

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 25 (1952)
Heft: V

Artikel: Wirkungsprinzipien zur Feldtheorie der Materie
Autor: Scherrer, W.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-112319>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 30.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Wirkungsprinzipien zur Feldtheorie der Materie

von W. Scherrer, Bern.

(13. III. 1952.)

Der naheliegendste Versuch, Gravitation und Elektrizität formal zu vereinigen, kann auf das Wirkungsprinzip

$$\delta \int \left(R + \frac{1}{2} \kappa F_{\varrho\sigma} F^{\sigma\varrho} \right) \sqrt{-G} dx = 0 \quad (1)$$

basiert werden, wo R den Krümmungsskalar, $F_{\varrho\sigma}$ die Feldstärken, κ die Einsteinsche Gravitationskonstante und dx das Produkt der Koordinatendifferentiale bedeutet.

Dieser Ansatz liefert aber bekanntlich nur die Maxwellschen Gleichungen für das Vakuum. Wenn man an ihm festhalten will, muss man das Elektron als echte Singularität auffassen und erhält eine unendliche Totalenergie, wie im klassischen Falle.

Gegen alle Ansätze, welche Gravitations- und Materiewirkung nur additiv vereinigen, lässt sich grundsätzlich einwenden, dass sie auch bei Abwesenheit von Materie noch Gravitationsfelder liefern.

Ich habe daher in zwei früheren Arbeiten das Wirkungsprinzip

$$\delta \int \left(R \psi^2 + 4 \omega G^{\varrho\sigma} \frac{\partial \psi}{\partial x_{\varrho}} \frac{\partial \psi}{\partial x_{\sigma}} \right) \sqrt{-G} dx = 0 \quad (2)$$

analysiert, das offenbar dem eben genannten Einwand entgeht¹⁾²⁾. Ein Skalarfeld habe ich gewählt, weil es mir unerlässlich scheint, bei jeder wesentlichen Abweichung von (1) zuerst die einfachste Möglichkeit zu prüfen.

Die statisch-zentralsymmetrische Lösung bringt eine Verbesserung gegenüber (1), da sich ihre Totalenergie als endlich erweist. Unbefriedigend dagegen ist, dass sie eine einparametrische Schar von Fällen verschiedener Struktur umfasst, also ein Kontinuum von Teilchen.

Der Gedanke, dass man aus diesem Kontinuum nur diejenigen Lösungen zulassen dürfe, für welche auch die Raumintegrale der

¹⁾ Über den Einfluss des metrischen Feldes auf ein skalares Materiefeld, *Helv. Phys. Acta* **22**, S. 537—551 (1949).

²⁾ Dazu zweite Mitteilung: *Helv. Phys. Acta* **23**, S. 547—555 (1950).

Impulsdichten endlich sind, scheint mir nun nicht nur natürlich, sondern geradezu zwingend zu sein. Stellt man diese Forderung, so bleiben nur zwei punktförmige Grenzlösungen vom Diracschen Typus: Quellfeld ∞ , Aussenfeld 0. Mit solchen Lösungen kann man aber keine eigentliche Feldtheorie treiben.

Überdies ist mir bei (2) der Anschluss an die Elektrodynamik nicht gelungen.

Als natürliches weiteres Ziel ergab sich daher der Versuch, die Vorteile von (1) und (2) zu vereinigen durch das Prinzip

$$\delta \int (R \cdot G^{\sigma\sigma} \Phi_{\sigma} \Phi_{\sigma} + \varepsilon F_{\sigma\sigma} F^{\sigma\sigma}) \sqrt{-G} dx = 0, \quad (3)$$

wobei die Φ_{σ} die zu $F_{\sigma\sigma}$ gehörigen Potentiale bedeuten und ε aus dimensionellen Gründen eine reine Zahl sein muss.

Prinzipien vom Typus (3) bieten einen verwickelten Aspekt, so dass ich längere Zeit an der Existenz exakter Lösungen zweifelte. Näherungslösungen reichen aber zur Beurteilung der Sache nicht aus, da man zur Darstellung eines Teilchens den Totalverlauf des Feldes überblicken muss.

Erst nachdem ich aus meinem ursprünglichen Ansatz³⁾ die kosmologische Konstante entfernt hatte, gelang mir die exakte Bestimmung einer statisch-zentralsymmetrischen Lösung. Wiederum ergab sich eine einparametrische Schar von strukturell verschiedenen Fällen mit endlicher Totalenergie.

Wenn man aber jetzt die zusätzliche Forderung endlicher Impulsintegrale stellt, bleiben nur noch ganz wenig strukturell verschiedene Fälle, die *nicht* im Diracschen Sinne entartet sind: *Zwei* im Falle $\varepsilon > 1$ und *einer* im Falle $0 < \varepsilon < 1$.

Besonders interessant ist der Fall $\varepsilon > 1$. Man erhält zwei Teilchen, deren Energien sich verhalten wie

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\pi - \text{Ar ctg} \sqrt{\varepsilon - 1}}{\text{Ar ctg} \sqrt{\varepsilon - 1}}, \quad (4)$$

und deren Ladungen entgegengesetzt gleich sind, sofern man sie nach dem Verhalten der Potentiale im Unendlichen beurteilt.

Über das Vorzeichen der Energie und über die Massenwerte erhält man keine eindeutige Auskunft.

Wenn man die Gleichung

$$R_{\sigma}^{\sigma} - \frac{1}{2} \delta_{\sigma}^{\sigma} R = -\kappa T_{\sigma}^{\sigma}$$

³⁾ Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern, Neue Folge, 6. Band, SC. IX (1948).

im Unendlichen mit der Poissonschen Gleichung identifizieren will, muss man κ negativ wählen und erhält dann zwei positive Massen $M_1 = E_1 c^{-2}$ und $M_2 = E_2 c^{-2}$.

Wenn man aber die geodätischen Bahnen im Unendlichen als Vergleichsmittel benützt, erhält man eine positive Masse $M_1^* = M$ und eine negative Masse $M_2^* = -M$. Die Verhältnisse der Beträge ergeben sich aus (4) in Verbindung mit

$$\frac{M_1}{M} = \frac{\varepsilon}{2} \frac{\text{Ar ctg } \sqrt{\varepsilon - 1}}{\sqrt{\varepsilon - 1}}. \quad (5)$$

Die Frage, ob dieses Modell zur Darstellung der empirischen Verhältnisse geeignet sei, kann auf Grund der vorliegenden Ergebnisse noch nicht entschieden werden. Seine Bedeutung erblicke ich darin, dass es zeigt, wie eine mathematisch natürliche Modifikation des klassischen Ansatzes (1) die Möglichkeit einer rein feldmässigen Auszeichnung asymmetrischer diskreter Lösungen liefert.

Eine heikle Stelle, auf die meines Erachtens die Aufmerksamkeit gelenkt werden sollte, ist die Entartung des Linienelements

$$ds^2 = f^2 dx_0^2 - g^2 dr^2 - r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2) \quad (6)$$

im Quellpunkt. Diese Entartung hat nämlich fatalerweise invarianten Charakter. Immerhin ergeben die Ansätze (2) und (3) insofern eine Verbesserung gegenüber dem klassischen Falle, als für sie wenigstens f nicht verschwindet.

Wesentlich für die Durchführbarkeit dieser Ansätze ist die Tatsache, dass die Wirkungsgrössen homogen in den $G_{\sigma\sigma}$ und quadratisch homogen in den Feldgrössen sind. Es stellt sich daher die Frage, wie weit man unter diesen Bedingungen die Ansätze verallgemeinern könne, ohne die Ableitungsordnung zu erhöhen. Während (2) vermutlich schon die allgemeinste Möglichkeit darstellt, kommen für (3) folgende 5 Invarianten in Betracht:

$$\begin{aligned} H &\equiv R \Phi_{\sigma} \Phi^{\sigma} \\ J &\equiv R_{\sigma\sigma} \Phi^{\sigma} \Phi^{\sigma} \\ L &\equiv D_{\sigma} \Phi^{\sigma} D_{\sigma} \Phi^{\sigma} \\ M &\equiv D_{\sigma} \Phi^{\sigma} \cdot D_{\sigma} \Phi^{\sigma} \\ F &\equiv \frac{1}{2} F_{\sigma\sigma} F^{\sigma\sigma} \end{aligned} \quad (7)$$

Das entsprechende Wirkungsprinzip lautet:

$$\int (H + 2 \xi J + 2 \eta L + \zeta M + 2 \varepsilon F) \sqrt{-G} dx = 0, \quad (8)$$

wobei ξ , η , ζ und ε reine Zahlen sind. Es besitzt im statisch-zentral-symmetrischen Falle dieselbe Lösungsstruktur wie (3), abgesehen von numerischen Verschiebungen.

Eine ausführliche Darstellung der hier skizzierten Ergebnisse wird in den *Commentarii Mathematici Helvetici* erscheinen.
