Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 12 (1939)
Heft: VI

Artikel: Zur Theorie der Präzisions-Photometrie von Mischlichtern
Autor: König, H.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-110952

Zur Theorie der Präzisions-Photometrie von Mischlichtern

von **H. König** (Bern).
(Mitteilung aus dem Eidg. Amt für Mass und Gewicht.)

(25. IX. 39.)

Zusammenfassung: **Neben den bekannten Grenzfällen, die in der Photometrie zu exakten Resultaten führen, nämlich:**

a) dem Fall, dass die Energieverteilungen beider Lichter einander gleich gemacht werden, und

b) dem Fall, dass die Empfindlichkeitsfunktion des Empfängers der internationalen Hellempfindlichkeitsfunktion angeglichen ist,

gibt es einen dritten, hier theoretisch betrachteten Fall, der ebenfalls exakte Resultate gewährleistet, nämlich

c) den Fall, dass Mischlichter, bestehend aus n wohldefinierten Komponenten (Glühlampenstrahlung, Spektrallinien) mit Empfängern verglichen werden, welche $n-1$ Bedingungen genügen.

Die Arbeit stellt einen theoretischen Beitrag zur Entwicklung des Filterverfahrens dar, wobei zu beachten ist, dass, im Gegensatz zu den Fällen a) und b), wo die verwendeten Filter sorgfältig ausgesucht werden müssen, die hier betrachteten Filter weitgehend beliebig gewählt werden dürfen.

Das Problem der exakten Photometrie verschiedenfarbiger Lichter ist für beliebige Energieverteilungen $E(\lambda)$ gelöst, wenn ein künstliches Durchschnittsauge geschaffen ist, dessen Empfindlichkeitkurve $V'(\lambda)$ der internationalen Hellempfindlichkeitskurve $V(\lambda)$ proportional verläuft:

$$V'(\lambda) = c \cdot V(\lambda), \qquad c \text{ von } \lambda \text{ unabhängig.} \tag{1}$$

Dieses Ziel ist bereits in relativ befriedigender Weise erreicht worden[1]). Wie stellt sich aber das Problem für diejenigen Photometriker, die nicht über ein künstliches Präzisionsauge verfügen, sondern nur über Thermoempfänger, Photozellen und menschliche Augen, für die alle $V'(\lambda)$ nicht von der Form $c \cdot V(\lambda)$ ist?

Wir gehen aus von der Feststellung, dass Bedingung (1) für $V(\lambda)$-getreue Messung stets hinreichend, aber nicht in allen Fällen notwendig ist. In der Tat kann im trivialen Grenzfall, wo stets nur Licht ein und derselben Energieverteilung (z. B. Glühlampenlicht einer bestimmten Farbtemperatur) gemessen wird, $V(\lambda)$ beliebig verlaufen.

Weiss man aber über das zu messende Licht $E(\lambda)$ gar nichts, so ist Bedingung (1) notwendig, es sei denn, dass man grundsätzlich auf eine exakte Messung verzichtet.

Es sei hier der Vollständigkeit halber erwähnt, dass man in diesem letzteren Fall die Fehler verkleinern kann durch Zusatzmessungen, indem man nicht nur mit dem Empfänger $\pi(\lambda)$ allein, sondern auch unter Vorschaltung von Filtern mit den Durchlässigkeitsfunktionen $\varrho^1(\lambda)$, $\varrho^2(\lambda)\ldots$ *) misst und die Ergebnisse mit passenden Koeffizienten x_i linear kombiniert. Dieses Näherungsverfahren läuft darauf hinaus, dass mit einem Empfänger

$$V'(\lambda) = \pi(\lambda)\,(x_1\varrho^1(\lambda) + x_2\varrho^2(\lambda) + \ldots)$$

gearbeitet wird. Zu dieser Kategorie von Messungen würde auch die Kontrolle eines Empfängers durch Bestimmung eines Rot/Blau-Verhältnisses nach Art des Y/B-ratio von Ives und Anbringung einer Korrektur gehören.

Die Anwendung des Mehrfiltergedankens in der Kolorimetrie findet sich bei Schmidt[2]); seine theoretische Behandlung als Problem der „besten" Anpassung im Sinne von Gauss (Minimum des Abweichungsquadrates) wurde von uns an anderer Stelle gegeben[3]).

Den Anspruch auf Exaktheit kann dieses Verfahren der Kombination mehrerer Messungen erheben, sobald es gelingt, die $\varrho^i(\lambda)$ und x_i so zu wählen, dass $V'(\lambda) = V(\lambda)$ wird. Dies ist uns nahezu gelungen, wobei allerdings *eine* $V(\lambda)$-getreue Messung aus 8 Einzelmessungen besteht[1]).

Was uns in vorliegender Arbeit beschäftigen soll, ist nun *nicht* die geschilderte sukzessive *Annäherung* eines $V'(\lambda)$ an $V(\lambda)$ zum Zwecke der Messung *beliebiger* $E(\lambda)$, sondern die *exakte* Innehaltung der Bedingungen, die notwendig sind zur $V(\lambda)$-getreuen Bewertung einer *speziellen Gruppe* von Energieverteilungen, der sog. Mischlichter.

Ein Mischlicht ist dadurch gekennzeichnet, dass es aus einer endlichen Zahl n von einheitlichen Strahlungen bekannter Zusammensetzung aufgebaut ist, wobei die Intensitäten dieser Komponenten, wie wir diese einheitlichen Strahlungen hier nennen wollen, als *nicht* bekannt vorausgesetzt werden. Beispiele von Komponenten: Glühlampenlicht der Farbtemperatur 2360°, Glühlampenlicht der Farbtemperatur 2600°, die Hg-Linie 436, die Hg-Linie 546, die Hg-Linie 577/79 (aufgefasst als *eine* Linie 578), die Na-Linie 589, Tageslicht, sofern es als definiert angesehen werden kann usw. Das Licht einer Hg-Lampe ist hiernach selbst schon als Mischlicht zu betrachten, und zwar im wesentlichen mit 3 Komponenten, den 3 obgenannten Linien.

---

*) Die Ziffern oben sind stets Indices; Quadrate und höhere Potenzen kommen in dieser Arbeit nicht vor.

Die Sonderstellung, die den Mischlichtern in der Präzisionsphotometrie gebührt, scheint bisher nicht genügend gewürdigt worden zu sein.

Die verschiedenen Fälle sind im Prinzip gleichartig, aber sie weisen praktische Unterschiede auf, die eine gesonderte Behandlung zweckmässig erscheinen lassen. Bald handelt es sich nämlich um einen Empfänger mit bekannter (π_λ), bald um einen solchen mit unbekannter (Z_λ) Empfindlichkeitskurve, bald müssen bekannte (ϱ_λ^i), bald unbekannte Filtersätze (τ_λ^k) herangezogen werden, und im einen Fall handelt es sich um ein kontinuierliches Spektrum (E_λ), im andern Fall um eine Spektrallinie (e_{λ_i}). Angesichts dieser verwirrlichen Fülle von Möglichkeiten erscheint es deshalb notwendig, die Lösungsmöglichkeiten zunächst einmal zusammenzustellen und vergleichend zu betrachten. Dies ist eben der Zweck dieser Arbeit.

Die Materie erscheint etwas verwickelt, weil es viel hinzuzuschreiben gibt; im Prinzip ist sie jedoch sehr einfach.

§ 1. Messung eines Mischlichtes $E_\lambda^1 + E_\lambda^2$, dessen Komponenten E_λ^1 und E_λ^2 einzeln zur Verfügung stehen, mittels eines bekannten Empfängers π_λ.

Es handle sich um eine Fundamentalmessung; Ausgangspunkt sei daher ein nicht-selektiver Empfänger, z. B. eine Thermosäule. Da die Ultrarot- und Ultraviolett-Empfindlichkeit der Thermosäule beim Photometrieren nur stört, wird man nicht ohne Vorfilter, dessen spektrale Durchlässigkeit bekannt ist, arbeiten. π_λ *kann* an V_λ roh angeglichen sein.

E_λ^1 und E_λ^2 sind die am Empfängerort wirksamen, hinsichtlich der absoluten Intensität *unbekannten* Energieverteilungen, $\overline{E}_\lambda^1$ und $\overline{E}_\lambda^2$ sind *bekannte* relative Energieverteilungen, wie sie, unbekümmert um den Masstab, aus einem Tabellenwerk entnommen werden können.

Um die Formeln nachstehend möglichst zu vereinfachen, lassen wir die unwesentlichen Zahlenfaktoren (mm Ausschlag an Galvanometer pro Energieeinheit auf Thermosäule usw.) alle weg.

Mit dem Empfänger π_λ misst man

$$p_i = \int E_\lambda^i \pi_\lambda \, d\lambda \qquad i = 1, 2 \tag{2}$$

und man berechnet:

$$\overline{p}_i = \int \overline{E}_\lambda^i \pi_\lambda \, d\lambda \qquad i = 1, 2 \,. \tag{3}$$

Ferner kann man berechnen:

$$\overline{v}_i = \int \overline{E}_\lambda^i V_\lambda \, d\lambda \qquad i = 1, 2 \,, \tag{4}$$

*

möchte aber wissen, wie gross

$$v_i = \int E_\lambda^i V_\lambda d\lambda \tag{5}$$

ist. Definitionsgemäss ist

$$\frac{p_i}{\overline{p}_i} = \frac{v_i}{\overline{v}_i} = \frac{E_\lambda^i}{\overline{E}_\lambda^i} \qquad i = 1, 2 \text{ (von } \lambda \text{ unabhängig!).} \tag{6}$$

Eine V_λ-getreue Angabe für $E_\lambda^1 + E_\lambda^2$ muss also die Form

$$v_1 + v_2 = \frac{\overline{v}_1}{\overline{p}_1} p_1 + \frac{\overline{v}_2}{\overline{p}_2} p_2 = \frac{\overline{v}_1}{\overline{p}_1} \left(p_1 + p_2 \cdot \frac{\overline{v}_2}{\overline{v}_1} \cdot \frac{\overline{p}_1}{\overline{p}_2} \right) \tag{7}$$

haben. Falls E_λ^1 bzw. E_λ^2 aus den Spektrallinien λ_1 und λ_2 bestehen, wird

$$v_1 + v_2 = \frac{V_{\lambda_1}}{\pi_{\lambda_1}} e_{\lambda_1} \pi_{\lambda_1} + \frac{V_{\lambda_2}}{\pi_{\lambda_2}} \cdot e_{\lambda_2} \pi_{\lambda_2}, \qquad e_{\lambda_i} = \int E_\lambda^i d\lambda. \tag{7a}$$

In der Klammer von (7) erkennt man in

$$\frac{\overline{v}_2}{\overline{v}_1} \cdot \frac{\overline{p}_1}{\overline{p}_2}$$

den von Krefft[4]) angegebenen Eichfaktor des Empfängers π_λ für Licht der Zusammensetzung $\overline{E}_\lambda^2$ bezogen auf Licht $\overline{E}_\lambda^1$ und bezogen auf V_λ.

Wegen der Existenz dieses Faktors ($\neq 1$) müssen Messungen mit π_λ an E_λ^1 und E_λ^2 *getrennt* vorgenommen werden.

Wir gehen nun über zum

§ 2. Aufbau eines Empfängers, der $\overline{E}_\lambda^1$ und $\overline{E}_\lambda^2$ in beliebigem Mischungsverhältnis V_λ-getreu bewertet, also ohne dass bei der Anwendung des Empfängers E_λ^1 und E_λ^2 einzeln eingeschaltet werden müssen.

Wir wenden den Mehrfiltergedanken in folgender Form an: Mit dem bekannten Empfänger denke man sich zwei Messungen ausgeführt, das erste Mal unter Vorschalten des bekannten Filters ϱ_λ^1, das zweite Mal mit dem bekannten Filter ϱ_λ^2; die Ergebnisse mögen mit den zunächst unbekannten Gewichten x_1 und x_2 kombiniert werden, so dass es ist, als ob man mit einem Empfänger

$$V_\lambda' = \pi_\lambda (x_1 \varrho_\lambda^1 + x_2 \varrho_\lambda^2) \tag{8}$$

gemessen habe. Die x_i bieten nun die nötige Bewegungsfreiheit zur Stellung der Anpassungsbedingungen (Bedingungen V_λ-getreuer Bewertung):

$$\int \overline{E}_\lambda^i V_\lambda' d\lambda = \int \overline{E}_\lambda^i V_\lambda d\lambda \qquad i = 1, 2 \tag{9}$$

oder

$$x_1 \int \overline{E}_\lambda^1 \pi_\lambda \varrho_\lambda^1 \, d\lambda + x_2 \int \overline{E}_\lambda^1 \pi_\lambda \varrho_\lambda^2 \, d\lambda = \int \overline{E}_\lambda^1 V_\lambda \, d\lambda$$

$$x_1 \int \overline{E}_\lambda^2 \pi_\lambda \varrho_\lambda^1 \, d\lambda + x_2 \int \overline{E}_\lambda^2 \pi_\lambda \varrho_\lambda^2 \, d\lambda = \int \overline{E}_\lambda^2 V_\lambda \, d\lambda \tag{10}$$

abgekürzt

$$\begin{aligned} \overline{r}_{11} x_1 + \overline{r}_{12} x_2 &= \overline{v}_1 \\ \overline{r}_{21} x_1 + \overline{r}_{22} x_2 &= \overline{v}_2 \end{aligned} \tag{11}$$

worin

$$\overline{r}_{i\varkappa} = \int \overline{E}_\lambda^i \pi_\lambda \varrho_\lambda^k \, d\lambda \qquad i, \varkappa = 1, 2. \tag{12}$$

Die $\overline{r}_{ik}$ und $\overline{v}_i$ sind berechenbar. Die Lösung der Gleichungen lautet:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} \overline{v}_1 & \overline{r}_{12} \\ \overline{v}_1 & \overline{r}_{22} \end{vmatrix}}{\Delta}, \qquad x_2 = \frac{\begin{vmatrix} \overline{r}_{11} & \overline{v}_1 \\ \overline{r}_{21} & \overline{v}_2 \end{vmatrix}}{\Delta}; \qquad \Delta = \begin{vmatrix} \overline{r}_{11} & \overline{r}_{12} \\ \overline{r}_{21} & \overline{r}_{22} \end{vmatrix}. \tag{13}$$

Man multipliziere die obere der Gleichungen (10) mit $E_\lambda^1/\overline{E}_\lambda^1$, die untere mit $E_\lambda^2/\overline{E}_\lambda^2$, addiere die beiden und setze

$$\overline{r}_{1k} \cdot \frac{E_\lambda^1}{\overline{E}_\lambda^1} + \overline{r}_{2k} \cdot \frac{E_\lambda^2}{\overline{E}_\lambda^2} = r_{1k} + r_{2k} = R_k = \int (E_\lambda^1 + E_\lambda^2) \pi_\lambda \varrho_\lambda^k \, d\lambda, \tag{14}$$
$$k = 1, 2,$$

dann wird für beliebige Intensitäten

$$R_1 x_1 + R_2 x_2 = \int E_\lambda^1 V_\lambda \, d\lambda + \int E_\lambda^2 V_\lambda \, d\lambda = v_1 + v_2, \tag{15}$$

d. h. das Mischlicht wird V_λ-getreu bewertet, indem mit dem Empfänger π_λ durch die bekannten Filter ϱ_λ^1 und ϱ_λ^2 gemessen wird und die Ergebnisse R_1 und R_2 mit den berechenbaren Grössen x_1 und x_2 als Koeffizienten linear kombiniert werden. Es sei noch erwähnt, dass unbeschadet der Allgemeinheit $\varrho_\lambda^1 = 1$ (also *kein* Filter) gewählt werden kann.

Einzige Voraussetzung für die Lösbarkeit der Gleichungen (11) ist: $\Delta \neq 0$, und dies ist der Fall, wenn ϱ_λ^1 und ϱ_λ^2 unabhängig, d. h. in diesem Fall, wenn ϱ_λ^1 und ϱ_λ^2 nicht bei allen λ, für welche E_λ^1 oder $E_\lambda^2 \neq 0$ ist, gerade gleich sind.

Mit dem obigen Problem eng verwandt ist dasjenige der

§ 3. Messung eines Mischlichtes $E_\lambda^1 + E_\lambda^2$, dessen Komponenten nicht einzeln zur Verfügung stehen, mittels eines bekannten Empfängers π_λ.

Ohne danach zu fragen, ob dieser Fall in praxi Bedeutung habe, wollen wir, und zwar nicht nur der Vollständigkeit halber, sondern zwecks Vertiefung des Verständnisses für den Sinn der verschiedenen Gleichungensysteme, den Fall betrachten, dass E_λ^1 und E_λ^2 zur Messung des Mischlichtes $E_\lambda^1 + E_\lambda^2$ nicht unabhängig voneinander eingeschaltet werden können. Man kann in diesem Fall wenigstens versuchen, das Verhältnis zwischen E_λ^1 und E_λ^2 zu beeinflussen durch Einschieben bekannter Filter, z. B. gerade der Filter ϱ_λ^i, vor π_λ. Macht man dies auf zwei voneinander unabhängige Arten, so gibt dies zwei Beziehungen, aus denen sich etwas über E_λ^1 und E_λ^2 errechnen lassen muss.

Die diese beiden Messungen beschreibenden Gleichungen

$$\int E_\lambda^1 \pi_\lambda \varrho_\lambda^1 \, d\lambda + \int E_\lambda^2 \pi_\lambda \varrho_\lambda^1 \, d\lambda = R_1$$

$$\int E_\lambda^1 \pi_\lambda \varrho_\lambda^2 \, d\lambda + \int E_\lambda^2 \pi_\lambda \varrho_\lambda^2 \, d\lambda = R_2 \tag{14a}$$

kennen wir schon als Gleichungen (14); sie dienen jetzt aber einem ganz anderen Zweck. Um zu erkennen, dass (14a) in der Tat zwei lösbare Gleichungen für die E_λ^i sind, forme man um:

$$\frac{E_\lambda^1}{\overline{E}_\lambda} \int \overline{E}_\lambda^1 \pi_\lambda \varrho_\lambda^1 \, d\lambda + \frac{E_\lambda^2}{\overline{E}_\lambda^2} \int \overline{E}_\lambda^2 \pi_\lambda \varrho_\lambda^1 \, d\lambda = \frac{E_\lambda^1}{\overline{E}_\lambda^1} \overline{r}_{11} + \frac{E_\lambda^2}{\overline{E}_\lambda^2} \overline{r}_{21} = R_1$$

$$\frac{E_\lambda^1}{\overline{E}_\lambda^1} \int \overline{E}_\lambda^1 \pi_\lambda \varrho_\lambda^2 \, d\lambda + \frac{E_\lambda^2}{\overline{E}_\lambda^2} \int \overline{E}_\lambda^2 \pi_\lambda \varrho_\lambda^2 \, d\lambda = \frac{E_\lambda^1}{\overline{E}_\lambda^1} \overline{r}_{12} + \frac{E_\lambda^2}{\overline{E}_\lambda^2} \overline{r}_{22} = R_2 \tag{14b}$$

woraus

$$\frac{E_\lambda^1}{\overline{E}_\lambda^1} \quad \text{und} \quad \frac{E_\lambda^2}{\overline{E}_\lambda^2}$$

berechenbar sind. Man beachte, dass die Matrix $(\overline{r}_{ik})$ dieser Gleichungen zu derjenigen von (10) *transponiert* ist.

Für die V_λ-getreue Bewertung ist nunmehr alles gegeben:

$$v_1 + v_2 = \overline{v}_1 \cdot \frac{E_\lambda^1}{\overline{E}_\lambda^1} + \overline{v}_2 \cdot \frac{E_\lambda^2}{\overline{E}_\lambda^2} \tag{7b}$$

§ 4. Anwendung von § 3 auf Quecksilberdampf-Licht.

Energie bei . . . . . $\lambda =$	405	436	492	546	578	691 nm
für Niederdruck	70	105	2	100	35	1
für Mitteldruck	50	80	2	100	100	2

Wie obige Tabelle der Energieverteilung der Hg-Dampfstrahlung zeigt[4][5], darf man die Linien 492 und 691 bei mässigem Hg-Dampfdruck füglich vernachlässigen. Linie 405 ist visuell bedeutungslos: $V_{405} = 0{,}007$, so dass man sie nicht gesondert zu messen und den Empfänger an dieser Stelle nicht exakt anzupassen braucht. Damit sie bei der Bestimmung der Energien sowie der x_k nicht stört, sei mittels eines SCHOTT'schen GG-Glases $\pi_{405} = 0$ gemacht. Es bleiben also die drei Linien $\lambda_1 = 436$, $\lambda_2 = 546$ und $\lambda_3 = 578$ mit den zunächst unbekannten, vom Druck abhängigen Energien e_{λ_1}, e_{λ_2} und e_{λ_3}.

Hat man Monochromatfilter von zuverlässig bekannter Durchlässigkeit an den Stellen λ_i, so ist eine quantitative Trennung der Linien und Einzelbewertung gemäss § 1 möglich. Wir betrachten hier den interessanteren Fall von § 3, wonach mit den zur Verfügung stehenden Präzisions-Glasfiltern bekannter Durchlässigkeit ϱ_λ^i die Linien nur teilweise isolierbar sind.

Wir schreiben nachstehend die Gleichungen vollständig hin, weil der Zusammenhang zwischen den Problemstellungen von § 2 und § 3 hier noch fast deutlicher hervortritt als in den genannten Paragraphen.

An Stelle von (14a) bzw. (14b) treten die nachstehend über und links vom Strich angegebenen Gleichungen

$$\begin{array}{l|l} e_{\lambda_1}\pi_{\lambda_1}\varrho_{\lambda_1}^1 + e_{\lambda_2}\pi_{\lambda_2}\varrho_{\lambda_2}^1 + e_{\lambda_3}\pi_{\lambda_3}\varrho_{\lambda_3}^1 = R_1 & \cdot\, x_1 \\ e_{\lambda_1}\pi_{\lambda_1}\varrho_{\lambda_1}^2 + e_{\lambda_2}\pi_{\lambda_2}\varrho_{\lambda_2}^2 + e_{\lambda_3}\pi_{\lambda_3}\varrho_{\lambda_3}^2 = R_2 & \cdot\, x_2 \\ e_{\lambda_1}\pi_{\lambda_1}\varrho_{\lambda_1}^3 + e_{\lambda_2}\pi_{\lambda_2}\varrho_{\lambda_2}^3 + e_{\lambda_3}\pi_{\lambda_3}\varrho_{\lambda_3}^3 = R_3 & \cdot\, x_3 \\ \hline \end{array} \qquad (14c)$$

$$e_{\lambda_1} V_{\lambda_1} + e_{\lambda_2} V_{\lambda_2} + e_{\lambda_3} V_{\lambda_3} = R_1 x_1 + R_2 x_2 + R_3 x_3 . \qquad (15a)$$

Hierin sind alle $\pi_{\lambda_i}\varrho_{\lambda_i}^k$ bekannt, die R_k werden mit dem Empfänger π_λ gemessen, die e_{λ_i} sind also berechenbar:

$$e_{\lambda_1} = \begin{vmatrix} R_1 & \pi_{\lambda_2}\varrho_{\lambda_2}^1 & \pi_{\lambda_3}\varrho_{\lambda_3}^1 \\ R_2 & \pi_{\lambda_2}\varrho_{\lambda_2}^2 & \pi_{\lambda_3}\varrho_{\lambda_3}^2 \\ R_3 & \pi_{\lambda_2}\varrho_{\lambda_2}^3 & \pi_{\lambda_3}\varrho_{\lambda_3}^3 \end{vmatrix} : \Delta \quad \text{usw.,} \quad \Delta = \left|\pi_{\lambda_i}\varrho_{\lambda_i}^k\right| . \qquad (16)$$

Lösbarkeitsbedingung: $\Delta \neq 0$, d. h. die ϱ_λ^k voneinander linear unabhängig, was der Fall ist, wenn die Durchlassbereiche der ϱ_λ^k sich auch nur einigermassen gegenseitig ausschliessen. Wenn die ϱ_λ^k Monochromatfilter wären, so wären nur die Diagonalglieder $\varrho_{\lambda_i}^i\,(k = i)$ von Null verschieden.

Lautet die Aufgabe gemäss § 2 auf Bestimmung eines Kombinationsfilters $x_1\varrho_\lambda^1 + x_2\varrho_\lambda^2 + x_3\varrho_\lambda^3$, das im Verein mit dem Empfänger π_λ V_λ-getreue Ergebnisse zeitigen soll, so ist analog Gleichung (9) bzw. (10), § 2 zu fordern:

$$\begin{array}{l|l}
\pi_{\lambda_1} \varrho^1_{\lambda_1} x_1 + \pi_{\lambda_1} \varrho^2_{\lambda_1} x_2 + \pi_{\lambda_1} \varrho^3_{\lambda_1} x_3 = V_{\lambda_1} & \cdot e_{\lambda_1} \\
\pi_{\lambda_2} \varrho^1_{\lambda_2} x_1 + \pi_{\lambda_2} \varrho^2_{\lambda_2} x_2 + \pi_{\lambda_2} \varrho^3_{\lambda_2} x_3 = V_{\lambda_2} & \cdot e_{\lambda_2} \\
\pi_{\lambda_3} \varrho^1_{\lambda_3} x_1 + \pi_{\lambda_3} \varrho^2_{\lambda_3} x_2 + \pi_{\lambda_3} \varrho^3_{\lambda_3} x_3 = V_{\lambda_3} & \cdot e_{\lambda_3} \\
\hline
\end{array} \tag{10a}$$

$$R_1 x_1 \quad + R_2 x_2 \quad + R_3 x_3 \quad = e_{\lambda_1} V_{\lambda_1} + e_{\lambda_2} V_{\lambda_2} + e_{\lambda_3} V_{\lambda_3} \tag{15a}$$

Hieraus

$$x_1 = \begin{vmatrix} V_{\lambda_1} & \pi_{\lambda_1} \varrho^2_{\lambda_1} & \pi_{\lambda_1} \varrho^3_{\lambda_1} \\ V_{\lambda_2} & \pi_{\lambda_2} \varrho^2_{\lambda_2} & \pi_{\lambda_2} \varrho^3_{\lambda_2} \\ V_{\lambda_3} & \pi_{\lambda_3} \varrho^2_{\lambda_3} & \pi_{\lambda_3} \varrho^3_{\lambda_3} \end{vmatrix} : \Delta \quad \text{usw.,} \quad \Delta = \left|\pi_{\lambda_k} \varrho^i_{\lambda_k}\right| = \left|\pi_{\lambda_i} \varrho^k_{\lambda_i}\right|. \tag{13a}$$

Lösbarkeitsbedingung wie bei (16). Der Zusammenhang zwischen den zwei Gleichungssystemen (14c) und (10a) ist durch die Multiplikation mit den Faktoren rechts vom Strich und die durch Addition erhältliche Gleichung unter dem Strich verdeutlicht.

Wir halten fest: Mit einem Empfänger von weitgehend beliebiger, aber bekannter Empfindlichkeitsfunktion kann man die Energieverteilung eines aus n Komponenten (bekannter Natur) aufgebauten Mischlichtes aus n Messergebnissen R_k berechnen, die man erhält, wenn man der Reihe nach durch n bekannte (linear unabhängige) Glasfilter ϱ^k_λ photometriert. Oder: man kann dieselben R_k unter Beiziehung geeigneter Koeffizienten x_k *direkt* zu einer für beliebiges Mischlicht der betrachteten Art V_λ-getreuen Angabe kombinieren, ohne dass man die Energieverteilung explicite zu kennen braucht.

Man wird die R_k in Richtung e_{λ_i} auswerten, wenn man eine Standard-Hg-*Lampe* kennenlernen will, mit der unbekannte Empfänger geeicht bzw. korrigiert werden sollen, oder man wird aus den R_k die x_k ableiten, wenn man einen Standard-*Empfänger* schaffen will, mit dem weiterhin Mischlichter der betrachteten Art gemessen werden sollen.

§ 5. Messung einer Mischung von kontinuierlichem und monochromatischem Licht mittels eines bekannten Empfängers π_λ.

Es wurden bis jetzt nur die Fälle:

2 Komponenten, E^1_λ und E^2_λ kontinuierlich, und

3 Komponenten, e_{λ_1}, e_{λ_2} und e_{λ_3} monochromatisch

besprochen. Ohne diesen beiden Fällen sachlich hier noch etwas beifügen zu wollen, geben wir nachstehend für den einfachsten kombinierten Fall:

2 Komponenten: e_{λ_1} monochromatisch und E_λ^2 kontinuierlich die Hauptformeln. Es ist dies demjenigen, der die hier skizzierte Theorie praktisch anwenden will, vielleicht erwünscht, weil die in der Natur der Sache begründete Doppelspurigkeit bei den kontinuierlichen Komponenten, nämlich das Auftreten der aus Tabellen entnehmbaren relativen Energieverteilung $\overline{E}_\lambda$ neben der absoluten Energieverteilung E_λ, das unmittelbare Erkennen der „kontinuierlichen" und „monochromatischen" Ausdrücke etwas erschwert.

Die Beschreibung der ausgeführten Messungen, die zu den in beliebigem Masstab angebbaren R_1 und R_2 führen, erfolgt durch Vereinigen von (14a) und (14c)

$$\begin{array}{l|l} e_{\lambda_1}\pi_{\lambda_1}\varrho_{\lambda_1}^1+\int E_\lambda^2\pi_\lambda\varrho_\lambda^1\,d\lambda=R_1 & \cdot\, x_1\\ e_{\lambda_1}\pi_{\lambda_1}\varrho_{\lambda_1}^2+\int E_\lambda^2\pi_\lambda\varrho_\lambda^2\,d\lambda=R_2 & \cdot\, x_2\\ \hline e_{\lambda_1}V_{\lambda_1}\;+\int E_\lambda^2 V_\lambda\,d\lambda\;=R_1x_1+R_2x_2\,. & \end{array} \tag{14d}$$

Der praktischen Berechnung der Energien muss man die aus (14b) und (14c) entstehende Form zugrunde legen:

$$\begin{aligned} e_{\lambda_1}\pi_{\lambda_1}\varrho_{\lambda_1}^1+\frac{E_\lambda^2}{\overline{E}_\lambda^2}\int\overline{E}_\lambda^2\pi_\lambda\varrho_\lambda^1\,d\lambda&=R_1\\ e_{\lambda_1}\pi_{\lambda_1}\varrho_{\lambda_1}^2+\frac{E_\lambda^2}{\overline{E}_\lambda^2}\int\overline{E}_\lambda^2\pi_\lambda\varrho_\lambda^2\,d\lambda&=R_2\,, \end{aligned} \tag{14e}$$

woraus e_{λ_1} und $E_\lambda^2/\overline{E}_\lambda^2$ zu berechnen sind, sofern nach diesen Grössen gefragt ist. Meist wird aber nur nach V_λ-getreuer Bewertung gefragt, also nach den Anpassungskoeffizienten x_1 und x_2. Dieselben fliessen aus den Forderungen (10) und (10a) nach V_λ-getreuer Bewertung:

$$\begin{array}{l|l} x_1\cdot\pi_{\lambda_1}\varrho_{\lambda_1}^1\;+x_2\pi_{\lambda_1}\varrho_{\lambda_1}^2\;=V_{\lambda_1} & e_{\lambda_1} \qquad (10a)\\ x_1\int\overline{E}_\lambda^2\pi_\lambda\varrho_\lambda^1+x_2\int\overline{E}_\lambda^2\pi_\lambda\varrho_\lambda^2=\int\overline{E}_\lambda^2V_\lambda\,d\lambda & E_\lambda/\overline{E}_\lambda^2 \qquad (10)\\ \hline x_1R_1\;+x_2R_2\;=e_{\lambda_1}V_{\lambda_1}+\int E_\lambda^2V_\lambda\,d\lambda\,. & \qquad (15b) \end{array}$$

Filter ϱ_λ^1 und ϱ_λ^2, Empfänger π_λ und Energieverteilung $\overline{E}_\lambda^2$ sind bekannt vorausgesetzt; die Integrale werden durch Summation in beliebigem Masstab berechnet. (15b) ist die Vereinigung von (15) und (15a). Die in der angedeuteten Weise durch Multiplikation mit den Energien und Addition erhaltene Gleichung (15b) bringt den Nachweis zum Ausdruck, dass $x_1R_1+x_2R_2$ wirklich ein V_λ-getreues Resultat bedeutet.

§ 6. Die Empfindlichkeitsfunktion Z_λ des Empfängers ist unbekannt.

Es wäre ein billiger Ausweg, zu sagen: Dieser Fall wird auf den früher besprochenen (Z_λ = bekannt = π_λ) zurückgeführt, indem zuvor Z_λ mittels Monochromator, Eichstrahlung und Thermosäule aufgenommen wird. So leicht dürfen wir uns die Aufgabe nicht machen, und zwar aus folgenden Gründen:

Das Präzisions-Glasfilter und der Flächen-Thermoempfänger sind zur Zeit die einzigen wirklichen zuverlässigen Elemente der Präzisionsphotometrie. Auf diese Erkenntnis sind die Ausführungen von § 1 bis § 5 bereits zugeschnitten.

Gasgefüllte Photozelle, Sperrschichtzelle[6])[7]) und menschliches Auge[8]) sind hinsichtlich Additivität und Reproduzierbarkeit der Angaben vom Standpunkt des Präzisions-Photometrikers als verdächtig zu betrachten und tunlichst nur unter denjenigen Bedingungen anzuwenden, unter denen sie geeicht worden sind.

Vakuumzellen geeigneter Konstruktion gehorchen dem Additionsprinzip vollkommen, aber dafür ist bei ihnen häufig mit einer ungleichen spektralen Empfindlichkeit der verschiedenen Kathodenstellen zu rechnen, so dass es sich auch bei ihnen empfiehlt, sich an den Grundsatz der Gleichheit der Eich- und Anwendungsbedingungen zu halten, d. h. im vorliegenden Fall bei der Prüfung den Strahlengang geometrisch möglichst gleich wie bei der Anwendung zu wählen.

Ohne den Wert der Aufnahme einer Z_λ-Kurve ungebührlich in Misskredit bringen zu wollen, wollen wir doch im folgenden auf eine Z_λ-Bestimmung in einer *besonderen* Apparatur verzichten und uns nur mit der Theorie der experimentell einfachsten Messungen befassen, bei denen nur Mischlichtquelle und Empfänger und, als färbende Elemente, nur Filter (keine Optik) zur Anwendung gelangen. Dieser Grundsatz ist gesund, und wenn es gelingt, wenigstens für einzelne Sonderfälle Regeln für Präzisionsmessungen aufzustellen, so ist damit ohne weiteres auch etwas für die Praxis gewonnen, denn: Die guten technischen Verfahren der Zukunft sind nichts anderes als die in einfachste handlichste Form gebrachten Laboratoriumsverfahren der Gegenwart.

Bevor zu besonderen Fällen übergegangen werde, eine Feststellung allgemeiner Natur. Es liegt in der Natur der Sache, dass die Energieverteilung E_λ und die Empfindlichkeitsverteilung π_λ oder Z_λ in allen Ausdrücken, die wirkliche Messungen beschreiben, gemeinsam und zwar *stets* als Produkt $E_\lambda \pi_\lambda$ auftreten. Gleichungen solcher Art, z. B. (14b) oder (14c) (*nicht* z. B. die Anpassungsforderungen (9) bzw. (10) oder (10a)), können daher gewissermassen als Gleichungen für $E_\lambda \pi_\lambda$ angesehen werden, die im Falle (14c) des Linienspektrums sogar explizite gelöst werden können. Wir ersetzen, um anzudeuten, dass der Empfänger bekannt sei, in (14c) π_λ durch Z_λ (R_k gemessen, $\varrho^k_{\lambda_i}$ bekannt):

$$\begin{gathered}(eZ)_{\lambda_1}\varrho^1_{\lambda_1}+(eZ)_{\lambda_2}\varrho^1_{\lambda_2}+(eZ)_{\lambda_3}\varrho^1_{\lambda_3}=R_1\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ (eZ)_{\lambda_1}\varrho^3_{\lambda_1}+(eZ)_{\lambda_2}\varrho^3_{\lambda_2}+(eZ)_{\lambda_3}\varrho^3_{\lambda_3}=R_3,\end{gathered}\tag{14f}$$

woraus

$$(eZ)_{\lambda_1}=\begin{vmatrix}R_1 & \varrho^1_{\lambda_2} & \varrho^1_{\lambda_3}\\ R_2 & \varrho^2_{\lambda_2} & \varrho^2_{\lambda_3}\\ R_3 & \varrho^3_{\lambda_2} & \varrho^3_{\lambda_3}\end{vmatrix} : \begin{vmatrix}\varrho^1_{\lambda_1} & \varrho^1_{\lambda_2} & \varrho^1_{\lambda_3}\\ \varrho^2_{\lambda_1} & \varrho^2_{\lambda_2} & \varrho^2_{\lambda_3}\\ \varrho^3_{\lambda_1} & \varrho^3_{\lambda_2} & \varrho^3_{\lambda_3}\end{vmatrix} \quad \text{usw.}\tag{16a}$$

Aus den $e_{\lambda_i} Z_{\lambda_i}$ ist e_{λ_i} berechenbar, wenn Z_{λ_i} bekannt ist, und Z_{λ_i} ist berechenbar, wenn e_{λ_i} bekannt ist.

Allgemein: Es gibt kein Eliminationsverfahren, also keine Kombination von Messungen, die bei unbekanntem Z_λ und unbekannter Energieverteilung E_λ zu V_λ-getreuen Ergebnissen führen kann. Wir erwähnen dies, weniger weil eine diesbezügliche „Umgehungsmethode" in der Literatur in anderem Zusammenhang schon vorgeschlagen worden ist[9]) und widerlegt werden musste[10]), sondern weil sich aus dieser Erkenntnis ohne weiteres ergibt, dass theoretisch die Verquickung des Problems der unvollständigen Trennung der Komponenten eines unbekannten Mischlichtes (§ 3) mit dem Problem der Schaffung eines V_λ-getreu arbeitenden Empfängers (§ 2), für den Z_λ aber nicht bekannt ist, zu keinen wesentlichen neuen Folgerungen führen *kann*. Rechnerisch führt diese Verquickung zu einer Ineinanderschachtelung von Gleichungen, z. B. vom Typus (14c) in solche vom Typus (10a). (Vgl. hierzu auch § 10.)

Im folgenden beschränken wir uns aus dem angegebenen Grund bewusst auf den Fall, dass $E^i_\lambda/\overline{E}^i_\lambda$ bzw. e_{λ_i} als bekannt vorausgesetzt werden dürfen. Ferner beschränken wir uns auf eine *Auswahl* von Beispielen, wobei wir aber versucht haben, möglichst alle charakteristischen Gesichtspunkte zur Sprache zu bringen.

§ 7. Aufbau eines kombinierten Empfängers V'_λ, der die n Strahlungen $\overline{E}^i_\lambda$ in beliebigem Mischungsverhältnis V_λ-getreu bewertet, und zwar aus einem unbekannten Empfänger Z_λ und n unbekannten Anpassungsfiltern τ^k_λ.

Der Gedankengang entspricht demjenigen, der zu (8) führt, nur haben wir zu setzen:

$$V_\lambda' = Z_\lambda (x_1 \tau^1_\lambda + \cdots + x_n \tau^n_\lambda)\,.\tag{17}$$

Wir kennen also weder Z_λ (z. B. eine Photozelle), noch die n Filter τ_λ^k, die der Reihe nach auf die Zelle gelegt werden. Die unbekannten Gewichte x_k folgen aus den zu (9) analogen Bedingungen V_λ-getreuer Bewertung, die wir aber nicht wie (10) für die den Berechnungen zu Grunde zu legenden $\overline{E}_\lambda^i$, sondern für die bei den Messungen wirksamen E_λ^i hinschreiben:

$$x_1 \int E_\lambda^i Z_\lambda \tau_\lambda^1 \, d\lambda + \cdots + x_n \int E_\lambda^i Z_\lambda \tau_\lambda^n \, d\lambda = \int E_\lambda^i V_\lambda \, d\lambda \qquad i = 1 \ldots n. \tag{18}$$

Die Integrale, die gemäss (12) und (14) den bisherigen r_{ik} entsprechen, bezeichnen wir mit m_{ik}:

$$m_{ik} = \int E_\lambda^i Z_\lambda \tau_\lambda^k \, d\lambda \qquad i, k = 1 \ldots n \tag{19}$$

um anzudeuten, dass es Grössen sind, die durch *Messung* bestimmt werden müssen, weil Z_λ ja unbekannt ist. Für die m_{ik} darf man z. B. unmittelbar die Galvanometerausschläge wählen, die man erhält, wenn man mit der Zelle Z_λ das Licht E_λ^i unter Vorschaltung des Filters τ_λ^k misst. Auch hier darf, unbeschadet der Allgemeinheit, $\tau_\lambda^1 = 1$ gewählt werden.

Die Ausdrücke rechts

$$v_i = \int E_\lambda^i V_\lambda \, d\lambda \qquad i = 1 \ldots n \tag{5}$$

werden, wie ausführlich begründet wurde, als bekannt vorausgesetzt. Dann sind in

$$\sum_{k=1}^{n} m_{ik} x_k = v_i \qquad i = 1 \ldots n \tag{20}$$

nur die x_k unbekannt und können analog (13) und (13a) nach der Determinantentheorie berechnet werden.

Werden im besonderen die bekannten Strahlungen E_λ^i aus einer Glühlampenstrahlung E_λ durch sukzessives Vorschalten von n bekannten Eichfiltern ϱ_λ^i abgeleitet, so sind

$$\Sigma\, m_{ik} x_k = v_i \qquad i = 1 \ldots n \tag{20}$$

$$m_{ik} = \int E_\lambda \varrho_\lambda^i Z_\lambda \tau_\lambda^k \, d\lambda \qquad i, k = 1 \ldots n \tag{19a}$$

$$v_i = \int E_\lambda \varrho_\lambda^i V_\lambda \, d\lambda \qquad i = 1 \ldots n \tag{5}$$

die Beziehungen, welche in (17) die x_k festlegen. Wir wiederholen den Sinn dieser x_k: Ein beliebiges Mischlicht

$$\mathfrak{E} = \Sigma\, C_i E_\lambda \varrho_\lambda^i \qquad (C_i \text{ beliebige konstante Zahlen})$$

mittels Z_λ durch τ_λ^k gemessen, gibt die Zahlen

$$M_k = \int \mathfrak{E}_\lambda Z_\lambda \tau_\lambda^k d\lambda \qquad k = 1 \ldots n.$$

Diese Zahlen mit den x_k kombiniert führen zu einem V_λ-getreuen Ergebnis, denn

$$\sum_k x_k M_k = \sum_k \sum_i x_k C_i \int E_\lambda \varrho_\lambda^i Z_\lambda \tau_\lambda^k d\lambda = \sum_i C_i \sum_k x_k m_{ik} = \sum_i C_i v_i.$$

§ 8. Anwendung 1 zu § 7. Gegeben eine unbekannte Zelle Z_λ und ein unbekanntes Zusatzfilter τ; Aufgabe sei, dafür zu sorgen, dass Glühlampenstrahlungen der Farbtemperatur T_1 und T_2 in beliebigem Mischungsverhältnis V_λ-getreu bewertet werden.

Es ist schon von verschiedener Seite festgestellt worden, dass ein Empfänger alle Farbensprünge der Glühlampenphotometrie gut überbrückt, wenn er für einen mittleren Sprung richtig eingestellt ist, und zwar auch wenn Z_λ von V_λ erheblich abweicht. Es genügt daher für alle Zwecke der Glühlampenphotometrie, wenn die Aufgabe in der in der Überschrift dieses Paragraphen genannten Form gelöst wird.

Als Eichfarbensprung wählen wir nicht eine Lampe bei zwei Temperaturen T_1 und T_2, wobei das Verhältnis der Intensitäten zuvor noch bestimmt werden müsste, sondern ein Kombinations-Blaufilter[11])

$$\varrho_\lambda = c_1 d_\lambda^1 + c_2 d_\lambda^2 + c_3 d_\lambda^3 = \sum_s c_s d_\lambda^s,$$

mit welchem durch passende Wahl der Koeffizienten c_s jeder Unterschied zwischen zwei Glühlampenstrahlungen oder, was dasselbe bedeutet, zwischen zwei schwarzen Strahlungen nicht nur ungefähr (wie es bekanntlich bei einem Kobaltblauglas der Fall ist), sondern spektralrichtig dargestellt werden kann. Der nähere Aufbau der d_λ^i aus Schott-Gläsern ist an anderer Stelle ausführlich angegeben.

Die korrigierte Zelle

$$V_\lambda' = Z_\lambda\, x_1 \left(1 + \frac{x_2}{x_1} \tau_\lambda\right) \tag{17a}$$

soll V_λ-getreu messen:

$$x_1 \int E_\lambda Z_\lambda d\lambda + x_2 \int E_\lambda Z_\lambda \tau_\lambda d\lambda = \int E_\lambda V_\lambda d\lambda = v$$

$$x_1 \Sigma c_s \int E_\lambda d_\lambda^s Z_\lambda d\lambda + x_2 \Sigma c_s \int E_\lambda d_\lambda^s Z_\lambda \tau_\lambda d\lambda = \Sigma c_s \int E_\lambda d_\lambda^s V_\lambda d\lambda. \tag{20a}$$

Der Mittelwert der Durchlässigkeit des Eichfilters ϱ_λ

$$\bar{\varrho} = \sum_{s=1}^{3} c_s \frac{\int E_\lambda d_\lambda^s V_\lambda d\lambda}{\int E_\lambda V_\lambda d\lambda} = \Sigma c_s \bar{d}^s$$

wird für die Ausgangstemperatur T_1 berechnet. Wir setzen in (20a) für die Integrale links die m als Abkürzungen ein:

$$x_1 m_{11} + x_2 m_{12} = v$$

$$x_1 \Sigma c_s m_{21}^s + x_2 \Sigma c_s m_{22}^s = v \Sigma c_s \bar{d}^s. \qquad (20b)$$

Aus den 8 Messergebnissen m_{11}, m_{12}, m_{21}^1, $m_{21}^2 \ldots m_{22}^3$, den bekannten, zum Sprung

$$\Delta \frac{1}{T} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}$$

gehörigen Koeffizienten c_1, c_2, c_3 und $\bar{\varrho}$ berechnet sich wegen (20b) die für uns interessante Grösse x_2/x_1 zu

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{\Sigma c_s (m_{11} \bar{d}^s - m_{21}^s)}{\Sigma c_s (m_{22}^s - m_{12} \bar{d}^s)}.$$

Damit ist ein systematisches Abgleichverfahren für Glühlampenlicht-Empfänger gegeben; es bedarf nur eines Kombinationsblaufilters ϱ_λ und der Kenntnis, ob die benutzte Lampe wirklich die Farbtemperatur T_1 hat, für welche $\bar{\varrho}$ berechnet worden ist.

§ 9. Anwendung 2 zu § 7. Aufbau eines Empfängers, d. h. Angabe und rechnerische Verwertung von Zusatzmessungen, mit welchen die Messergebnisse einer unbekannten Zelle Z_λ korrigiert werden sollen, damit V_λ-getreue Angaben für Nitra-Glühlampenlicht und Hg-Licht resultieren.

Wir können uns kurz fassen:
Komponenten: E_λ, e_{λ_1}, e_{λ_2}, e_{λ_3}.
Anpassungsfilter: τ_λ^k, $k = 1 \ldots 4$; τ_λ^1 könnte $= 1$ gewählt werden.

$$V_\lambda' = Z_\lambda (x_1 \tau_\lambda^1 + x_2 \tau_\lambda^2 + x_3 \tau_\lambda^3 + x_4 \tau_\lambda^4).$$

Die drei Linien seien wie in § 3 durch die Eichfilter ϱ_λ^1, ϱ_λ^2, ϱ_λ^3 nicht zu trennen; von diesen drei Filtern dürfte übrigens wiederum eines weggelassen werden: $\varrho_\lambda^1 = 1$.

Bei den vier Messungen wirken also die vier bekannten Strahlungen:

$$\sum_{e=1}^{3} e_{\lambda_e} \varrho_{\lambda_e}^1, \quad \sum_{e=1}^{3} e_{\lambda_e} \varrho_{\lambda_e}^2, \quad \sum_{e=1}^{3} e_{\lambda_e} \varrho_{\lambda_e}^3 \quad \text{und} \quad E_\lambda.$$

Anpassungsforderungen:

$$\sum_{k=1}^{4} m_{ik}\, x_k = v_i \qquad i = 1 \ldots 4, \tag{20c}$$

worin

$$\begin{aligned} m_{ik} &= \sum_e e_{\lambda_e}\, \varrho^i_{\lambda_e}\, Z_{\lambda_e}\, \tau^k_{\lambda_e} \qquad i=1\ldots 3,\; k=1\ldots 4 \\ m_{4k} &= \int E_\lambda\, Z_\lambda\, \tau^k_\lambda\, d\lambda \qquad k=1\ldots 4 \end{aligned} \tag{19b}$$

16 unmittelbar messbare Grössen darstellen und

$$\begin{aligned} v_i &= \sum_e e_{\lambda_e}\, \varrho^i_{\lambda_e}\, V_{\lambda_e} \qquad i = 1 \ldots 3 \\ v_4 &= \int E_\lambda\, V_\lambda\, d\lambda \end{aligned} \tag{5b}$$

mit einem künstlichen Präzisionsauge bestimmt worden seien. Dadurch, dass durch Bestimmung der x_k die Lösung eines Systems von 4 linearen Gleichungen mit 4 Unbekannten nötig ist, lasse man sich nicht abschrecken. Wie in einer späteren experimentellen Arbeit gezeigt wird, sind durch passende Wahl der Filter ϱ^i_λ rechnerische Vereinfachungen möglich. Übrigens vergesse man nicht, dass es sich um eine einmalige Rechenarbeit handelt.

§ 10. V_λ-getreue Eichung eines unbekannten Empfängers Z_λ für ein beliebiges, aus e_{λ_1}, e_{λ_2}, e_{λ_3} aufgebautes Mischlicht, mittels eines gleichartigen bekannten Mischlichtes $e^N_{\lambda_1}$, $e^N_{\lambda_2}$, $e^N_{\lambda_3}$.

Es handle sich beispielsweise um den Vergleich eines Hg-Lichtes der Intensität I mit einer Hg-Normallampe der Intensität I_N, ohne dass Z_λ bekannt zu sein braucht und, im Gegensatz zu § 6, *ohne dass man sich für die Koeffizienten x_k interessiert.*

Entsprechend (14f) werden mit drei *bekannten* Filtern ϱ^k_λ, $k = 1 \ldots 3$ für die *bekannte* Normal-Hg-Lampe $(e^N_{\lambda_i})$ mit der *unbekannten* Zelle Z_λ die Ausschläge R^N_k gemessen:

$$\begin{aligned} (e^N Z)_{\lambda_1}\, \varrho^1_{\lambda_1} + (e^N Z)_{\lambda_2}\, \varrho^1_{\lambda_2} + (e^N Z)_{\lambda_3}\, \varrho^1_{\lambda_3} &= R^N_1, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ (e^N Z)_{\lambda_1}\, \varrho^3_{\lambda_1} + (e^N Z)_{\lambda_2}\, \varrho^3_{\lambda_2} + (e^N Z)_{\lambda_3}\, \varrho^3_{\lambda_3} &= R^N_3, \end{aligned} \tag{14g}$$

woraus analog (16a) die $e^N_{\lambda_i} Z_{\lambda_i}$ berechenbar sind. Division von (16a) durch $e^N_{\lambda_i} Z_{\lambda_i}$ ergibt:

$$e_{\lambda_1} = e^N_{\lambda_1} \begin{vmatrix} R_1 & \varrho^1_{\lambda_2} & \varrho^1_{\lambda_3} \\ R_2 & \varrho^2_{\lambda_2} & \varrho^2_{\lambda_3} \\ R_3 & \varrho^3_{\lambda_2} & \varrho^3_{\lambda_3} \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} R^N_1 & \varrho^1_{\lambda_2} & \varrho^1_{\lambda_3} \\ R^N_2 & \varrho^2_{\lambda_2} & \varrho^2_{\lambda_3} \\ R^N_3 & \varrho^3_{\lambda_2} & \varrho^3_{\lambda_3} \end{vmatrix}, \ldots \tag{21}$$

woraus das gesuchte Verhältnis

$$\frac{I}{I_N} = \frac{e_{\lambda_1} V_{\lambda_1} + e_{\lambda_2} V_{\lambda_2} + e_{\lambda_3} V_{\lambda_3}}{e^N_{\lambda_1} V_{\lambda_1} + e^N_{\lambda_2} V_{\lambda_2} + e^N_{\lambda_3} V_{\lambda_3}} \tag{22}$$

folgt. Sind die Filter Monochromatfilter ($\varrho^k_{\lambda_i} = 0$ für $k \neq i$), so lautet (22)

$$\frac{I}{I_N} = \frac{(e^N V)_{\lambda_1} \cdot R_1/R_1^N + (e^N V)_{\lambda_2} \cdot R_2/R_2^N + (e^N V)_{\lambda_3} \cdot R_3/R_3^N}{(e^N V)_{\lambda_1} + (e^N V)_{\lambda_2} + (e^N V)_{\lambda_3}}. \tag{22a}$$

(22) entspricht also der Verallgemeinerung des von JOHNSON verwendeten sog. monochromatischen, durch (22a) formelmässig dargestellten Verfahrens.

Als Mischlicht wird in dieser Arbeit ein Licht betrachtet, das aus einem Gemisch von endlich vielen Komponenten besteht, deren spektralrelative Energieverteilungen bekannt sind. Für beliebiges Mischungsverhältnis dieser Komponenten ist eine dem internationalen V_λ getreue Bewertung angestrebt.

Die Präzisionsphotometrie der speziellen Gruppe der Mischlichter verdient eine besondere Berücksichtigung, weil sie theoretisch nicht als Näherungsproblem, sondern als exaktes Problem der Theorie der linearen Gleichungen aufgefasst und behandelt werden kann.

Um der vollständigen Ausschöpfung des Materials, das in Form von Kenntnissen über die spektrale Energieverteilung von Mischlichtern, sowie als Kenntnisse über Farbfilter in die Hände gegeben ist, den Weg zu ebnen, haben wir hier zunächst eine theoretische Übersicht über die an sich sehr einfachen, aber in ihrer Mannigfaltigkeit doch etwas verwirrlichen Möglichkeiten gegeben,

1. mittels bekannter Empfänger Mischlichter zu messen (§ 1 bis 5), und

2. unter Verwendung bekannter Mischlichter des Rezept zu gewinnen, wie aus den Angaben eines unbekannten Empfängers V_λ-getreue Ergebnisse berechnet werden können (§ 6 bis 10).

Die Theorie stellt eine Teillösung des von uns angestrebten Zieles dar, die Präzisionsphotometrie auf einfache Messungen mit Glasfiltern zurückzuführen.

Da es sich bei den Mischlichtern um *spezielle* Strahlungen handelt, können die Filter (τ^k_λ und ϱ^i_λ) weitgehend beliebig gewählt werden.

Auf die Fülle der experimentellen Einzelfragen, die sich bei der Durchführung des oben angegebenen Programms einer Mischlichtphotometrie stellen, namentlich auf die von Beispiel zu Beispiel verschiedene Frage der zweckmässigen Wahl der Filter, kommen wir später zurück.

Literatur.

[1]) König, Helv. Phys. Acta **10,** 165 (1937).

[2]) Schmidt, Dissertation Dresden 1935.

[3]) König, Helv. Phys. Acta **11,** 432 (1938).

[4]) Krefft, Das Licht **2,** 203 (1932).

[5]) Knoll, Ollendorf und Rompe, Gasentladungstabellen, J. Springer, Berlin 1935, S. 129.

[6]) Buchmüller und König, Bulletin SEV 1937, H. 5 und 17.

[7]) König, Helv. Phys. Acta **9,** 602 (1936).

[8]) Jaggi, Helv. Phys. Acta **12,** 77 (1939).

[9]) Tikhodeew, Chambre Centrale des poids et mesures de l'U.R.S.S. No. 91; Commission Internationale de l'Eclairage, Compte rendu des séances, Cambridge 1931, S. 537.

[10]) König, Helv. Phys. Acta **8,** 82 (1935).

[11]) König, Helv. Phys. Acta **8,** 211 (1935); Archiv für technisches Messen (ATM), V422—1 (Lieferung **43,** 1935).