. Die Unabhängigkeit der Messungen bei der doppelten Punktbestimmung durch zwei Vektoren ist ja aus bekannten Gründen im allgemeinen nicht gewährleistet.

Diese Gründe können zu einer Verschlechterung der hier dargestellten Ergebnisse führen. In Anbetracht dieser Tatsache lassen sich folgende Schlüsse ziehen:

Es ist – von der Genauigkeit her betrachtet – prinzipiell möglich, beim Vorliegen der Grenzpunktkoordinaten die Grenzpunkte bei Mutationen als Aufnahmestationen zu verwenden. Bedingung ist allerdings, daß von der Neuvermessung her statistische Angaben über die Genauigkeit dieser Grenzpunkte vorhanden sind. Anhand solcher Angaben könnte dann eine Fehlerabschätzung vorgenommen werden, die den Entscheid erleichtern sollte, ob die von Grenzpunkten aus zu bestimmenden Punkte noch im Rahmen der Toleranz Platz finden. Im hier berechneten Beispiel verschlechtert sich die Punktgenauigkeit (bei doppelter Bestimmung) um den Faktor 2.4.

Das Verfahren enthält aber zwei schwache Punkte:

1. Es ist aufgezeigt worden, wie stark die mittlere Punktgenauigkeit vom Verhältnis  $d/d_2$  abhängt. Während bei Verwendung von Polygonpunkten als Stationspunkte die Distanz  $d_2$  im allgemeinen mindestens 50 m betragen wird, so muß dies bei Grenzpunkten natürlich nicht der Fall sein. Die Gefahr liegt darin, daß der ausführende Vermesser einen zu nahen Anschlußpunkt wählt.
2. Die Methode ist nicht beliebig fortsetzbar, das heißt daß Punkte, die von Grenzpunkten aus bestimmt worden sind, in einem späteren Zeitpunkt nicht mehr als Aufnahmestationen dienen können. Sonst wäre die Folge ein Zusammenbruch der Vermessung in Gebieten mit häufigen Mutationen. Um das zu vermeiden, ist es notwendig, die Punkte genau zu klassifizieren und mit äußerster Strenge und Sorgfalt für die Einhaltung der Regeln zu sorgen.

Vermehrte Aufmerksamkeit muß natürlich auch der Vermarkung der Grenzpunkte, die als Aufnahmestationen dienen sollen, geschenkt werden. Im gleichen Zug ist auch an eine bessere Punktdefinition (Loch im Stein) zu denken, um nicht einen zusätzlichen Genauigkeitsverlust in Kauf nehmen zu wollen.

Gegen die Nachführung von Grenzpunkten aus erheben sich mehr organisatorische denn genauigkeitsmäßige Bedenken. Aus diesem Grunde wäre die Erlaubnis dazu beispielsweise nur in solchen Gebieten zu geben, wo andere Methoden bedeutend teurer wären (photogrammetrische Neuvermessungen) oder in Toleranzgebieten III, wo nur ausnahmsweise Mutationen vorzunehmen sind. Zu diesem Zwecke wären Richtlinien zu erstellen, welche die Anwendungsmöglichkeiten solcher Nachführungen genau umschreiben und in diesem Sinne auch einschränken würden. Dabei wäre natürlich die Methode des freien Standpunktes mit einzuschließen.

## Literatur

- [1] M. Ruopp: Genauigkeitsbetrachtungen zur polaren Punktbestimmung mit elektronischen Tachymetern bei freier Standpunktswahl. AVN 8/1971.