

**Zeitschrift:** Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

**Band:** 75 (1977)

**Heft:** 2

**Artikel:** Erneuerung der Triangulation IV. Ordnung auf dem Gebiet der Stadt Zürich

**Autor:** Klingenberg, F. / Leuenberger, C.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-228747>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 01.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Erneuerung der Triangulation IV. Ordnung auf dem Gebiet der Stadt Zürich

F. Klingenberg und Ch. Leuenberger

## Résumé

Les trois systèmes de coordonnées utilisés jusqu'à maintenant dans la ville de Zurich seront remplacés par la nouvelle triangulation, qui englobe toute la ville.

La conception du réseau est basée sur une combinaison de mesures de distances et d'observations de directions.

Le contrôle et la sélection des points de rattachement ont été effectués au cours d'une série de compensations globales.

## 1. Ausgangslage

Ein so intensiv genutzter Lebensraum wie das Gebiet der Stadt Zürich fordert nicht zuletzt auch das Vermessungswesen heraus, mit seinen Entwicklungen und Wandlungen aktiv Schritt zu halten. Was da einmal einheitlich geplant und erstellt worden ist, wie z. B. das Netzwerk der Triangulation, kann unmöglich auf unbefristete Zeit konserviert werden. Die Aufforderung zu erneuern und zu neuern stellt sich von selbst.

Zürich besitzt eine bekannte Tradition von zu ihrer Zeit fortschrittlichen Karten- und Plandarstellungen (1), (2), (3). Als Festpunkte der graphischen Triangulation nach 1600 dienten auffällige Bauwerke oder Gebäudepunkte. Grundlage der sehr anspruchsvollen Altstadtkartierung im Massstab 1:200 mit dem Messtisch wurde die Triangulation von 1858. Obwohl sie als selbständiger Bestandteil des damaligen Vermessungswerkes errichtet wurde, war sie doch bald nur noch indirekt in der Detailkartierung erhalten, da zur Versicherung Eichenpfähle verwendet wurden.

Zu diesem ersten Triangulationsnetz mit Ursprung im Turm des St. Peter kam bei der ersten Eingemeindung 1893 das zweite Netz mit lokalem Nullpunkt im Meridianzentrum der eidgenössischen Sternwarte. In den 1934 eingemeindeten peripheren Stadtgebieten schliesslich basiert die Detailvermessung auf der eidgenössischen Triangulation I. bis IV. Ordnung (ca. 1915). Für die Zwecke der Grundbuchvermessung störten diese dreierlei Koordinatensysteme nicht sonderlich, und man begnügte sich mit einer in den zwanziger Jahren abgeleiteten Helmert-Transformationsformel zur Verbindung der beiden neueren Triangulationen.

## 2. Veranlassung der Erneuerung

Das für die Vereinheitlichung mit blosser ebener Transformation eingehandelte Übel war ein Auseinanderklaffen in den Verknüpfungspunkten der zwei Koordinatensysteme. Bei Absteckungsarbeiten in den Übergangszonen wurden diese Differenzen bis zu einem Dezimeter unangenehm. Praktisch zog man eine lokale Rücktransformation der Koordinaten auf zwei nächstliegende Passpunkte der allgemeingültigen Transformation vor. Mit der Projektierung von stadtdurchquerenden Bauwerken entstanden nach 1960 Sondertriangulationen für

einmaligen Gebrauch. Die Einzelnachführung von gefährdeten Signalstellen nahm bei erhöhter Bautätigkeit zu und wurde aus Sichtgründen zunehmend schwieriger. Aus der Erkenntnis heraus, dass sich Stadtvermessung mit Sicherheit zukünftig bis ins Detail im numerischen Modell abspielen werde, war 1971 der Schritt zum Aufbau der übergreifenden neuen Stadttriangulation als grossräumige Erneuerung des Festpunktfeldes schliesslich gut begründet.

## 3. Disposition des neuen Netzes

Ausgehend von den Anforderungen nach Instruktion I an die Grundbuchvermessung und hohen Ansprüchen der Bauabsteckung strebte man mittlere Koordinatenfehler der neuen Fixpunkte von weniger als 1 cm an.

Der Verbund mit dem übergeordneten Landesnetz I. bis III. Ordnung war durch den Einbezug möglichst vieler identischer Punkte II. und III. Ordnung herzustellen.

Die topographische Situation ist charakterisiert durch die zwei Räume Glattal–Furttal einerseits und Limmat–Albis andererseits – dieses eingerahmt durch die Höhenzüge Käferberg–Zürichberg und Üetliberg–Albis. Beide Flächennetze im nördlichen und südlichen Raum waren sorgfältig über den teilweise bewaldeten Rücken hinweg zu verbinden. Kleinräumige Sichtverhältnisse im westlichen und östlichen Seeufergebiet rundeten die Vielfalt natürlicher Hindernisse ab. Mehr noch zu schaffen machten allerdings die künstlichen. Etwa die Hälfte der Neupunkte war auf Hochhäusern zu installieren, um überhaupt ein Netz aufbauen zu können. Waren für das Sternwartenetz 1890 noch genügend Visuren beizubringen, um eine Dichte von 4 Punkten pro km<sup>2</sup> zu erreichen, war man jetzt froh, es aus technischen Gründen bei knapp 2 Punkten pro km<sup>2</sup> bewenden lassen zu können. Die elektronischen Distanzmesser gestatten eine weitere Fixpunktverdichtung in sinnvoller Weise.

Das Konzept der ca. 100 km<sup>2</sup> ausgedehnten Neuanlage ist nun folgendes:

- einfaches Distanznetz mit beschränkter Zahl von Richtungen über die Signalstellen II. und III. Ordnung mit Beibehaltung der identischen alten Punktversicherung, gedacht zur Kontrolle der Anschlusspunkte;
- kombiniertes Richtungs- und Distanznetz III. und IV. Ordnung bei weitgehender Freiheit in der Situierung der Punkte IV. Ordnung zumindest im Stadttinnern;
- dem Netz IV. Ordnung untergeordnete Einschaltung aller Kirchtürme, ausgewählter Hochzielpunkte und Bodenpunkte;
- Höhenbestimmung von Fall zu Fall trigonometrisch oder mit Nivellement, also kein einheitliches Höhen-netz.

## 4. Versicherung und Messung

Von der Überlebenschance jeder einzelnen Signalstelle hängt es weitgehend ab, wie lange das Grundlagenetz seine Funktion erfüllen kann. Wichtig ist es daher, die einzelnen Triangulationspunkte zu Punktgruppen auszubauen. Rückversicherungen in grösserem Abstand, mehr als nur *ein* Bodenpunkt zu Hochhauspunkten und ra-

Den Weg der Beurteilung aller Randpunkte illustrieren in knapper Form die Abbildungen 1–5. Die Reliefgrundlage wurde freundlicherweise von Orell Füssli Graphische Betriebe AG, Zürich, zur Verfügung gestellt.



Abb.1 Mit den Anschlusspunkten Uto und Wallisellen wird das kombinierte Netz III. und IV. Ordnung ausgeglichen und auf 21 TP III. Ordnung nach Helmert transformiert. Der Durchschnitt aller Restfehlervektoren beträgt 4,5 cm.



Abb.3 Als zweite Basis eignet sich die orthogonal zur ersten angeordnete mit den Punkten Altstetten-Zumikon. Interessant sind die aus dem örtlichen Verbund ausbrechenden Punkte Kloten und Witikon (unter dem Punkt Tobelhof).



Abb.2 Nachdem eine verbindliche Beurteilung der Randpunkte mit den Ergebnissen der Helmert-Transformationen allein nicht ratsam ist, werden verschiedene Randpunkte paarweise und in Gruppen als Anschlusspunkte gezwängter Gesamtausgleichungen definiert. Gestützt auf nun bekannte Anschlussbedingungen können die jeweils freigelassenen Randpunkte qualifiziert werden. Als erster Schritt dient die Ausgleichung mit den Festpunkten Uto-Wallisellen.



Abb.4 Mit einer Verkürzung bzw. Verlängerung der beiden Basen um 5 cm wird das Netz nahezu spannungsfrei über 4 Punkte gelagert (vgl. Abb. 2 und 3). Das Verhalten der freigelassenen Randpunkte ist nun soweit mit Sicherheit erkennbar, dass gesamthaft 10 Anschlusspunkte qualifiziert werden können; die restlichen bleiben Neupunkte.



Abb. 5 Um Einblick zu gewinnen in das Verhalten der Richtungs- und Streckenmessungen nach der Ausgleichung werden alle Verbesserungen über dem doppelten mittleren Fehler kartiert.

Auf diese Weise entdeckt man systematische Differenzen bei Distanzen, die von einem Instrumentendefekt und von Mängeln in der Messwertreduktion herrühren. Im Endergebnis sind die Differenzvektoren der neueingeschalteten Randpunkte III. Ordnung durchschnittlich 4 cm, max. 6,5 cm. Die beiden Kreise verdeutlichen den mittleren Punktfehler im umgebenen Netz.

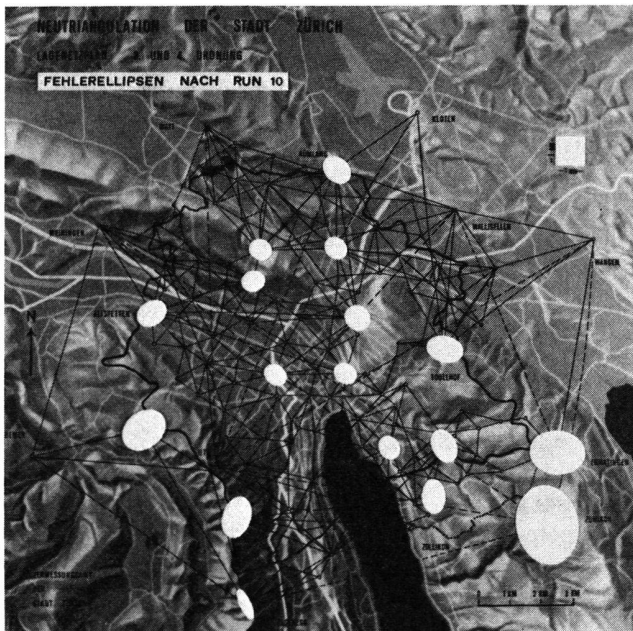


Abb. 6 Die durchschnittlichen Halbachsen der Fehlerellipsen betragen 5,5 und 4,5 mm. Die grösste Halbachse ist 13,5 mm.

scher Anschluss der benachbarten Polygonpunkte waren dementsprechende Massnahmen. Über die speziellen Verhältnisse der Stationsanlage auf bekümmerten Flach-

dächern ist im Mitteilungsblatt VPK 6/1975 berichtet worden.

Distanz- und Richtungsmessungen wurden getrennt durchgeführt. Für die langen Distanzen im Netz III. Ordnung kam ein AGA-Geodimeter 8 und für die kürzeren Strecken im Netz IV. Ordnung ein Wild Di-10 zum Einsatz. Die Richtungen wurden mit Wild T2 und Kern DKM 2A beobachtet und mittlere Fehler einer Richtung nach der Stationsausgleichung von  $\pm 1,5''$  erreicht. Interessant war der Vergleich mit den um 1915 gemessenen Richtungen:

Nach einer versuchsweisen Gesamtausgleichung des damaligen Netzes im Jahr 1972 fand man mittlere Richtungsfehler von  $\pm 2,7''$ . Hätten die Punktversicherungen überlebt, wäre die Berechnung mit modernen Mitteln eine prüfungswerte Lösung der Netzerneuerung gewesen.

### 5. Ausgleichung und Einpassprobleme

Das Prinzip der Berechnung vom Grossen ins Kleine ist anders als zur Zeit der erstmaligen Triangulation IV. Ordnung von 1915, bei der vorliegenden Nachführungs-triangulation nicht mehr ohne weiteres anwendbar. Die Identität der eingemessenen Zentren ist nach sechs Jahrzehnten zumindest in Frage zu stellen; Unterschiede zwischen damaligem «Berechnungsprogramm» und den heutigen Möglichkeiten mit Gesamtausgleichungen machen sich in abweichenden Resultaten aus gleichen Messungen bemerkbar; und schliesslich sind die neuen Messungen, mit erhöhtem Aufwand und verbesserten Instrumenten vorgenommen, von einer Aussagekraft, dass sie auch dem übergeordneten Netz Mass setzen.

Zur letztgenannten Erkenntnis gelangte man allerdings erst schrittweise auf Grund der Rechnungsergebnisse. Nach A-priori-Berechnungen im Netz III. Ordnung schienen Angaben über die Festpunktqualitäten von  $\pm 2$  cm mittels eines einfachen Distanznetzes möglich und sinnvoll. Das übergeordnete Festpunktfeld wäre dann überprüft gewesen und bereit für die nachfolgende Verdichtung.

Von 60 gemessenen Distanzen stimmten 31 auf  $\pm 3$  cm, 21 auf  $\pm 3$  bis 6 cm und 8 auf 6 bis 10 cm mit den aus alten Koordinaten berechneten überein. Folgerichtig meldeten sich entsprechende Spannungen, als zur Messdaten-Überprüfung vier Teilnetze mit je ca. 50 Neupunkten IV. Ordnung ausgeglichen wurden.

Vergegenwärtigen wir uns an dieser Stelle die verschiedenen Wunschziele der Neutriangulation, nämlich eine hohe Qualität der Koordinaten von  $< \pm 1$  cm, ein nahtloser Übergang an der Stadtgrenze zum allgemeinen kantonalen Netz IV. Ordnung und keine Störung des äusseren Saumbereiches in der hergebrachten Triangulation durch das neugeschaffene Netz mit höherer Qualität.

An Lösungen stehen dann folgende Alternativen zur Auswahl:

- A. Freies Netz, in einem Guss ausgeglichen und mit ebener Transformation ins Punktfeld der übergeordneten TP eingepasst.

*Die Vorteile sind:*

- Erhaltung der hohen Messqualität bis zum Schlussresultat,
- keine mitzuschleppende Belastung des stadtinternen Festpunktfeldes durch Verbindung mit dem alten übergeordneten Anschlussnetz und seiner Geschichte.

*Die Nachteile sind:*

- zweierlei Koordinaten für die Passpunkte der ebenen Transformation.
- Die Methode ist fragwürdig bei ihrer Wiederholung im Nachbargebiet, z. B. könnten sich die Rotationen durch Transformation der freien Netze ungünstig addieren.
- Der Entscheid über Wert oder Unwert von Anschlusspunkten wird nur allzugerne einem automatisierten Berechnungsverfahren überlassen und damit in Wirklichkeit verdrängt.

**B. Gezwängtes Netz, fester Anschluss an übergeordnete TP, deren Versicherung für intakt gehalten wird.**

*Die Vorteile sind:*

- keine Klaffen an der Gebietsgrenze.
- Dem Prinzip «vom Grossen ins Kleine» wird Genüge getan.

*Die Nachteile sind:*

- Entwertung der geleisteten Messarbeit in einem Einflussgebiet bis zur Grösse des gesamten Operates.
- Die möglicherweise erkennbaren Mängel der Anschlusspunkte sind nachher wieder zugedeckt.

Diese Alternativen waren nicht dazu angetan, unkritisch darauf einzutreten, weil in jedem Fall erarbeitete Information hätte ignoriert werden müssen. Blieb also noch die fundamentale Lösung, nämlich der elastische Zusammenschluss unabhängiger Netze.

**C. Zusammenschluss unabhängiger Netze.**

Charakteristisch dabei ist, dass zuerst die Koordinaten der den beiden Netzen gemeinsamen Punkte gemittelt werden nach allgemeinen Gewichten. Ausgehend von den Mittelwerten sind die entstandenen Einflüsse netzeinwärts zu verteilen. Zur Herleitung der Gewichtsmatrizen für jeden Randpunkt sind die Normalgleichungen jedes Netzes auf die Unbekannten der Randpunkte zu reduzieren – eine Mühe, der sich z. B. die geodätische Kommission im Rahmen der europäischen Netzzusammenschlüsse für das schweizerische Netz I. Ordnung unterzogen hat.

Nun, so weit brauchten wir nicht zu gehen, weil einmal das neue anzufügende Stadtnetz 3- bis 5mal kleinere mittlere Punktfehler als das alte umgebende Netz aufweist, und weil andererseits die zu mitteln den Differenzen durchschnittlich nur 5 cm betragen. Die neue Bestimmung der Randpunkte «von innen» ist unter diesen Umständen annähernd eine Referenzmessung der Bestimmung «von aussen», und die Mittelbildung der Koordinaten wird dominiert durch das innere Netz. Aus einer Darstellung der durch den Netzzusammenschluss I. Ordnung «nach innen» zu verteilenden Randkorrekturen (5) erkennt man

das schnelle Abklingen der Einflüsse schon nach einer Netzmaschentiefe. Es wäre in unserem Fall daher auch praktikabel gewesen, etwa eine Netzmaschentiefe III. Ordnung über den Bereich des Stadtnetzes hinauszugreifen ins umgebende Netz und von dort aus gezwängt einzuschalten. Die allgemeine Gewichtsmittelung der Randpunkte des Stadtnetzes wäre dann mit guter Näherung automatisch erfolgt. Neupunkt zu bestimmen sei – weil man z. B. der Versicherung nicht traute – oder wie die Koordinaten zu mitteln seien. In die gemittelten Werte der Anschlusspunkte wurde darauf das neue Netz gezwängt.

Massgebend beim Verändern der alten Anschlusskoordinaten III. Ordnung um ganze cm-Einheiten waren

- die Resultate einer systematischen Reihe von Helmert-Transformationen des freien Netzes (Abb. 1) und von Berechnungen des in 2 oder 4 Punkten gezwängten Netzes (Abb. 2 bis 4);
- die Güte des alten Netzaufbaues, beurteilt nach Geometrie und Messergebnissen, zur Bestimmung eines Randpunktes «von aussen»;
- die Güte des neuen Netzaufbaues zur Bestimmung eines Randpunktes «von innen»;
- der durch das Einschalten in die veränderten Randpunkte bewirkte Zwang auf das innere Netz, gemessen an der Veränderung des mittleren Einheitsfehlers.

Den Einblick in das Spiel der Parameter wie Anschlusspunkte, mittlere Fehler a priori und Verhältniss-In Zusammenarbeit mit der Eidgenössischen Landestopographie ging man nun praktisch so vor, dass für jeden einzelnen der etwa 20 möglichen Anschlusspunkte III. Ordnung entschieden wurde, ob er als nisse der Strecken- und Richtungsgewichte (4) ermöglichten die zahlreichen Ausgleichungen von Teilnetzen und des gesamten Netzes in einem Guss. Im Maximum wurden 177 Neupunkte pro Berechnungsgang verarbeitet.

Wie sich die Schlussfolgerungen aus einem Rechnungslauf und anschliessende neue Eingabedispositionen entwickelten, vermittelt die Tabelle auf S. 73.

**6. Technische Daten und Resultate**

*Angaben zum Netzaufbau*

Perimeterfläche	100 km <sup>2</sup>
Verwendete Anschlusspunkte III. Ordnung	10
Neupunkte III. und VI. Ordnung inkl. Exzentren (I. Phase)	164
Hochzielpunkte, in Phase II eingeschaltet	62
Gemessene Richtungen	952
Gemessene Distanzen	438

*Gesamtausgleichung*

Drei mittlere Fehler a priori zur Gewichtung:

Richtungen	±	4,5 <sup>cc</sup>
Geodimeter-8-Distanzen	±	8 mm
Geodimeter 8 – Distanzen	±	(7+1/km) mm
Orientierungsunbekannte und 2 Massstabsunbekannte		218

Berechnungsphase	Neue Fragestellung	Disposition	Resultate	Auswertung
A	Erste Information über den Zustand der in Betracht gezogenen Anschlusspunkte III. O.	III.-O.-Netz mit überwiegend Distanzmessungen, frei gerechnet und nach Helmert transformiert.	Schwache Überbestimmung. Grösster Differenzvektor alt – neu von 10,3 cm. Mittel der Restfehler nach der Transformation von 4,5 cm.	Es sind mit Sicherheit keine groben Punktverschiebungen festzustellen. Die erhoffte Abnahme der III. O. Punkte zur weiteren Einschaltung der IV. O. ist aber auch nicht erreicht worden.
B	Vergleich einer Gesamtausgleichung III. und IV. O. mit derjenigen III. O. allein. Kontrolle aller Messwerte anhand ihrer Verbesserungen.	Freies Netz mit den Anschlusspunkten Uto–Wallisellen. Gewichte nach mittleren Fehlern a priori aus den Vorberechnungen.	Über das ganze Netz liegen gute Beobachtungen vor. Keine wesentlichen Koordinatenunterschiede zur Berechnung III. O. allein aber bessere m. F.	Anstelle der Einschaltung der IV. O. in die III. O. wird das Gesamtnetz III. und IV. O. fortan bearbeitet. Das Messmaterial ist überprüft auf grobe Fehler.
C	Wie ist das Gesamtnetz einzupassen in die Umgebung? Welche Hinweise liefern Helmert-Transformationen auf verschiedene Punkte III. O.?	Helmert-Transformationen auf alle angeschnittenen Punkte III. O. und Varianten. In 9 ausgewählte Randpunkte gezwängte Einschaltung.	Die Restfehlerbilder geben mehr Rätsel auf, als sie Fragen klar beantworten. Im gezwängten Netz sinkt die Qualität stark ab.	Das Dilemma zwischen Transformation des freien Netzes und gezwängter Einschaltung wird ersichtlich. Systematisch ist Punkt für Punkt III. O. zu sichern.
D	Erarbeitung möglichst gesicherter Informationen über die Randpunkte. Ausbalancierung der Gewichte der Messdatengruppen.	Gestützt auf erprobte Punkte wird neu eingezwängt. Damit gewinnt man sukzessive wägbare Informationen über neue Anschlusspunkte.	Die Massstäbe im alten Netz ca. N–S und W–O sind verschieden (Abb. 2 und 3). Eine auf 4 Punkte gestützte Berechnung überrascht durch gutes Gesamtergebnis (Abb. 4).	Die Gewichte werden definitiv gesetzt. 9 Randpunkte können als Anschlusspunkte qualifiziert werden. Ihre Koordinaten werden allgemein gemittelt.
E	Verhalten des in die veränderten Randpunkte gezwängt gerechneten Netzes.	9 Anschlusspunkte am Perimeter des neuen Netzes.	Die Qualität des freien Netzes bleibt annähernd erhalten. Zudem fügen sich die benachbarten Netze gut aneinander.	Überprüfung aller v, die über doppeltem m. F. liegen. Ausräumen der gefundenen Reduktions- und Massstabsprobleme. 10. Anschlusspunkt wird qualifiziert.
F	Definitive Berechnung.	10 Anschlusspunkte III. O.	Schlussresultat.	

Freiheitsgrade	844
Mittlerer Richtungsfehler vor/nach Ausgleichung	± 1,5/3,5 <sup>cc</sup>
Mittlerer Distanzfehler nach der Ausgleichung (Di 10)	± 7,8 mm
Durchschnittlicher mittlerer Punktfehler	± 7,5 mm

## 7. Zusammenfassung

Forciert durch in Angriff genommene Projektierungen stadtdurchquerender Grossbauten entschloss man sich, die störende Dreiteilung der Vermessungsgrundlagen (Altstadtnetz, Stadtnetz, Landestriangulation) durch eine übergreifende Neutriangulierung auszuräumen.

Beim Netzaufbau mit etwa halber Punktdichte der alten Anlage wurden in den Stadtrandgebieten bisherige Signalstellen III. und IV. Ordnung eher berücksichtigt als im Stadttinnern. Etwa 50% der neuen Signale sind auf Hochhäusern installiert. Während die Richtungsmessung fast problemlos hohe Qualität einbrachte, machten sich bei den Distanzmessungen Reduktions- und Massstabsprobleme noch spät in der Berechnungsphase bemerkbar.

Die zuerst frei ausgeglichene Stadtriangulation mit einem resultierenden mittleren Punktfehler von < 1 cm war einzupassen in die übergeordnete Triangulation III. Ordnung mit mittleren Punktfehlern von 3 bis 5 cm. Zwischen der sonst üblichen gezwängten Ausgleichung und einer denkbaren Netzplatzierung durch eine Helmert-Transformation liegt die elastische Einzwängung, die mit gutem Erfolg praktiziert wurde. Verschiedene günstige Faktoren ermöglichten bei der vorliegenden Aufgabe eine vereinfachte Mittelbildung der Randpunktkoordinaten. Wertvollen Einblick in die Mechanik der neuen Netzanlage in Abhängigkeit von Zwangspunkten und Gewichtsansätzen lieferten die mehrfach durchgeführten Gesamtausgleichungen. Das Endergebnis ist ein Kompromiss, der den Erfordernissen des schon vorhandenen umgebenden Netzes und denjenigen des neuen angemessen ist.

Da in die Randpunkte mit ihren allgemein gemittelten Koordinaten gezwängt eingeschaltet worden und damit der Rahmen konkret gesetzt ist, kann das Verfahren in der Nachbarschaft wiederholt werden. Es ist deshalb für die grossräumige Erneuerung der Triangulation geeignet.

Literatur

- (1) J. Rebstein: Die Neuvermessung (Triangulation) der Stadt Zürich, 1892.
- (2) H. Zölly: Geodätische Grundlagen der Vermessungen im Kanton Zürich. Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen, Januar-Juni 1941.
- (3) W. Fisler, A. Senti, S. Bertschmann: 50 Jahre Vermessungsamt der Stadt Zürich. Zürcher Statistische Nachrichten 3/1946, 1/1947, 1/1948.
- (4) W. Fischer: Strecken- und Richtungsgewichte. Schweizerische

Zeitschrift für Vermessung, Photogrammetrie und Kulturtechnik 5-1969.

- (5) N. Wunderlin: Bericht zum Netz I. Ordnung der Schweiz im RETRIG. Procès verbal 1975 der Schweizerischen Geodätischen Kommission.

Adresse der Verfasser:  
 F. Klingenberg und Ch. Leuenberger  
 Vermessungsamt der Stadt Zürich, Werdmühleplatz 3,  
 8023 Zürich

## Zur Basis-Messung mit Invar-Drähten

W. Bolte

Résumé

L'étude s'occupe de la détermination à l'aide des théories de la mécanique de la longueur d'un fil en Invar suspendu. On suppose que les deux bouts du fil se trouvent à la même hauteur, et on utilise la flèche mesurée pour déterminer exactement la section transversale du fil. Il n'y existent pas encore d'expériences pratiques de la méthode.

Die klassische Basis-Messung mit Invar-Drähten ist nicht ganz unproblematisch. Wenn auch die Methoden der Längen-Messung auf diese rein mechanische Weise durch die modernen Verfahren, die auf der Laufzeit von Licht- oder Radar-Wellen beruhen, an Bedeutung verlieren, so muss aber beachtet werden, dass gelegentlich diese neueren Verfahren an klassischen geicht werden müssen. Es wird die Biegelinie eines gespannten, aber dennoch etwas durchhängenden Drahtes praktisch ohne jede Vernachlässigung berechnet, um genauere Unterlagen über die Längen-Messung mit Invar-Drähten zu bekommen. Dabei wird von der Differentialgleichung eines elastischen Balkens ausgegangen, der auf zwei Stützen ruht. Seine Krümmung lässt sich berechnen aus

$$\frac{1}{R} = \frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}} = -\frac{M}{EJ} \quad (1).$$

Wegen der Koordinaten und anderer Bezeichnungen siehe Abb. 1.

Das Biegemoment beträgt beim betrachteten Draht

$$M = Vx - Hy - \int_0^s q(x-\xi)d\sigma \quad (2).$$

Der erste Summand rührt aus der Auflage-Kraft V her, die bei gleichen Höhen der beiden Endpunkte, was hier immer vorausgesetzt werden soll, gleich dem halben Draht-Gewicht ist. Der zweite Summand ergibt sich aus dem Horizontal-Zug und der letzte aus der Strecken-Last q des Drahtes. Dabei ist q nicht über die ganze Draht-Länge konstant, da infolge des Durchhanges an den Enden der gesamte Seil-Zug S auftritt, in der Mitte aber nur der etwas geringere Horizontal-Zug H.

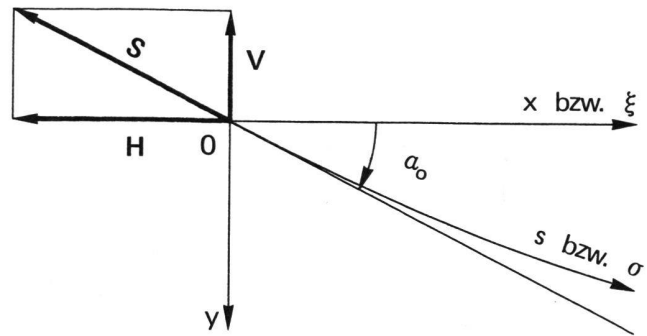


Abb. 1 Wahl des Koordinaten-Systems

Die Dehnung  $\epsilon = \sigma/E$  beträgt mit dem Neigungswinkel  $\alpha$  des Drahtes gegenüber der Horizontalen

$$\epsilon = \frac{H}{AE \cos \alpha} = \frac{H}{AE} \sqrt{1+y'^2} \quad (3).$$

Dabei wird der unveränderte Draht-Querschnitt  $A = A_0 = \pi/4 \cdot d_0^2$  eingesetzt, da beim Zug-Versuch die Zug-Belastung stets auf diesen Querschnitt, nicht auf den etwas verjüngten bezogen wird.

Ferner ist das Bogen-Element

$$d\sigma = ds = \sqrt{1+y'^2} dx \quad (4),$$

und mit der infolge der Dehnung geringeren Dichte

$$q = \frac{q_0}{1+\epsilon} = \frac{q_0}{1 + \frac{H}{AE} \sqrt{1+y'^2}} \quad (5)$$

lautet der letzte Summand in der Gl. (2)

$$\int_0^s q(x-\xi)d\sigma = q_0 \int_0^x \frac{1}{\frac{H}{AE} + \frac{1}{\sqrt{1+y'^2}}} (x-\xi)d\xi \quad (6).$$

Der Durchmesser des Drahtes wird mit der Poisson-Konstante  $\nu$

$$d = d_0(1-\nu\epsilon) = d_0 \left( 1 - \nu \frac{H}{AE} \sqrt{1+y'^2} \right) \quad (7)$$

erreicht.

Somit lautet die Differentialgleichung, worin das Trägheitsmoment des runden Drahtes  $I = \pi/64 \cdot d^4$  ist,