**Zeitschrift:** Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

**Band:** 85 (1987)

**Heft:** 4

**Artikel:** Über die Rotation der Erde

**Autor:** Bauersima, I.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-233444

darzustellenden Kartenobjekte sowie die neuen Gebäude und Böschungen werden durch das Scannen als graphische Bild behandelt. Für wegfallende Objekte ist nur ein grober Decker zu erstellen. Dadurch wird die mühsame Arbeit des manuellen Digitalisierens stark vermindert und nur auf das unumgänglich Notwendige beschränkt.
Andererseits erhält man auf diese Weise keine «digitale Karte». Die im Plattenspeicher lagernden Kartendaten in Rasterform können deshalb nicht dazu dienen, Karten in anderer Gestaltung, d.h. mit anderen neuen Signaturen oder unter Weglassen bestimmter Objekte zu schaffen.

b) Ein wichtiger Anteil der Arbeitsvereinfachung ergibt sich aus der Möglichkeit, klassische Reproduktionsarbeiten durch digitale Bildverarbeitung zu ersetzen. Anstatt Additionskopien, Seitenumkehrungen, Rasterkopien, Vergrösserungen oder Verkleinerungen real photographisch oder kopiertechnisch anzufertigen, werden diese reproduktionstechnischen Prozesse durch entsprechende Rechenvorgänge mit den Rasterbildern ausgeführt. Nur die tatsächlich benötigten fertigen Filme werden als Zwischen- oder Endergebnis auf dem Recorder ausgegeben. Dadurch erspart man Arbeitszeiten und Sachkosten.

c) Die Möglichkeiten der digitalen Bildverarbeitung sind sehr vielfältig, aber nur über teuere Geräte zu nutzen. Um die Geräte gut auszulasten, müssen langwierige kartographische Arbeiten möglichst unabhängig von den teueren Geräten an getrennten Arbeitsplätzen ausgeführt werden. Der Prozess der Kartennachführung wird in Teilschritte zerlegt, die in der Regel von verschiedenen Bearbeitern ausgeführt werden. Zwar sind es weniger Teilschritte, wie bei den derzeit üblichen Arbeitsverfahren. Aber das Ideal eines Arbeitsprozesses, bei dem ein Bearbeiter von Anfang bis Ende ein Kartenblatt vollständig nachführt, ist noch nicht erreicht.

d) Ein Programm für die Wandlung der Rasterdaten in Vektordaten ist für die Nachführung der topographischen Karten nicht notwendig. Für andere zusätzliche Aufgaben, wie z.B. die Digitalisierung von Höhenlinien-Folien oder Katasterkarten, könnte allerdings der Scanner mit einem Rechenprogramm für die Raster-Vektor-Wandlung vorteilhaft eingesetzt werden. Es lohnt sich also, die Entwicklung in diesem Bereich aufmerksam zu verfolgen.

Adresse des Verfassers:
Prof. Dr.-Ing. Gerfried Appelt
Präsident des Bayerischen
Landesvermessungsamts
Alexandrastrasse 4
D-8000 München 22

# Über die Rotation der Erde

*I. Bauersima*

## Das Newton'sche Gravitationsgesetz

**36.** Newton überlegte deswegen anders: Wenn schon der absolute Raum und die absolute Zeit in den Bewegungsgesetzen 18.1, 18.2 und 18.3 implizit figurieren, und falls diese Gesetze die Bewegung eines bestimmten isolierten Systems von Massenpunkten adäquat beschreiben, dann muss es möglich sein, durch Beobachtungen dieses Systems den absoluten Raum und die absolute Zeit verfügbar zu machen.
Dies unter den folgenden Bedingungen:

**37.** Das erwähnte Massenpunktesystem
1) muss in der Natur existieren,
2) muss von anderen Systemen praktisch isoliert sein,
3) muss so einfach sein, dass wir es mit Sicherheit nur durch einige wenige physikalische Parameter (wie Massen) «vollständig» beschreiben können und
4) alle auf die Massenpunkte dieses Systems wirkenden Kräfte müssen als Funktionen der erwähnten Parameter und koordinateninvarianten Grössen – wie der gegenseitigen Entfernungen der Massenpunkte – bekannt sein. Denn die Bewegungsgesetze 18.1), 18.2) und 18.3) verlangen nach solchen Kräftemodellen, wenn sie überhaupt – als Bewegungsgleichung des Massenpunktesystems – eine Lösung bieten sollen.

**38.** Ein solches System bot sich Newton in Form des Sonnensystems an. In der Tat erfüllte es die zuvor erwähnten ersten drei Bedingungen:
1) es existiert, indem es den optischen Richtungsbeobachtungen zugänglich ist,
2) es ist von anderen Systemen praktisch vollständig isoliert, da die übrigen Objekte – nämlich die Fixsterne – keine messbaren Parallaxen zeigten und somit sich als unendlich weit entfernte Objekte erwiesen haben, und
3) das System ist sehr einfach, da ein Planet dem anderen praktisch nur als ein Punkt erscheint und somit die Planetenmassen die einzigen Parameter sind, durch die das System «vollständig» beschrieben wird.

**39.** Die Bedingung 37.4, die nach dem Modell der zwischen den Planeten wirkenden Kräfte verlangt, wurde zunächst nicht erfüllt. Dies war die Lücke, die noch Newton zu füllen hatte.

**40.** Die grossen Vorarbeiten haben bereits Galileo und Kepler geleistet.
Der erste, indem er die aristotelsche «Gegensätzlichkeit» der Erde und des Himmels, insbesondere deren inhomogenen und anisotropen Aufbau entkräftete. Dies durch seine Entdeckung der Einheitlichkeit des physikalischen Aufbaus der Himmelskörper (Sonnenflecken, Mondlandschaft, Venus-Phasen usw.) und der sich wiederholenden Bewegungsstrukturen, wie das Sonnensystem und das Jupiter-Mondsystem. Das Weltall wurde dadurch zum dreidimensionalen räumlichen Kontinuum mit euklidischer Metrik, besiedelt durch Himmelskörper, deren substantielle Eigenschaft – die träge Masse – Newton bereits aus der irdischen Erfahrung bekannt war. Mit solch einem Weltall ist die Hypothese der Existenz einer universalen – in den Himmelskörper selbst angesiedelten – Fernwirkungskraft nicht nur verträglich, sondern sogar heuristisch sinnvoll.

**41.** Die konkrete Form der Abhängigkeit dieser Fernwirkungskraft von den *koordinateninvarianten* Eigenschaften des Systems zweier fernwechselwirkenden Massenpunkte (die Massen und die Entfernung) erhielt Newton durch die Analyse der drei Kepler-Gesetze 13. Er überlegte dabei etwa wie folgt:

**42** a) Wenn die Wirkung einer Kraft den drei Newton'schen Bewegungsgesetzen folgt, dann kann diese Kraft aus Beobachtungen der Bewegung eines isolierten Massenpunktesystems abgeleitet werden.
b) Da der Raum physikalisch homogen und isotrop ist, muss dabei die gesuchte Kraft in Form einer Funktion koordinateninvarianter Grössen, die die Konfiguration des Massenpunktesystems vollständig beschreiben, zum Ausdruck kommen. Solche Grössen sind die Massen und die gegenseitigen Entfernungen der Massenpunkte.
c) Die wahre (also nicht nur scheinbare) Bewegung eines solchen Massenpunktesystems, nämlich des Sonnensystems, stand dabei Newton in Form der drei Kepler-Gesetze 13 zur Verfügung. Diese gelten im heliozentrischen System, in dem bekanntlich die Sonne und die Himmelssphäre (durch Fixsterne materialisiert) ruhen.
d) In diesem Zusammenhang musste Newton zwei Arbeitshypothesen annehmen:

1) Das heliozentrische System sei ein Inertialsystem und
2) die in den 3 Kepler Gesetzen figurierende Kepler'sche Zeit ist identisch mit der Newton'schen absoluten Zeit.

**43.** Die Analyse der drei Kepler-Gesetze, vom Gesichtspunkt der drei Newton'schen Bewegungsgesetze aus, führte dann zur Entdeckung des berühmten Gravitationsgesetzes

$$F = k\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

oder in Worten:
Zwei Körper ziehen sich gegenseitig an mit einer Kraft F, die der Masse ($m_1$, $m_2$) jedes der Körper direkt und dem Quadrat ihres Abstandes r umgekehrt proportional ist.

**44.** Diese Entdeckung erfolgte in drei heuristisch bemerkenswerten Schritten:
1) durch die Annahme der empirisch nachgewiesenen Gleichheit der trägen und der schweren Masse (Galileische Freifall-Versuche).
2) durch Betrachtung der Bewegung eines Planeten um die Sonne und
3) durch Betrachtung der Bewegung eines Trabanten dieses Planeten.

**45.** Ein aufmerksamer Leser würde an dieser Stelle vielleicht fragen: Warum hat Newton zweimal die gleiche Situation analysiert, nämlich die Bewegung des Planeten um die Sonne und dann noch die Bewegung eines Trabanten um diesen Planeten? Denn jede dieser zwei Bewegungen gehorcht doch den gleichen Kepler-Gesetzen, also müssen beide zum gleichen Resultat, nämlich zum Gravitationsgesetz 43 führen.
Wie es aber so oft der Fall ist, liegt der Fehler bereits in der Frage. Wir durften eigentlich in unserer Frage die Wortzusammensetzung «gleiche Situation» nicht benützen. Denn, ob diese Situationen tatsächlich gleich sind oder nicht, kann erst die Analyse selbst entscheiden. So war von Anfang an nicht auszuschliessen, dass die Grativikationskonstante k eine Funktion bestimmter physikalischer Eigenschaften des *zentralen* Körpers, d.h. der Sonne oder des Jupiters sein könnte. Damit hätten wir dann im allgemeinen so viele Gravitationskonstanten wie *zentrale* Körper. Da aber gemäss dem 3. Newton'schen Gesetz (Actio = Reactio) die Anziehungen zwischen dem *zentralen* und dem Umlaufskörper reziprok sind und Jupiter einmal die Rolle des zentralen Körpers (gegenüber seinem Mond) und einmal die Rolle des Umlaufkörpers (gegenüber der Sonne) spielt, müssen auch alle Gravitationskonstanten gleich sein. Nicht umsonst wird k *«die universelle Gravitationskonstante»* genannt.

**46.** Die Ableitung des Newton'schen Gravitationsgesetzes aus den drei Kepler-Gesetzen beweist lediglich, dass dieses Gesetz *nur eine notwendige Bedingung* für die beobachteten Bewegungen der Planeten und der Jupitermonde ist. Dies aus dem folgenden Grunde:
Das Gravitationsgesetz wurde aus den Kepler-Gesetzen abgeleitet, von denen man schon damals wusste, dass sie nicht «genau» gelten. Ob also das Newton'sche Gravitationsgesetz auch *eine hinreichende Bedingung* für die Erklärung der Bewegung der Himmelskörper sei, musste erst bewiesen werden. Ein solcher Beweis wird erbracht, wenn es gelingt – vom Gravitationsgesetz ausgehend – nicht nur die Bewegungen der Schwerpunkte aller Himmelskörper – und zwar genauer als es die Kepler'schen Gesetze tun, sondern auch die Bewegungen räumlicher ausgedehnter Starrkörper um deren Schwerpunkte zu erklären.

**47.** Nun ist die ganze heutige Himmelsmechanik und die globale Geodynamik ein schlagender Beweis dafür, dass das Newton'sche Gravitationsgesetz auch eine hinreichende Bedingung für die Erklärung aller erwähnten Bewegungen sei. Wir müssen uns dabei aber immer bewusst sein, dass, wenn wir in diesem Sinne den Begriff «notwendige und hinreichende Bedingung» gebrauchen, wir damit nicht die logische, sondern die physikalische Äquivalenz meinen. Die Geltung der letzteren hängt von unserem momentanen Wissen ab. Man hat sich mit dem Newton'schen Gravitationsgesetz nicht nur deswegen zufriedengestellt, weil es die Bewegungen der Himmelskörper wesentlich genauer zu erklären vermag als es die Kepler Gesetze tun, sondern – und das hauptsächlich – weil es eine unermessliche *grössere Klasse von Körperbewegungen* erfasst.

**48.** So konnte Newton gleich durch Anwendung seines Gravitationsgesetzes die Gezeiten und die seit Hipparchos bekannte Präzession aus der Anziehung der Sonne und des Mondes auf die *abgeplattete* Erde erklären.

**49.** Auch die zunächst empirisch festgestellte Tatsache, dass die Tycho Brahe'sche Uhr (bestehend aus dem Fixsternhintergrund als «Zifferblatt» und einem bestimmten Erdmeridian als «Uhrzeiger» (s. 8) gleichmässig läuft, wurde durch das Gravitationsgesetz geklärt. Denn eine *starre, kugelsymmetrisch* aufgebaute Erde kann ja aus *Symmetriegründen* durch berührungsfreie Wechselwirkungen nur den Bewegungszustand ihres Schwerpunktes (Translationsbewegung), nie aber die Winkelgeschwindigkeit (Vektor!) ihrer Eigenrotation ändern. Die Tatsache, dass die Erde ein schwach abgeplattetes *Rotations*ellipsoid ist, ändert an dieser Tatsache nicht viel. Denn – wie später Euler zeigte – die in der *Symmetrie*achse des erwähnten Rotationsellipsoides liegende Komponente der Winkelgeschwindigkeit der Rotation der Erde bleibt konstant. Es genügt also für die Zeitmessung, nur diese Komponente zu benützen. Hierzu muss aber die durch die Abplattung der Erde bedingte Schwankung der Rotationsachse der Erde im Raume und im Erdkörper selbst bekannt sein.
Dies stellt aber das Problem der Bewegung der Erde um deren Schwerpunkt dar. Dieses wird etwa wie folgt gelöst:

## Problem der Bewegung der Erde und das Schema seiner Lösung

**50.**1) Man nimmt ein *physikalisches Modell der Erde* an (z.B. einen starren, rotationssymmetrischen Körper). Dieses zeichnet sich durch eine endliche Anzahl von physikalischen Parametern aus (z.B. die Masse und die sog. dynamische Abplattung der Erde).
2) Man definiert die Art der Verknüpfung eines sog. *erdfesten Koordinatensystems* mit dem gewählten Erdmodell.
3) Man stellt die *Bewegungsgleichungen für das erdfeste Koordinatensystem auf,* indem man die drei Newton'schen Bewegungsgleichungen für «alle Massenpartikel» der Erde, die Sonne und den Mond aufstellt und dabei nicht nur alle Gravitationskräfte – in Form des Newton'schen Gravitationsgesetzes – sondern auch alle inneren Bindungskräfte in der Erde berücksichtigt.
4) Die Lage des erdfesten Systems gegenüber dem Inertialsystem ist eindeutig durch die drei sog. Euler'schen Winkel gegeben. *Die Lösung* der in 3) erwähnten Bewegungsgleichungen ist somit *identisch mit den drei Euler'schen Winkeln* als Funktionen der Zeit und der die Erde, Sonne und Mond charakterisierenden – und vorerst unbekannten – physikalischen Parametern (z.B den Massen, der dynamischen Abplattung der Erde, deren Elastizität usw.).
5) Man wählt dann bestimmte, mit der Erde auf eine physikalisch wohldefinierte Weise verknüpfte Vektoren, wie z.B. die Schwerevektoren $\vec{g}$ an bestimmten Fixpunkten A, B, ... der Erdoberfläche oder die durch diese Fixpunkte definierten Basisrektoren $\vec{AB}$, ... Wir werden diese Vektoren die *«Eichvektoren»* nennen. Eventuelle Schwankungen der Modelläquivalente der Eichvektoren gegenüber dem erdfesten System sind dabei verständlicherweise bekannt. (Im Rahmen dieses populären Aufsatzes, betrachten wir einfachheitshalber nur die Richtungen der Eichvektoren. Es versteht sich aber von selbst, dass auch deren Beträge [Schwerbeschleunigung g oder Basislänge $\vec{AB}$] eine wertvolle Information darstellen, die «geodynamisch» ausgewertet werden kann.)
6) Man *realisiert die Eichrichtungen durch Messgeräte.* Z.B. die Lotrichtung durch die vertikale Drehachse (Stehachse) eines Theodoliten oder die Richtung der Basis $\vec{AB}$ durch Phasenzentren zweier Radioteleskope in den Punkten A und B.
7) Man führt mit den erwähnten Messgeräten *Beobachtungen* zu Himmelskörpern durch und bestimmt so die Eichrichtungen im inertialen Koordinatensystem. *Dies setzt allerdings voraus, dass die Positionen der beobachtenden Himmelskörper im Inertialsystem bekannt sind.*
8) Die beobachteten Eichrichtungen (Lotrichtungen usw.) im Inertialsystem können nun als bekannte Funktionen dieser Richtungen im erdfesten Koordinatensystem und der drei Euler'schen Winkel (siehe 4) – die ihrerseits bekannte Funktion der Zeit und der physikalischen Parameter der Erde, des Mondes und der Sonne (s.1) sind – dargestellt werden.
9) Da die Eichrichtungen im erdfesten System von vornherein nicht bekannt sind, gesellen sie sich zu den übrigen *n* Unbekannten. Diese sind identisch mit den schon früher erwähnten physikalischen Parametern der Erde, der Sonne und des Mondes.
10) Die Lage des erdfesten Koordinatensystems ist aber erst in Bezug auf *drei* nichtkomplanare Richtungen *eindeutig* definier-

bar. Daher müssen an den oben erwähnten Beobachtungen mindestens drei unabhängige Stationen teilnehmen. (*Einer* «Station» entspricht *definitionsgemäss ein* Eichvektor). Für i-Stationen steigt somit die Anzahl aller Unbekannten auf n+2i. Denn eine Richtung ist im dreidimensionalen Raum durch genau zwei Winkel gegeben.

11) Um alle Unbekannte – d.h. die Eichrichtungen im erdfesten Koordinatensystem und die physikalischen Parameter der Erde, der Sonne und des Mondes – bestimmen zu können, müssen die i-Stationen mindestens (n+2i)/2 unabhängige Bestimmungen der Eichrichtungen im Inertialsystem durchgeführt haben.

**51.** Das in 50 skizzierte Verfahren zur Bestimmung der Parameter eines physikalischen Systems wird *«Parameterbestimmungsverfahren»* genannt. In unserem Falle besteht das System aus dem Modell der Erde als eines Kontinuums mit bestimmten rheologischen Eigenschaften (starr, elastisch usw.), der Sonne und dem Mond als Massenpunkte.

**52.** Im Punkte 7) unseres *Parameterbestimmungsverfahrens* 50 haben wir eine wichtige Voraussetzung machen müssen, nämlich dass die Positionen der beobachteten Himmelskörper im Inertialsystem bekannt sind. Damit sind wir *wieder* beim Problem einer *operativen* Definition der *Himmelssphäre* als eines richtungsmässigen Äquivalenten des Inertialsystems angelangt.

Wir wollen nun diese Definition nicht in einer knappen geschlossenen Form präsentieren, da wir der Meinung sind, dass diese Definition – aus dem breiteren Kontext gerissen – intuitiv nicht verstanden werden könnte.

## Definition der Newton'schen Himmelssphäre

**53.**1) Sei S eine Einheitssphäre mit dem Mittelpunt O, d.h.

$$S := \{X \mid OX = 1\}$$

(lese «S ist die Menge aller Punkte X, die vom Punkt O die Entfernung 1 haben»).

Wir ordnen jeder Richtung $\hat{b}$ (ein Einheitsvektor) genau einen Punkt B der Einheitssphäre gemäss der folgenden Vorschrift zu:

$$B := (O + \hat{b}) \in S.$$

Werden die Punkte A, B, C, ... als Repräsentanten der Richtungen $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$, ... zu Himmelsobjekten aufgefasst und werden die weiter unten erläuterten Massnahmen 4) und 5) für die Orientierung der Einheitssphäre im Augenblick der Zuordnung

$$\hat{b} \rightarrow B$$

eingehalten, so wird S «die Himmelssphäre» genannt.

2) Die in 1) definierte Einheitssphäre ist eine *«Momentaufnahme»* von Richtungen zu Himmelsobjekten und das womöglich noch aus verschiedenen «Projektionszentren» (denn über den Nullpunkt der Richtung $\hat{b}$ zum Himmelsobjekt machen wir keine Annahmen). Als solche hängt also die Einheitssphäre S von der Definition der Gleichzeitigkeit ab und jedem Himmelsobjekt entsprechen an der Einheitssphäre S so viele «gleichzeitige» Abbilder, wie Projektionszentren in Betracht gezogen werden.

3) Betrachten wir nun zwei Einheitssphären mit Abbildungen identischer Himmelsobjekte aus einem terrestrischen Projektionszentrum zu zwei verschiedenen Zeitaugenblicken $t_o$ und t. Infolge der Eigenbewegungen dieser Objekte werden die zwei erwähnten Abbildungen im allgemeinen nicht kongruent. Es taucht daher die Frage auf:

Kann noch die relative Orientierung zweier Einheitsspähren (ein terrestrisches Projektionszentrum zu zwei verschiedenen Augenblicken $t_o$ und t) sinnvoll festgelegt werden, wenn die Abbildungen identischer Objekte auf beiden Einheitssphären nicht kongruent sind? Diese Situation ist neu, denn vor Newton und noch lange nach ihm waren die «Momentaufnahmen» des Fixsternhimmels zu verschiedenen Zeiten kongruent, da man die Eigenbewegungen der Fixsterne noch als nichtexistent ansah. Darüber hinaus ist auch die Bewegung der Gesamtheit aller sichtbaren Fixsterne in Bezug auf den absoluten Raum nicht a priori bekannt.

Ohne in Details zu gehen, lautet nun die Antwort auf die oben gestellte Frage wie folgt:

4) Die relative Orientierung zweier beliebiger Einheitssphären (ein terrestrisches Projektionszentrum zu zwei verschiedenen Zeitaugenblicken $t_o$ und t) wird durch die drei Newton'schen Bewegungsgesetze festgelegt (beachte dazu 15). Denn diese erlauben es nämlich, die *Positionen der Sonnensystemkörper zum Augenblick t in Bezug auf deren Positionen zum Augenblick* $t_o$ auszurechnen. *Aus diesem Grunde* können dann (d.h. «es hat einen physikalischen Sinn») die Abbilder der Sonnensystemkörper zu zwei verschiedenen Augenblicken $t_o$ und t «an eine einzige Einheitssphäre» eindeutig aufgezeichnet werden. Dadurch ist schon eigentlich die relative Orientierung der beiden Einheitssphären bewerkstelligt worden. Da der Augenblick t beliebig ist, entspricht jedem Sonnensystemkörper an der Einheitssphäre eine mit t parametrisierte Kurve. Die auf diese Weise beschaffene Einheitssphäre wird dann die Himmelssphäre genannt. Die Himmelssphäre – als eine *zwei*dimensionale Mannigfaltigkeit – ist dadurch richtungsmässig zu einem Bezugssystem geworden. Genauer sagen wir, durch die Himmelssphäre sei *richtungsmässig* ein *inertiales Bezugssystem festgelegt* oder realisiert worden.

5) Die übrigen Himmelsobjekte, wie die Fixsterne, werden nun an die Himmelssphäre wie folgt abgebildet:

Bei jeder «Momentaufnahme» des Fixsternhimmels (der Begriff «Momentaufnahme» ist eine Kurzbezeichnung der Abbildung 21) wird dafür gesorgt, dass die Richtungen $\hat{a}$, $\hat{b}$, ... zu den Sonnensystemkörpern und die ihnen entsprechenden Richtungen $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, ... (s. 21) parallel werden. Auf diese Weise werden nun auch die Fixsterne in Form von – durch die Zeit parametrisierter – Kurven abgebildet.

6) Sei $M_t$ die einem *bestimmten Zeitaugenblick* entsprechende Menge der an der Himmelssphäre liegenden Abbilder A, B, C, ... (s. 1) aller Himmelsobjekte. Ein mit dieser Menge fest verknüpftes Koordinatensystem ist dann das *Abbild eines Inertialsystems.*

## Prinzip der Richtungsbestimmung in Bezug auf ein Inertialsystem

**54.** Stellen wir uns nun einen Astronomen vor, der in seiner Tasche eine Kristallkugel trägt, auf deren Oberfläche die erwähnten parametrisierten Kurven – als Abbilder der Himmelskörper – eingeritzt sind. Er ist also im Besitze einer Himmelssphäre.

Wenn er nun z.B. die Lotrichtung seines Standortes im Inertialsystem bestimmen möchte, so realisiert er zunächst diese *Lotrichtung* z.B. durch einen *Laserstrahl,* und stellt dann seine *Himmelssphäre* – z.B. in einer Kardanaufhängung – so auf, dass der Laserstrahl stets durch deren Mittelpunkt verläuft. Dann *dreht er die Himmelssphäre kontinuierlich* um ihren Mittelpunkt so, dass die Richtungen $\hat{a}$, $\hat{b}$, ... zu bestimmten Himmelsobjekten stets mit den – dem laufenden Zeitparameter entsprechenden – Richtungen $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, ... (s. 53.1), 4) zusammenfallen. Der die Lotrichtung darstellende *Laserstrahl «brennt»* dabei *an der Oberfläche der Himmelssphäre eine mit der Zeit parametrisierte Kurve ein.* Diese ist das Abbild der örtlichen Lotrichtung an der Himmelssphäre und somit – nach 53.6) die Darstellung der Lotrichtung im Inertialsystem als Funktion der Zeit.

**55.** In der Wirklichkeit spielt sich natürlich eine Richtungsbestimmung in Bezug auf ein Inertialsystem anders ab, als in 54 beschrieben, das Prinzip bleibt aber gleich:

Der Himmelskugel entspricht in der Wirklichkeit ein Katalog der Positionen und Eigenbewegungen der Sterne im Inertialsystem (s. 53.6)).

Dem, die Lotrichtung realisierenden, Laserstrahl entspricht z.B. die vertikale Drehachse einer photographischen Zenitkamera.

Den in 54 beschriebenen Operationen des kontinuierlichen Drehens der Himmelssphäre und der Darstellung der Lotrichtung im Inertialsystem als Funktion der Zeit entspricht die mathematische Auswertung der durch die photographische Zenitkamera aufgezeichneten – mit der Zeit parametrisierten – Spuren der Fixsterne. (Die Zeitparametrisierung erfolgt durch Spurenunterbrechungen, die durch eine Arbeitsuhr gesteuert werden.)

**56.** Von der empirischen Seite her erscheint nun die Erdrotation an der Himmelssphäre in Form einer Schar von – mit der Zeit parametrisierten – Kurven. Diese Kurven stellen sozusagen die Spuren unserer Eichrichtungen (s. 50.5)) an der Himmelssphäre dar. Wählt man einmal für immer einige dieser Stationen und definiert ein Koordinatensystem so, dass es diesen Eichrichtungen nicht erlaubt wird, gegenüber diesem System als Gesamtheit zu rotieren, haben wir damit das sog. erdfeste Koordinatensystem definiert. Die den Richtungen der Koordinatenachsen dieses Systems entsprechenden – mit der Zeit parametrisierten – Kurven an der Himmelssphäre stellen dann die Bewegung des erdfesten gegenüber dem inertialen Koordinatensystem dar. Die Gesamtheit der ausgewählten astronomischen Beobachtungsstationen, durch deren Eichrichtungen das erdfeste Koordinatensystem definiert wurde, wird dann *«der Zeit- und Poldienst»* und ab 1988 *«The International Earth Rotation Service»* genannt. Als Eichrichtung kann im Prinzip jede Richtung verwendet werden, die mit der Erde auf eine physikalisch wohldefinierte Weise verknüpft ist. So z.B. die Lotrichtung oder die Richtung einer terrestrischen Basislinie AB.

**57.** *Die Lotrichtung* ist dabei die Richtung der Resultante der *Gravitations-* und Zentrifugalkraft der ungestörten Erde und der sog. *primären* und *sekundären Gezeitenkräfte* des Mondes und der Sonne. Die primäre Gezeitenkraft des Mondes ist die Differenz seiner Gravitationskraft auf der Erdoberfläche und im Massenmittelpunkt der Erde. Die sekundäre Gezeitenkraft ist die Differenz der Gravitationskräfte der durch die primären Gezeiten deformierten und der ungestörten Erde auf deren Oberfläche.

**58.** Die Richtung einer terrestrischen Basislinie $\vec{AB}$ ist die Richtung der folgenden Vektorsumme: Der Basisvektor $\vec{AB}$ auf der ungestörten Erde minus die Deformationsverschiebung (Gezeiten- plus Plattenverschiebung) im Punkte A plus die Deformationsverschiebung im Punkte B.

**59.** Aus 57 und 58 ist ersichtlich, dass sich eine und dieselbe physikalische Ursache in verschiedenen Arten von Eichrichtungen auf verschiedene Weise äussert. Das ist eine günstige Tatsache. Denn die Lösung der Aufgabe, aus dem zeitlichen Verhalten der Eichvektoren auf die sog. rheologischen Eigenschaften (Dichte, Elastizität, Viskosität, usw.) der Erde zu schliessen, ist im allgemeinen nicht eindeutig. Durch eine Wahl möglichst vieler Arten von Eichvektoren wird daher die Menge möglicher Erdmodelle, die das erwähnte Verhalten aller Eichvektoren zu erklären vermögen, enger eingeschränkt.

Von diesem Standpunkt aus gesehen ist der Ruf nach der Beendigung der astrometrischen «Zeit- und Polbeobachtungen» unverständlich. Denn diese sind nicht ungenau. Sie bestimmen nur «ungenau» die Lotrichtung, die durch die «genauen» Methoden (wie VLBI) überhaupt nicht bestimmt werden kann. Der Wert der Lotrichtungsbeobachtungen muss in einer langzeitigen Perspektive gesehen werden.

## Erde als erstarrte Gleichgewichtsfigur

**60.** Damit sind wir aber bereits bei nichtstarren Erdmodellen angelangt, was verfrüht ist. Wir müssen uns zunächst mit der Theorie der Rotation eines *starren, rotationssymmetrischen* Erdmodells befassen.

**61.** Denn das Prinzip der physikalischen Abstraktion verlangt von uns, dass wir mit dem einfachsten Modell des zu untersuchenden Systems (hier die Erde) anfangen und dieses Modell jeweils nur dann erweitern, wenn die theoretischen – d.h. modellbedingten – und beobachteten Werte bestimmter Grössen signifikant verschieden werden.

**62.** Das in 60 erwähnte Erdmodell ist nun das einfachste Modell der Erde. In der Tat. Die plausible Hypothese der Entstehung der Erde aus einem selbstgravitierenden Staub- und Gasgemisch, in dem *relative* laminare Strömungen durch Reibung dissipiert wurden und in dem sich allmählich ein thermodynamisches Gleichgewicht eingestellt hat, ergibt ein – mit der Gleichgewichtsfigur einer langsam rotierenden Flüssigkeit identisches – Modell der Erde. Da in einer sich im hydrostatischen Gleichgewicht befindenden Flüssigkeit alle tangentiellen Spannungen verschwinden, ist die Oberfläche der erwähnten Gleichgewichtsfigur identisch mit der Niveaufläche ihres eigenen Schwerepotentiales. Diese steht in jedem ihrem Punkt senkrecht zur Schwerkraft. Man kann zeigen, dass diese Niveaufläche in sehr guter Näherung die Form eines leicht abgeplatteten Rotationsellipsoides annimmt. Die Abplattung dieses Rotationsellipsoides ist dabei eine bekannte Funktion der radialen Dichteverteilung $\varrho = \varrho\,(r)$, ($r$ = Entfernung vom Massenmittelpunkt der Erde) im Erdinneren und der Winkelgeschwindigkeit der Rotation der Erde. Diese Funktion (die Abplattung) ist eine Lösung der berühmten Clairaut'schen Differentialgleichung. Die dem Clairaut'schen Rotationsellipsoid entsprechende Niveaufläche des Schwerepotentials der reellen Erde wird Geoid genannt. Da die radiale Dichteverteilung im Erdinneren aus seismischen Beobachtungen und ihre Winkelgeschwindigkeit aus astronomischen Beobachtungen bekannt sind, kann eine der Erde dichte- und rotationsmässig äquivalente flüssige Gleichgewichtsfigur definiert – und deren Abplattung f' durch Auflösung der Clairaut'schen Gleichung bestimmt werden. Auf der anderen Seite kann aus Satelitenbeobachtungen die «Abplattung f des Geoides» ermittelt werden. Diese ist die Abplattung des das Geoid am besten approximierenden Rotationselipsoides.

Eine allfällige Differenz zwischen der Abplattung f des Geoids und der Abplattung f' des Gleichgewichtsäquivalenten der Erde ist somit ausschliesslich als eine globale Folge säkularer thermodynamischer Prozesse im Erdkörper zu werten. Es zeigt sich nun, dass

$f' = (a'-c')/a' = 1/299{,}25$ (Gleichgewichtsfigur

und $f = (a-c)/a = 1/298{,}25$ (Geoid)

und somit, dass f signifikant grösser als f' ist. Eine mögliche plausible Erklärung für diese Differenz ist die folgende: Die Winkelgeschwindigkeit der Rotation der Erde nimmt wie bekannt ab (s. 82 bis 99) und die Abplattung der Erde passt sich dieser Winkelgeschwindigkeit mit einer Verzögerung an.

Nimmt man an, dass die äquatorialen Halbachsen a und a' des – das Geoid approximierenden – Rotationsellipsoides und der Gleichgewichtsfigur gleich sind, so entspricht der Differenz der beiden Abplattungen eine Differenz der kleinen (polaren) Halbachsen $c'-c = 70$ m. Zum Vergleich: die Positionierungsgenauigkeit heutiger Satellitenbeobachtungsmethoden beträgt etwa ±5 cm.

**Schluss folgt in VPK 5/87**