

**Zeitschrift:** Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

**Band:** 93 (1995)

**Heft:** 4: ETHZ : Departement Geodätische Wissenschaften = EPFZ : Département des sciences géodésiques

**Artikel:** Die neue Geoidbestimmung in der Schweiz : gegenwärtiger Stand und Genauigkeitsuntersuchungen

**Autor:** Marti, U. / Kahle, H.-G.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-235153>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 02.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Die neue Geoidbestimmung in der Schweiz: Gegenwärtiger Stand und Genauigkeitsuntersuchungen

U. Marti, H.-G. Kahle

Die zukünftigen Arbeiten der Landesvermessung (LV95) verlangen nach einer neuen Geoidbestimmung in der Schweiz. Deshalb wurde 1991 vom Institut für Geodäsie und Photogrammetrie (IGP) der ETH Zürich, dem Bundesamt für Landestopographie (L+T) und vom Astronomischen Institut der Universität Bern (AIUB) ein gemeinsames Nationalfondsprojekt gestartet. Dabei soll das Geoid durch Kombination aller verfügbarer Informationen über die Parameter des Schwerefeldes und durch Einbezug von neuen Massenmodellen mit einer Genauigkeit von wenigen cm über die ganze Schweiz berechnet werden. Besondere Aufmerksamkeit wird dabei der Einführung des an der L+T entstehenden 25-Meter Höhenmodells (DHM25) geschenkt. Als hauptsächliche Beobachtungen fließen Lotrichtungsmessungen ein. GPS/Nivellement-Messungen werden punktuell zur Stützung verwendet. Schweremessungen sind von grossem Nutzen für die Definition des neuen Höhenbezugssystems und für die korrekte Ausgleichung des Nivellements. Neben einer aktuellen Dokumentation der bisherigen Messungen werden die erreichbaren Genauigkeiten untersucht und verschiedene Kovarianzfunktionen für die Interpolation und Kollokation getestet.

*Les futurs travaux de la mensuration nationale (LV 95) demandent une nouvelle détermination du géoïde en Suisse. Pour cette raison, l'Institut de géodésie et de photogrammétrie (IGP) de l'EPF Zurich, l'Office fédéral de topographie (S+T) et l'Institut astronomique de l'Université de Berne (AIUB) ont lancé un projet de recherche commun du Fonds national. Il est prévu de calculer avec une précision de quelques centimètres le géoïde sur tout le territoire suisse en combinant toutes les informations sur les paramètres du champ de gravitation et en incluant de nouveaux modèles de masse. Une attention particulière sera vouée à l'introduction du modèle numérique du terrain de 25 m (MNT 25), en voie de création au sein du S+T. Les observations principales constituant ce modèle seront les mesures de la déviation de la verticale appuyées ponctuellement par des mesures combinées de nivellement / GPS. Les mesures de gravitation sont de grande utilité pour la définition du nouveau système de référence des altitudes et pour la compensation correcte du nivellement. En plus d'une documentation actualisée des mesures effectuées jusqu'à ce jour on testera les précisions pouvant être atteintes ainsi que diverses fonctions de covariance pour l'interpolation et la collocation.*

I lavori futuri della misurazione federale (LV95) necessitano di una nuova determinazione geodetica in Svizzera. Per questo motivo nel 1991 l'Istituto di geodesia e fotogrammetria (IGP) dell'ETH di Zurigo, l'Ufficio federale di topografia (S+T) e l'Istituto astronomico dell'Università di Berna (AIUB) hanno dato avvio a un progetto congiunto del Fondo nazionale. A questo riguardo, il geoido va calcolato su tutta la Svizzera con una precisione di alcuni cm, combinando le informazioni disponibili sui parametri del campo gravitazionale e includendo nuovi modelli di massa. Particolare attenzione è fornita all'introduzione del modello altimetrico dei 25 metri (DHM25), ottenuto al S+T. Le osservazioni principali si concentrano sulle misurazioni della direzione verticale e le misurazioni della livellazione/GPS sono regolarmente utilizzate come sostegno. Le misurazioni delle gravità sono di grande utilità per la definizione del nuovo sistema di riferimento altimetrico e per la corretta compensazione della livellazione. Oltre alla documentazione aggiornata delle misurazioni finora registrate, si fanno delle ricerche anche sulle precisioni raggiungibili e si sperimentano le diverse funzioni di covarianza per l'interpolazione e la collocazione.

### 1. Einleitung, bisheriges Geoid der Schweiz

Als die amerikanische Weltraumbehörde NASA 1975 damit begann, die Meeresoberfläche mit Hilfe von radargestützten Satelliten zu kartieren, erwarteten die Ozeanographen Informationen über globale Meeresströmungen und Seegangshöhen. Eines der überraschenden Teilergebnisse war, dass die zirkumpazifischen Tiefseegräben mit relativ grossen Depressionen der Meeresoberfläche verbunden waren. Diese sich über Tausende von Kilometern hinziehende Vertiefung des Meeresniveaus musste als Störung im Schwerefeld der Erde interpretiert werden. Inzwischen liegen globale Karten des Reliefs der Meeresoberfläche vor, die eine Reihe von interessanten Strukturen aufweisen. Viele bisher unbekannte submarine Gebirge, Seamounts und Bruchzonen konnten insbesondere auch durch Radar-Messungen des ersten europäischen Fernerkundungssatelliten ERS 1 identifiziert und plattentektonisch interpretiert werden (s. z.B. [Smith and Sandwell, 1994]).

Wenn man sich die Ozeane durch die Kontinente hindurch mit Kanälen weltweit verbunden vorstellt, so erhält man eine Äquipotentialfläche des Schwerefeldes der Erde, die als Geoid bezeichnet wird. Ihre Höhen gegenüber dem Referenzellipsoid nennt man Geoidundulationen. Bereits die ersten Schwere- und Lotrichtungsmessungen in der Schweiz, ausgeführt von Mitarbeitern der Schweizerischen Geodätischen Kommission (SGK) anfangs dieses Jahrhunderts, haben die Existenz von relativ starken lateralen Änderungen dieser Höhen-Bezugsfläche im Alpenraum aufgezeigt und damit physikalisch/theoretische Untersuchungen von Stokes, Gauss und Helmert bestätigt.

Bislang wurde zur Berechnung von Geoidhöhen und Lotabweichungskomponenten in der Schweiz das Programm LAG, das auch unter dem Namen GEOLOT bekannt ist, verwendet. Es entstand 1980 aus den Arbeiten von A. Elmiger und W. Gurtner. Als Beobachtungen flossen dabei 204 Lotabweichungskomponenten von 121 astrogeodätischen Stationen ein (vgl. Abb.1). Man sieht, dass es grosse stützpunktfreie Gebiete gab, welche nur schwach bestimmt waren. Eine Detektierung von groben Fehlern in den astronomischen Koordinaten war bei dieser Punktverteilung praktisch ausgeschlossen. Es erstaunt daher nicht, dass 1992, als zwei fehlerhafte Messungen in Graubünden und bei Lausanne durch neue ersetzt wurden, dort Differenzen in den Geoidhöhen bis zu 35 cm auftraten.

Als Geländemodell wird in LAG zur erleichterten Interpolation von Geoidhöhen und Lotabweichungen ein hauptsächlich aus dem 250-Meter Höhenmodell RIMINI abgeleiteter 500-Meter-Raster verwendet.

Dieser Raster geht jedoch nicht sehr weit über die Landesgrenzen hinaus; deshalb muss insbesondere in Genf und im Unterengadin teilweise mit einem sehr groben 10-km-Raster gearbeitet werden. Dies führt dort zu Ungenauigkeiten der Geoidberechnung. Es ist aber auch möglich, für die nähere Punktumgebung ein 50-Meter- oder 100-Meter-Höhenmodell zu verwenden. Von dieser Möglichkeit wurde in der Praxis aus Mangel an verfügbaren Daten fast nie Gebrauch gemacht. Die Auswirkungen dieser Vereinfachungen werden in einem späteren Kapitel diskutiert. Ausser der Topographie werden in LAG als weitere Massenmodelle die Tiefe der Krusten-Mantel-Grenze (Moho) und der Ivreakörper eingeführt; letzterer jedoch nur sehr grob, was insbesondere im Tessin zu einer Verminderung der Genauigkeit führt.

All diese Faktoren zeigen auf, dass LAG zwar für den Grossteil der Schweiz die Berechnung von Geoidhöhen mit einer Genauigkeit von 10 cm erlaubt, dass aber in einigen Regionen die Genauigkeit für die Kombination von Nivellement und GPS nicht ausreicht. Dies gilt auch für die Prädiktion von Lotabweichungen. Zudem sind die Schweremessungen mit LAG nicht interpolierbar. Eine Genauigkeitssteigerung gegenüber LAG wird vor allem durch den Einbezug der seit 1980 ausgeführten astro-geodätischen Beobachtungen, von GPS/ Nivellements-Messungen und von erweiterten Massenmodellen für die Berechnung von Schwerfeldparametern erwartet.

## 2. Die heute vorhandenen Messungen

### a) Astro-geodätische Messungen

Seit 1982 steht am IGP der ETH Zürich die transportable Zenitkamera TZK3 im Einsatz. Sie wurde bis 1987 vor allem in speziellen Projekten zur Bestimmung von Strukturen der Erdkruste eingesetzt (zum Beispiel: Ivrea-Projekt [Bürki, 1988], NFP20 [Kahle, 1993]). Dabei wurden etwa 200 Stationen beobachtet. Seit 1990 wurde die Schweiz flächendeckend, speziell für eine Neubestimmung des Geoids, mit einem mittleren Punktabstand von 15 bis 20 km vermessen. Dies lieferte noch einmal etwa 100 Punkte. Heute liegen etwa 600 Stationen mit 1100 Lotabweichungskomponenten vor. Die meisten von ihnen weisen eine Genauigkeit von besser als 0.5" auf. Die Verteilung aller verfügbaren astro-geodätischen Stationen ist in Abb. 2 dargestellt.

### b) GPS in Kombination mit Nivellement

Eine in der Theorie sehr einfache Methode der Geoidbestimmung ist die Kombination von GPS-Messungen mit einem Präzisionsnivellement [Marti und Kahle, 1992]. Während GPS ellipsoidische

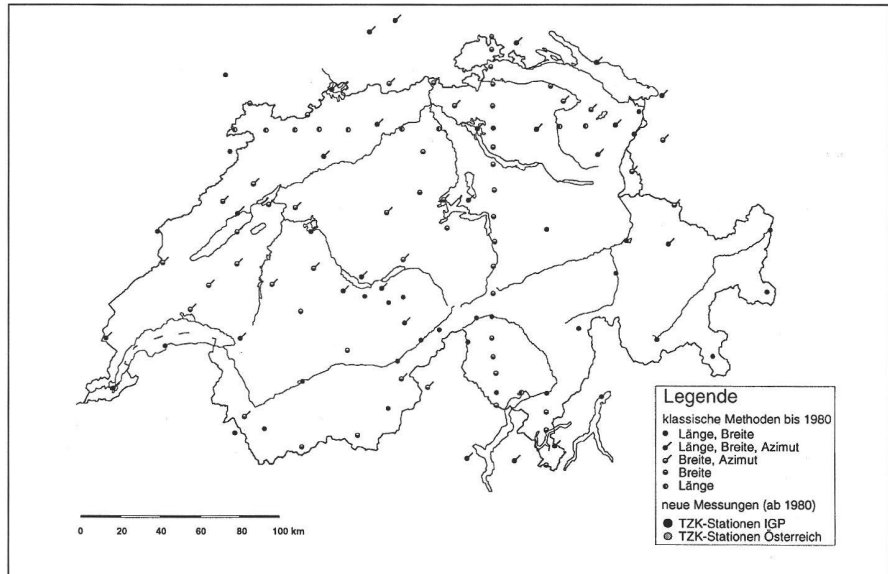


Abb. 1: Stützpunkte der astro-geodätischen Geoidbestimmung von 1978 (Gurtner).

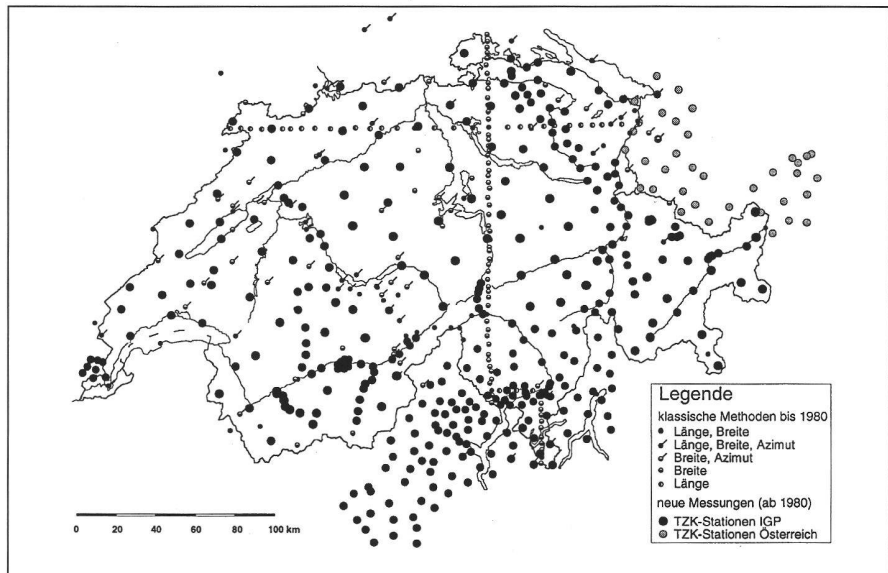


Abb. 2: Astro-geodätische Stationen der Schweiz. Stand Ende 1994.

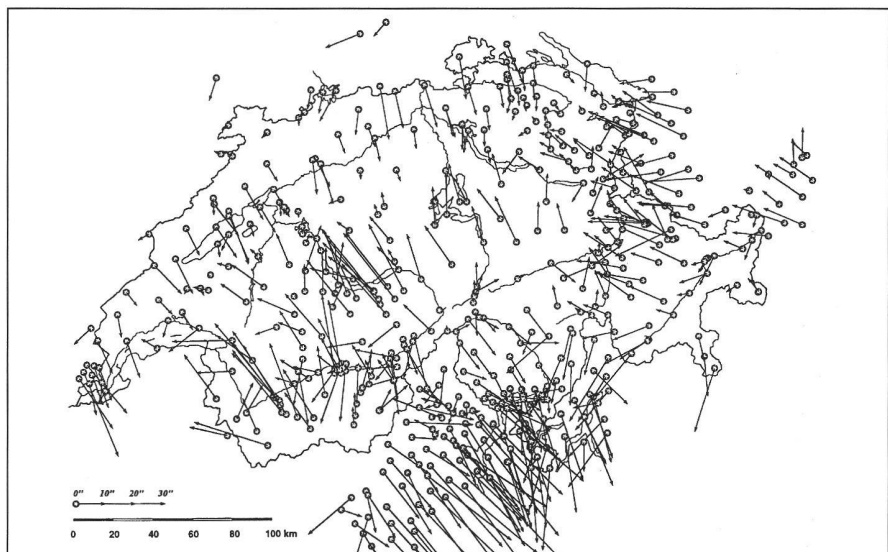


Abb. 3: Oberflächenlotabweichungen der Schweiz.

Höhen liefert, ergeben sich aus dem Nivellement (in Kombination mit Schwere-messungen) orthometrische Höhen. Die Geoidundulationen erhält man daraus durch eine einfache Differenzbildung. In der praktischen Anwendung ergeben sich jedoch einige Probleme: Damit die GPS/Nivellement-Messungen zur astro-geodätischen Lösung des Geoids beitragen können, muss die Genauigkeit sowohl der GPS-Messungen als auch des Nivellements etwa 2 cm pro 100 km betragen. Dies ist für beide Typen von Messungen nicht sehr einfach zu erreichen. Die Höhenbestimmung mit GPS ist stark von einer korrekten Modellierung des Einflusses der Atmosphäre abhängig. Die bis heute verwendeten Methoden zur Troposphärenmodellierung erreichen die benötigte Genauigkeit insbesondere bei grossen Höhenunterschieden noch nicht. Deshalb wurde am IGP ein spezielles Projekt zur Lösung dieses Problems in Angriff genommen, welches die meteorologischen Bedingungen mit Wasserdampf-radiometer-Messungen [Bürki, 1993] und Messdaten der Schweizerischen Meteorologischen Anstalt [Eckert, 1992] modellieren soll (vgl. auch Bürki et al., dieses Heft). Zudem sollen einige ausgewählte Punkte des LV95-Netzes, welche direkt ans Landesnivellement angeschlossen sind, noch einmal speziell für eine genaue Höhenbestimmung vermessen werden. Durch gleichzeitige Messungen mit Wasserdampfradiometern soll der für die Höhenbestimmung besonders kritische Feuchtigkeitsanteil des Wasserdampfdrucks besser modelliert werden.

Aber auch die Nivellements-messungen erreichen die benötigte Genauigkeit nur teilweise. Theoretisch erhält man zwar eine Genauigkeit von besser als 1 cm pro 100 km, dies aber nur unter der Voraussetzung, dass Schwere-messungen für die Bestimmung von orthometrischen Höhen berücksichtigt werden. Der Einbezug von GPS-/Nivellements-messungen in die hochpräzise Geoidberechnung ist also mit einigem Aufwand verbunden. Deshalb wurde entschieden, nur wenige «direkt beobachtete» Geoidhöhen in die definitive Berechnung einfließen zu lassen, dies vor allem zur Stützung und Kontrolle in den Randgebieten der Schweiz.

### c) Schwere-messungen

In der Schweiz liegen sehr viele Schwere-messungen vor, welche zur Geoidbestimmung mitverwendet werden könnten. Damit die Schwere-messungen zur Steigerung der Genauigkeit des Geoids beitragen, muss der Grossteil von ihnen mitverwendet werden. Der Einbezug von nur einigen wenigen Beobachtungen bringt keine Verbesserung. Dadurch würde die Anzahl der verwendeten Beobachtungen jedoch sehr stark ansteigen. Weil bei der Kollokationsmethode, welche zur Interpo-

lation des Geoids verwendet wird, eine quadratische Matrix mit der Dimension der Anzahl Beobachtungen invertiert werden muss, würden durch den Einbezug der Schwere-messungen der Rechenaufwand und der benötigte Speicherplatz enorm ansteigen, ohne dass eine wesentliche Genauigkeitssteigerung erreicht würde.

Ein weiteres Problem der Schwere-messungen besteht darin, dass sie sich auf ein anderes Bezugssystem als die astro-geodätischen Daten und auch die GPS/Nivellement-Messungen beziehen. Eine Transformation kann dabei nicht sehr einfach realisiert werden. Zudem müssen alle beobachteten Schwere-werte noch einmal mit den gleichen Massenmodellen reduziert werden, wie sie auch für die übrigen Messungen verwendet wurden, um die Kompatibilität aller Messungen zu gewährleisten.

Deshalb wurde entschieden, die Schwere-messungen nicht in die definitive Berechnung des Geoids der Schweiz zu integrieren. Die Auswertesoftware erlaubt jedoch deren Verwendung für lokale Geoidberechnungen. Zudem werden sie benötigt, um an beliebigen Punkten die für eine korrekte Ausgleichung von Nivellementsnetzen wichtigen Oberflächen-schwerewerte und die mittleren Schwere-werte in der Lotlinie zu präzisieren.

### 3. Die Massenmodelle

Ein wichtiger Schritt bei der Geoidberechnung in einem gebirgigen Land, wie die Schweiz, ist die Reduktion der beobachteten Schwerefeldgrössen um die Einflüsse von bekannten und modellierbaren Massen. Dadurch kann erreicht werden, dass das zu interpolierende Restfeld eine glatte Form aufweist und deshalb leichter interpoliert werden kann als die unruhige Form der gemessenen Werte (siehe zum Beispiel die Oberflächenlotabweichungen in Abb. 3). Damit vermeidet man auch, dass die Lösung zu stark von der gewählten Interpolationsmethode abhängt. Zudem müssen bei einer Geoidbestimmung die beobachteten Werte auf Meereshöhe reduziert werden. Das heisst, dass Modellannahmen für die Dichteverteilung im Erdinnern gemacht werden müssen, welche die Geoidbestimmung beeinflussen. Dieses Problem kann man umgehen, wenn man anstelle des Geoids das Quasigeoid berechnet, welches sich auf die Oberflächenwerte stützt. Dann hat die Reduktion der Messwerte nur noch die Funktion, die Interpolation zu erleichtern. Diese Lösung ist unabhängig von der Korrektheit der eingeführten Massenmodelle und wird heute deshalb in vielen Ländern Europas bevorzugt. Als Konsequenz daraus wird dann allerdings auch ein Normalhöhen-system eingeführt, welches das orthometrische Höhen-system ersetzt. Da man sich

in der Schweiz noch nicht definitiv auf das zukünftige Höhen-system festgelegt hat, werden im Moment sowohl Geoid als auch Quasigeoid berechnet.

### a) Die Topographie

Als wichtigstes einzuführendes Massenmodell ist die Form der Topographie zu betrachten. Durch ihre sehr unregelmässige Struktur ist sie hauptverantwortlich für die kurzwelligen Anteile des Schwerefeldes. So können zum Beispiel an den gegenüberliegenden Hängen des Rhonetals Lotabweichungsdifferenzen von über 40" auftreten, wie dies zum Beispiel im Testnetz Turtmann zu beobachten ist [Jeanrichard, 1992]. Das Hauptproblem bei der Berechnung des Topographieeffekts liegt in der weitgehend unbekanntem Dichteverteilung der oberen Erdkruste, so dass für den Grossteil der Schweiz mit einer Standarddichte gearbeitet werden muss. Eine falsche Dichte wirkt sich linear auf alle Komponenten des Schwerefeldes aus.

An der L+T ist zur Zeit ein Projekt (DHM25) in Arbeit, welches zum Ziel hat, ein digitales Höhenmodell mit einer Rasterweite von 25 Metern zu erstellen. Zur Zeit sind etwa 80% des von der Landeskarte 1:25000 abgedeckten Gebietes verfügbar. Der Rest sollte mit Unterstützung des NF bis Ende 1995 erhältlich sein. DHM25 bildet das zentrale Massenmodell bei der Reduktion von Schwerefeldmessungen. Es hat sich gezeigt, dass es genügt, wenn nur etwa 1 km<sup>2</sup> um jede Station herum mit dieser Auflösung berechnet wird. Weiter entfernte Massen können ohne Genauigkeitsverlust auch mit dem bisher in LAG verwendeten 500-Meter-Raster berücksichtigt werden. Ab einer Distanz von 30 km genügt sogar ein sehr grober 10-km-Raster.

In Abbildung 4 ist skizziert, welchen Einfluss die Nichtberücksichtigung eines hochauflösenden Topographiemodells bei der Prädiktion von Schwerefeldinformationen hat, wie dies heute mit LAG standardmässig durchgeführt wird. Als Testgebiet wurde ein alpines Gebiet in der Nähe von Vättis (SG) gewählt. Die Distanz der Berücksichtigung der Nahtopographie wurde dabei schrittweise erhöht, bis praktisch keine Unterschiede zur exakten Berechnung mehr auftraten. Man erkennt, dass, wenn überhaupt kein hochauflösendes Geländemodell benutzt wird (Distanz = 0), bei der Prädiktion von Geoidhöhen praktisch keine Genauigkeitseinbussen zu verzeichnen sind (maximal 2 mm), dass aber bei der Prädiktion von Lotabweichungen Differenzen von 2.5" auftreten können. Bei den Schwere-werten treten Unterschiede von mehr als 8 mgal (1mgal = 10<sup>-6</sup> ms<sup>-2</sup>) auf. Falls die Nahtopographie in einem Umkreis von 500 m berücksichtigt wird, sind im untersuchten Gebiet bereits alle auftretenden Unterschiede

kleiner als die Messgenauigkeit. Um diese Grenzwerte auch in extremen topographischen Verhältnissen zu erreichen, wurde die Distanz, innerhalb welcher mit dem 25-Meter-Raster oder auch mit einem 50-Meter-Raster gerechnet wird, auf 1 km erhöht.

Ähnliche Untersuchungen wurden auch für den Übergang zwischen dem 500-Meter- und dem 10-km-Raster durchgeführt. Als Wert ergab sich in alpinen Gebieten eine Grenzdistanz von etwa 30 km. Das ist mehr als heute in LAG verwendet wird. Damit stiessen wir jedoch in der Gegend um Genf und im Unterengadin auf Probleme, da das dem 500-Meter zugrunde liegende 250-Meter-Modell RIMINI nur knapp über die Landesgrenze hinausreicht. Deshalb musste der 500-Meter-Raster noch beträchtlich erweitert werden. Dies konnte mit Hilfe des Höhenmodells RITAF erreicht werden. Somit liegt nun für die Schweiz und mindestens 70 km über die Landesgrenzen hinaus ein vollständiger 500-Meter-Raster vor, welcher zur Berechnung von Schwerefeldparametern genügt.

Es wurde auch untersucht, ob dieser Perimeter mit einem Umkreis von 70 km um die Schweiz genug gross ist, um die Reduktion des Schwerefeldes mit einer genügenden Genauigkeit durchführen zu können. Zu diesem Zweck wurde mit Hilfe des weltweiten 5'-Höhenmodells TUG87 der Technischen Universität Graz der Einfluss der gesamten Topographie ausserhalb des Einzugsbereichs des Geländemodells der Schweiz berechnet. Als Resultat erhält man für das verursachte Cogeoid der weltweiten Topographie (inklusive Wassermassen der Meere, aber ohne Isostasie) eine ruhig verlaufende Fläche, welche in der Schweiz von Nordwesten nach Südosten um etwa 3 m ansteigt. Die dazugehörenden Lotabweichungen betragen zwischen 3" und 6". Für die Geoidberechnung ist jedoch von Wichtigkeit, dass diese Massen nur eine minimale Auswirkung auf die Lotkrümmung und somit auch auf die orthometrische Korrektur haben. Deshalb kann ihr Einfluss bei der Berechnung des Geoids der Schweiz vernachlässigt werden.

## b) Weitere Massenmodelle

Neben der Topographie haben auch die sogenannten geologischen Massen einen Einfluss auf das Schwerefeld. Der Dichte-contrast an der Krusten-Mantelgrenze (Moho) ergibt Wirkungen, welche der Topographie entgegenwirken, jedoch sehr viel ruhiger verlaufen. Ihr Einfluss auf die Geoidhöhe beträgt etwa 17 m unter dem Alpenhauptkamm, in der Region Basel hingegen nur 2 m. Nach Abschluss des Nationalen Forschungsprojektes NFP20 wurde der Verlauf der Moho unter den Alpen neu berechnet und in das bisher bestehende Modell integriert.

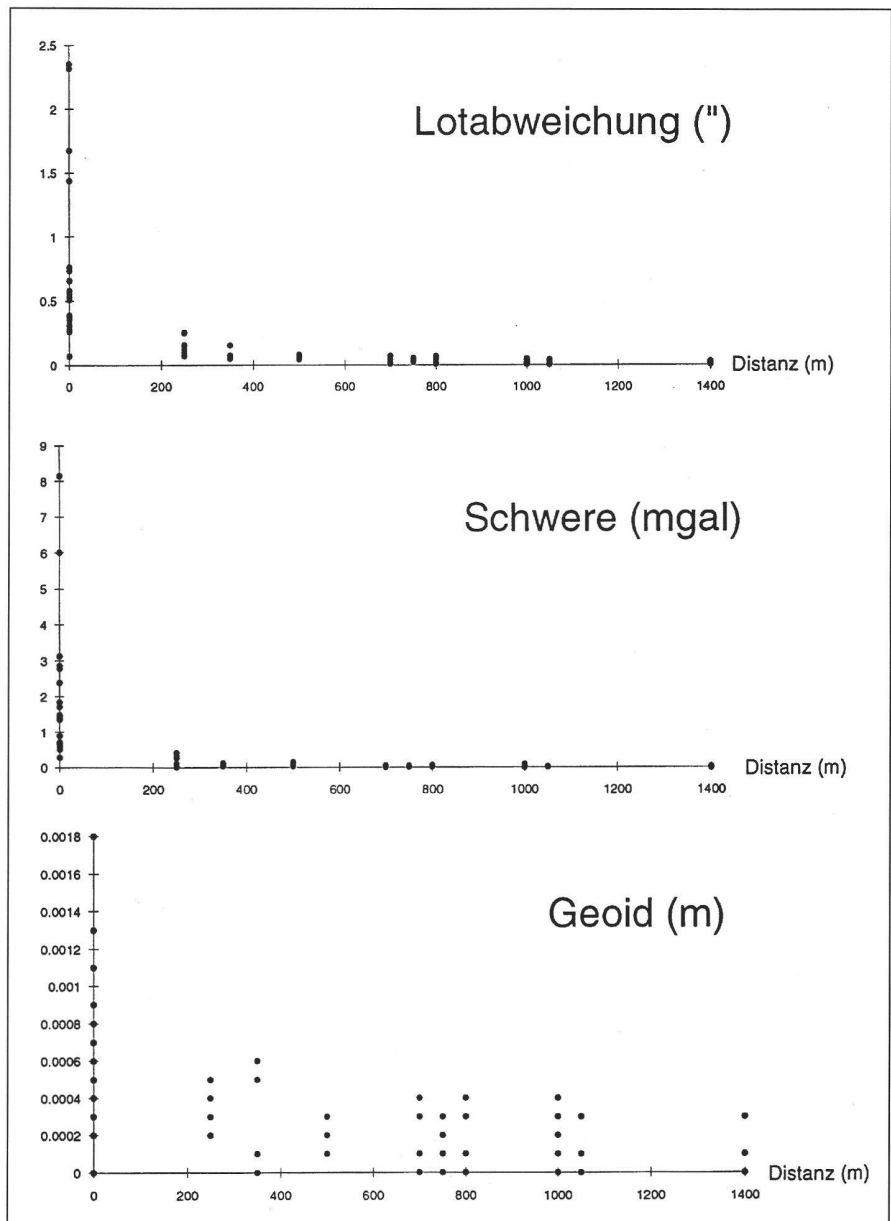


Abb. 4: Einfluss der Vernachlässigung der Nahtopographie auf die Berechnung des Schwerefeldes.

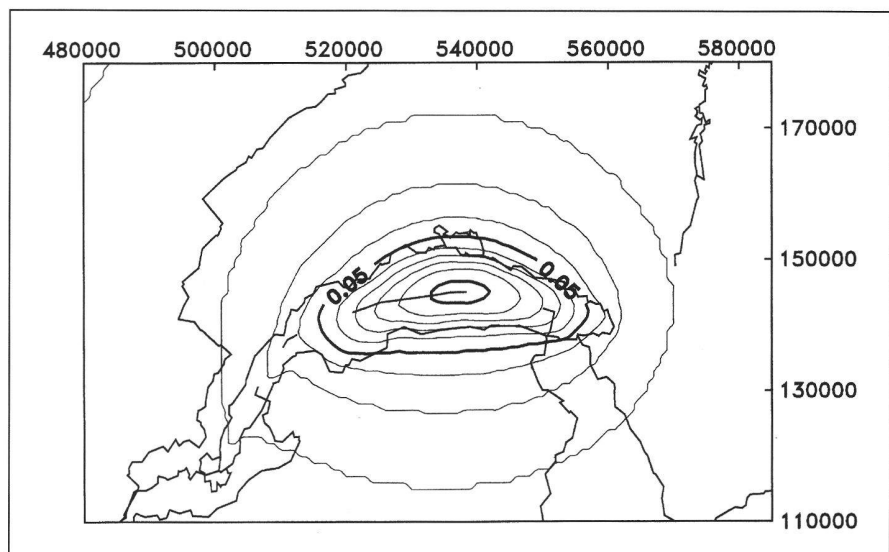


Abb. 5: Einfluss des Lac Lemman auf das Geoid, Einheiten in [m].

Als weitere Struktur, welche das Schwerefeld stark beeinflusst, tritt in der Süd-schweiz und in Norditalien der Ivreakörper in den Vordergrund. Es handelt sich dabei um dichtes Material der Unterkruste und des oberen Erdmantels, welches bei der Kollision der Adriatischen und der Eurasischen Platte bis an die Erdoberfläche angehoben wurde. Seine Modellierung konnte mit gravimetrischen und astro-geodätischen Methoden gegenüber des in LAG eingeführten Modells stark verbessert werden [Bürki, 1988]. Die Wirkungen des Ivreakörpers betragen bis zu 10 m auf die Geoidhöhe in der Gegend von Locarno, und die von ihm verursachten Lotabweichungen erreichen 30" in der Süd-schweiz.

Ebenfalls berücksichtigt werden müssen die Einflüsse der Sedimentbecken der grössten Täler, bei welchen Dichtekontraste gegenüber der Norm von bis zu  $-0.7 \text{ g/cm}^3$  auftreten können. Besonders wichtig ist dabei der bis zu 12 km mächtige Sedimenttrog der Po-Ebene, welcher in der Region um Chiasso Lotabweichungen von 12" verursacht. Aber auch weniger mächtige Formationen wie das Molassebecken des Mittellandes oder das Rhonetal verursachen spürbare Effekte auf das Schwerefeld. Als Beispiel des Effekts einer relativ kleinen Struktur ist in Abbildung 5 der korrigierte Einfluss des Lac Lemans auf die Geoidhöhe dargestellt. Die Wassermassen der Seen können in der Schweiz Lotabweichungen von etwa 3" verursachen und das Geoid um maximal 11 cm heben.

## 4. Interpolation des Restfeldes

Nach der Reduktion der Rohmessungen um die Einflüsse der Modellmassen erhalten wir ein Residualfeld von reduzierten Lotabweichungen, Geoidhöhen und Schwerewerten, welches nun mit einer geeigneten Methode interpoliert werden muss. Dazu hat sich die multivariate Kollokation als vielseitiges Mittel zur Kombination von unterschiedlichen Typen von Messungen erwiesen. Dabei werden mittels statistischer Methoden Varianzen und Kovarianzen zwischen den Beobachtungen modelliert. Als entscheidende Grössen treten die Auto- und Kreuz-Kovarianzfunktionen mit ihren Parametern auf.

### Test von verschiedenen Kovarianzfunktionen

Das Resultat einer Interpolation mittels Kollokation ist von den gewählten Varianz-Kovarianz-Funktionen und derer Parametern abhängig. Sie verlieren allerdings ihren starken Einfluss, wenn wir die Messungen bereits mit guten Massenmodellen erklären können. So konnte bei der Berechnung des lokalen Geoids im Test-

netz Turtmann [Wirth, 1990] durch die Variation der Kovarianzfunktion ein maximaler Berechnungsunterschied von nur 1 mm erzeugt werden. Da die Messdichte im allgemeinen nicht so hoch ist und sich Fehler in den Massenmodellen über grössere Distanzen stärker auswirken, wurden in Testrechnungen drei verschiedene Funktionen verglichen:

1. Ein Modell, bei welchem die Korrelation invers zur Distanz ist ( $1/r$ ), wie es für lokale Geoidberechnungen in der Schweiz vor allem von Wirth benutzt wurde [Wirth, 1990].
2. Das 2-dimensionale Markov-Modell 3. Ordnung, wie es von Jordan [1972] vorgeschlagen und von Gurtner zur Berechnung des Geoids der Schweiz benutzt wurde [Gurtner, 1978].
3. Eine Modifikation des Markov Modells 3. Ordnung, bei welcher Messungen auf der gleichen Höhe eine grössere Korrelation aufweisen als Stationen auf unterschiedlichen Höhen. Das bedeutet auch, dass Stationen mit einer geringen Meereshöhe ein grösseres Gewicht für die Geoidbestimmung bekommen, als Stationen in der Höhe.

Die Formen der verschiedenen Varianz-Kovarianz-Funktionen sind einander sehr ähnlich, und die berechneten Kovarianzen unterscheiden sich nicht stark. Vorteile des  $1/r$ -Modells sind der einfachere Formelapparat und die geringere Rechenzeit. Die Grundformel ist in beiden Fällen die Auto-Kovarianzfunktion zwischen den Geoidhöhen  $N$ , welche für das 2-dimensionale Markov-Modell die Form

$$\Phi_{NN}(r) = \sigma_N^2 \left(1 + \frac{r}{d} + \frac{r^2}{3d^2}\right) e^{-r/d}$$

hat und für das  $1/r$ -Modell folgendermassen aussieht:

$$\Phi_{NN}(r) = \sigma_N^2 \left( \frac{1}{\sqrt{\frac{r^2}{d^2} + 1}} \right)$$

Für das  $1/r$ -Modell und das 2-dimensionale Markov-Modell 3. Ordnung ist  $r$  der horizontale Abstand zwischen zwei Stationen, für das 3-dimensionale Markov-Modell ist  $r$  hingegen eine Funktion der Horizontal-distanz und der Höhendifferenz. Beide Formeln enthalten 2 Parameter,  $s^2$  und  $d$ , welche empirisch bestimmt werden. Die charakteristische Distanz  $d$  hängt von der Punktverteilung und vom Grad der Glättung des Residualfeldes ab. Für unsere Berechnungen ergab sich für alle Modelle jeweils ein Betrag von etwa 20 km. Das entspricht ziemlich genau der mittleren Distanz zwischen 2 benachbarten Stationen. Der Parameter  $s^2$ , die Varianz des Signals, hat keinen Einfluss auf die eigentliche Geoidberechnung, wirkt aber wie ein

Massstabsfaktor bei den gerechneten a priori Fehlern. Er entspricht etwa dem mittleren Betrag der verbleibenden Residuen, nachdem man einen Trend eliminiert und die Residuen auf Null zentriert hat. In unseren Berechnungen wurde er für die Geoidhöhen zu  $s_N = 0.43 \text{ m}$  (für die Lotabweichungen zu  $s_\theta = 1.7''$ ) bestimmt.

Für das 3-dimensionale Markov-Modell existiert noch ein dritter Parameter, welcher die Distanz  $r$  zwischen 2 Punkten, welche nicht auf der gleichen Höhe liegen, künstlich erhöht. Die übrigen Auto-Kovarianz- und Kreuz-Kovarianzfunktionen ergeben sich aus der Auto-Kovarianzfunktion der Geoidhöhen anschliessend aus den bekannten Beziehungen zwischen den Schwerefeldgrössen (Stokes, Vening-Meinesz, Differentialbeziehungen).

Die Vergleichsrechnungen der verschiedenen Kovarianzfunktionen wurden jeweils zweimal durchgeführt: Einmal nur mit astro-geodätischen Beobachtungen und ein zweites Mal auch mit den 100 GPS-Messungen von LV95. Die Reduktion der Beobachtungen erfolgte jeweils mit den gleichen Massenmodellen. Die Parameter  $d$  und  $s$  der verschiedenen Kovarianzfunktionen wurden so gewählt, dass die Lösungen der verschiedenen Varianten so nahe wie möglich beieinander liegen. Deshalb sind die berechneten Unterschiede einzig eine Folge der unterschiedlichen Kollokationsmodelle.

### Vergleich $1/r$ -Modell und 2-Dimensionales Markov Modell 3. Ordnung

Ein Vergleich dieser beiden Modelle wurde von Wirth [1990] für den Fall des Turtmann-Testnetzes mit einer Ausdehnung von etwa 10 km ausgeführt, wo sehr viele Beobachtungen zur Verfügung standen. Seine Berechnungen ergaben keine grösseren Abweichungen als 1 mm.

In unserem Test wurde das gleiche Vorgehen für die ganze Schweiz angewendet. In Abbildung 6 sind die Differenzen dargestellt, falls nur die astro-geodätischen Beobachtungen benutzt werden. Diese Differenzen sind im generellen kleiner als 5 cm, ausser in Gebieten mit einer geringeren Stützpunktdichte oder an den Rändern des untersuchten Gebiets. Dieses Resultat bedeutet, dass es mit der vorliegenden Stützpunktdichte eine Rolle spielt, welches Kovarianzmodell verwendet wird, sofern wir das Ziel einer Geoidgenauigkeit von wenigen cm erreichen wollen.

Wenn wir auch die GPS/Nivellement-Messungen in die Berechnungen integrieren, erhalten wir Differenzen, welche im allgemeinen etwa die gleiche Grössenordnung aufweisen wie in Abbildung 6. Es ist jedoch so, dass ihre Verteilung viel unregelmässiger ist und in einigen wenigen Regionen Maximalwerte von 30 cm erreicht werden. Dies dürfte in denjenigen Gegenden der Fall sein, wo die astro-geo-

dätischen und die GPS-Nivellement-Messungen nicht zusammenpassen und weitere Bereinigungen der Messdaten nötig sind.

## Vergleich 2-dimensionales und 3-dimensionales Markov Modell 3. Ordnung

Der Grund, ein 3-dimensionales Kovarianzmodell zu testen, besteht darin, dass damit versucht werden kann, die bei der Reduktion der Massenmodelle noch übrig gebliebenen Effekte der Lotkrümmung zu erfassen. Deshalb muss das Residualfeld des Schwerefelds eigentlich nicht nur in 2 Dimensionen interpoliert, sondern 3-dimensional auf Meereshöhe extrapoliert werden. Dieser Schritt wird bei einem 2-dimensionalen Ansatz der Kovarianzfunktion vernachlässigt.

Der Vergleich dieser beiden Modelle zeigte in der ganzen Schweiz minimale Differenzen von bis maximal 1.5 cm, wenn nur die astro-geodätischen Informationen verwendet werden. Falls man aber auch die GPS/Nivellement-Messungen einbezieht, erhält man Differenzen bis zu 13 cm. Diese Differenzen konzentrieren sich auf Gegenden, wo wir GPS-Stationen mit grossen Höhen eingeführt haben (Jungfrau, Klausenpass). Es scheint, dass in diesen Fällen durch die Einführung eines 3-dimensionalen Ansatzes der Kovarianzfunktion mehr Probleme verursacht als gelöst werden. Zudem scheinen auch hier die Inhomogenitäten zwischen astro-geodätischen Messungen und GPS/Nivellement einen Einfluss zu haben.

## 5. A priori Genauigkeitsuntersuchungen

In einem weiteren Schritt wurde die relative Genauigkeit des Geoids a priori berechnet. Als Referenzstation diente die SLR-Station Zimmerwald. Der Vergleich zwischen dem 1/-Modell und dem 2-dimensionalen Markov Modell zeigte dabei keine signifikanten Unterschiede. Die Resultate für das 3-dimensionale Markov Modell zeigen dagegen eine leicht schlechtere Genauigkeit, da die Geoidbestimmung mit Hilfe dieses Modells als eine Extrapolation auf Meereshöhe betrachtet werden muss.

Abbildung 7 zeigt die a priori Genauigkeit des Geoids, wenn nur die astro-geodätischen Beobachtungen verwendet werden. Es ist zu erkennen, dass nur in einem relativ kleinen Umkreis von etwa 10 km um Zimmerwald herum die relative Genauigkeit besser als 1 cm ist. Die Distanz bis zu einem relativen Fehler von 3 cm beträgt zwischen 60 km und 140 km, je nach der Punktdichte in der entsprechenden Richtung. Über die ganze Schweiz betrachtet ist die Genauigkeit überall besser als etwa 4 cm. Ausgenommen davon sind die Gegend um Genf und einige Bündner

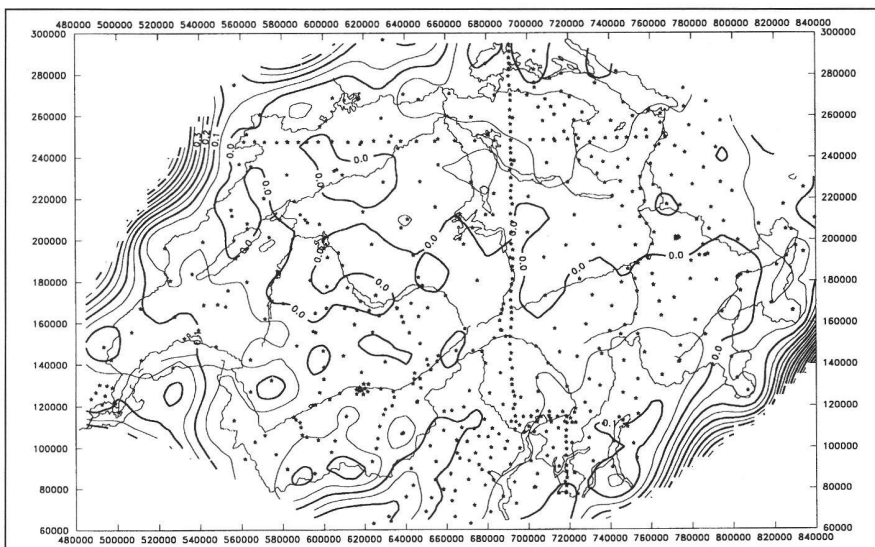


Abb. 6: Unterschiede verschiedener Kovarianzmodelle auf die Geoidberechnung, falls nur astrogeodätische Brechnungen verwendet werden, Einheiten in [m].

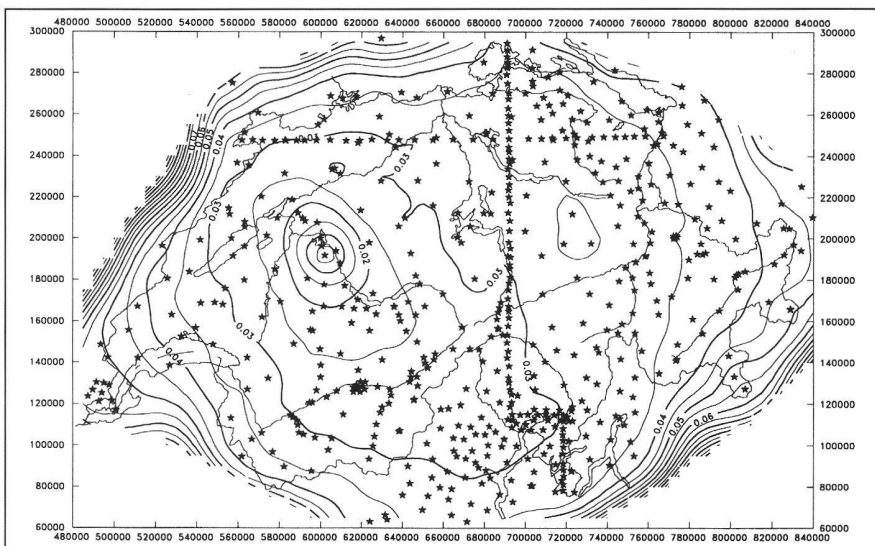


Abb. 7: A priori Genauigkeit des Geoids unter Verwendung der astro-geodätischen Beobachtungen, Einheiten in [m].

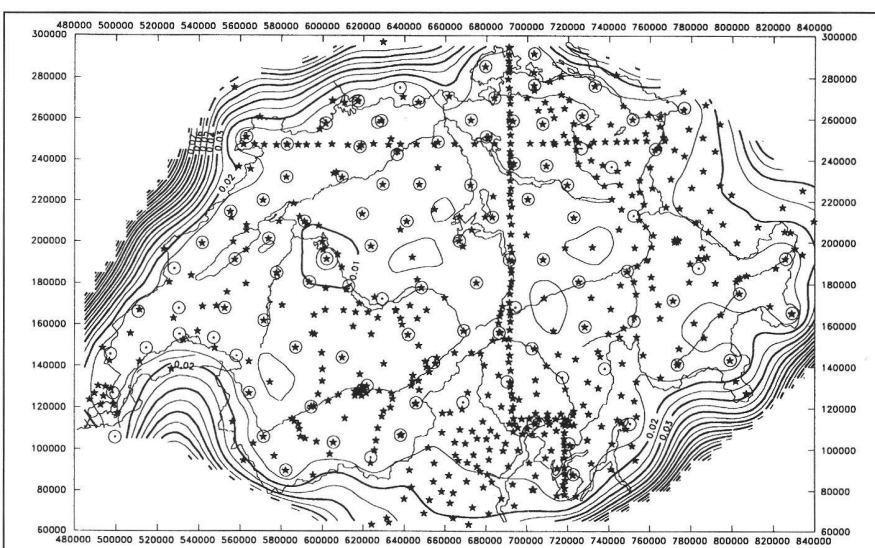


Abb. 8: A priori Genauigkeit des Geoids unter Verwendung der astro-geodätischen Beobachtungen und 100 GPS/Nivellement-Stationen, Einheiten in [m].

Täler. Um dies noch zu verbessern, müsste die Anzahl der astro-geodätischen Stationen stark erhöht werden, oder es müssten GPS-/Nivellement-Messungen in die Berechnungen einbezogen werden.

Abbildung 8 zeigt den Effekt auf die a priori Genauigkeit des Geoids, falls zusätzlich zu allen astro-geodätischen Messungen alle LV95-Punkte in die Berechnungen einbezogen werden könnten. Dies ist eine ziemlich theoretische Betrachtung, da längst nicht alle Punkte ans Landesnivellement angeschlossen werden können. Der Einbezug von etwa 100 «direkt beobachteten» Geoidhöhen führt zu einer Genauigkeit von etwa 1.5 cm über die ganze Schweiz, ausser in einigen Bündner Tälern und in einigen Regionen, wo die Dichte der GPS-Stationen weniger als 20 km beträgt. Aus der Tatsache jedoch, dass nicht alle der LV95-Stationen in die Geoidberechnung einbezogen werden können, folgt, dass nur ein paar wenige, sorgfältig ausgewählte GPS-Punkte verwendet werden sollten. In Tabelle 1 ist der Effekt des Einführens zusätzlicher GPS-Stationen in die kombinierten Berechnungen zusammengestellt. Man erkennt zum Beispiel, dass es genügt, 7 GPS-/Nivellements-Stationen einzufügen, um in 95% aller Fälle eine relative Genauigkeit gegenüber Zimmerwald von 3 cm zu erreichen.

handenen detaillierten Massenmodelle bezeichnet werden, wobei das DHM25 den Hauptbeitrag liefert. Detailliertere Dichteinformationen wären aber sicherlich noch von Vorteil. Die definitiven Resultate und ein allgemein zugängliches Geoid und/oder Quasigeoid für die Schweiz wird erst möglich sein, nachdem die Arbeiten zum DHM25 und die Auswertung des LV95 GPS-Netzes abgeschlossen worden sind. Dies wird voraussichtlich in der ersten Hälfte 1996 der Fall sein.

Dem Schweizerischen Nationalfonds danken wir für die Finanzierung dieses Projektes (Nr. 21-29811.90). Weitere Unterstützung hat die Schweizerische Geodätische Kommission der Akademie der Naturwissenschaften gewährt, wofür wir ebenfalls unseren Dank aussprechen.

#### Literatur:

- Bürki, B. (1988): Integrale Schwerefeldbestimmung in der Ivrea-Zone und deren geophysikalische Interpretation. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz. Band 40.
- Bürki, B. (1990): The Swiss Geoid Computation: A Status Report. Proceedings des 1. International Geoid Symposiums, Mailand. 11. - 13. Juni, 1990.

Gurtner, W. (1978): Das Geoid in der Schweiz. Mitteilungen des Instituts für Geodäsie und Photogrammetrie Nr. 20.

Jeanrichard, F. (Herausgeber) (1992): Dreidimensionales Testnetz Turtmann 1985 - 1990. Teil 1. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz. Band 45.

Jordan, S. (1972): Self-Consistent Statistical Models for the Gravity Anomaly, Vertical Deflections and Undulations of the Geoid. Journal of Geophysical Research, Vol. 77, No. 20.

Kahle, H.-G. (Herausgeber) (1993): NFP20. Beitrag der Geodäsie zur Geologischen Tiefenstruktur und Alpendynamik. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz. Band 47.

Marti, U., A. Geiger, B. Bürki, H.-G. Kahle, B. Wirth, E. Gubler, W. Gurtner (1992): Local and National Geoid-Investigations in Switzerland. Proceedings of the 1st Continental Workshop on the Geoid in Europe. Prag.

Marti, U. und H.-G. Kahle, (1992): Alpine Geoid determination in Switzerland using GPS (ALGESTAR). J. Satellite - based positioning navigation and communication. 2/92: 45-49.

Marti, U. (1994): Test of Collocation Models for the Swiss Geoid Computation. Proceedings of the 2nd Workshop on the Geoid in Europe. Graz, 1994 (im Druck).

Rickenbacher, M. (1994): DHM25. Produktinformation 1994. Bundesamt für Landestopographie, Wabern.

Smith, W. and D. Sandwell (1994): Bathymetric prediction from dense satellite altimetry and sparse shipboard bathymetry. J. Geophys. Res., 99, B11: 21'803 - 21'824.

Wirth, B. (1990): Höhensysteme, Schwerepotentiale und Niveauflächen. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz. Band 42.

Adressen der Verfasser:

U. Marti  
Bundesamt für Landestopographie  
CH-3084 Wabern

Prof. Dr. H.-G. Kahle  
Institut für Geodäsie und  
Photogrammetrie  
ETH Hônggerberg  
CH-8093 Zürich

Anzahl der GPS-Nivellement Stationen	Prozentsatz der Fläche mit einem a priori Fehler von weniger als		
	2 cm	3 cm	4 cm
0	5	35	92
4	8	92	99
7	30	95	99
9	40	97	99
110	99	100	100

**Tabelle 1: Einfluss der Erhöhung der Anzahl GPS-/Nivellement-Punkte bei der Berechnung des a priori Fehlers des Geoids.**

## 6. Zusammenfassung, Ausblick

Die bisherigen Untersuchungen und Forschungsarbeiten zum Geoid der Schweiz haben gezeigt, dass es möglich ist, eine Genauigkeit von wenigen cm über die ganze Schweiz zu erreichen. Hauptverantwortlich dafür sind die zahlreichen in den letzten Jahren durchgeführten Messungen mit der Zenitkamera. Einen wertvollen Beitrag können auch mit hoher Qualität ausgeführte GPS-Messungen in Verbindung mit dem Landesnivellement liefern. Um den Beitrag der Schweremessungen zur Genauigkeitssteigerung abzuschätzen, müssen noch weitere Untersuchungen durchgeführt werden. Als besonders wichtiger Beitrag zu einer genaueren Geoidbestimmung können die heute vor-

Bürki, B., U. Marti (1991): The Swiss Geoid Computation: A Status Report. Determination of the Geoid. IAG Symposium 106.

Eckert, V., M. Cocard, A. Geiger (1992): COMEDIE (Collocation of Meteorological Data for Interpretation and Estimation of Tropospheric Pathdelays). Bericht Nr. 194 des Instituts für Geodäsie und Photogrammetrie.

Geiger, A. und H.-G. Kahle (1986): Gravimetrisches Geoid der Schweiz. VPK 8/86: 311-323.

Geiger A. (1990): Gravimetrisches Geoid der Schweiz: Potentialtheoretische Untersuchungen zum Schwerefeld im Alpenraum. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz. Band 43.

Geiger, A., U. Marti, B. Wirth (1992): The role of Terrain in Local Gravity Field Modeling. Proceedings of the 1st Continental Workshop on the Geoid in Europe. Prag.