

**Zeitschrift:** Helvetica Physica Acta

**Band:** 13 (1940)

**Heft:** I

**Artikel:** Über eine Methode zur Bestimmung der elastischen Konstanten isotroper Festkörper mit Hilfe von Ultraschallwellen

**Autor:** Bär, R.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-111051>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 02.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Über eine Methode zur Bestimmung der elastischen Konstanten isotroper Festkörper mit Hilfe von Ultraschallwellen

von R. Bär.

(22. XII. 39.)

---

§ 1. Der Effekt der Lichtbeugung an Ultraschallwellen lässt sich bekanntlich auf verschiedene Weise zur Bestimmung der elastischen Konstanten fester Körper verwenden. In erster Linie ist hier natürlich die Serie schöner Arbeiten von SCHAEFER und BERGMANN<sup>1)</sup> zu erwähnen. Die von diesen Autoren verwendete Methode beruht darauf, dass in dem zu untersuchenden durchsichtigen Festkörper (Kristall oder isotroper Körper von beliebiger Form) durch einen aufgesprenten Piezoquarz ( $PQ$ ) stehende Schallwellen erzeugt werden. Bei der Durchstrahlung des Körpers mit Licht entsteht dann ein Muster von Beugungsspektren, das (allerdings nur äusserlich) Ähnlichkeit mit einem Röntgenstrahlen-Lauediagramm aufweist. Dieses wird photographiert und ausgemessen, worauf die elastischen Konstanten nach einer von FUES und LUDLOFF entwickelten Theorie berechnet werden.

Als zweite Methode ist diejenige von HIEDEMANN<sup>2)</sup> zu nennen, die bisher nur auf isotrope Körper Anwendung gefunden hat. Auch bei dieser Methode werden in dem durchsichtigen festen Körper stehende Wellen angeregt; es werden aber nicht die bei der Durchstrahlung mit Licht auftretenden Beugungsspektren auf der Photoplatte abgebildet, sondern das dann ebenfalls sichtbare Schallwellengitter.

Neben diesen beiden Methoden hat die kompliziertere und ungenauere von BÄR und WALTI<sup>3)</sup> für durchsichtige Körper kaum mehr praktische Bedeutung. Bei dieser Methode wird der zu untersuchende Körper in eine durchsichtige Flüssigkeit eingetaucht und es wird seine Durchlässigkeit für Ultraschallwellen gemessen, indem die Intensität der aus dem Körper in die Flüssigkeit austretenden Schallenergie aus der Intensität der Lichtbeugung in der Flüssigkeit bestimmt wird. Die Methode besitzt vor den beiden zuerst genannten aber zwei prinzipielle Vorzüge: Erstens denjenigen der Anwendbarkeit auch auf undurchsichtige Körper, der dem Verfahren von HIEDEMANN ganz abgeht und der bei demjenigen von SCHAEFER und BERGMANN nur durch Beobachtung in Reflexion teilweise behoben werden kann. (Dann lässt sich

nämlich eine der beiden Konstanten des isotropen Körpers bestimmen.) Der zweite Vorteil ist die wesentlich kleinere Schallenergie, welche diese Methode benötigt, weil die Beugung des Lichtes am Ultraschall nicht in dem wenig kompressibeln festen Körper sondern in der umgebenden Flüssigkeit stattfindet. Deshalb tritt hier auch keine störende Erwärmung des festen Körpers durch die Ultraschallwellen auf.

Es ist nun bemerkenswert, dass eine jüngst veröffentlichte, allerdings nicht sehr genaue Methode zur Bestimmung der elastischen Konstanten fester Körper von v. SCHMIDT<sup>4)</sup> ebenfalls diese beiden Vorzüge der BÄR-WALTI-Methode besitzt. Auch bei v. SCHMIDT wird der zu untersuchende Körper in eine durchsichtige Flüssigkeit eingetaucht. In dieser wird ein Knallfunke erzeugt und die Fortleitung des Knalles durch den festen Körper, welche durch Kompressions- und Scherungswellen stattfindet, wird an den durch den Festkörper in die Flüssigkeit austretenden Schallwellen mit Hilfe der TOEPLER'schen Schlierenanordnung untersucht.

Es war nun naheliegend, zu versuchen, die v. SCHMIDT'schen Experimente mit Ultraschallwellen nachzumachen. Dies würde nämlich den Vorteil einer genau angebbaren Schallfrequenz und einer wohldefinierten Anregung der Schallwellen im Festkörper bieten. Dass die von v. SCHMIDT beobachteten Erscheinungen keinen Einschwingvorgang darstellen und dass sie auch nicht durch Abweichungen von der Linearität hervorgerufen werden, d. h. dass dieser Effekt tatsächlich auch durch periodische Schallwellen kleiner Energie erzeugt werden kann, haben theoretisch übrigens schon JOOS und TELTOW<sup>5)</sup> gezeigt.

§ 2. Es stellte sich damit im Prinzip die Aufgabe, in einem in einer Flüssigkeit befindlichen festen Körper, dem man die Form eines Prismas gibt, in bekannten Richtungen fortschreitende Longitudinal- und Transversalwellen zu erzeugen und hierauf die Richtungen der nach der Brechung in die Flüssigkeit austretenden Wellen zu bestimmen. Wenn, wie üblich, ein  $PQ$  als Schallquelle benützt wird, so kann wegen des grossen Unterschiedes der Schallhärte des festen Körpers und der Flüssigkeit ein hinreichender Anteil der vom  $PQ$  emittierten Schallenergie in den festen Körper nur eintreten, wenn der Quarz mit demselben in unmittelbare Berührung gebracht, am besten, wenn er direkt auf diesen Körper aufgekittet wird. Dann tritt aber immer noch eine Schwierigkeit auf: Es ist zwar bekannt, dass  $PQ$ -Scheiben neben der Dicken-schwingung unter Umständen noch weitere Schwingungen, z. B.

Biegeschwingungen<sup>6)</sup> ausführen. Dass eine solche Quarzscheibe dann nicht nur senkrecht zu ihrer Oberfläche fortschreitende Schallwellen emittiert, ist aus dem in der umgebenden Flüssigkeit erzeugten Schallfeld ersichtlich. Leider wurde aber bisher nie untersucht, ob eine solche Scheibe, wenn sie auf einen festen Körper aufgekittet wird, in demselben ausser den senkrecht zur Oberfläche abgestrahlten Longitudinal-(Kompressions-)Wellen auch noch in genau definierten Richtungen fortschreitende Transversal-(Scherungs-)Wellen erzeugt.

Daher wurde vorerst ein anderes Verfahren benutzt, um in dem festen Körper je eine Longitudinal- und eine Transversalwelle zu erzeugen, die beide in bekannten Richtungen fortschreiten. Es wurde nämlich von dem Umstand Gebrauch gemacht, dass sich von einer in einem Festkörper fortschreitenden Longitudinal- (oder Transversal-)Welle der beim Auftreffen auf eine Grenzfläche des Körpers nach innen reflektierte Teil der Welle aufspaltet in eine longitudinale und in eine transversale Komponente. Dabei befolgt bekanntlich die Fortpflanzungsrichtung  $\delta_t$  der neu entstehenden Transversalwelle das SNELLIUS'sche Gesetz: Sind  $v_l$  und  $v_t$  die Geschwindigkeiten der Longitudinal- bzw. Transversalwelle und ist  $\beta_l$  der Einfallswinkel der Longitudinalwelle, so gilt

$$\sin \delta_t = v_t \cdot \sin \beta_l / v_l .$$

Nach der Reflexion ist aber, weil ja  $v_l$  und  $v_t$  unbekannt sind, die Richtung der neuerzeugten Transversalwelle noch unbekannt. Erst wenn diese Welle an einer Grenzfläche des Körpers ein zweites Mal reflektieren lässt, erhält man die Möglichkeit, auch die Fortpflanzungsrichtung der Welle zu bestimmen.

§ 3. Bevor nun hierauf näher eingegangen wird, muss erst beschrieben werden, wie bei Ultraschallwellen in der TOEPLER'schen Schlierenanordnung die Fortpflanzungsrichtung der Wellen gemessen wird. Hier kommt nämlich unserer Methode ein merkwürdiger Umstand zu Hilfe, der Umstand nämlich, dass sich die Fortpflanzungsrichtung nur einer Ultraschallwelle in dieser Anordnung weit weniger genau bestimmen lässt als die beiden Richtungen zweier einander überlagerter Wellen.

Im ersteren Falle erhält man auf dem dunklen Gesichtsfeld am Ort der Welle eine Aufhellung. Da die Schallwelle aber nie ganz homogen ist (CHLADNI-Figuren des  $PQ$ , vgl. z.B. BÄR<sup>6)</sup>) und da namentlich an den Rändern des  $PQ$  oder des die Schallwelle begrenzenden Diaphragmas eine Beugung des Schalles eintritt, so ist der Rand der Welle nie scharf begrenzt und die Fortpflanzungs-



richtung daraus nur schlecht bestimmbar. Durch Verwendung einer stroboskopischen Beleuchtungseinrichtung, die die Wellenfronten direkt sichtbar macht, kann man zwar diesem Übelstand abhelfen (z. B. mit einem seinerzeit beschriebenen Ultraschall-Stroboskop<sup>7</sup>.)

Das Stroboskop wird nun unnötig, wenn zwei Schallwellen vorhanden sind, weil bei deren Überlagerung Wellenbilder entstehen, aus denen die Richtungen beider Wellen berechnet werden können. Trivial ist der Fall, dass die beiden Wellen antiparallel laufen (stehende Welle). Dann erhält man bekanntlich, wenn  $\lambda$  = Schallwellenlänge bedeutet, senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung der Wellen äquidistante Streifen mit dem gegenseitigen Abstand  $D = \lambda/2$ . Ist im allgemeinen Fall der Winkel zwischen den beiden Fortpflanzungsrichtungen =  $2\theta$ , so entstehen<sup>8</sup>) immer noch solche äquidistante Streifen, und zwar in der Richtung der Winkelhalbierenden der beiden Wellen und mit dem gegenseitigen Abstand

$$D = (\lambda \cdot \sin \theta)/2. \quad (1)$$

Es lassen sich also die Fortpflanzungsrichtungen der beiden Wellen berechnen, wenn Richtung und Abstand der Streifen gemessen werden. Dieses Verfahren ist bei unseren Versuchsbedingungen gut anwendbar und recht genau, besonders weil die Erfahrung zeigt, dass es der Sichtbarkeit der Streifen kaum Abbruch tut, wenn die zwei Schallwellen sehr verschieden grosse Intensitäten haben. In diesem Falle überlagert sich den Streifen lediglich eine allgemeine Aufhellung des Gesichtsfeldes. Ferner spielt es auch keine Rolle, wenn — wie dies beim Ultraschall meist der Fall ist — die beiden Wellen selbst inhomogen sind.

§ 4. Die zu den Versuchen benützten festen Körper hatten die Form von Stäben (vgl. Fig. 1) mit rechteckigem Querschnitt

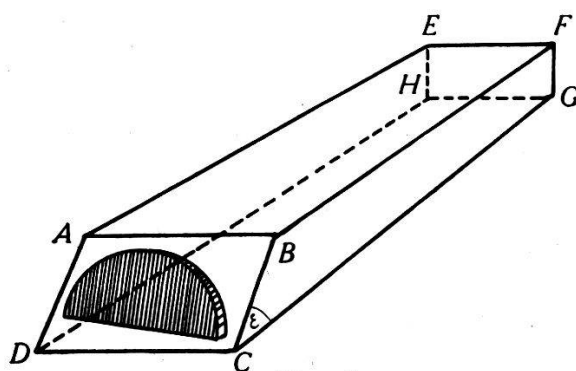


Fig. 1.

Stab mit aufgekitteter Piezoquarz-Scheibe.

Flächenstück war die den Ultraschall emittierende  $PQ$ -Scheibe aufgekittet. Ihre Form war (nach Massgabe der vorhandenen

(gewöhnlich ca.  $15 \times 25$  mm) und unterschiedlicher Länge (ca. 5 bis 50 cm). Am einen Ende waren die Stäbe durch ein ebenes Flächenstück  $ABCD$  begrenzt, das auf dem einen Paar Seitenflächen senkrecht stand, während es mit dem andern Paar einen Winkel  $\varepsilon$  von ca.  $45^\circ$  bildete. Auf dieses

Auswahl) willkürlich und ebenso die Orientierung auf dem Flächenstück. Die benutzten Frequenzen lagen zwischen 5000 und 7500 kHz. Die Länge der Stäbe war so gewählt, dass die im Stab fortschreitenden Wellen schon vor dem Erreichen der zweiten Endfläche  $EFGH$  abgeklungen waren, sodass deren Gestalt auf die Versuche keinen Einfluss hatte.

Die Schallwellen laufen bei dieser Anordnung der  $PQ$ -Scheibe im Festkörper und in der Flüssigkeit in Ebenen parallel zur Ebene  $BCGF$ ; daher wird die Flüssigkeit senkrecht zu dieser Ebene mit Licht durchstrahlt. In Fig. 2 ist diese Ebene samt den im festen Körper und in der Flüssigkeit fortschreitenden Wellen eingezeichnet. Die Länge der Kante  $FG$ , die für die Versuche wesentlich ist, werde mit  $b$  bezeichnet. (Gewöhnlich war  $b=15$  mm. Dagegen ist die Länge der Kante  $AB$  in Fig. 1 unwesentlich; sie

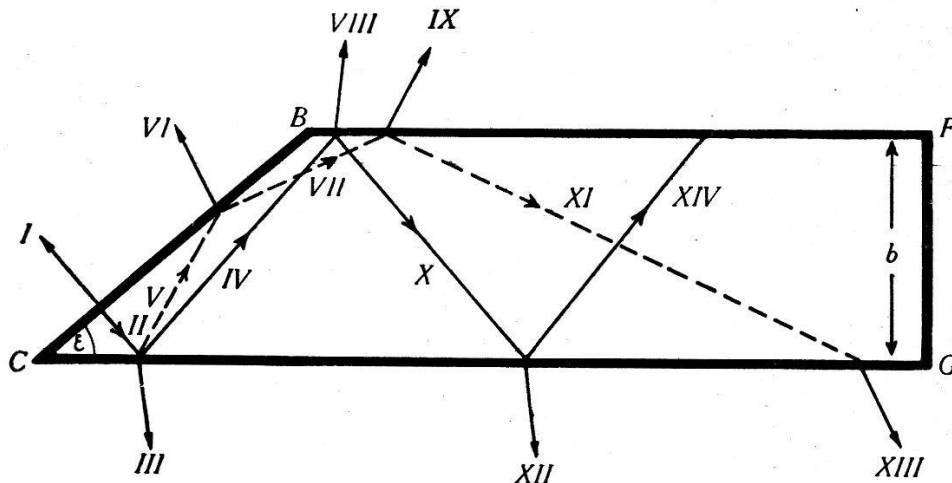


Fig. 2.

Verlauf der Ultraschallwellen im festen Körper und in der umgebenden Flüssigkeit.

—>—> Longitudinal-Wellen.      - - ->- - - Transversal-Wellen.

betrug meist ca. 25 mm.) Die Wellen sind in der Fig. 2 nur als Strahlen dargestellt, die also durch willkürliche Punkte hindurchgehen. Vom  $PQ$  selbst werden die beiden senkrecht zur Fläche  $BC$  fortschreitenden Longitudinalwellen I und II in die Flüssigkeit bzw. in den festen Körper emittiert. Die Welle II fällt unter dem Winkel  $\varepsilon$  auf die Fläche  $CG$  des Körpers auf und wird hier teilweise in die Flüssigkeit gebrochen (Welle III) und teilweise in den Körper zurückreflektiert (Welle IV). Ausser diesen beiden Longitudinalwellen entsteht beim Auftreffen der Welle II nun noch die Transversalwelle V, die unter einem Winkel kleiner als  $\varepsilon$  ins Innere des Körpers und auf die Grenzflächen  $CB$  und  $BF$  zu fortschreitet. Diese Welle ist in der Einfallsebene der Welle II polarisiert, und dasselbe gilt daher auch von allen weiteren, durch Reflexion und Aufspaltung neu entstehenden Transversalwellen. Alle diese

Wellen vermögen also beim Auftreffen auf die Grenzflächen des Körpers auch wieder neue Longitudinalwellen anzuregen (vgl. aber § 5). Beim Auftreffen der Welle V auf die Fläche  $CB$  tritt sodann ein Teil derselben als Longitudinalwelle VI in die Flüssigkeit ein; ein weiterer Teil wird als Transversalwelle VII in den Körper zurückreflektiert und läuft dann auf die Grenzfläche  $BF$  zu. Die Welle V wird aber meistens nur teilweise auf die Fläche  $CB$  fallen; ein Teil kann auch direkt auf die Fläche  $BF$  auftreffen.

Der  $PQ$  soll nun auf der Fläche  $CB$  so liegen (evtl. kann man, um dies zu erreichen, auch zwei verschiedene  $PQ$ -Stücke räumlich getrennt, aber elektrisch parallel geschaltet, in der Nähe der Kante  $B$  und der Kante  $C$  auf die Fläche  $BC$  aufkleben), dass ein möglichst grosses Stück der Quarzscheibe von der Welle V getroffen wird. Dann bilden die von der Scheibe direkt emittierte Welle I und der durch den Quarz hindurch gebrochene Teil VI der Welle V zusammen das Streifensystem einer Kombinationswelle (wir wollen sie mit  $C_0$  bezeichnen), aus dem die Richtungen von I und VI berechnet werden können. Je ausgedehnter das Raumgebiet ist, in dem sich I und VI überlappen, desto genauer kann diese Berechnung ausgeführt werden. Wir bezeichnen den Winkel, den dieses Streifensystem mit der Normalen auf die Fläche  $BC$  bildet, mit  $\Phi_0$  und den Streifenabstand mit  $D_0$ ; ferner seien  $\alpha'_0$  und  $\alpha^t_0$  die Winkel, die die Wellen I und VI mit dieser Normalen bilden. Dann lassen sich diese beiden Winkel durch Messung von  $\Phi_0$  und  $D_0$  und Anwendung der Gleichung (1) bestimmen; sei  $\Theta_0$  der aus (1) berechnete Winkel, so wird

$$\alpha'_0 = \Phi_0 - \Theta_0 \quad (2)$$

und

$$\alpha^t_0 = \Phi_0 + \Theta_0. \quad (3)$$

Andererseits weiss man, dass

$$\alpha^t_0 = 0 \quad (4)$$

sein muss; also wird

$$\Phi_0 = \Theta_0, \quad (5)$$

was eine Kontrolle der Messungen liefert.

Die zweite Kombinationswelle (sie werde mit  $C_1$  bezeichnet) kommt in dem an die Fläche  $BF$  angrenzenden Flüssigkeitsgebiet, und zwar in der Nähe von  $B$  zustande. Hier überlagern sich die bei der Brechung von VII in der Flüssigkeit entstehende Welle IX und die bei der Brechung von Welle IV entstehende Welle VIII. Sei  $D_1$  der Streifenabstand und seien die entsprechenden Winkel hier  $\Phi_1$ ,  $\Theta_1$ ,  $\alpha'_1$  und  $\alpha^t_1$ , so wird  $\alpha'_1 = \Phi_1 - \Theta_1$  und  $\alpha^t_1 = \Phi_1 + \Theta_1$ ; d. h.

es gelten die Gleichungen (2) und (3) auch mit dem Index 1. Eine Kontrolle dieser Messungen ist nicht möglich, weil es keine zu (4) entsprechende Gleichung gibt.

Durch Messung der beiden Winkel  $\Phi_0$  und  $\Phi_1$  und der beiden Strecken  $D_0$  und  $D_1$  lassen sich nun die Longitudinal- und die Transversalgeschwindigkeit und damit die beiden elastischen Konstanten des festen Körpers berechnen, wenn ausserdem noch die Ultraschallgeschwindigkeit  $v_f$  in der den Körper umgebenden Flüssigkeit bekannt ist. Wir bezeichnen die den Austrittswinkeln  $\alpha$  in der Flüssigkeit entsprechenden Brechungswinkel im festen Körper mit  $\beta$ . Dann sieht man aus Fig. 2, dass  $\beta_1^l = \varepsilon$  ist; also erhält man

$$v_l = v_f \cdot \sin \varepsilon / \sin \alpha_1^l \quad (6)$$

als Gleichung zur Bestimmung der Longitudinalgeschwindigkeit. Für die Transversalgeschwindigkeit erhält man einerseits

$$v_t/v_f = \sin \beta_0^t / \sin \alpha_0^t = \sin \beta_1^t / \sin \alpha_1^t .$$

Andererseits ist, wie man wieder aus Fig. 2 entnimmt,  $\beta_1^t = (180 - \varepsilon) - \beta_0^t$ . Also wird

$$\text{oder} \quad \sin [(180 - \varepsilon) - \beta_0^t] / \sin \alpha_1^t = \sin \beta_0^t / \sin \alpha_0^t$$

$$v_t = v_f \cdot \sin \beta_0^t / \sin \alpha_0^t, \text{ wobei } \text{tg } \beta_0^t = \cos \varepsilon / [\sin \alpha_1^t / \sin \alpha_0^t - \sin \varepsilon]. \quad (7)$$

Eine dritte Kombinationswelle (wir bezeichnen sie mit  $C_2$ ) entsteht längs der Ebene  $CG$ ; sie ist natürlich das Spiegelbild von  $C_1$  in bezug auf diese Ebene.

§ 5. Nun müssen noch einige ergänzende Bemerkungen zum Verlauf der Schallwellen im festen Körper gemacht werden.

a) Was zuerst den Prismenwinkel  $\varepsilon$  betrifft, so darf derselbe aus folgenden Gründen nur wenig vom Wert  $45^\circ$  abweichen: Wir nehmen an, was offenbar den günstigsten Fall darstellt, dass die  $PQ$ -Scheibe die ganze Stirnfläche  $BC$  (vgl. Fig. 2) des Festkörpers bedeckt. Dann bedecken die auf die beiden Seitenflächen  $CG$  und  $BF$  auftreffenden Longitudinalwellen II, X usw. bzw. IV, XIV usw. diese Flächen gerade lückenlos. Für  $\varepsilon > 45^\circ$  werden Teilstücke der Flächen von diesen Wellen nicht getroffen und für  $\varepsilon < 45^\circ$  überlappen sich die getroffenen Flächenstücke teilweise.

Im ersteren Fall können sich natürlich die Kombinationswellen  $C_1$  und  $C_2$  nur schlecht ausbilden. Da ausserdem (vgl. § 8) der Streifenabstand  $D_1$  mit zunehmendem  $\varepsilon$  stark anwächst, wird die Methode für  $\varepsilon > 45^\circ$  bald sehr ungenau.

Für  $\varepsilon < 45^\circ$  trifft auch die Welle IV noch teilweise auf die Stirnfläche  $BC$  auf und stört hier die Ausbildung der Kombina-



tionswelle  $C_0$ . Mit abnehmendem  $\varepsilon$  wird die Zahl der möglichen unerwünschten Reflexionen immer grösser. Ausserdem nimmt die Intensität der entstehenden Transversalwellen ab<sup>9)</sup>. Immerhin ist die Methode für  $\varepsilon = 40^\circ$  noch brauchbar (vgl. § 8, Tab. 1).

b) Von der Welle V fällt gewöhnlich ein Teil auch auf die Fläche  $BF$  auf. Es ist wichtig, dass dieser Teil der Welle die Ausbildung der an der Fläche ansetzenden Kombinationswelle  $C_1$  zwischen VIII und IX nicht stört. Dies rührt daher, dass die Fläche  $CG$ , an welcher die beiden Wellen IV und V erzeugt werden, parallel ist zur Fläche  $BF$ . Daher fällt die Richtung derjenigen Welle, die beim Austritt durch die Fläche  $BF$  in die Flüssigkeit aus der Welle V entsteht, mit der Richtung der Welle IX zusammen.

c) Eine wesentliche Komplikation würde eintreten, wenn die Welle V beim Auftreffen auf die Fläche  $BC$  sich in eine Longitudinal- und eine Transversalwelle aufspalten würde. Dies ist aber für die benutzten Werte  $\varepsilon \geq 40^\circ$  nicht der Fall. In der Tat liegt der dem Einfallswinkel dieser Welle (vgl. Fig. 2)

$$\beta'_0 = \varepsilon + \arcsin [v_t \cdot \sin \varepsilon / v_l] \quad (8)$$

entsprechende Winkel  $\beta'_0$  immer im Bereich der Totalreflexion der Longitudinalwellen. Dieser Bereich beginnt mit dem Grenzwinkel  $\beta^*$ , wo

$$v_l \cdot \sin \beta^* / v_t = 1 \quad (9)$$

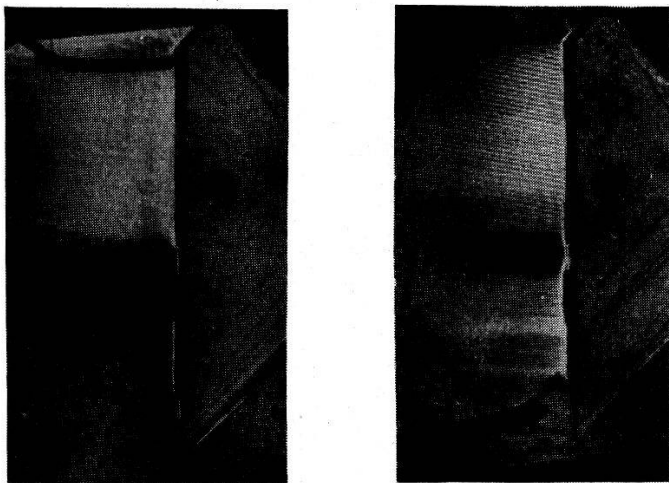
ist. Nun liegt  $v_t/v_l$  immer im Bereich  $1/2 \div 2/3$ . Für  $v_t/v_l = 2/3$  wird  $\beta^* = 42^\circ$ , also liegt der Grenzwert von  $\varepsilon$  nach (8) dann bei  $25^\circ$ . Für  $v_t/v_l = 1/2$  wird  $\beta^* = 30^\circ$ , also ist  $\varepsilon$  sogar nur  $20^\circ$ .

§ 6. Über die Versuchsanordnung sind nur noch wenig weitere Angaben notwendig. Als (sekundäre) Lichtquelle musste natürlich statt dem sonst meistens verwendeten Spalt eine Lochblende benutzt werden, da keine Richtung der Schallwellen ausgezeichnet werden darf. Zur Realisierung genügte es aber schon, den geraden Draht einer Glühlampe auf einen dazu senkrecht stehenden Spalt abzubilden. Die Lichtquelle stand im Brennpunkt einer LEITZ'schen Abbildungslinse von 50 cm Brennweite. Hiermit wurde ein paralleles Lichtstrahlenbündel vom Durchmesser der Linse, nämlich 5 cm, erzeugt, und dieselbe Grösse hatte daher auch das Schallwellenfeld, das gleichzeitig sichtbar gemacht werden konnte. Der Lichtstrahl durchsetzte dann den senkrecht zur Strahlrichtung stehenden Flüssigkeitstrog mit dem zu untersuchenden Körper. Als Flüssigkeit wurde gewöhnlich eine Mischung aus Paraffin- und Terpentinöl verwendet, und zwar wurde das



Mischungsverhältnis so gewählt, dass die Dämpfung der Schallwellen in der Flüssigkeit gross genug war, damit die vom festen Körper ausgehenden Schallwellen an den Gefässwänden keine störenden Reflexionen hervorrufen konnten. In ca. 100 cm Entfernung hinter dem Trog fiel das Lichtbündel dann auf eine zweite LEITZ'sche Abbildungslinse von gleichem Durchmesser und gleicher Brennweite, die in nochmals 100 cm Abstand auf einer Photoplatte ein Bild der durchstrahlten Flüssigkeit samt der Lichtbeugung an den Schallwellen erzeugte. Um die letzteren im Bild besser sichtbar zu machen, wurde das von den Schallwellen nicht abgelenkte Licht weggeblendet (Schlierenanordnung). Zu diesem Zweck war in der hintern Brennlinie der zweiten Linse an der Stelle des Bildes der Lichtquelle eine Blende (Kopf einer Stecknadel) angebracht.

§ 7. Versuche mit Glaskörpern. — Die meisten Versuche wurden bisher mit Glasstäben ausgeführt; hier spielt allerdings der wichtigste Vorteil der Methode, auf undurchsichtige Körper



a                      Fig. 3.                      b

Zur Entstehung der Kombinationswelle  $C_0$  an der Stirnfläche eines Glaskörpers: Auf die Fläche sind zwei  $PQe$  aufgeklebt.

- a) Nur der obere  $PQ$  schwingt; er emittiert eine recht homogene Schallwelle.  
 b) Der untere  $PQ$  wird ebenfalls zum Schwingen angeregt; dann fällt auf den oberen  $PQ$  auch noch die bei der innern Reflexion am Glaskörper entstehende Transversalwelle auf.

anwendbar zu sein, keine Rolle. Die Versuche hatten vorerst auch nur den Zweck, die Brauchbarkeit der Methode zu zeigen; dagegen lässt sich die maximal erreichbare Genauigkeit noch nicht abschätzen. Dazu wäre es nämlich notwendig, Quarzscheiben zu verwenden, die möglichst die ganze Fläche  $ABCD$  (vgl. Fig. 1) bedecken; solche standen aber nicht zur Verfügung. Ferner waren die angeschliffenen Flächen nicht immer so plan, wie sie in optischen Anstalten hergestellt werden können.

Fig. 3 zeigt zunächst die Entstehung der Kombinationswelle  $C_0$ , die auf dem  $PQ$  selbst aufsitzt. Der hier verwendete Glasstab hatte ein  $\varepsilon = 44,5^\circ$  und eine Dicke  $b = 290$  mm. Auf dem oberen Teil der Stirnfläche  $BC$  (in der Bezeichnung der Fig. 2), d. h. in der Nähe der Kante  $B$ , war eine kreisförmige  $PQ$ -Scheibe

von 2 cm Durchmesser für 7500 kHz aufgeklebt. Auf der untern Hälfte der Fläche war dann noch eine zweite, ungefähr halbkreisförmige, im übrigen gleiche Scheibe aufgeklebt. Wenn nun die obere Scheibe zum Schwingen angeregt wird, so entsteht das Bild der Fig. 3a. Man sieht, dass diese Scheibe eine recht homogene Welle ausstrahlt. Eine Kombinationswelle kann sich nicht ausbilden, weil die Scheibe absichtlich so nahe an der Kante  $B$  auf die Stirnfläche des Glasstabes aufgeklebt wurde, dass die (vgl. Fig. 2) von der Welle II an der Ebene  $CG$  erzeugte Welle V nicht mehr auf die Quarzscheibe auftreffen konnte. Erst wenn auch der untere  $PQ$  zusammen mit dem obern zum Schwingen angeregt wird, trifft auf den obern ein Teil der Transversalwelle V auf. Dann ist (vgl. Fig. 3b) statt der homogenen Welle das Streifensystem

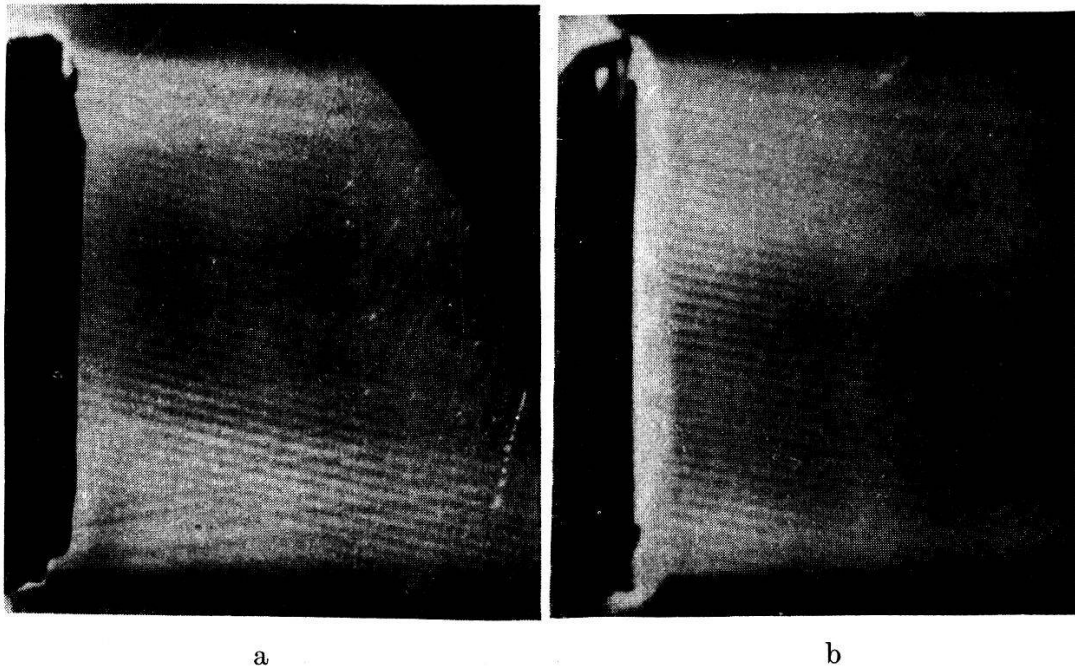


Fig. 4.

Streifensystem der Kombinationswelle  $C_0$ : a) mit halbkreisförmigem  $PQ$  von 20 mm Durchmesser, b) mit rechteckigem  $PQ$  von  $10 \times 20$  mm.

der Kombinationswelle sichtbar, und zwar ohne merkliche Störung, trotzdem die untere Quarzscheibe, wie das Bild zeigt, eine sehr wenig homogene Welle aussendet.

Um zu zeigen, dass die Neigung ( $\Phi$ ) und der Streifenabstand ( $D$ ) der Kombinationswelle unabhängig von der Form des verwendeten  $PQ$  erhalten werden, sind in den Fig. 4a und b zwei Bilder der Welle  $C_0$  wiedergegeben, von denen a mit einem halbkreisförmigen Quarz von 20 mm Durchmesser und b mit einem rechteckigen von  $10 \times 20$  mm Kantenlänge erhalten wurde. Lediglich die Sichtbarkeit der Streifen ist auf b besser als auf a. Die

von den Rändern des  $PQ$  ausgehenden Störungen sind zwar deutlich sichtbar; sie stellen aber kein Hindernis für die Ausmessung der Aufnahmen dar, solange man nur hinreichend grosse  $PQe$  verwenden kann. Diese „Störungen“ sind übrigens parabelförmige

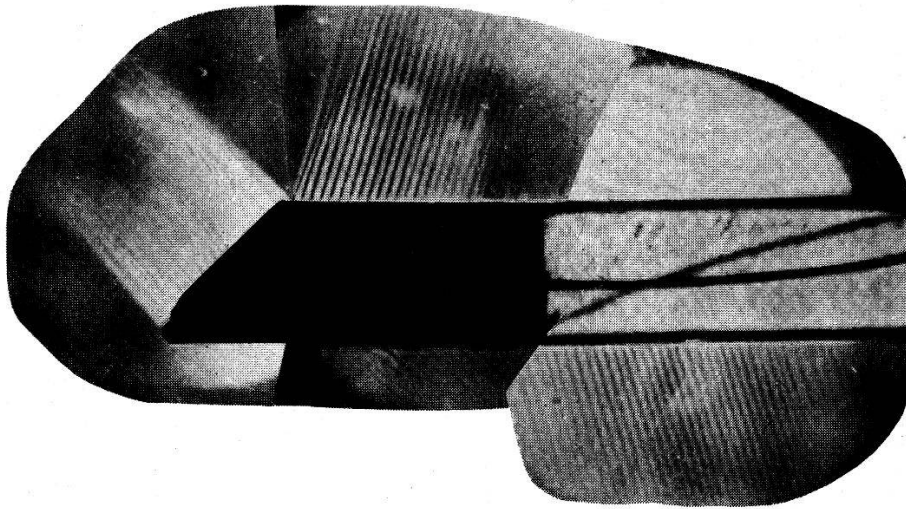


Fig. 5a.

Glaskörper mit den drei austretenden Kombinationswellen  $C_0$ ,  $C_1$  und  $C_2$ .

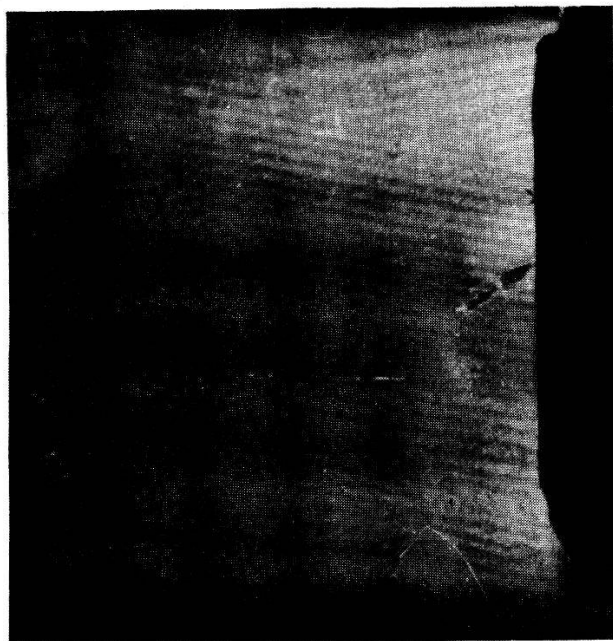


Fig. 5b.

Aus der Stirnfläche austretende Kombinationswelle  $C_0$  in zirka 3facher Vergrößerung.

Kombinationswellen, die gegen die Kante konkav gekrümmt sind und schon früher<sup>10)</sup> beschrieben wurden.

Die Methode der Bestimmung der beiden Schallgeschwindigkeiten sei nun an dem in Fig. 5 wiedergegebenen Bild dargestellt, das mit einem Glasstab von 35 cm Länge,  $b = 15$  mm Dicke und

einem Winkel  $\varepsilon = 45^\circ$  erhalten wurde. Auf die schräge Stirnfläche dieses Stabes war eine halbkreisförmige  $PQ$ -Scheibe für 7500 kHz aufgeklebt. Die ersten 4 cm des Stabes hinter der Stirnfläche sind undurchsichtig, weil auf die Seitenflächen hier die Elektroden für den  $PQ$  aufgekittet waren. Die Streifensysteme der an den Längsseiten entstehenden Kombinationswellen  $C_1$  und  $C_2$  waren an diesem Stab noch in 10 cm Entfernung von der Stirnfläche gut sichtbar. Um zu zeigen, wie diese Wellen abwechselnd an der einen und an der andern Seite des Stabes ansetzen, sind drei Aufnahmen benachbarter Teile des Stabes in der Fig. 5a passend aneinandergeliebt.

Die Ausmessung der Aufnahmen liefert folgende Daten: 1. Kombinationswelle  $C_0$ .  $\varepsilon = 45^\circ$ ,  $\Phi_1 = 12^\circ$ ,  $D_0 = 0,506$  mm. Ferner war  $v_f = 1480$  m/sec, also bei der benutzten Frequenz von 7509 kHz die Wellenlänge in der Flüssigkeit  $\lambda = 0,197$  mm. Hieraus berechnet sich nach Gleichung (1)  $\Theta_0 = 11\frac{1}{4}^\circ$ . Also wird  $\alpha'_0 = \frac{3}{4}^\circ$  (statt  $0^\circ$ , wie es sein müsste) und  $\alpha^t_0 = 23\frac{1}{4}^\circ$ . 2. Kombinationswelle  $C_1$ .  $\Phi_1 = 17,5^\circ$ ,  $D_1 = 0,925$  mm. Daraus berechnet sich  $\Theta_1 = 6^\circ$ ; also wird  $\alpha'_1 = 11,5^\circ$  und  $\alpha^t_1 = 23,5^\circ$ . Hieraus folgt (mit  $\alpha'_0 = 0^\circ$ ) nach Gleichung (6)  $v_l = 5460$  m/sec und nach Gleichung (7)  $v_t = 3500$  m/sec. Die Ausmessung der Kombinationswelle  $C_2$  liefert innerhalb der Messfehler dieselben Resultate.

Zur Kontrolle der Versuchsergebnisse hat man noch folgende Möglichkeit: Wir bezeichnen mit  $n_l$  bzw.  $n_t$  den Brechungsindex der Longitudinal- bzw. Transversalwellen; also  $n_l = v_f/v_l = 0,271$  und  $n_t = v_f/v_t = 0,423$ . Dann wird (vgl. Fig. 2) die beim Auftreffen der Welle II auf die Grenzfläche des Körpers entstehende Transversalwelle V von der Glasfläche unter dem Winkel  $\delta_t = \arcsin [n_l \cdot \sin \varepsilon/n_t]$  ins Innere des Körpers zurückreflektiert. Hieraus folgt  $\beta^t_0 = 66,5^\circ$ , und es berechnet sich der Winkel  $\alpha^t_0$ , unter welchem diese Welle von der Stirnfläche des Körpers in die Flüssigkeit gebrochen wird (wegen  $\sin \alpha^t_0 = n_t \cdot \sin \beta^t_0$ ) zu  $23\frac{3}{4}^\circ$ . Dieser Wert stimmt mit dem direkt berechneten Wert  $23\frac{1}{4}^\circ$  wohl so gut überein, als es die Messgenauigkeit bisher erwarten lässt. Man kann natürlich auch aus dem mit Hilfe des Winkels  $\delta_t$  berechneten Wert von  $\beta^t_0$  und dem gemessenen Wert von  $\alpha^t_0$  den Brechungsindex der Transversalwellen nachkontrollieren und erhält dann  $n_t' = 0,412$  statt  $0,423$  (vgl. Tab. 1). Man könnte diese hier als Kontrolle benützte Beziehung auch zur direkten Berechnung von  $n_t$  verwenden, aber die dann zu lösende Gleichung

$$\arcsin [n_l \cdot \sin \varepsilon/n_t + \varepsilon] = \arcsin [\sin \alpha^t_0/n_t]$$

wäre recht unhandlich.



§ 8. Kontrollversuche. — Es wurden auch einige Versuche mit andern Einfallswinkeln  $\varepsilon$  angestellt. Dazu wurde am gleichen Glasstab die Stirnfläche nacheinander unter den Winkeln  $35^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $45^\circ$  und  $50^\circ$  angeschliffen. Die erhaltenen Resultate sind für die Winkel  $40 \div 50^\circ$  in der Tab. 1 zusammengestellt.

Tabelle 1.

Messresultate an einem Glasstab von 15 mm Dicke bei verschiedenen Einfallswinkeln (Frequenz = 7509 kHz).

$\varepsilon$	$\Phi_0$	$D_0$ in m/m	$\Theta_0$	$\Phi_1$	$D_1$ in m/m	$\Theta_1$
$40^\circ$	$11^\circ$	0,536	$10^{2/3^\circ}$	$17^{1/2^\circ}$	0,750	$7^{1/2^\circ}$
$45^\circ$	$12^\circ$	0,506	$11^{1/4^\circ}$	$17^{1/2^\circ}$	0,925	$6^\circ$
$50^\circ$	$11^{1/2^\circ}$	0,476	$12^\circ$	$16^\circ$	1,29	$4^{1/2^\circ}$
$\varepsilon$	$n_l$	$v_l$ in m/s	$n_t$	$v_t$ in m/s	$\delta_t$	$n_t'$
$40^\circ$	0,271	5460	0,417	3550	$24^{2/3^\circ}$	0,409
$45^\circ$	0,271	5460	0,423	3500	$27^\circ$	0,412
$50^\circ$	0,257	5750	0,418	3540	$28^\circ$	0,407

Zu dieser Tabelle ist folgendes zu bemerken: 1. Wie man leicht nachrechnet, müsste mit wachsendem Einfallswinkel  $\varepsilon$   $\Phi_0 = \Theta_0$  dauernd abnehmen. Dies ist bei  $\Theta_0$  auch tatsächlich der Fall, dagegen nicht bei  $\Phi_0$ . Da sich der Wert von  $D_0$ , aus dem  $\Theta_0$  berechnet wird, recht genau messen lässt, dürften die  $\Theta_0$ -Werte die zuverlässigeren sein. Trotzdem wurde  $\alpha_0^t$  immer aus Gleichung (3) berechnet (und nicht  $\alpha_0^t = 2 \Theta_0$  gesetzt). 2. Da mit wachsendem  $\varepsilon$  der Wert von  $D_1 = D_2$  rasch anwächst, nimmt schon aus diesem Grunde die Anzahl der auftretenden Streifen der Kombinationswellen  $C_1$  und  $C_2$  ab. Ein weiterer Grund ist sodann der in § 5a erwähnte Umstand, dass für  $\varepsilon > 45^\circ$  die auf die Ebenen  $BF$  und  $CG$  auffallenden Longitudinalwellen diese Flächen nicht mehr lückenlos überdecken. Darunter leidet namentlich die Genauigkeit der Bestimmung der Winkel  $\Phi_1$  und  $\Theta_1$ . Daher wird mit wachsendem  $\varepsilon$  besonders der Wert von  $\alpha_1^t = \Phi_1 - \Theta_1$  ungenau. Auf diesen Umstand dürfte es zurückzuführen sein, dass der Wert von  $v_l$  für  $\varepsilon = 50^\circ$  so sehr von den beiden andern Werten abweicht. 3. Die für  $\varepsilon < 45^\circ$  (vgl. § 5a) auftretenden unerwünschten Reflexionen machten sich, wie die Tabelle zeigt, bei dem Versuche mit  $\varepsilon = 40^\circ$  noch nicht störend bemerkbar. Die bei  $\varepsilon = 35^\circ$  erhaltenen Aufnahmen waren dagegen überhaupt nicht mehr verwendbar. Schon das äussere Bild war hier ein anderes: die Streifen der Kombinationswelle  $C_0$  waren unscharf und die Streifen von  $C_2$  waren schon in der Nähe der Kante  $C$  (vgl. Fig. 2) sichtbar. Die Erklärung



für diese Änderung des Wellenbildes ist einfach.  $C_0$  wird undeutlich, weil nicht nur die Welle V, sondern auch die Welle IV auf die Stirnfläche  $BC$  auftrifft, sodass hier drei Wellen in die Flüssigkeit austreten. Die Welle IV gibt ferner zu einer reflektierten Transversalwelle Anlass, die zusammen mit III eine neue Kombinationswelle bildet (in der Fig. 2 ist diese Welle nicht eingezeichnet, weil sie, solange IV nur auf die Fläche  $BF$  auftrifft, keine Komplikationen verursacht; vgl. § 5b). Tatsächlich kann man unter diesen Annahmen und mit den bekannten elastischen Konstanten des Glasstabes das erhaltene Wellenbild erklären.

Zum Schluss seien noch einige Kontrollversuche mehr qualitativen Charakters mitgeteilt:

Natürlich müssen alle in der Tabelle vorkommenden Größen ihren numerischen Wert beibehalten, wenn die Dicke  $b$  des Glasstabes verändert wird. Der Wert  $b = 15$  mm erwies sich aber als am besten geeignet, weil dann bei  $\varepsilon = 45^\circ$  die grösseren der vorhandenen  $PQ$ -Scheiben die Stirnfläche des Glasstabes ungefähr gerade vollständig bedeckten. Bei kleinerem  $b$  wird die Stirnfläche und daher auch die Grösse der verwendbaren  $PQ$ -Scheiben kleiner, was die Versuche ungenauer macht. Aber auch die Vergrößerung von  $b$  verkleinert die Versuchsgenauigkeit, wenn man nicht gleichzeitig grössere  $PQe$  verwendet (welche leider nicht zur Verfügung standen); dadurch werden nämlich die Flächenstücke, auf denen sich die beiden Einzelwellen überlappen und so zur Ausbildung der Kombinationswellen  $C_1$  und  $C_2$  Anlass geben, immer kleiner. Immerhin ergaben auch die Messungen mit einem Glasstab von  $b = 29$  mm auf 10%, d. h. innerhalb der Versuchsfehler dieser weniger genauen Messungen, dieselben Werte. Dies zeigt wenigstens mit Sicherheit, dass Biegeschwingungen des Glasstabes bei der Entstehung der Streifensysteme keine Rolle spielen können.

Aus Formel (1) folgt, dass sowohl  $D_0$  als  $D_1$  proportional der Schallwellenlänge  $\lambda$  in der Flüssigkeit sein müssen. Versuche mit einer Frequenz von 5160 kHz ergaben, dass dies tatsächlich der Fall ist (Frequenzverhältnis = 1,45; Verhältnis der  $D_0 = 1,49$ ; Verhältnis der  $D_1 = 1,40$ ).

§ 9. Versuche mit Metallen. — Die Resultate, die bei der Anwendung unserer Methode auf undurchsichtige feste Körper erhalten wurden, waren bisher nicht ermutigend. Allerdings wurden erst mit wenigen solchen Körpern Untersuchungen angestellt, nämlich mit den Metallen Kupfer, Messing und Eisen und ausserdem mit Ebonit.

Mit Kupfer und mit Ebonit versagte die Methode vollkommen.

Mit beiden Stoffen waren nicht nur keine Streifen zu erhalten, sondern es zeigten sich überhaupt keine Andeutungen von aus dem Festkörper austretenden Schallwellen. Dies beweist, dass bei der benutzten Frequenz von 7500 kHz die Dämpfung in diesen Körpern im Vergleich zu Glas um ein Vielfaches grösser sein muss. (Der grössere Unterschied in der Schallhärte zwischen Quarz und diesen Stoffen wirkt aber auch in derselben Richtung). Auch die Verwendung kleinerer Frequenzen (bis herab zu ca. 1500 kHz brachte keinen besseren Erfolg.

In Messing ist die Dämpfung der Ultraschallwellen offenbar schon wesentlich geringer. Hier gelang es bei einem Einfallswinkel  $\varepsilon = 30^\circ$  Kombinationswellen zu erhalten. Aber die dann auftretenden „störenden“ Reflexionen machten die Auswertung der Aufnahmen unmöglich. Für  $\varepsilon = 45^\circ$  sind bei einer Dicke  $b = 15$  mm die Weglängen im Körper schon so gross, dass keine Streifen-systeme mehr erhalten werden konnten.

Nur in Eisen war bisher eine Bestimmung der elastischen Konstanten möglich, aber auch hier nur für  $\varepsilon = 40^\circ$  und  $b = 10$  mm. Da ausserdem wesentlich weniger Streifen sichtbar waren, ist die Genauigkeit der Messungen kleiner.

Als sehr störend erwies sich ferner hier sowie bei allen andern stark absorbierenden Stoffen die durch den Ultraschall hervorgerufene Erwärmung des Körpers. Dadurch entstanden in den mit dem Körper in Berührung stehenden Flüssigkeitsschichten Schlieren, die besonders in der viskösen Mischung von Paraffin- und Terpentinöl die Messung unmöglich machten. Mit weniger zähen Flüssigkeiten, wie Toluol, waren die Schlieren leichter zu vermeiden, doch mussten dann sehr viel grössere Glaströge und Flüssigkeitsmengen verwendet werden, damit keine störenden Reflexionen auftraten. Als Resultat ergab sich dann (mit maximal ca. 10% Genauigkeit)

für Eisen  $v_l = 5770$  m/sec und  $v_t = 2950$  m/sec.

§ 10. Zusammenfassung. — Eine auf der Lichtbeugung an Ultraschallwellen beruhende neue Methode zur Bestimmung der elastischen Konstanten fester Körper wird beschrieben. In den zu untersuchenden Körpern, deren Form aus Fig. 1 in § 4 ersichtlich ist, werden fortschreitende longitudinale und transversale Wellen erzeugt. Erstere werden von einem auf den Körper aufgekitteten  $PQ$  emittiert. Von den im Körperinnern fortschreitenden Longitudinalwellen spalten sich dann bei der innern Reflexion an einer Grenzfläche des Körpers Transversalwellen ab. Diese beiden Wellenarten werden nun aber nicht im Körper selbst beobachtet

sondern der Körper wird in eine durchsichtige Flüssigkeit getaucht und es werden die in die Flüssigkeit austretenden Wellen ausgemessen. Zu diesem Zweck werden die Wellen mit Hilfe der TOEPLER'schen Schlierenanordnung auf einer Photoplatte abgebildet. An den Stellen, wo sich in der Flüssigkeit die beiden Wellen überlagern, die von den Longitudinal- und den Transversalwellen des Festkörpers erzeugt werden, entstehen in der Abbildung Systeme von Streifen. Die Ausmessung derselben gestattet es, die Fortpflanzungsrichtungen dieser beiden Flüssigkeitswellen ohne Verwendung einer stroboskopischen Beleuchtungseinrichtung zu bestimmen. Wenn die Richtungen dieser Wellen an zwei Grenzflächen des Körpers, die einen Winkel von ca.  $45^\circ$  miteinander bilden sollen, gemessen sind, so können daraus die Richtungen und die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden im Festkörper fortschreitenden Wellenarten berechnet werden.

Die Methode wurde bisher nur für Frequenzen zwischen  $5000 \div 7500$  kHz durchgeführt und sie wurde ferner fast ausschliesslich auf Glaskörper angewendet. Sie sollte aber auch bei solchen undurchsichtigen Körpern benutzt werden können, in denen die Dämpfung der Ultraschallwellen nicht wesentlich grösser ist als in Gläsern.

Versuchsergebnisse für mehrere Glaskörper sowie für einen Eisenstab werden mitgeteilt.

Zürich, Physikalisches Institut der Universität.

#### Literatur.

<sup>1)</sup> CL. SCHAEFFER und L. BERGMANN, Berl. Ber. 1934, S. 155, Nr. 10; weitere Literatur vollständig zitiert bei L. BERGMANN, Der Ultraschall, VDI-Verlag, 2. Aufl., Berlin 1939.

<sup>2)</sup> E. HIEDEMANN, Nature **136**, 337 (1935); weitere Literatur bei E. HIEDEMANN, Grundlagen und Ergebnisse der Ultraschallforschung, W. de Gruyter, Berlin 1939.

<sup>3)</sup> R. BÄR und A. WALTI, Helv. Phys. Acta **7**, 658 (1934); weitere Literatur in den beiden unter (1) und (2) zitierten Monographien, ausserdem F. H. SANDERS, Canad. J. of Research **17** (A), 179 (1939).

<sup>4)</sup> O. v. SCHMIDT, Phys. ZS. **39**, 868 (1938).

<sup>5)</sup> G. JOOS und J. TELTOW, Phys. ZS. **40**, 289 (1939).

<sup>6)</sup> S. N. RŽEVKIN, C. R. (Doklady) URSS **16**, 267 (1937); R. BÄR, Helv. Phys. Acta **9**, 617 (1936); vgl. auch Fig. 133b auf S. 109 in dem unter (2) erwähnten Buch von HIEDEMANN.

<sup>7)</sup> R. BÄR, Helv. Phys. Acta **9**, 678 (1936).

<sup>8)</sup> Vgl. z. B. G. JOOS, Lehrb. der theoret. Physik, Akadem. Verlagsges., Leipzig 1932, S. 54; Anwendung auf die Lichtbeugung am Ultraschall bei RŽEVKIN (6) und bei E. SCHREUER und K. OSTERHAMMEL, ZS. f. Phys. **107**, 44 (1937).

<sup>9)</sup> Vgl. z. B.: B. GUTENBERG, Erdbebenwellen, Hdb. d. Geophysik, Bd. **4**, Gebr. Bornträger, Berlin 1932.

<sup>10)</sup> Vgl. z. B. R. BÄR, Helv. Phys. Acta **10**, 311 (1937).