

Zeitschrift: Horizons : le magazine suisse de la recherche scientifique
Herausgeber: Fonds National Suisse de la Recherche Scientifique
Band: - (2000)
Heft: 45

Artikel: Les maths à la plage
Autor: Fischer, Stéphane
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-971448>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 30.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

MATHEMATIQUES

Les maths à la plage

PAR STÉPHANE FISCHER

PHOTOS KEYSTONE

Du sable mouillé qui s'assèche sous les pas des baigneurs. Une jarre remplie de riz qui reste suspendue au bout d'un couteau. C'est ce qui survient lorsqu'on provoque un désordre dans l'empilement aléatoire de sphères. Un phénomène couramment observé dans la nature, et qui intéresse beaucoup les mathématiciens.

Qui n'a jamais fait ce constat? En posant son pied sur du sable mouillé, on voit que le sable situé autour du pied d'appui ne s'humidifie pas, mais au contraire qu'il s'assèche! Empilés par milliards sur la plage, les grains de sable s'arrangent spontanément pour être le plus serré possible entre eux. La moindre pression, comme celle d'un pied par exemple, perturbe cet agencement et provoque un desserrement des grains empilés. Conséquence: l'eau qui se trouve à la surface disparaît en profondeur. Dans les espaces créés par le désempilement des grains de sable.

D'autres expériences confirment ce fait, pour le moins inattendu. En introduisant à plusieurs reprises un cure-dent dans une salière remplie de sel, on finit par perturber l'arrangement naturel des grains de sel qui vont se desserrer. Ils auront chacun davantage de place. Etant donné le volume fermé de la salière, il faut nécessairement que la place gagnée ait été perdue quelque part. Les grains vont se déformer en se pressant plus fort les uns contre les autres mais aussi contre le cure-dent. Résultat: il n'est bientôt plus possible de retirer le cure-dent de la salière.

En Inde, les fakirs effectuent un tour de passe-passe similaire en plongeant plusieurs fois de suite un couteau dans une jarre de riz bien tassé. Au bout du douzième essai, la jarre reste suspendue au couteau.

L'horreur du vide

«Toutes les sphères, granules ou autres particules sphériques entassées au hasard se comportent de la même manière que du sable, du sel ou du riz lorsqu'on perturbe leur agencement», explique François Sigrist, professeur de mathématiques à l'Université de Neuchâtel et auteur de plusieurs articles de vulgarisation sur les empilements de sphères. Dans un empilement aléatoire, les sphères ou les grains s'arrangent spontanément pour être le plus dense, c'est-à-dire pour occuper la plus grande proportion d'espace possible. Ou, si l'on préfère, pour laisser le moins de vide possible entre eux. Une faible perturbation ne peut que provoquer un desserrement et donc une diminution de la densité. Les observations ont montré que pour n'importe quel empilement aléatoire, la densité maximale obtenue tourne toujours autour des 63%. Et cela indépendamment de

*Mathématiquement explicable:
du sable sec sous les pieds*



Ranger les oranges en pyramides permet de gagner en densité par rapport à un empilement naturel d'oranges.

la taille des sphères empilées. Un kilo de café en grains occupe pratiquement le même volume qu'un kilo de café moulu, comme chacun peut le constater en moulant son café à la sortie du supermarché. En remplissant un sachet à ras bord de café moulu ou en grains, on ne parvient jamais à remplir plus que les 63% du sachet.

Une autre expérience balnéaire le confirme: on remplit une cabine de bain de ballons de plage que l'on jette pêle-mêle à l'intérieur. Une fois entassés, les ballons n'occupent que les 63% (environ les deux tiers) du volume total de la cabine. «Toutes les observations relatives aux empilements aléatoires de sphères rendent plausible l'existence d'une densité universelle, fournie par un modèle mathématique calculable. Mais actuellement, les mathématiques ne sont pas à même de décrire un tel modèle», reconnaît François Sigrüst.

Aux yeux des profanes, cette densité limite de 63% peut paraître faible. Et pourtant, elle est remarquable. Une simple sphère placée dans un cube (comme un œuf en chocolat dans une boîte, par exemple) ne remplit que 52% du volume de la sphère, soit à peine un peu plus de la moitié! Il existe toutefois un moyen d'obtenir une meilleure

densité et donc d'améliorer le remplissage: mélanger des grains de tailles différentes. On peut ainsi toujours ajouter du café en poudre dans un sachet de café en grains.

«Ce fait est bien connu des fabricants de fusée ou de munitions. En mélangeant des poudres de granulations différentes, ils arrivent à mieux remplir un obus ou un réservoir. Là encore, il n'existe pour l'heure aucun modèle mathématique permettant de prédire les proportions et les tailles du mélange idéal. Chaque fabricant est obligé de procéder à ses propres expériences pour déterminer le bon mélange de remplissage. Ces mesures sont secrètes et inaccessibles. Mais il est à peu près certain qu'elles donnent toutes le même résultat», remarque François Sigrüst.

Atomes: as du rangement

Il existe cependant des empilements naturels de sphères qui dépassent la densité d'un tas de sable. Ainsi, la plupart des métaux (or, argent, aluminium, cuivre) sont constitués d'une structure cristalline atomique présentant une densité de 74%. Dans ces métaux, les atomes (sphériques) qui les composent sont organisés en «réseau cubique à faces centrées». Il s'agit en fait d'un empilement

très bien ordonné de sphères qui ressemble aux piles de boulets de canon présents dans certains monuments militaires ou aux pyramides (à base carrée) d'oranges qui se dressent sur les étals des marchés. Les sections horizontales sont en réseau carré alors que les faces latérales présentent le réseau hexagonal en forme d'alvéole d'abeilles. Si l'on pose cette pyramide sur une face latérale, on aboutit à un constat étonnant: «Contrairement à ce que l'on pourrait intuitivement penser, il revient au même de ranger des billes dans une boîte en les empilant en couches successives carrées ou en couches hexagonales», indique François Sigrüst.

Confirmation récente

C'est le célèbre mathématicien Carl Friedrich Gauss qui démontra en 1831 que le réseau cubique à faces centrées était le réseau cristallin qui fournissait la plus grande densité. Il aura cependant fallu attendre 1998 pour que Thomas Hales, un mathématicien américain, démontre qu'il s'agit-là d'un record absolu en matière d'empilement. «On a désormais la certitude qu'il est impossible d'empiler des sphères de manière plus serrée que dans la structure cristalline des métaux», conclut François Sigrüst. ■