

**Zeitschrift:** Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

**Band:** 86 (1988)

**Heft:** 11

**Artikel:** GPS-gestützte Aerophotogrammetrie : Grundlegendes und Experimente

**Autor:** Dorrer, E.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-233795>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 17.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## GPS-gestützte Aerophotogrammetrie. Grundlegendes und Experimente

E. Dorrer

In dem vorliegenden Beitrag wird versucht, auf Grund experimenteller Arbeiten und erster Resultate sowie anhand allgemein gültiger Überlegungen Probleme und mögliche Wege zur einer durch GPS gestützten Aerotriangulation ohne Passpunkte aufzuzeigen. Während einiger Flugtests im Sommer 1987 wurde ein kontrolliertes Testfeld hoher Punktdichte im Massstab 1:6000 befliegen. Die Luftbildkammer RMK 15/23 war zur Registrierung des Auslösezeitpunktes mit Mittenkontakt ausgerüstet und konnte so mit den Trägerphasenmessungen eines an Bord befindlichen TI4100 GPS-Empfängers gekoppelt werden. Infolge ungünstiger Umfeldbedingungen war ein übermässig hoher Anteil der Messungen unbrauchbar. Die ursprünglich erwartete dm-Genauigkeit in der Übereinstimmung zwischen GPS-Positionen und den durch Aerotriangulation errechneten Kamerapositionen konnte dadurch noch nicht nachgewiesen werden.

*Sur la base de travaux expérimentaux et de premiers résultats, ainsi qu'à partir de considérations générales, l'article essaie de décrire les problèmes et les solutions possibles pour l'aerotriangulation basée sur GPS et sans points d'ajustage. Un champ d'essais avec une haute densité de points a été photographié à l'échelle 1:6000 lors de quelques vols tests en été 1987. La caméra aérienne RMK 15/23 était pourvue d'un système de contacts permettant d'enregistrer l'instant de la prise de vue en même temps que la mesure de la phase de l'onde porteuse d'un récepteur GPS TI 4100 installé dans l'avion. A la suite de circonstances défavorables, un très grand nombre de mesures ne purent être employées. La précision du dm attendue entre les positions de la caméra déterminées avec GPS et celles résultant des calculs de l'aerotriangulation n'a pas encore pu être prouvée.*

### Einleitung

In den letzten Jahren hat auch die Photogrammetrie zunehmendes Interesse an der durch das NAVSTAR Global Positioning System (GPS) erreichbaren hohen Genauigkeit gezeigt. In der Tat haben die Methoden der statischen differentiellen (bzw. relativen) GPS-Positionierung ein Niveau erreicht, das mit  $10^{-7} \dots 10^{-6}$ , also 1...10 cm über 100 km Entfernung, seines Gleichen sucht. In geodätisch wenig erschlossenen Gebieten dient dieses Verfahren heute vielfach zur grossräumigen wirtschaftlichen Bestimmung von Geländepasspunkten.

Die Aufstellung eines Passpunktfeldes zum Zwecke der Aerotriangulation ist aber zeitaufwendig und teuer. Zunehmende Forderungen sowohl an Genauigkeit als auch an Kostenwirksamkeit im Bereich der photogrammetrischen Auswertetechniken haben deshalb Untersuchungen zur Verringerung der Anzahl der notwendigen Passpunkte über die Nutzung von Navigationsdaten eingeleitet. In jüngster Zeit sind aus anderen technischen Bereichen erstaunliche Erfolge bei der hochpräzisen GPS-Positionierung beweglicher Fahrzeuge wie Autos, Schiffe, Flugzeuge oder Raumfahrzeuge erzielt worden (siehe z.B.

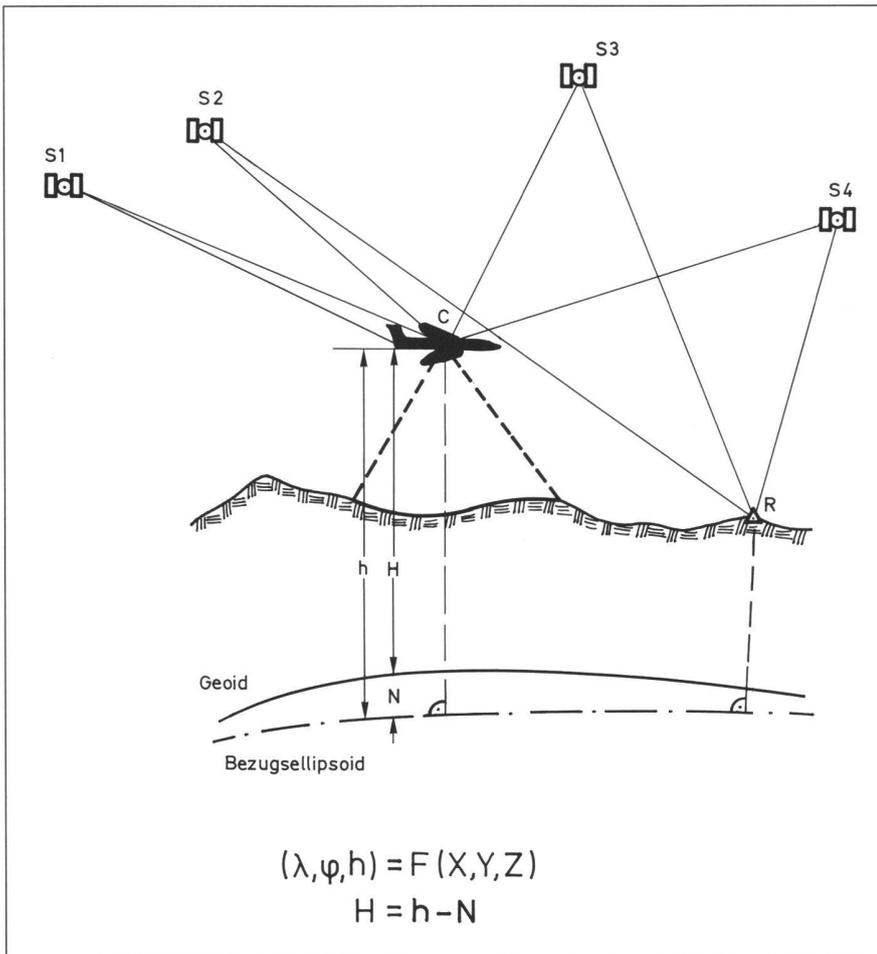
Hein et al, 1988), so dass eine kinematische Anwendung von GPS auf die Aerotriangulation im Prinzip durchführbar erscheint. Mittels umfangreicher Computersimulationen konnte Friess (1987) zeigen, dass von den sechs äusseren Orientierungselementen eines photogrammetrischen Bildes die drei Koordinaten des Projektionszentrums die dominierende Rolle spielen. Das bedeutet, dass vorgegebene Positionen der Projektionszentren in einem Block relevanter sind als die Orientierungswinkel, wenn es darum geht, eine Blockausgleichung mit möglichst wenigen Passpunkten durchzuführen. Damit ihr Einfluss mit dem der Positionen grössenordnungsmässig übereinstimmt, müssten die Winkelgrössen auf wenige Bogensekunden genau bekannt sein, also mit dieser Genauigkeit an Bord gemessen werden können. Dies ist aber nach dem heutigen Stand der Technik höchstens mit unverhältnismässig hohem Aufwand erreichbar.

Die notwendige Genauigkeit der Aufnahmeorte richtet sich unmittelbar nur nach der Genauigkeit der Passpunktkoordinaten. Bekanntlich können im Block Standardabweichungen für die Koordinaten der Aufnahmeorte toleriert werden,

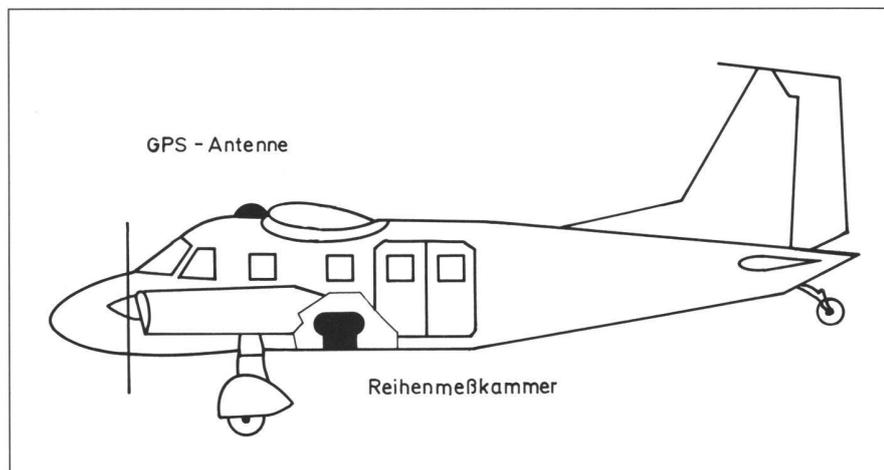
welche zwei- bis dreimal so gross sind wie die im Geländeobjekt verlangten Werte. So interessant demnach auch die direkte Messung der gesamten äusseren Orientierung sein mag (Hartl et al, 1986), wenn bereits die Positionen allein einen signifikanten Beitrag zu einer geradezu revolutionären Methode der Aerotriangulation zu leisten imstande sind, dann sollten alle Anstrengungen hinsichtlich einer Synthese Photogrammetrie – GPS-Technologie unternommen werden.

Das Institut für Photogrammetrie und Kartographie (IPK) und das Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie (IAPG) der Universität der Bundeswehr München bearbeiten zur Zeit ein von der Deutschen Forschungsgesellschaft gefördertes Gemeinschaftsprojekt mit dem Titel «Einsatz von GPS/INS in der Aerophotogrammetrie». Die Untersuchungen sollen u.a. zeigen, inwieweit die Anzahl der bei der Blocktriangulation erforderlichen Geländepasspunkte mit modernen Methoden der Inertialgeodäsie (INS) in Verbindung mit GPS reduziert werden kann. Die Kombination GPS/INS erscheint deshalb von Bedeutung, weil einerseits GPS zur «Aufdatierung» der durch Drift gestörten INS-Registrierungen, andererseits INS zur Interpolation der Aufnahmebelichtungszeitpunkte in ein verhältnismässig grobes Intervallraster der GPS-Registrierungen benötigt werden. Aus Untersuchungen ist bekannt, dass GPS-Phasenmessungen absolute Genauigkeiten im Bereich von 0,5 m erwarten lassen. Dieser Wert kann bei gleichzeitiger Besetzung einer Bodenstation wesentlich verringert werden, da dann die Vorteile der relativen Positionierung wirksam werden. Ähnliche Untersuchungen in den USA (Lucas et al, 1987) haben Genauigkeit von 10 cm ergeben.

Ziel des Globalen Positionierungssystems GPS soll sein, dass sich in der Endausbaustufe etwa 18 aktive Satelliten so um die Erde verteilt bewegen, dass von jedem beliebigen Ort auf der Erdoberfläche jederzeit mit mindestens vier Satelliten Sichtkontakt besteht. Mit Hilfe entsprechender Empfänger kann aus den von den Satelliten ständig und synchron ausgestrahlten Signalen der Empfangsort bestimmt werden. Die Genauigkeit hängt dabei von der Art des übermittelten Übertragungscode und der angewandten Methode ab (siehe z.B. Scherrer et al, 1986). Während bei der in der Vermessungsanwendung anzutreffenden *statischen* GPS-Positionierung der Empfänger stationär auf dem zu bestimmenden Punkt aufgestellt wird und somit die Messzeit beliebig lang sein kann, befindet sich der Empfänger bei der *kinematischen* (bzw. *dynamischen*) Methode in kontinuierlicher Bewegung, so dass zum Empfang für eine momentane Ortung nur ein sehr kurzes Zeitintervall zur Verfügung steht. Es ist dann Aufgabe der Auswerte-



**Abb. 1:** Differentielle kinematische GPS-Positionierung in der Photogrammetrie. Vertikales Datum.



**Abb. 4:** Antenne und Kamera in der Do 28 (Aufriß).

software, die notwendigen Orts- und Zeitreduktionen durchzuführen. Werden die Satellitensignale gleichzeitig von zwei Empfängern erfasst, spricht man von der *relativen* oder *differentiellen* Punktbestimmung. Dieses Verfahren ist für das Vermessungswesen besonders bedeutsam, weil erst mit ihm die o.a. sehr hohen (relativen) Genauigkeiten erreicht werden können. Für die differentielle kine-

matische GPS-Positionierung (Abb. 1) kann sowohl die Laufzeit über eine *Pseudodistanz*-Messung als auch die Phasenverschiebung Verwendung finden. Genauigkeiten im Zentimeterbereich lassen sich allerdings nur mit Phasenmessungen der Trägerwelle im P-Code erzielen, idealerweise für zwei Frequenzen. Die folgenden Kapitel setzen vom Leser voraus, dass er mit den Grundlagen so-

wohl der Photogrammetrie als auch von GPS vertraut ist. Der Inhalt konzentriert sich auf die Methodik der differentiellen kinematischen GPS-Positionierung eines fliegenden Flugzeuges und ihre Anwendbarkeit auf die Aerotriangulation. Während im anschließenden Abschnitt versucht wird, einen Überblick über allgemein gültige Probleme zu geben, wie sie gegenwärtig in der kinematischen Positionierung in Verbindung mit der Photogrammetrie auftreten, erläutern die weiteren Kapitel im Detail ein im Sommer 1987 bei München durchgeführtes Flugexperiment, beschreiben die damit zusammenhängende Datenreduktion und analysieren die erzielten Ergebnisse. Einige kritische Anmerkungen genereller Art bilden den Abschluss.

## Aktuelle Probleme

### Anforderungen an die GPS-Signalentdeckung

Für die relative kinematische GPS-Positionierung höchster Genauigkeit wird vorausgesetzt, dass zwei Empfänger – einer stationär, der andere auf dem bewegten Fahrzeug – kontinuierlich die Phase der Trägerwelle von mindestens vier Satelliten erfassen. Falls räumliche Koordinaten im (relativen) Sub-Dezimeter-Genauigkeitsniveau erzielt werden sollen, scheinen *Zweifrequenzempfänger* unbedingt notwendig zu sein (Hein, et al, 1988). Die Vermutung liegt nahe, dass *Mehrkanalempfänger* weniger anfällig sind auf Signalausfälle («loss of lock») während des Fluges als Empfänger vom *Multiplexer-Typ*. Mögliche Ursachen für «loss of lock» sind schwache Signale, d.h. niedriges Signal-Rausch-Verhältnis, oder Interferenzen infolge Reflexionen an Teilen des Flugzeuges (Krabill, et al, 1987). Dieser Mangel führt im Flug unweigerlich zu kaum auflösbaren Mehrdeutigkeitsproblemen («ambiguity»). Nur wenn beide Trägerfrequenzen L1 und L2 von jedem Satelliten erfasst werden können – wie mit dem TI4100-Empfänger – sind kurzzeitige Signalausfälle in einem Kanal verhältnismässig zuversichtlich überbrückbar. Die Möglichkeit von sog. *Phasensprüngen* («cycle slips») ist jedoch immer gegeben.

Vom operationellen her gesehen, muss bei der kinematischen Positionierung zur Minimierung von «loss of lock» und Maximierung des Signal-Rausch-Verhältnisses die *Empfangsbandbreite* optimiert werden. Dies führt zu gewissen Beschränkungen hinsichtlich zulässiger Beschleunigungskomponenten des Flugzeuges. Eine wichtige Rolle spielt der Typ der flugzeugtauglichen GPS-Antenne und die Stelle ihrer Montage am Flugzeug. Der beste Platz ist wohl auf dem Leitwerk (Lucas, et al, 1987), sofern dies die Konstruktion des Flugzeuges zulässt, oder auf dem Flugzeugdach (siehe Abb. 4).

Das schwerwiegendste Problem liegt zur Zeit im stark eingeschränkten *Satelliten-deckungsgrad*, da insgesamt nur neun Satelliten verfügbar sind, davon für die GPS-Positionierung aktiv höchstens fünf. Dies zieht die permanente Beobachtung ein- und derselben vier Satelliten während einer Mission oder Kampagne nach sich. Da geometrisch «gute» Konfigurationen zwischen der Antenne und den Satelliten einen minimalen Höhenwinkel von  $20^\circ$  fordern, sowie ein relatives Abschwächungsverhältnis der geometrisch bedingten Genauigkeit («Geometric Dilution of Precision»: GDOP) von 6 oder darunter, ist ein Satellitenbeobachtungsfenster mit diesen Charakteristiken derzeit immer auf etwa eine Stunde pro Tag beschränkt. Das Fenster bewegt sich zudem gegen den Uhrzeigersinn mit einer Geschwindigkeit von vier Minuten pro Tag.

### Exzentrizität zwischen Antenne und Aufnahmekammer

Während die Luftbildkamera immer am Fussboden des Flugzeugrumpfes angebracht ist, muss die GPS-Antenne für einen uneingeschränkten Empfang der Satellitensignale auf dem Dach oder einer anderen, nach oben offenen Stelle montiert werden. Mit dieser hier typischen räumlichen Antennen-Kamera-Exzentrizität läuft ein Zeitversatz zwischen den Belichtungszeitpunkten des Kameraverschlusses und dem Zeittakt des GPS-Empfängers einher. Da sich das Flugzeug während eines Registrierintervalles in beträchtlicher Masse fortbewegt – bei einer Registrierfrequenz von 1 Hz bedeutet z.B. eine Geschwindigkeit von 180 km/h eine Ortsveränderung von 50 m –, muss grosser Wert auf eine genaue Synchronisation der Ablaufzeitskalen gelegt werden. Die Messkammer muss deshalb unbedingt mit einem elektronischen Signalimpuls zu einem genau definierten Belichtungszeitpunkt und mit einer Genauigkeit von besser als 1 ms ausgerüstet sein. Leider besitzen nicht alle kommerziell erhältlichen Kameras diese hier wesentliche Einrichtung.

Die Bedeutung des räumlichen Versatzes zwischen Antenne und Kamera ergibt sich aus den unkontrollierten Lageveränderungen des Flugzeuges – und damit der Kamera – während des Fluges. Nimmt man den Flugzeugrumpf als starren Körper an, dann sind die Komponenten  $e_v$  des Exzentrizitätsvektors  $e$  (Abb. 2) vom Projektionszentrum C der Kamera zum Phasenzentrum A der Antenne bezüglich eines kamerafesten Koordinatensystems konstant – sofern die Kamera mit dem Flugzeug fest verbunden ist. Dieser Ansatz (Mader et al, 1986; Lucas et al, 1987) erlaubt die Nutzung des Versatzvektors  $e$  als «zusätzliche Parameter» im Sinne der Bündelblockausgleichung. Eine solche Lösung ist aber unbefriedigend, da sowohl der Ab-

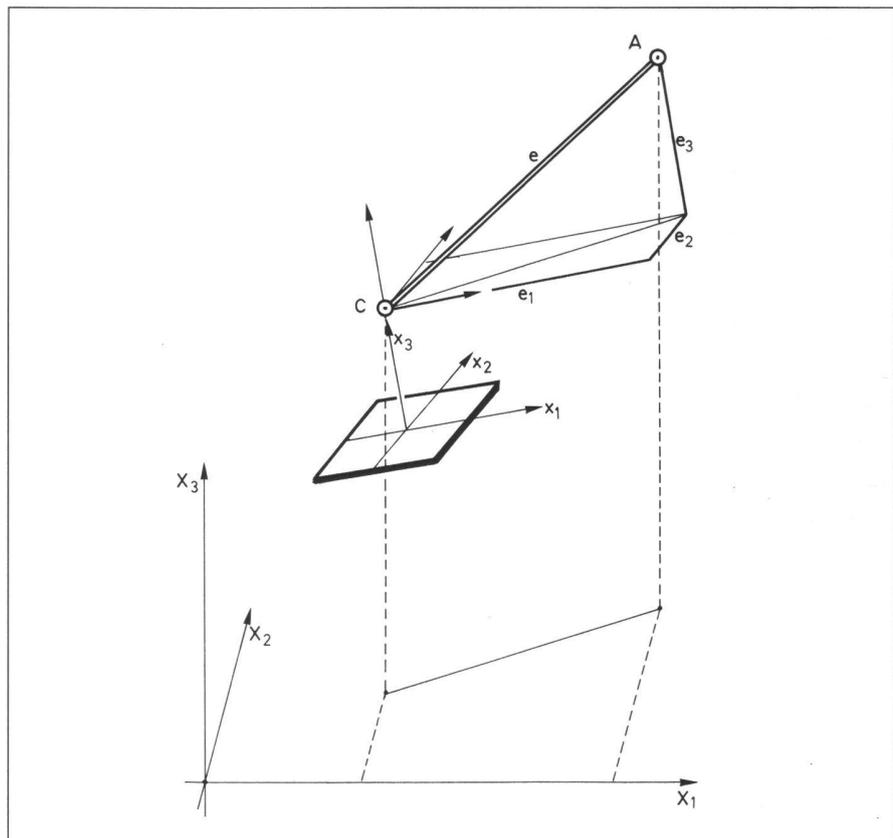


Abb. 2: Exzentrizität zwischen Kamera (C) und Antenne (A) bezogen auf ein kamerafestes System.

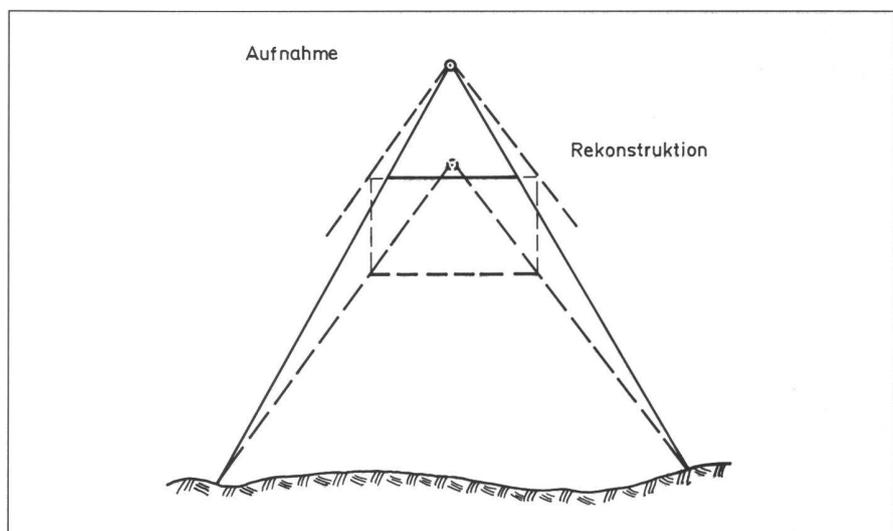


Abb. 3: Systematische Störung des Bündels und Absorption durch äussere Orientierung.

driftwinkel als auch der Neigungswinkel der Kamera an veränderliche Flugbedingungen – auch während des Fluges – angepasst werden müssen. Eine wirklich operationelle Lösung setzt voraus, dass solchen Änderungen Rechnung getragen werden kann und dass sie während des Fluges mit einem einfachen aber genauen Verfahren registriert werden müssen. IPK ist mit der Evaluierung einer der Nah-

bereichsphotogrammetrie entlehnten Methode, die an anderer Stelle veröffentlicht werden soll, beschäftigt. Danach werden mehrere, sowohl an der Kamera als auch auf dem Kabinenfußboden des Bildflugzeuges angebrachte Markierungen simultan mit einer kalibrierten Teilmesskammer aufgenommen, und zwar nach jeder Veränderung der Luftbildkamera in ihrer Aufhängung. Die zwischen den Zielpunk-

ten und der Antenne notwendige geometrische Verbindung erfolgt über eine Kalibriermessung.

Die Objektkoordinaten  $A_\mu$  des Antennenphasenzentrums bzw.  $C_\mu$  des Projektionszentrums (Abb. 2) stehen über die im Bildraumsystem gegebenen Exzentrizitätskomponenten  $e_v$  miteinander in folgender Beziehung

$$A_\mu - C_\mu = r_{\mu v} e_v, \quad (1)$$

wobei  $r_{\mu v}$  die Rotationsmatrix zwischen beiden Systemen darstellt. Diese Bedingung kann entweder unmittelbar in eine erweiterte Bündelblockausgleichung einbezogen oder in einer konventionellen Ausgleichung einfach zur Ableitung von  $A_\mu$  aus  $C_\mu$  benützt werden. Da das (objektseitige) Projektionszentrum  $C$  mit der Eintrittspupille des Kammerobjektivs zusammenfällt, ist sein Abstand  $k$  von der Bildrahmenebene mit der Kammerkonstanten  $c$  nicht identisch. Beispielsweise gilt für eine Zeiss RMK 15/23  $c = 153$  mm, aber  $k = 237$  mm. Zur Ausschöpfung des vollen Genauigkeitspotentials von GPS darf diese Differenz nicht vernachlässigt werden.

## Innere Orientierung

In der konventionellen Aerophotogrammetrie, gekennzeichnet etwa durch nahezu vertikale Aufnahmerrichtungen über überwiegend flachem Gelände, werden systematische Störungen der inneren Orientierung der Kamera hauptsächlich durch Parameter der äusseren Orientierung aufgefangen. Bis zu einem gewissen Grad gilt dies auch für Bilddeformation und atmosphärische Refraktion. Figur 3 illustriert den Einfluss deterministischer Störungen des Auswertestrahlenbündels im Vergleich zum Aufnahmestrahlenbündel; das Projektionszentrum erfährt u.a. eine systematische (konstante) Verschiebung, obwohl das Modell selber praktisch unbeeinflusst bleibt.

Bei der GPS-gestützten Aerotriangulation kann die äussere Orientierung diese Effekte nicht mehr absorbieren, da jetzt das Antennenzentrum im Raum so gut wie festliegt. Dadurch, dass die Kamera  $C$  (Abb. 2) zusammen mit ihrem Strahlenbündel mit  $e$  starr verbunden ist, hängt sie buchstäblich an der Antenne  $A$  und kann sich nur auf der Oberfläche einer Kugel um  $A$  bewegen. Jede systematische Beeinträchtigung des Bündels zerstört seine geometrische Kongruenz zwischen Antenne–Kamera, Modell und Objekt. Diese Tatsache kann besonders hervortreten, wenn die Antennenorte in einer kombinierten GPS-Photogrammetrie-Ausgleichung behandelt werden sollen.

Verschiedene Lösungen können ins Auge gefasst werden:

– Testfeldkalibrierung unter aktuellen Flugbedingungen (Kupfer, 1986)

- Selbstkalibrierung mit expliziter Benutzung der Parameter der inneren Orientierung
- Selektive Bestimmung der inneren Orientierung mit Hilfe von GPS-beobachteten Passpunkten
- Bestimmung der Parameter der inneren Orientierung gemeinsam mit der äusseren Orientierung.

## Interpolation

Die durch relative kinematische GPS-Positionierung bestimmte Bahnkurve des Flugzeuges wird durch eine Folge diskreter Antennenorte repräsentiert, deren Abstände durch die Registrierfrequenz des GPS-Empfängers vorgegeben sind. Zu diesen Zeitmarken stellt die Empfänger-Software geozentrische Koordinaten im WGS 84 (siehe später) mit einer Genauigkeit her, die vom Abstand zur Referenzstation am Boden abhängt, bis etwa 100 km im Sub-Dezimeterbereich (Hein et al, 1988).

In diese Koordinatenfolge müssen die Antennenpositionen zu den vom Kameraverschluss gelieferten Zeitpunkten interpoliert werden. Offenbar wird die zwischen den einzelnen GPS-Beobachtungen liegende Bahnkurve durch unkontrollierbare Flugzeugbewegungen umso mehr gestört, je grösser die Registrierintervalle gewählt worden sind. Lucas et al (1987) benutzte kubische Interpolationspolynome für vier aufeinanderfolgende, durch 1-Sekundenintervalle aufgespannte Zeitpunkte eines TI4100-Empfängers. Friess (1988) kam bei den 0,6-Sekundenintervallen eines Sercel NR52 Empfängers mit linearer Interpolation aus. Analysen dieser Resultate haben überraschenderweise geringe Abweichungen von glatten Segmenten der Bahnkurven ergeben.

$$\frac{x_\alpha - c_\alpha}{-c_3} = \frac{(X_\mu - C_\mu) r_{\mu\alpha}}{(X_\mu - C_\mu) r_{\mu 3}}, \quad \alpha = 1, 2; \mu, v = 1, 2, 3 \quad (2)$$

Datenprobleme während des Fluges, wie Signalausfälle oder Phasensprünge, können jedoch nicht von vornherein ausgeschlossen werden, insbesondere nicht beim TI4100-Empfänger. Krabill et al (1987) berichten ausdrücklich über diese Schwierigkeiten und schliessen daraus auf Einflüsse auf die Zuverlässigkeit der Ergebnisse. Sowohl Mader et al (1986) wie Lucas et al (1987) erwähnen ähnliche Probleme, ohne aber näher darauf einzugehen. Es muss jedoch betont werden, dass jede Unterbrechung der regelmässigen Registrier- bzw. Berechnungsfrequenz den Glattheitsgrad der Bahnkurve vermindert. Dies folgt einerseits aus der Theorie der Interpolation und Approximation von Messdaten, andererseits implizit aus der kinematischen GPS-Positionierung selber, da fehlende brauchbare Registrierungen unmittelbar auf Signalab-

schwächungen, verursacht durch abrupte Flugzeugbewegungen, schliessen lassen. In diesem Fall können weder Polynome, noch Splines, noch jedwede andere Filter- oder Glättungsalgorithmen die Antennenorte mit genügender Genauigkeit approximieren. Nur zusätzliche, an Bord mitzuführende Geräte, wie Inertiale Navigationssysteme (INS), welche kontinuierlich Beschleunigung und Lage des Flugzeugs messen, können die aktuelle Bahnkurve über grössere Registrierlücken hinweg rekonstruieren. Soweit bekannt, liegen darüber noch keine unmittelbaren Anwendungen in der Aerophotogrammetrie vor.

Die eigentliche numerische Interpolation kann im übrigen mit den Koordinaten im geozentrischen System direkt, oder aber in einem beliebigen, daraus abgeleiteten lokalen cartesischen System erfolgen.

## Funktionalmodell

Da das Hauptziel einer GPS-gestützten Aerotriangulation in der Reduktion der notwendigen Geländepasspunkte liegt, sollte das Funktionalmodell eine Lösung anstreben, bei der terrestrische Passpunkte überhaupt überflüssig werden. Die notwendige absolute Stützinformation wird voll von den während des Bildfluges gewonnenen «Aero-GPS-Daten» zur Verfügung gestellt, möglicherweise noch unterstützt durch INS-Daten. Da die Projektionszentren über den Exzentrizitätsvektor explizit angesprochen werden, muss für das mathematische Modell der Bündelanpassung gewählt werden. Betrachtet man die Antennenorte als hochgenaue Aeropasspunkte – im Gegensatz zu den Geländepasspunkten –, kann die in der konventionellen Aerotriangulation benutzte Kollinearitätsbedingung

– wobei  $X_\mu$  einen Verknüpfungspunkt,  $x_\mu$  den zugehörigen Bildpunkt,  $c_v$  das Perspektivitätszentrum im Bildraum und  $C_\mu$  im Objektraum, sowie  $r_{\mu v}$  die Rotationsmatrix vom Bild- zum Objektraum darstellen – über Gl. (1) so modifiziert werden, dass anstelle von  $C_\mu$  das Phasenzentrum  $A_\mu$  der Antenne auftritt. Dies führt dann auf die Form

$$\frac{x_\alpha - c_\alpha}{-c_3} = \frac{(X_\mu - A_\mu) r_{\mu\alpha} + e_\alpha}{(X_\mu - A_\mu) r_{\mu 3} + e_3}. \quad (3)$$

Gl. (3) kann prinzipiell als Fehlergleichung interpretiert werden, und zwar mit den zufälligen Beobachtungen  $x_\alpha$ , den über die Orthogonalitätsbedingungen

$$r_{\lambda\mu} r_{\lambda v} = \delta_{\mu v} \quad (4)$$

voneinander abhängigen Unbekannten  $r_{\mu\nu}$  und allen anderen Größen als Konstanten. Ein realistischerer stochastischer Ansatz liegt vor, wenn man zusätzlich  $A_i$  und  $e_v$  als Zufallsvariable mit ihren Kovarianzmatrizen betrachtet. Zur Kompensation systematischer Fehler dürfen die Bildraumkoordinaten  $c_v$  des Perspektivitätszentrums als block-, streifen- oder sogar bildinvariante zusätzliche Parameter eingeführt werden, vor allem dann, wenn GPS-bestimmte Geländepasspunkte vorliegen. Andere Systematiken können wie in der konventionellen Blockausgleichung behandelt werden.

## Geodätisches Datum

Während die über GPS bestimmten Positionen in das geozentrische Koordinatensystem WGS 84 eingebettet sind, basieren die in der Aerotriangulation benutzten Koordinaten auf Landessystemen, die ihrerseits auf lokale Sphäroide (Rotationsellipsoide) bezogen sind. Darüber hinaus beziehen sich die (orthometrischen) Höhen auf das Geoid, unterscheiden sich also von ihren zugehörigen geometrischen, ellipsoid-bezogenen Höhen durch die Geoidhöhe (Figur 1). Das Geodätische Weltsystem WGS 84 ist als genähertes Vereinbartes Terrestrisches System (Deker, 1986) erdfest und im Massenschwerpunkt der Erde verankert. Es spielt eine Schlüsselrolle bei allen Koordinatenübertragungen zwischen GPS-Beobachtungen und terrestrischen Beobachtungen. Lokale Bezugsellipsoide gründen sich auf klassische Landesvermessungsnetze (siehe z.B. Schödlbauer, 1984), die zur bestmöglichen lokalen Anpassung an das Geoid durch astronomische Zusatzbeobachtungen gestützt werden. Infolgedessen können Geodätische Datum Systeme – definiert durch die Achsen eines zugehörigen Bezugsellipsoids – auf WGS 84 prinzipiell über Verschiebung, Drehung und Massstab bezogen werden. Aus praktischen Gründen sollten lokale cartesische Koordinatensysteme gewählt werden, vor allem in photogrammetrischen Anwendungen.

Die Anbindung des aktuellen GPS-Systems an ein terrestrisches Koordinatensystem stellt eine der noch ungelösten Aufgaben der GPS-gestützten Aerophotogrammetrie dar. Obwohl für die Gelände wie für die Aeropasspunkte hohe – allerdings voneinander getrennte – innere Genauigkeit vorausgesetzt werden darf, ist ihre geometrische Verbindung von der Photogrammetrie allein nicht mit ausreichender Genauigkeit gesichert. Die Gründe sind vielfacher Natur:

- systematische Störungen der photogrammetrischen Strahlenbündel
- ungenügende Kenntnis des Ellipsoidüberganges

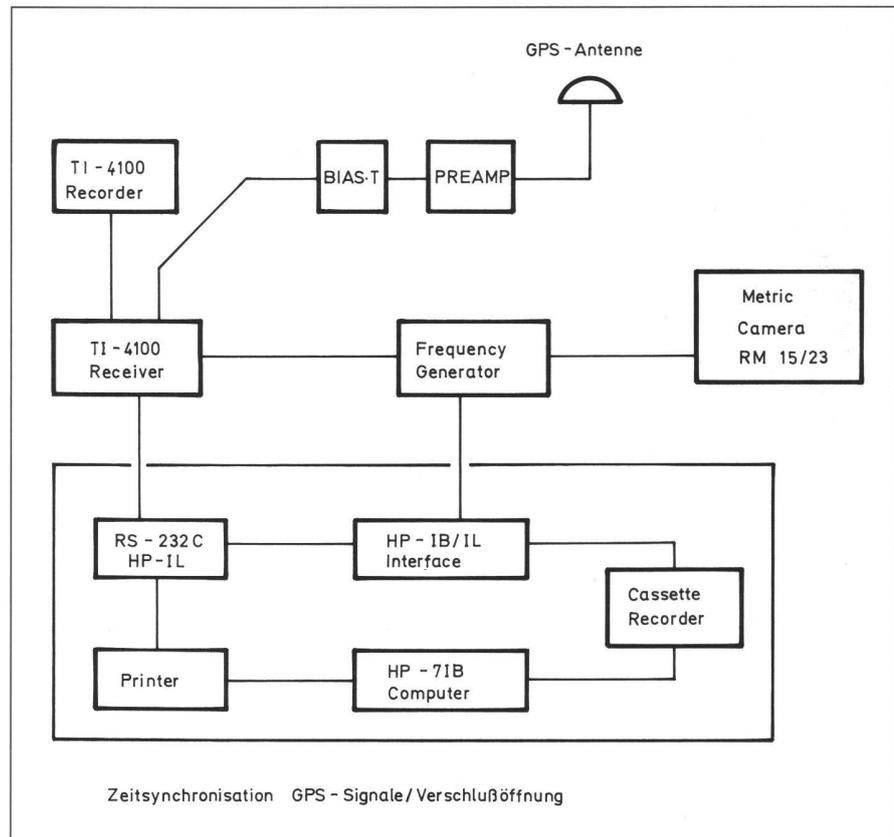


Abb. 5: Blockdiagramm der Zeitsynchronisation zwischen Kameraverschluss und GPS-Empfängersignal.

- systematische Drift in den GPS-Beobachtungen.

Zumindest derzeit scheinen diese Einflüsse einer rigorosen Aerotriangulation ohne terrestrische Passpunkte entgegenzustehen. Folglich muss eine kombinierte GPS-photogrammetrische Bündelblockausgleichung für den notwendigen Datumstransfer sorgen, und dies kann nur über einige wenige, in beiden Systemen verankerte gemeinsame Passpunkte erreicht werden.

Die Schwierigkeiten sind für die vertikalen Koordinaten ausgeprägter als für die horizontalen. Da Höhen generell auf das (lokale) Geoid bezogen sind, müssen alle Geoidanomalien bzw. Geoidundulationen bezüglich des Referenzellipsoids berücksichtigt werden. Dies mag zwar in Gegenden mit genügend dichter Höhenkontrolle und vernachlässigbaren Geoidvariationen von geringer Bedeutung sein, wirft aber unter Umständen schwerwiegende Probleme anderswo auf.

## Flugexperimente

Im Frühjahr 1987 wurde von IPK/IAPG mit der Planung eines Flugexperiments zur Sammlung von Erfahrungen beim Einsatz einer Reihemesskammer in Kombination mit GPS begonnen. In Kooperation mit dem Bayerischen Landesvermessungsamt München (BLVM) wurden einige Test-

gebiete mit z. Tl. hoher Passpunktdichte ausgesucht. Vorbereitung wie Durchführung der Testflüge erforderten eine enge Zusammenarbeit mit der Wehrtechnischen Dienststelle (WTD) für Luftfahrzeuge der Bundeswehr, Manching. WTD stellte ein Flugzeug vom Typ Dornier Do 28 und das zugehörige Personal für den Geräteeinbau und die Flüge zur Verfügung, während IAPG zwei bewährte Qualitätsempfänger (Modell TI4100 von Texas Instruments) bereitstellte. Eine flugtaugliche GPS-Zweifrequenzantenne (Typ DM C146-2-1 von Dorne & Margolin, USA), wurde auf dem Flugzeugdach zwischen Cockpit und Flügel (Abb. 4) montiert, eine Luftbildkammer RMK 15/23 mit elektronischem Mittenkontaktsignal konnte von Carl Zeiss, Oberkochen geliehen werden.

Der Zeitversatz zwischen Verschlussauslösung und der 1-Hz-Taktfrequenz des TI4100 wurde über einen Frequenzgenerator mit der Auflösung 0,25 ms gemessen. Die Differenz zwischen diesem Takt und der GPS-Zeit wurde vom J2-Port des TI4100 über eine RS-232C-, der obige Zeitversatz über eine HP-IB-Schnittstelle registriert. Die Steuerung der Datenerfassung erfolgte mit einer HP-IL Programmschleife auf einem einfachen HP71B Taschenrechner (Figur 5).

Wegen einer längeren Schlechtwetterperiode und des Ausfalles des GPS-Satelliten PRN9 unmittelbar vor den Testflügen

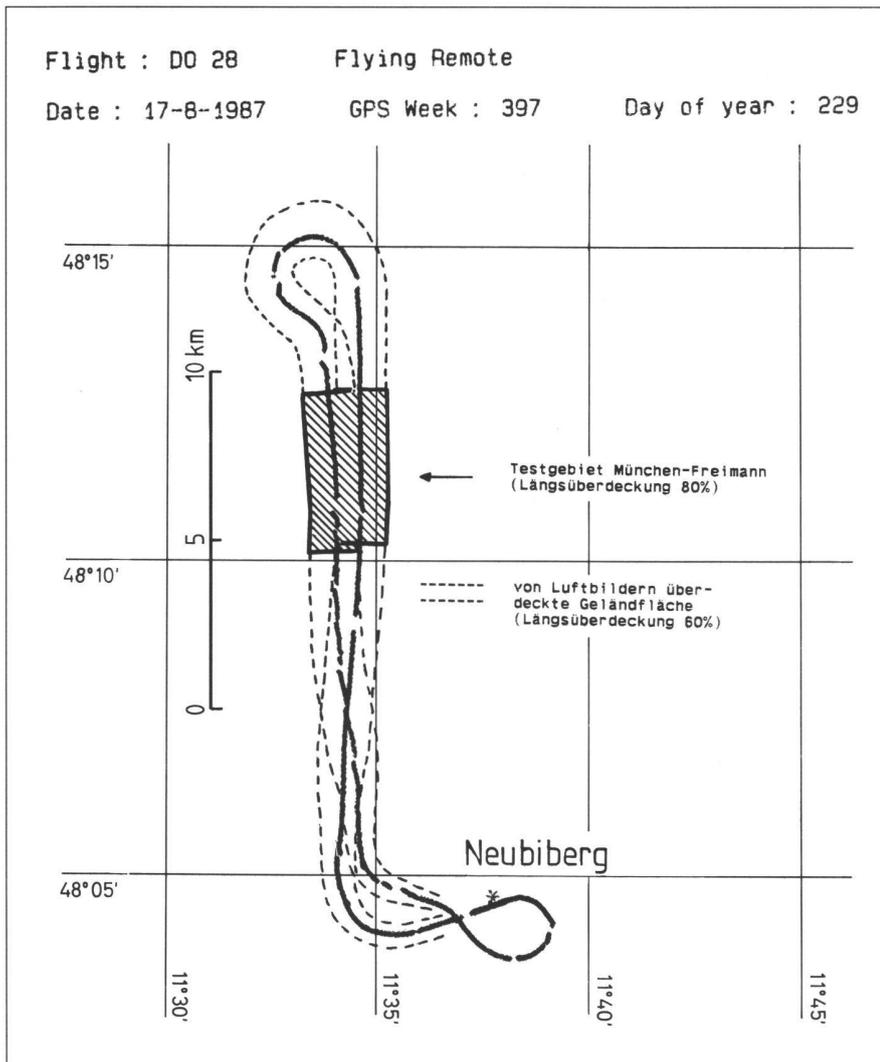


Abb. 6: Flugweg des GPS-Testfluges München-Freimann.

konnte nur ein einziges Flugexperiment für photogrammetrische Zwecke ausgewertet werden. Abb. 6 zeigt den am 17. August 1987 über dem Testgebiet «München-Freimann» im Norden Münchens durchgeführten Flugweg. Ein GPS-Empfänger war dabei im Flugzeug installiert, der zweite wurde in der Nähe der Startbahn auf dem Flugplatz Neubiberg aufgestellt. Als wesentlich wurde erachtet, dass beide Empfänger laufend dieselben vier Satelliten verfolgten, angefangen in Warteposition etwa 15 Minuten vor dem eigentlichen Start und beendet wieder etwa 15 Minuten nach der Landung auf dem Ausgangspunkt.

Die gemeinsame statische Datensammlung war notwendig, damit unabhängige Bestimmungen der ganzzahligen Vielfachen der Trägerwellenlänge für den Fall durchgeführt werden konnten, dass der Flugzeugempfänger während des Starts oder der Landung Signalausfälle aufweisen sollte. Zusätzlich verschaffte sie Anfangspositionen der Flugzeugantenne relativ zum etwa 1 km entfernten Bodenempfänger. Während der Warteperioden wurde

die Antenne mit Hilfe zweier Theodolite auf den Boden abgelotet und dort eindeutig markiert (Abb. 7). Die zwei Theodolitstationen wurden unabhängig davon über Visuren zu trigonometrischen Punkten – einschliesslich dem Bodenempfänger – in das Landessystem eingebunden. Dies sicherte die gemeinsame Bestimmung aller Punkte sowohl im GPS- als auch im Landessystem.

Die Exzentrizität zwischen Antenne und Kamera wurde in einem flugzeugfesten Bezugssystem mit Hilfe umfangreicher Kalibriermessungen im Flugzeughangar bestimmt. Die geometrische Konfiguration hierzu ist aus Figur 7 ersichtlich. Im Bildraumsystem wurden die Komponenten des Exzentrizitätsvektors zu  $e = 1,152$  0,147 1,712 m auf etwa 1 cm genau errechnet. Aus Einfachheitsgründen blieb die Kammerneigung mit dem Flugzeugrumpf fest verbunden. Dagegen sollte der Abdriftwinkel frei gewählt werden können, wobei der Kameraoperator angewiesen wurde, jede Änderung der Abdrifteinstellung von der groben Winkelskala am Kameragehäuse abzulesen und zu notieren.

Dank ruhiger Wetterbedingungen während des Testfluges war nur eine Ablesung nötig.

Der Ausfall des für die geometrische Stabilität wesentlichen Satelliten Nr. 9 verursachte eine erhebliche Verschlechterung des GDOP an den vier verbliebenen aktiven Satelliten (Figur 8), wobei das Beobachtungsfenster für den eigentlichen Bildflug auf etwa 30 Minuten zusammenschrumpfte. Geflogen im Bildmassstab 1:6000 in 900 m Flughöhe über Grund und mit 80% Längs- und 30% Querüberdeckung, konnte das etwa 4,3 km auf 1,4 km grosse Testgebiet mit zwei Streifen zu je 16 Bildern abgedeckt werden. Faktisch wurden Aufnahmen längs des gesamten Flugweges gemacht, damit bei Bedarf zusätzliche Bilddaten zur Auflösung unerwarteter Phasensprünge herangezogen werden konnten.

## Reduktion der Daten und Analyse der Ergebnisse

Eine detaillierte Analyse der GPS-Daten wurde von Hein et al (1988) gegeben. Das Polarbild der Satellitendurchgänge (Figur 8) mag einen Eindruck von der ziemlich ungünstigen geometrischen Konfiguration der verbliebenen vier Satelliten vermitteln. Die aus Hein et al (1988) entnommene Tabelle 1 fasst die Beobachtungsstatistik für den Flugzeugempfänger zusammen. Die grosse Zahl von Phasensprüngen in den Beobachtungen zu den zwei niedrigen Satelliten 3 und 11 stammt wohl von einer Antennenabschattung durch die Flügel infolge plötzlicher Nick- und/oder Rollbewegungen. Auch stärkere Beschleunigungseffekte könnten dafür verantwortlich gemacht werden. Die benutzte flugtaugliche Antenne lieferte darüber hinaus in der L2-Frequenz ein signifikant niedrigeres Signal-Rausch-Verhältnis als die Standardantenne des TI4100-Empfängers. Diese beiden Anomalien sind der Grund für die verhältnismässig grosse Anzahl «schlechter Daten», die definitionsgemäss für eine Ableitung adäquater Positionen unbrauchbar sind.

IAPG führte die Reduktion der GPS-Daten mit Hilfe eines Kalman-Filter-Algorithmus durch, der Phasensprünge aufdecken lässt. Das hierfür benutzte Programmpaket Dynamite ist in Hein et al (1988) beschrieben.

Die bereits erwähnte ungünstige Aufnahmesituation führte während des Fluges zu erheblichen Signalausfällen und Phasensprüngen (Tabelle 1). Da Messdaten mit einem SNR < 40 db für hochpräzise kinematische Positionierungen unbrauchbar sind, konnten die «Ambiguity»-Probleme nur für GDOP ≤ 6 befriedigend gelöst werden. Deshalb liessen sich nur verhältnismässig kurze Stücke des Flugweges rekonstruieren. Zuverlässige GPS-Positio-

Datum: 17.8.1987		Satelliten			
		3	11	12	13
Höhenwinkel		11°–36°	39°–21°	71°–74°	48°–66°
Durchschnittl.	L1	40,3	42,6	42,3	43,4
SNR (db)	L2	35,8	36,8	39,7	39,4
«Schlechte	L1	38,4	24,4	4,1	1,7
Daten»(%)	L2	38,4	24,4	4,1	1,7
Anzahl Phasensprünge		39	58	16	7

**Tabelle 1: Beobachtungsstatistik für den Flugzeugempfänger während des Testfluges «München-Freimann».**

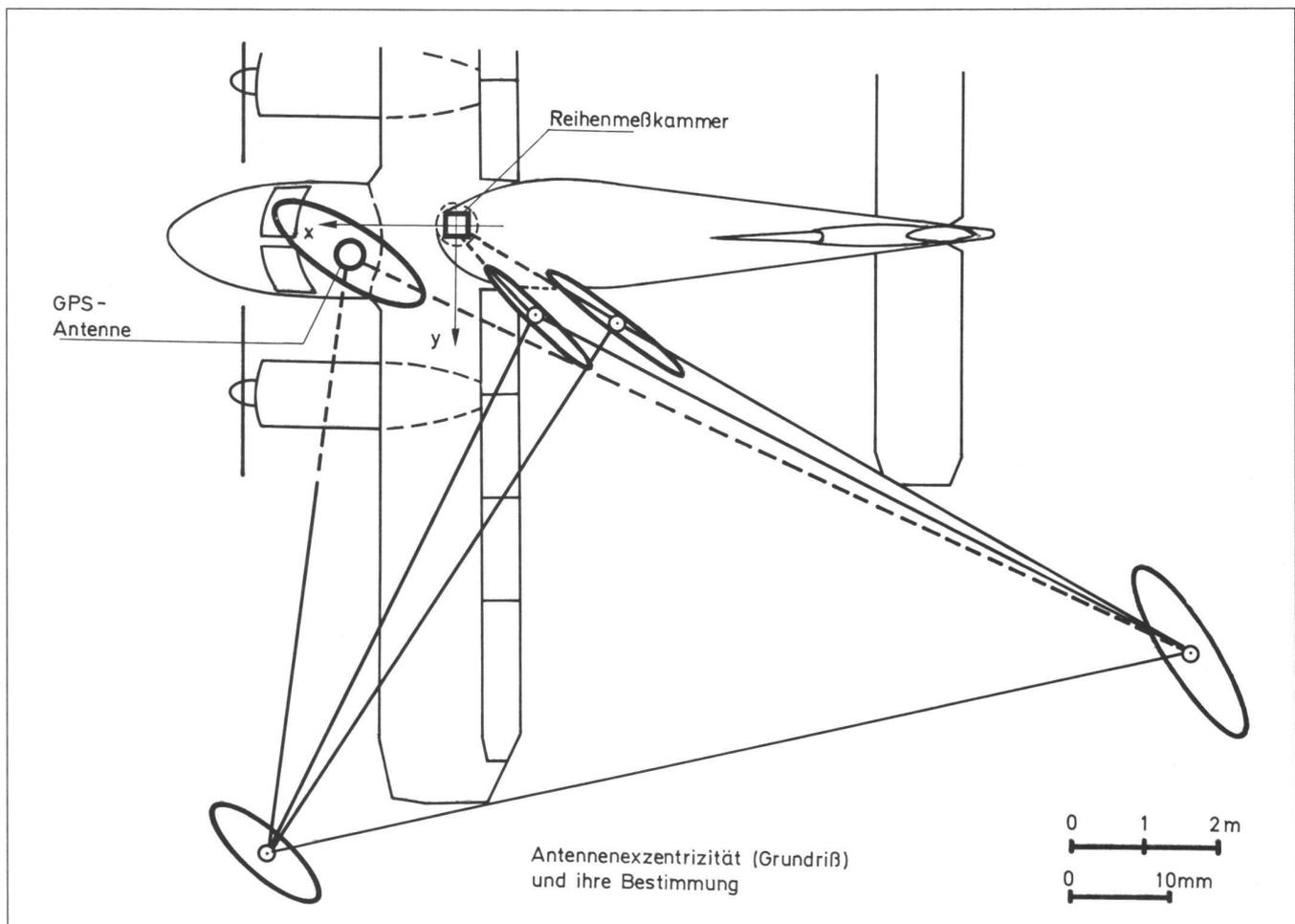
nen der Antenne konnten tatsächlich nur für den östlichen Streifen (Figur 6) über einen Zeitraum von 66 s berechnet werden. Fast die Hälfte der 66 Registrierungen misslangen aber und behinderten somit die Interpolation der Antennenpositionen zu den Belichtungszeitpunkten der Kamera. Figur 9 zeigt das Höhen-Zeit-Profil dieses Flugsegmentes nach einer Koordinatentransformation aus WGS 84 in ein lokales, auf das Internationale Ellipsoid bezogene cartesische System, das möglichst nahe an das bei der Aerotriangulation benutzte System gelegt wurde.

Für die Aerotriangulation wurde von den 16 Bildern des Streifens nur jedes zweite Photo ausgewählt, woraus 60% Längsüberdeckung folgte. Die Objektkoordinaten (Standardabweichung 1–2 cm) von etwa 500 signalisierten Geländepunkten waren vom BLVM zur Verfügung gestellt worden. Die Punkte entstammten einer früheren Katasterbefliegung der Stadt München. Markiert durch auf Asphalt gemalte Kreisscheiben, waren sie noch gut sichtbar. Die Messung der acht Bilder erfolgte paarweise im Planicomp C100 des IPK mit einer Gesamtgenauigkeit von 5

µm. Die Doppelbildkoordinaten wurden mit einer speziellen Routine bildweise zusammengefasst. Nach einer Bereinigung der Bilddaten und einer Transformation der Objektdaten in ein lokales cartesische System wurde der Bildstreifen mit einem modifizierten MOR-Bündelprogramm (Wester-Ebbinghaus, 1985) ausgeglichen.

Mit Ausnahme des Bildes 87 konnten die Projektionszentren der Bilder 73 bis 85 mit Standardabweichungen in den Bereichen 0,023... 0,056, 0,019... 0,072, 0,008... 0,043 m in x, y bzw. z bestimmt werden. Für Bild 87 ergaben sich wegen inhomogener Passpunktverteilung grössere Werte, so dass es nicht mehr weiter berücksichtigt wurde. Die erreichte Genauigkeit ist für einen Vergleich mit den aus GPS erhaltenen Positionen angemessen, aber auch notwendig.

Die photogrammetrischen Koordinaten der Projektionszentren konnten nun mit den aus der Bündelausgleichung erhaltenen Rotationsmatrizen R über Gl. (1) in die entsprechenden Phasenzentren der Antenne übertragen werden. Für die in das 66-Sekunden-Segment fallenden sechs Bilder wurden die zugehörigen GPS-Koordinaten durch lokale kubische Polynome



**Abb. 7: Antenne und Kamera in der Do 28 (Grundriss). Kalibriernetz zur Bestimmung der Exzentrizität.**

# Partie rédactionnelle

interpoliert. Wie aus Figur 9 ersichtlich, können nur die Stationen 73, 79 und 81 genügend zuverlässig angesehen werden; die anderen Stationen, nämlich 75, 77 und 83 liegen auf Teilen des Flugweges, wo die Interpolationsintervalle zwischen 4 und 12 s betragen – verglichen mit dem eigentlichen Registrierintervall von 1 s.

Trotz der genauen Registrierung der Belichtungszeitpunkte in die GPS-Zeitskala sollte sich zur eindeutigen Korrelation der von der Kamera erzeugten Bildnummern mit den laufenden Nummern der Registrierungen die auf den Luftbildern abgebildete Analoguhr als sehr wertvoll erweisen. Es stellte sich nämlich heraus, dass der Frequenzzähler aus bisher noch nicht erklärten Gründen gelegentlich einen vollen Takt ausgelassen hatte. Innerhalb des aktuellen Streifens konnten diese Synchronisationsprobleme eindeutig gelöst werden. Vorteilhaft wäre natürlich gewesen, wenn gleich eine Digitaluhr abgebildet worden wäre.

In Tabelle 2 sind die zwischen der Aero-triangulation und der GPS-Positionierung ermittelten Koordinatendifferenzen aufgelistet. Offensichtlich müssen diese relativ grossen Werte überwiegend Datumsdifferenzen zugeschrieben werden. Angesichts des nicht besonders guten Datenmaterials per se wurden keine weiteren Anstrengungen unternommen, dieses Problem durch rein theoretisch-geodätische Überlegungen über Ellipsoidübergänge zu lösen. Statt dessen wurde das lokale GPS-System einfach in das lokale photogrammetrische System verschoben («offset») und gedreht («slope» oder «drift»), wobei die Transformationsparameter

$p = 19,064 \quad 304,105 \quad -25,778 \quad \text{m (offset)}$   
 $-0,377273 \quad -0,233623 \quad -0,023888 \text{ m/s (drift)}$

nur aus den drei zuverlässigen Stationen 73, 79 und 81 bestimmt wurden. Dieser pragmatische Ansatz ist berechtigt, so lange man sich seiner Grenzen bewusst ist. Abgesehen davon, Lucas et al (1987) und Friess (1988) haben sich derselben Vorgehensweise bedient. Tabelle 3 zeigt die dann noch verbleibenden Restdifferenzen zwischen beiden Systemen.

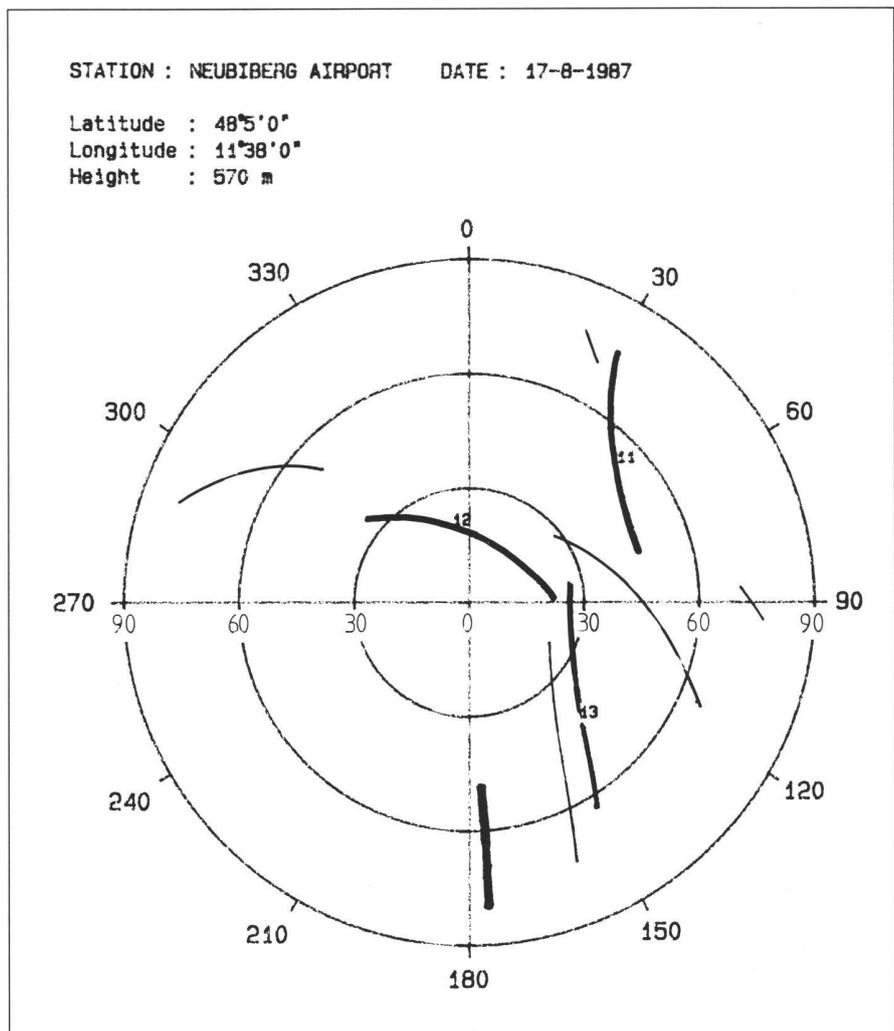


Abb. 8: Satellitendurchgänge des NAVSTAR-GPS am 17.8.1987, Station Neubiberg.

Für die drei «guten» Stationen ergaben sich mittlere quadratische Restfehler von 0,005, 0,763, 0,178 m, allerdings auf ziemlich niedrigem Signifikanzniveau. Während die X-Residuen quer zur Flugrichtung erstaunlich klein sind, erreichen die Y-Residuen in Flugrichtung ziemlich grosse Werte; sie lenken den Verdacht auf entweder abrupte und zufällige Geschwindig-

keitsänderungen des Flugzeugs oder auf nicht erklärbare Zeitsynchronisationsfehler. So könnte die Y-Differenz für die Station 77 einen Zeitfehler von 0,5 s deuten. Die Z-Residuen widerspiegeln wohl am ehesten das Genauigkeitspotential der kinematischen GPS-Positionierung unter besonders ungünstigen Bedingungen.

Die im Flugzeug erzielten Ergebnisse bestätigen noch nicht das hohe Genauigkeitsniveau von GPS in der Grössenordnung einiger weniger cm, so wie es aus kürzlich erzielten kinematischen Messungen über Land hätte erwartet werden können (Hein et al, 1988). Weitere Testflüge sind notwendig, um diesen Nachweis führen zu können.

## Schlussfolgerungen und kritische Anmerkungen

Die GPS-Flüge haben ergeben, dass unter allgemein ungünstigen Bedingungen das theoretisch zu erwartende Genauigkeitsniveau noch nicht erreicht werden

Station	X (Rechtswert)	Y (Hochwert)	Z (Höhe)
73	29,512 m	310,326 m	-25,174 m
75	23,477	312,228	-24,017
77	20,150	331,705	-23,099
79	16,880	303,783	-25,675
81	12,833	299,465	-26,355
83	10,913	297,067	-27,546

Tabelle 2: Absolute Koordinatendifferenzen zwischen Aero-triangulation und differentieller kinematischer GPS-Positionierung, bezogen auf lokale cartesische Systeme.

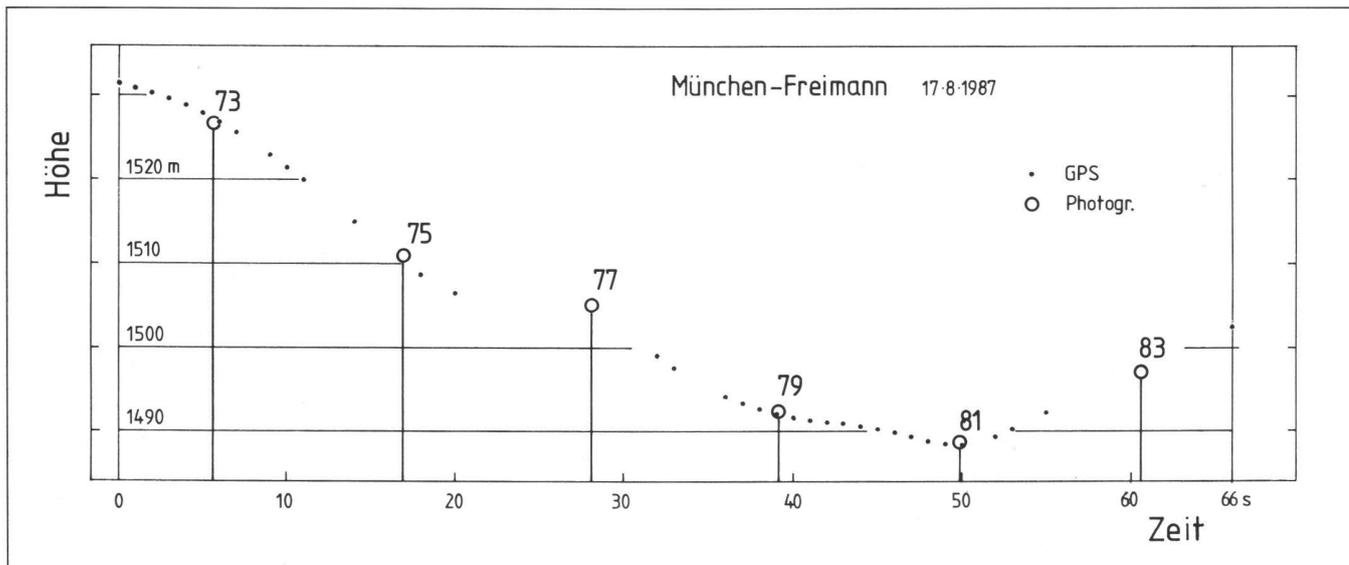


Abb. 9: Höhen-Zeit-Diagramm des Flugweges aus GPS und über Aerotriangulation.

Station	X	Y	Z
73	-0,002 m	-0,250 m	-0,058 m
(75)	-1,805	4,271	1,367
(77)	-0,907	26,366	2,553
79	0,007 m	1,034 m	0,242 m
81	0,005 m	-0,784 m	0,183 m
(83)	2,094	-0,692	-1,119

Tabelle 3: Restliche Koordinatendifferenzen.

konnte. Besser kontrollierbare Umfeldbedingungen vorausgesetzt, werden aber mit Sicherheit in naher Zukunft Sub-Dezimeter Genauigkeiten erhalten. Die Experimente haben auch gezeigt, dass ein GPS-Empfänger im Flugzeug zur Messung der Phase der Trägerwelle sicherstellen muss, dass er während des Startes und der Landung, aber auch während des normalen Fluges kontinuierliche Empfangsbereitschaft zu mindestens vier Satelliten aufweist, vorzugsweise in beiden Frequenzen L1 und L2. Darüber hinaus müssen Probleme wie niedriges SNR der Satellitensignale, mögliche Synchronisationsfehler des Verschlussauslöseimpulses bezüglich der GPS-Zeitskala, unvollständige Verfahren zur Auflösung der Wellenlängenmehrdeutigkeit, etc., vor weiteren Flugtests gelöst werden. Bis zu einer wirklich operationellen Lösung werden demnach noch erhebliche Anstrengungen nötig sein.

Die von Lucas et al (1987) veröffentlichten Genauigkeitsergebnisse sind unseres Erachtens als eine Aussage für den *Idealfall* zu betrachten, und man sollte sich vor Verallgemeinerungen hüten. Eigentlich wurde von ihm, aber auch von Friess (1988), nicht mehr und nicht weniger als

das hohe Genauigkeitspotential der differentiellen kinematischen GPS-Positionierung für die Zwecke der Aerotriangulation nachgewiesen.

Generell sollte man vom Methodischen her drei Fälle der Nutzung von GPS-Daten in der Photogrammetrie sehen:

- (1) **Daten zur Flugzeugnavigation in Realzeit.** Hierfür kommen nur Methoden wie die der «Differential Position Corrections» und der «Phase-Smoothed Pseudo Range» (siehe Hein et al, 1988) in Frage.
- (2) **Systematisch verfälschte GPS-Rohdaten der Kamera-Antennen-Positionen.** Diese Daten, die segmentweise – also etwa streifenweise – Verwendung finden können und einfachen Rechen- und Auswertemodellen entstammen, werden in der Blockausgleichung mitverarbeitet, d.h. deren die Systematik beschreibenden Parameter (in einfachster Weise «offset» und «drift») sind Unbekannte der Ausgleichung. Wenn wie bei Friess (1988) unter günstigen Bedingungen erzielt, können diese Ergebnisse das Genauigkeitspotential von GPS im Bereich von 3–5 cm aufzeigen.

- (3) **Bereitstellung von endgültigen relativen Präzisionsorten der Antenne.** Solche 3D-Positionen mit eventuell gegebenen Varianzen bzw. Kovarianzen können ohne Nachbearbeitung in der Photogrammetrie Berücksichtigung finden. Bisher liegen unseres Wissens hierüber weder Genauigkeitsaussagen oder gar realistische Genauigkeitsabschätzungen vor, noch wurde eine echte operationelle kombinierte Blockausgleichung durchgeführt. Die hohe Aktualität der GPS-gestützten Aerotriangulation wird durch die erhebliche Zahl von Beiträgen zum diesjährigen Kongress der Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie und Fernerkundung in Kyoto unterstrichen. Die zum Teil erfolgreicheren Experimente einiger anderer Stellen lassen erhöhte Forschungs- und Entwicklungsaktivitäten auf diesem Gebiet erkennen.

## Danksagung

Das laufende Forschungsprojekt wird von der DFG finanziell unterstützt. Dem BWB in Koblenz und WTD in Manching wird für die Bereitstellung einer Dornier Do 28 und des notwendigen Personals gedankt. Die Antenne war eine Leihgabe des NGS, Rockville, Md., die spezielle Reihenmesskammer von Carl Zeiss, Oberkochen. Dank gilt auch Prof. Lange vom Institut für Grundlagen der Elektrotechnik und Mechanik, UniBw München, für den Bau des Frequenzgenerators.

## Literatur:

- Decker, L. (1986): World Geodetic System 1984. Paper presented at Fourth International Geodetic Symposium on Satellite Positioning, Austin, Texas, 28 April. 2 May, 1986.

- Friess, P. (1987): The NAVSTAR Global Positioning System for Aerial Triangulation. Proc. 41st Photogram. Week, Stuttgart, 14–19 Sept, 1987, pp. 33–45.
- Friess, P. (1988): Empirical Accuracy of Positions Computed from Airborne GPS Data. Paper submitted to Comm. III, 16th ISPRS Congress, Kyoto, 1988.
- Hartl, Ph., Schoeller, W. (1986): Application of GPS-Receiver for Earth Observations. In: Progress in Imaging Sensors, Proc. ISPRS Symposium, Stuttgart, 1–5 Sept 1986 (ESA SP-252, Nov 1986), pp. 207–214.
- Hein, G.W., Landau, H., Baustert, H. (1988): Terrestrial and Aircraft Differential Kinematic GPS Positioning. Paper presented at International GPS Workshop, Darmstadt, 10–13 April 1988.
- Krabill, W.B., Martin, C.F. (1987): Aircraft Positioning Using Global Positioning System Carrier Phase Data, Navigation, Vol. 34, No. 2, Spring 1987, pp. 1–21.
- Kupfer, G. (1988): Geometrical System Calibration of Metric Cameras. In: Progress in Imaging Sensors, Proc. ISPRS Symposium, Stuttgart, 1–5 Sept 1986 (ESA SP-252, Nov. 1986), pp. 55–62.
- Lucas, J.R., Mader, G. (1987): Successful Demonstration of Aerotriangulation without Ground Control. Manuscript, NOAA/NGS, 11 p.
- Mader, G. (1988): Decimeter Level Aircraft Positioning Using GPS Carrier Phase Measurements. In: Proc. Fourth Intern. Geodetic Symp. on Satellite Positioning, April 28–May 2, 1986, Austin, Texas, Vol. 2, pp. 1311–1325.
- Scherrer, R., Fricker, P. (1986): GPS – Das Vermessungs-System der Zukunft. Wild Reporter, Nr. 24, pp. 3–7.
- Schödlbauer, A. (1984): Bezugssysteme der Landesvermessung unter Berücksichtigung terrestrischer und satelliten-geodätischer Mess- und Auswerteverfahren. In: Satelliten-Doppler-Messungen. Beiträge zum Geodätischen Seminar 14./25. Sept. 1984, pp. 63–153. Schriftenreihe des Wiss. Stud. Gang Vermessungswesen, HSBW München, Heft 15, Dez. 1984.
- Wester-Ebbinghaus, W. (1985): Bündeltriangulation mit gemeinsamer Ausgleichung photogrammetrischer und geodätischer Beobachtungen. ZfV 110 (1985) 3, pp. 101–111.

Adresse des Verfassers:  
Prof. Dr.-Ing. Egon Dorrer  
Universität der Bundeswehr München  
Werner-Heisenberg-Weg 39  
D-8014 Neubiberg

## Zur Erstellung des stochastischen Modells bei trigonometrischen Höhennetzen

H. Fröhlich, A. Grimm-Pitzinger, K. Hanke

**Zur Erstellung des stochastischen Modells eines trigonometrischen Höhennetzes werden die Varianzen der Beobachtungen in einen konstanten und einen entfernungsabhängigen Teil zerlegt. Mit Hilfe der Varianzkomponentenschätzung gelingt es, die Relation der beiden Komponenten aus dem Datenmaterial zu schätzen und dadurch das Ergebnis der Ausgleichung zu verbessern.**

*Pour élever un modèle stochastique d'un réseau trigonométrique d'altitude, les variances des observations sont divisées en un part constant et un part dépendant des distances.*

*A l'aide de l'estimation des composantes des variances il réussit à préciser la relation de les deux composantes à la base des données. Il en résulte une précision supérieure lors des résultats de l'ajustement.*

### 1. Einleitung

Die trigonometrische Höhenmessung hat sich als zweites Höhenmessverfahren neben dem geometrischen Nivellement etabliert. Setzt man die weitgehende Elimination des Refraktionseinflusses durch die Beobachtung von gleichzeitig-gegenseitigen Zenitdistanzen voraus, werden damit schon in ebener Topographie mit weniger Aufwand einem technischen geometri-

schen Nivellement gleichwertige Resultate erzielt. Im Hochgebirge ist das geometrische Nivellement nicht praktikabel und die trigonometrische Höhenmessung verbleibt als einzige Präzisionsmethode zur Bestimmung von Höhendifferenzen. Die Verknüpfung solcher Messelemente zu Höhennetzen steigert die Genauigkeit der errechneten Punkthöhen und bewirkt Zuverlässigkeit ihrer Bestimmung.

Ein zentrales Problem bei der Auswertung solcher Netze ist das Erstellen des stochastischen Modells, etwa für eine Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen. Diese a-priori Annahme soll die Genauigkeitsverhältnisse der unterschiedlich langen und steilen Visuren richtig beschreiben. Die Angabe einer solchen, allgemein gültigen Gewichtsformel für derartige Messungen im steilen Gelände ist wegen der Vielzahl der die Beobachtungen beeinflussenden Fehlerkomponenten wie Refraktionsreste und Lotstörungseffekte nur schwer möglich.

Die Erstellung des stochastischen Modells kann jedoch, dies soll in diesem Artikel gezeigt werden, durch Anwendung der Varianzkomponentenschätzung der konkreten Situation angepasst werden. Grundlage ist die gedankliche Aufteilung der Beobachtungsvarianzen in zwei Komponenten, etwa in einen konstanten und einen mit dem Quadrat der Zielweite anwachsenden Anteil. Ausgehend von einem solchen Ansatz, werden iterativ Faktoren geschätzt, welche die wahrscheinlichste Relation zwischen den beiden Komponenten festlegen. Es ist mit Hilfe der Varianzkomponentenschätzung möglich, aus dem jeweiligen, von groben Datenfehlern bereinigten Datensatz eine für diesen gültige Gewichtsformel zu berechnen. Dies führt zu einer besseren Ausnutzung des Informationsgehalts der Messungen und in weiterer Folge zu einer Verbesserung der Ausgleichungsergebnisse.