

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 20 (1947)
Heft: I

Artikel: Über das Auflösungsvermögen von Mikroskop und Fernrohr
Autor: Greinacher, H.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-111787>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 15.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Über das Auflösungsvermögen von Mikroskop und Fernrohr

von H. Greinacher, Bern.

(24. IX. 1946.)

Es ist üblich, das Auflösungsvermögen eines Mikroskops nach ABBÉ aus der Beugung der Lichtstrahlen am Objekt und dasjenige des astronomischen Fernrohrs durch die Beugung an der Objektivöffnung zu berechnen. Ein optisches Gitter wird nur dann im Mikroskop abgebildet, wenn mindestens der gebeugte Strahl 1. Ordnung ins Objektiv gelangt. Hieraus berechnet sich als kleinster Abstand zweier Gitterstriche, der noch wahrgenommen wird, d. h. als das Auflösungsvermögen in bekannter Weise

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{n \sin \varphi} \quad (1)$$

(bei \perp Beleuchtung), wo λ die Lichtwellenlänge, $n \sin \varphi$ die numerische Apertur bedeuten. Andererseits findet man für den kleinsten Winkel, unter dem zwei ferne, leuchtende Punkte im Fernrohr noch getrennt werden können, den Wert

$$\sin \alpha = 0,61 \frac{\lambda}{r}, \quad (2)$$

wo $2r$ den Durchmesser des Objektivs bedeutet. Jeder Lichtpunkt

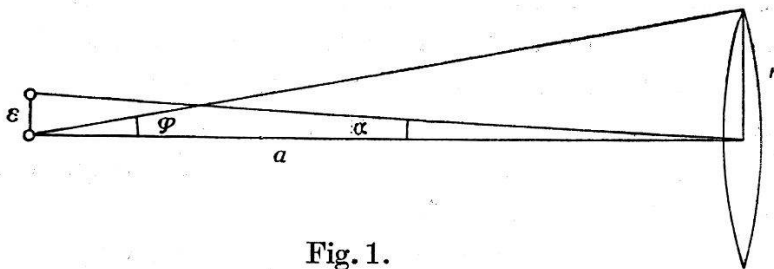


Fig. 1.

erzeugt ein helles Beugungsscheibchen mit konzentrischen schwächeren Ringen. Die Formel folgt aus der Annahme, dass das eine Scheibchen mit dem ersten dunklen Ring des zweiten zusammenfällt.

Um das Auflösungsvermögen der beiden Instrumente miteinander vergleichen zu können, wird man etwa (2) in die Form von (1) bringen. Es ist, da der Abstand a (Fig. 1) bei Fernrohren gross ist,

$\sin \alpha = \frac{\varepsilon}{a}$, wo jetzt ε den Abstand der beiden Lichtpunkte bedeutet, und $\sin \varphi = \frac{r}{a}$. Da hieraus $\sin \alpha = \frac{\varepsilon \sin \varphi}{r}$, so folgt für

$$\varepsilon = 0,61 \frac{\lambda}{\sin \varphi}. \quad (2a)$$

Für das Fernrohr findet man also das 0,61fache der Auflösung des Mikroskops, d. h. jenes wäre leistungsfähiger als dieses. Dieses Resultat ist zunächst befremdend, da Konstruktion und Abbildungsweise von Mikroskop und Fernrohr im Prinzip durchaus gleich sind. Man hat indessen zu bedenken, dass die zur Berechnung verwendete Voraussetzung beim Fernrohr (Zusammenfallen von Beugungsscheibchen und erstem dunklem Ring) nur eine plausible Annahme repräsentiert, und dann namentlich, dass beim Mikroskop Beugung an einem durchstrahlten Objekte und beim Fernrohr ein Selbstleuchter vorausgesetzt sind.

Man kann nun aber zeigen, dass auch unter Zugrundelegung eines Beugungsgitters beim Fernrohr ein anderes Resultat zu erwarten ist als beim Mikroskop. Bei Ableitung von (1) ist an-

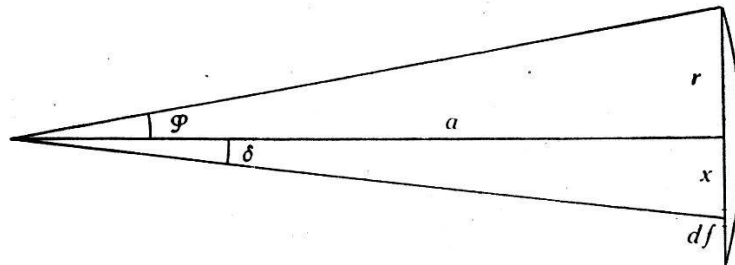


Fig. 2.

genommen, dass das Gitter \perp durchstrahlt wird; es treffen nur achsenparallele Strahlen auf. Beim Fernrohr ist diese Annahme unzulässig. Ein leuchtender Punkt auf der Achse wird immer das ganze Objektiv mit Strahlen erfüllen. Wir haben also alle Inzidenzwinkel zwischen 0 und φ . Es erhebt sich daher die Frage, welches ist das Auflösungsvermögen in einem solchen Falle.

Beim Mikroskop wissen wir, dass das Auflösungsvermögen bei schräger Beleuchtung zunimmt und praktisch den doppelten Wert erreicht, wenn der einfallende Strahl auf den Objektivrand auftrifft. Ein Strahl unter dem Winkel δ (Fig. 2) wird ein Auflösungsvermögen $\varepsilon_\delta = \frac{\lambda}{\sin(\varphi + \delta)}$ erzielen ($n=1$ gesetzt). Bei allseitiger Bestrahlung wird man annehmen dürfen, dass dann ein *mittleres Auflösungsvermögen* zwischen dem ein- und zweifachen Wert resultiert. Um dieses zu berechnen, machen wir die naheliegende Annahme, dass jedes Flächenelement des Objektivs nach Massgabe

der Strahlenmenge, die hindurchgeht, zum Auflösungsvermögen beiträgt. Wir setzen also für das mittlere Auflösungsvermögen ε an

$$\varepsilon \cdot f = \int \varepsilon_{\delta} df$$

bzw.

$$\varepsilon = \frac{\int \frac{\lambda}{\sin(\varphi + \delta)} \cdot df}{f}. \quad (3)$$

Dieser Ausdruck lässt sich für das Fernrohr unschwer berechnen, da es sich hier um kleine Winkel φ und δ handelt. Wir haben

$$\sin(\varphi + \delta) \asymp \frac{r+x}{a}.$$

Das ringförmige Flächenelement mit konstantem δ ist $df = 2\pi x dx$; und da $f = \pi r^2$, so ergibt sich

$$\varepsilon = \frac{2\lambda a}{r^2} \int_0^r \frac{x dx}{r+x}. \quad (3a)$$

Man kann unter Verwendung der Substitution $r+x = y$ unmittelbar integrieren und erhält

$$\varepsilon = \frac{2\lambda a}{r} (1 - \log 2) \quad (4)$$

oder in Zahlen

$$\varepsilon = 0,613 \cdot \frac{\lambda a}{r}$$

bzw.

$$\varepsilon = 0,613 \cdot \frac{\lambda}{\sin \varphi}. \quad (4a)$$

Die Übereinstimmung mit Ausdruck (2a) ist bemerkenswert. Man gelangt somit zum selben Wert für das Auflösungsvermögen eines Fernrohrs, wenn man die Beugung der Strahlen eines Selbstleuchters am Objektiv zugrunde legt und wenn man ein durchstrahltes Gitter als Objekt verwendet unter Berücksichtigung des Umstandes, dass hier ein Strahlenkegel auf das Objektiv auffällt.

Für ein Mikroskop findet man nach dieser Darstellung gemäss (1) darum einen andern Zahlenfaktor, weil hier ein beugendes Gitter vorausgesetzt ist, das durch ein achsennahes und -paralleles Strahlenbündel durchsetzt ist. Wird das Objekt aber von einem das ganze Objektiv erfüllenden Strahlenkegel durchstrahlt, wie das übrigens häufig der Fall ist, so resultiert auch hier ein kleinerer Zahlenwert. Dieser wird indessen nicht genau mit dem in (4)

angegebenen übereinstimmen, da bei der Berechnung die für ein Fernrohr mit grossem Objektastand gemachten Vernachlässigungen nicht vorgenommen werden dürfen. Durch den Begriff des gemischten oder mittleren Auflösungsvermögens lassen sich somit die scheinbaren Diskrepanzen zwischen den gebräuchlichen Formeln (1) und (2) leicht erklären und auflösen. Man wird jedoch zunächst mit Recht die Frage stellen, ob es sich bei diesem zusammengesetzten Auflösungsvermögen nur um eine mögliche Annahme oder um eine Tatsache handelt. Es schien mir daher nicht überflüssig, diese Frage experimentell abzuklären.

Um festzustellen, welches Ergebnis für das Zusammenwirken zweier verschiedener Auflösungsvermögen zustandekommt, wurde folgende Versuchsanordnung gewählt. Vor einem Mikroskop M (Fig. 3) wurde ein optisches Gitter G von passender Feinheit angebracht. Dieses konnte abwechslungsweise oder gleichzeitig durch

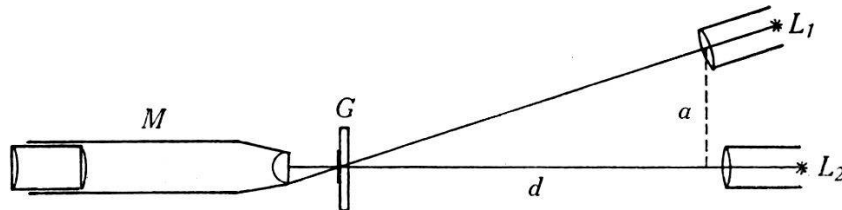


Fig. 3.

zwei Lämpchen $L_1 L_2$ mit parallelem Licht bestrahlt werden. Verwendet wurde ein Zeissobjektiv, num. Ap. 0,17, wie es für die ABBÉSchen Übungsversuche zur Abbildung des Mikroskops benützt wird. Als Okular erwies sich Zeiss $17\times$, zur Not auch Zeiss $10\times$ brauchbar. G war ein nach chemischem Ätzverfahren hergestelltes Gitter mit 5000 Strichen auf 1 cm. Dies entspricht einem Winkel des ersten gebeugten Strahles mit dem Sinuswert 0,25 ($\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ mm gesetzt). Da das erste Beugungsmaximum also nicht mehr ins Objektiv eintreten konnte, so erhielt man bei \perp Beleuchtung keine Auflösung der Gitterstruktur. Diese trat erst bei seitlicher Beleuchtung in Erscheinung. L_1 wurde so weit seitlich verschoben, dass die Strahlen gerade noch ins Objektiv eintreten konnten. Dies war der Fall bei $a = 8$ cm und $d = 40$ cm. Bei herausgenommenem Okular sah man dann im Tubus am einen seitlichen Rand des Gesichtsfeldes den einen hellen Fleck des ungebeugten Lichtes und am andern gegenüber das zu einem Spektrum ausgezogene Licht 1. Ordnung. Dass dieses sekundäre Licht die Gitterabbildung erzeugte, konnte sehr einfach nach Art der ABBÉSchen Versuche nachgewiesen werden. Es genügte, einen Finger seitlich vor das Objektiv soweit heranzuschieben, bis das Beugungsbild ver-

schwand. In diesem Falle war auch im Okular keine Gitterstruktur mehr zu beobachten.

Zur Kontrolle wurde noch ein Gitter mit 10fach grösserer Gitterkonstanten im Mikroskop betrachtet. Hier ergaben sich im Tubus eine Reihe von Beugungsbildern, und es war mit Okular betrachtet nun sowohl bei \perp als seitlicher Beleuchtung die Strukturauflösung praktisch gleich gut.

Es wurde noch folgender Versuch gemacht. Man bestrahlte erst mit L_1 : Die feinen Gitterstriche sind mit gutem Kontrast zu beobachten. Nun wurde das Licht von L_2 mit zunehmender Intensität zugegeben: Der Kontrast nimmt ab, und bald verschwindet das Gitterbild ganz. Damit war der Wert des Auflösungsvermögens auf das Doppelte angewachsen. Es gelingt ferner, die Struktur abwechslungsweise zu erzeugen und zu vernichten, indem man erst schwach mit L_1 bestrahlt, dann L_2 soweit zugibt, bis Struktur verschwindet, und L_1 weiter verstärkt, bis Struktur erscheint, dann L_2 verstärkt und schliesslich durch weitere Steigerung von L_1 Struktur nochmals hervortreten lässt.

Beleuchtete man mit L_1 so schräg, dass das direkte Licht nicht mehr ins Objektiv gelangen konnte und die Abbildung nur durch gebeugte Strahlen erfolgte, entstand ebenfalls ein Strukturbild. Doch erschienen die Gitterstriche vergrößert und in wechselnder Stärke. Es trat die Rauheit der Oberfläche hervor. Auch in diesem Falle konnte die Struktur durch Zumischung des Lichtes von L_2 verdeckt werden.

Qualitativ liess sich die Strukturverdeckung durch zentrales Licht auch in der Weise feststellen, dass man statt L_1 und L_2 eine Mattglasbirne vor das Gitter im Abstand von ca. 6 cm setzte. Bewegte man nun einen Kartonstreifen mit Lichtspalt von ca. 3 mm Breite parallel zu den Gitterstrichen vor der Lampe vorbei, so trat bei seitlicher Stellung Struktur auf, die dann bei Annäherung des Spaltes an die Mitte schwand. Ohne Blende, d. h. bei gemeinsamer zentraler und seitlicher Bestrahlung, war die Struktur verschwunden.

Schliesslich wurde die Gitterabbildung noch in der üblichen mikroskopischen Anordnung mit Kondensorbeleuchtung geprüft. Als Kondensor diente eine Visolett-Lupe, die in einigen cm Abstand, mit der Kugelfläche gegen das Gitter gewendet, angebracht war und die \perp mit dem parallelen Strahlenbündel der Lampe L_2 beleuchtet wurde. Auch hier konnte die Gitterstruktur nur erhalten werden, wenn die mittleren Strahlen durch ein Papierscheibchen ausgeblendet wurden.

Ganz allgemein wird man daher zur Erzielung einer maximalen Auflösung die Schrägbeleuchtung nicht mit einem weit geöffneten Strahlenkegel, sondern möglichst mit einem parallelen Strahlenbündel vornehmen. Zum Schluss sei noch auf das Elektronenmikroskop hingewiesen, für welches die Frage des mittleren Auflösungsvermögens ebenfalls von Interesse ist.

Bern, Physikalisches Institut der Universität.
