

**Zeitschrift:** Helvetica Physica Acta

**Band:** 26 (1953)

**Heft:** I

**Artikel:** Berechnung linearer, realisierbarer Netzwerke zur Erzielung optimaler Signal/Rauschverhältnisse

**Autor:** Halbach, K.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-112400>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 14.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Berechnung linearer, realisierbarer Netzwerke zur Erzielung optimaler Signal/Rauschverhältnisse

von K. Halbach, Physikalisches Institut der Universität Basel.

(20. I. 1953.)

*Zusammenfassung:* Es wird eine allgemeine Methode zur Berechnung derjenigen linearen, realisierbaren Anordnung entwickelt, die am Ausgang ein optimales Verhältnis von Signal zu Untergrund ergibt. Die Eigenschaften von Signal und Untergrund am Eingang werden dabei als bekannt angenommen, die Messzeit kann beliebig vorgegeben werden. Als Anwendung wird der optimale Ionisationskammerverstärker berechnet und mit dem  $RC$ — $RC$ -Verstärker und dem delay line clipping verglichen.

### 1. Problemstellung.

Viele physikalische Messungen werden auf das Problem zurückgeführt, gewisse Eigenschaften eines elektrischen Signals, z. B. Kurvenform oder Signalhöhe, zu bestimmen. Da dem Signal immer ein Untergrund überlagert sein wird (z. B. Widerstandsrauschen, Röhrenrauschen), ist die gewünschte Messung in den meisten Fällen nur mit begrenzter Genauigkeit möglich. Diese Messgenauigkeit wird im allgemeinen geändert, wenn man das vom Untergrund überlagerte Signal durch ein Filter (Verstärker) gibt, und man kann nun diejenige lineare Anordnung\*) suchen, welche die zu untersuchende Signaleigenschaft mit optimaler Genauigkeit zu messen gestattet. Dabei kann man voraussetzen, dass die Anordnung selbst keinen zusätzlichen Untergrund erzeugt. Die Berechnung der optimalen Anordnung zur Bestimmung der Signalform wurde von BODE und SHANNON<sup>1)</sup> durchgeführt. Oft ist jedoch die Signalform bekannt, und man wünscht die Signalamplitude mit möglichst grosser Genauigkeit zu bestimmen. DEN HARTOG und MÜLLER<sup>2)</sup> haben dieses Problem bereits behandelt. Es soll hier erneut diskutiert werden, jedoch unter Beachtung zweier zusätzlicher Bedingungen, welche die vom theoretischen und praktischen Gesichtspunkt aus unbefriedigenden Lösungen ausscheiden.

Zunächst einmal muss man von der gesuchten Anordnung verlangen, dass sie realisierbar ist; sie darf also kein Ausgangssignal

---

\*) Unter linearer Anordnung versteht man ein Netzwerk, das im Sinne der Fourierzerlegung durch eine komplexe Übertragungsfunktion beschrieben werden kann, d. h. also, dass Eingangs- und Ausgangssignal miteinander durch lineare Gleichungen bzw. Differentialgleichungen verknüpft sind.

geben, das zeitlich vor dem erzeugenden Eingangssignal beginnt. Ferner muss eine praktisch brauchbare Schaltung natürlich stabil sein, d. h. sie darf z. B. auf eine kleine Störung nicht mit einem bis ins Unendliche andauernden, exponentiell anwachsenden Ausgangssignal antworten.

Weiterhin wird man in vielen Fällen mit grösserer Messzeit auch eine grössere Messgenauigkeit erreichen können. Man muss also, um nicht zu unendlich langen Messzeiten zu kommen, die Messzeit irgendwie beschränken. Das geschieht hier, indem die Zeit, zu der man die Signalhöhe misst, relativ zum zeitlichen Auftreten des Signals am Eingang beliebig, aber fest vorgegeben wird.

Ist  $S_0(\omega)$  das Fourierspektrum des Signals  $F_0(t)$  am Eingang der gesuchten Anordnung, deren Übertragungsfunktion  $\mu(\omega)$  sei, so ist der zeitliche Verlauf des Signals am Ausgang des Verstärkers gegeben durch:

$$H(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_0(\omega) \mu(\omega) e^{i\omega t} d\nu \quad (2\pi\nu = \omega). \quad (1)$$

Da der mittlere quadratische Fehler für die Messung der Signalhöhe in einem vorgegebenen Zeitpunkt gleich dem Effektivwert des Untergrundes ist, wählen wir als Mass für die Messgenauigkeit das Verhältnis vom Quadrat der gemessenen Signalhöhe zum quadratischen Mittelwert (Quadrat des Effektivwertes) des Untergrundes. Beschreibt man das Rauschen am Eingang durch sein quadratisches Fourierspektrum  $N_0(\omega)$ , das wir als bekannt voraussetzen, so ist der quadratische Mittelwert des Rauschens am Ausgang bekanntlich\*):

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} N_0(\omega) |\mu(\omega)|^2 d\nu \quad (2)$$

und man erhält für das (quadratische) Verhältnis von Signal zu Rauschen am Ausgang, wenn man in (1) für  $t$  den zur Messung der Signalhöhe vorgegebenen Wert  $t_0$  einsetzt:

$$V^2(t_0) = \frac{H^2(t_0)}{R} = \frac{\left[ \int_{-\infty}^{\infty} S_0(\omega) \mu(\omega) e^{i\omega t_0} d\nu \right]^2}{\int_{-\infty}^{\infty} N_0(\omega) |\mu(\omega)|^2 d\nu}. \quad (3)$$

---

\*) Aus formalen Gründen integrieren wir hier von  $-\infty$  bis  $+\infty$  und nicht, wie allgemein üblich, von 0 bis  $+\infty$ . Dies bedeutet in der Normierung von  $N_0(\omega)$  einen Faktor 2.

In diesem Ausdruck muss nun diejenige Funktion  $\mu(\omega)$  gefunden werden, die ihn zum Maximum macht. Dabei sind jedoch nicht alle denkbaren Funktionen zugelassen, sondern nur solche, die realisierbaren und stabilen Anordnungen entsprechen.

## 2. Berechnung der Übertragungseigenschaften des optimalen Netzwerkes.

Die Behandlung des Problems wird stark vereinfacht und die Resultate werden sehr anschaulich, wenn wir die gesuchte Anordnung durch zwei hintereinandergeschaltete Netzwerke ersetzen derart, dass das quadratische Fourierspektrum des Rauschens nach der ersten Anordnung gleich eins, d. h. also frequenzunabhängig, wird (Fig. 1). Wir verlangen von diesen beiden Anordnungen, dass jede für sich realisierbar und stabil ist, so dass dies auch von der gesamten Anordnung gilt. Sind die Übertragungsfunktionen der beiden Netzwerke  $\mu_1(\omega)$  und  $\mu_2(\omega)$ , so ist:

$$\mu(\omega) = \mu_1(\omega) \mu_2(\omega). \quad (4)$$

Das quadratische Fourierspektrum des Rauschens nach der ersten Anordnung ist gegeben durch:

$$N_1(\omega) = N_0(\omega) |\mu_1(\omega)|^2.$$

Da wir dies zu eins machen wollen, muss für  $\mu_1(\omega)$  auf der reellen Frequenzachse gelten:

$$|\mu_1(\omega)|^2 = 1/N_0(\omega). \quad (5)$$

Betrachten wir die Übertragungsfunktion  $\mu_1(\omega)$  als Funktion der komplexen Variablen  $\omega$ , so ist die Forderung der Realisierbarkeit und Stabilität bekanntlich äquivalent der Bedingung, dass  $\mu_1(\omega)$  in der unteren  $\omega$ -Halbebene (d. h. für  $\omega$  mit negativem Imaginärteil) keine Pole hat. Ebenso müssen wir aber auch von  $\mu_1(\omega)$  verlangen, dass es keine Nullstellen in der unteren  $\omega$ -Halbebene hat; diese Nullstellen könnten nämlich durch  $\mu_2(\omega)$  nicht mehr kompensiert werden (die Anordnung mit der Übertragungsfunktion  $\mu_2(\omega)$  wäre dann instabil oder nicht realisierbar) und wir wissen nicht, ob die optimale Übertragungsfunktion  $\mu(\omega) = \mu_1(\omega) \mu_2(\omega)$  Nullstellen in der unteren  $\omega$ -Halbebene haben darf. Durch Gleichung (5) und die Bedingung, dass  $\mu_1(\omega)$  in der unteren  $\omega$ -Halbebene keine Nullstellen und Pole haben darf, ist  $\mu_1(\omega)$  bestimmt. In den meisten Fällen ist  $N_0(\omega)$  der Quotient zweier Polynome von  $\omega^2$ , so dass man dann  $\mu_1(\omega)$  sehr leicht direkt angeben kann. In komplizierteren Fällen lässt sich  $\mu_1(\omega)$  mit Hilfe der Beziehungen zwischen Ampli-

tudengang und Phasengang, die man z. B. bei BODE<sup>3)</sup> findet, berechnen.

Durch das Netzwerk  $\mu_1(\omega)$  wird das Eingangssignal  $F_0(t)$  verformt; am Punkt 1 (Fig. 1) gilt nämlich für das Fourierspektrum des Signals  $S_1(\omega) = S_0(\omega) \cdot \mu_1(\omega)$ , und für das Signal selbst ist:

$$F_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_0(\omega) \mu_1(\omega) e^{i\omega t} d\nu. \quad (6)$$

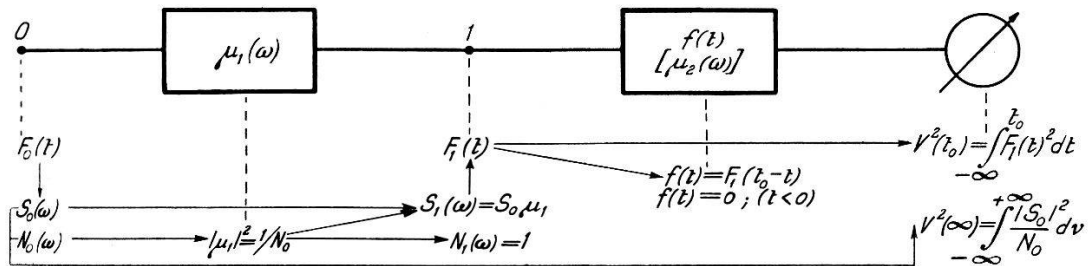


Fig. 1.

Schematische Darstellung der allgemeinen Resultate.

Den zweiten Teil des optimalen Verstärkers beschreiben wir zweckmässigerweise nicht durch seine Übertragungsfunktion  $\mu_2(\omega)$ , sondern durch deren Fouriertransformierte:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mu_2(\omega) e^{i\omega t} d\nu. \quad (7a)$$

Diese Funktion hat eine direkt anschauliche Bedeutung: da ein zur Zeit Null erfolgender  $\delta$ -Stoss (unendlich kurz dauernder Impuls mit endlicher Fläche) ein frequenzunabhängiges Fourierspektrum hat, ist  $f(t)$  das Ausgangssignal, wenn man auf den Eingang der Anordnung mit der Übertragungsfunktion  $\mu_2(\omega)$  zur Zeit Null einen  $\delta$ -Stoss mit der Fläche 1 gibt. Aus dieser Deutung wird sofort klar, was die Realisierbarkeit für  $f(t)$  bedeutet: für  $t < 0$  müssen wir  $f(t) = 0$  setzen. Die Stabilitätsbedingung ist ebenso leicht einzusehen: für  $t \rightarrow \infty$  muss  $f(t)$  gegen einen endlichen Wert gehen; wie wir später am Resultat sehen werden, wird diese Bedingung immer von selbst erfüllt sein. Wegen der Realisierbarkeit erhalten wir für die Rücktransformation von (7a):

$$\mu_2(\omega) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (7b)$$

Mit Hilfe dieser Beziehungen werden wir nun den Ausdruck für  $H(t)$  (Gleichung (1)) umformen:

$$H(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_0(\omega) \mu(\omega) e^{i\omega t} d\nu = \int_{-\infty}^{\infty} S_0 \mu_1 \mu_2 e^{i\omega t} d\nu.$$

Hierin ersetzen wir  $\mu_2$  durch (7b):

$$H(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} S_0(\omega) \mu_1(\omega) f(x) e^{i\omega(t-x)} dx d\nu.$$

Vertauschung der Integrationsfolge und Durchführung der Integration über  $\nu$  ergibt mit (6):

$$H(t) = \int_0^{\infty} F_1(t-x) f(x) dx = \int_{-\infty}^t F_1(x) f(t-x) dx. \quad (8)$$

Auch diese Gleichung erlaubt wieder eine direkte Interpretation: denkt man sich  $F_1(x)$  aus  $\delta$ -Stößen der Fläche  $F_1(x) \cdot dx$  zusammengesetzt, so gibt ein derartiger, am Eingang zur Zeit  $x$  erfolgender Impuls am Ausgang zur Zeit  $t$  den Beitrag  $F_1(x) \cdot f(t-x) \cdot dx$ , und Gleichung (8) ist die Summe aller Beiträge der gesamten Vergangenheit.

Um den Ausdruck für das Rauschen (Gleichung (2)) umzuformen, verfahren wir ganz ähnlich: mit (2) und (4) ist:

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} N_0(\omega) |\mu_1(\omega)|^2 |\mu_2(\omega)|^2 d\nu.$$

Wegen (5) wird:

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} |\mu_2(\omega)|^2 d\nu = \int_{-\infty}^{\infty} \mu_2(\omega) \mu_2(-\omega) d\nu. \quad (9)$$

Wenden wir hierin auf  $\mu_2(-\omega)$  Gleichung (7b) an, so wird:

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} f(x) \mu_2(\omega) e^{i\omega x} dx d\nu.$$

Vertauschen wir darin die Integrationsfolge und beachten bei der Durchführung der Integration über  $\nu$  Gleichung (7a), so erhalten wir:

$$R = \int_0^{\infty} f^2(x) dx. \quad (10)$$

Setzen wir (8) und (10) in (3) ein, so bekommen wir für das (quadratische) Verhältnis von Signal zu Rauschen:

$$V^2(t_0) = \frac{H^2(t_0)}{R} = \frac{\left[ \int_0^{\infty} F_1(t_0-x) f(x) dx \right]^2}{\int_0^{\infty} f^2(x) dx}.$$

Um diesen Ausdruck durch geeignete Wahl von  $f(x)$  zum Maximum zu machen, variieren wir in der üblichen Weise: wir ersetzen darin  $f(x)$  durch  $f(x) + \varepsilon g(x)$ , differenzieren  $V^2$  nach  $\varepsilon$ , lassen  $\varepsilon$  gegen Null gehen und setzen dann das Ganze gleich Null. Wir erhalten so:

$$\left(H'_\varepsilon - \frac{1}{2} \frac{H}{R} \cdot R'_\varepsilon\right)_{\varepsilon=0} = 0. \quad (11)$$

Mit (8) und (10) wird:

$$(H'_\varepsilon)_{\varepsilon=0} = \int_0^\infty F_1(t_0 - x) g(x) dx; \quad (R'_\varepsilon)_{\varepsilon=0} = 2 \int_0^\infty f(x) g(x) dx.$$

Setzen wir diese beiden Ausdrücke in (11) ein und schreiben alles unter ein Integralzeichen, so muss sein:

$$\int_0^\infty \left[ F_1(t_0 - x) - \frac{H}{R} f(x) \right] g(x) dx = 0. \quad (12)$$

Hierin ist  $H/R$  bezüglich der Integrationsvariablen  $x$  konstant und enthält die Funktion  $g(x)$  nicht mehr. Eine in  $f(t)$  noch enthaltene willkürliche Normierungskonstante können wir daher so festlegen, dass

$$H/R = 1 \quad (13)$$

wird. Da Gleichung (12) für jede Funktion  $g(x)$  erfüllt sein muss, bekommen wir als gesuchte Funktion, wenn wir wieder  $t$  statt  $x$  schreiben:

$$f(t) = F_1(t_0 - t) \quad (t > 0). \quad (14)$$

Wegen der Realisierbarkeit ist, wie schon weiter vorne angegeben,  $f(t) = 0$  für  $t < 0$ ; die Stabilitätsbedingung ist auch erfüllt, da jede sinnvolle Funktion  $F_1(t)$  für sehr grosse negative Werte von  $t$  verschwinden wird. Aus (14) lässt sich mit Hilfe der Beziehung (7b) die Übertragungsfunktion  $\mu_2(\omega)$  ohne Schwierigkeiten berechnen. Wir verzichten hier auf Herleitung und Angabe des Ausdruckes für  $\mu_2(\omega)$ , da er nichts wesentlich Neues erkennen lässt und, im Gegensatz zu der sehr anschaulichen Gleichung (14), sehr unübersichtlich ist.

Nachdem jetzt die Übertragungseigenschaften des gesuchten Systems bekannt sind, müssen wir noch bestimmen, wie das damit erzielte Verhältnis von Signal zu Rauschen abhängt von der Zeit  $t_0$ , zu der man die Signalhöhe misst. Mit den Gleichungen (3), (8), (13) und (14) erhält man dafür:

$$V(t_0) = \sqrt{\int_{-\infty}^{t_0} F_1^2(t) dt}. \quad (15)$$



Es sei an dieser Stelle noch einmal daran erinnert, dass, wie schon angedeutet,  $1/V(t_0)$  der mittlere relative Fehler für eine Messung der Signalhöhe ist. Wenn man den Grenzfall  $t_0 \rightarrow \infty$  betrachtet, wird:

$$V^2(\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} F_1^2(t) dt.$$

Eine ganz gleiche Betrachtung, wie wir sie zur Herleitung der Gleichung (10) aus Gleichung (9) angewandt haben, führt zu:

$$V^2(\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} |S_1(\omega)|^2 d\nu = \int_{-\infty}^{\infty} |S_0(\omega)|^2 |\mu_1(\omega)|^2 d\nu.$$

Wegen (5) wird somit:

$$V(\infty) = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S_0(\omega)|^2}{N_0(\omega)} d\nu}. \quad (16)$$

Obgleich bei vielen praktischen Problemen die Gleichung (15) von besonderem Interesse sein wird, ist doch auch der Ausdruck (16) sehr bemerkenswert: er ermöglicht es auf einfache Weise, direkt aus den vorgegebenen Grössen  $S_0(\omega)$  und  $N_0(\omega)$  zu berechnen, wie gross das mit einer linearen Anordnung prinzipiell überhaupt erreichbare Verhältnis von Signal zu Rauschen ist. Fig. 1 gibt noch einmal eine Übersicht, wie sich die Grössen  $\mu_1(\omega)$ ,  $f(t)$ ,  $V^2(t_0)$  und  $V^2(\infty)$  aus den vorgegebenen Funktionen  $F_0(t)$  und  $N_0(\omega)$  berechnen lassen.

### 3. Anwendung auf einen Spezialfall.

Zur Erläuterung der allgemeinen Methode soll im folgenden als einfaches Beispiel die Messung von Ladungen mit Hilfe der Ionisationskammer behandelt werden. Im allgemeinen verbindet man bei derartigen Messungen die Sammelelektrode der Ionisationskammer mit dem sonst freien Gitter der ersten Verstärkerröhre, während die andere Elektrode an eine Gleichspannung gelegt wird und somit wechselstrommässig geerdet ist. Um eine etwas einfachere Darstellung zu bekommen, nehmen wir an, dass man von der Anode der ersten Röhre zunächst einmal auf einen idealen (d. h. frequenzunabhängigen) Breitbandverstärker BBV geht, so dass man an dessen Ausgang genügend über dem Störpegel der folgenden Anordnung liegt und von der ersten Röhre entkoppelt ist (Fig. 2).

Wie MILATZ und KELLER<sup>4)</sup> gezeigt haben, ist bis auf unwesentliche Konstanten an der ersten Anode und damit auch am Ausgang



des BBV das quadratische Fourierspektrum des Rauschens gegeben durch:

$$N_0(\omega) = 1 + a^2/\omega^2. \quad (17)$$

Unter der Annahme einer unendlich kurzen Sammelzeit der Kammer erzeugt ein zur Zeit  $t = 0$  auftretendes ionisierendes Teilchen am Ausgang des BBV ein Signal von der Form:

$$F_0(t) = 1 ; (F_0(t) = 0 \text{ für } t < 0). \quad (18)$$

Für den ersten Teil des optimalen Übertragungssystems finden wir mit (5) und (17) sofort:

$$\mu_1(\omega) = i\omega/(i\omega + a). \quad (19)$$

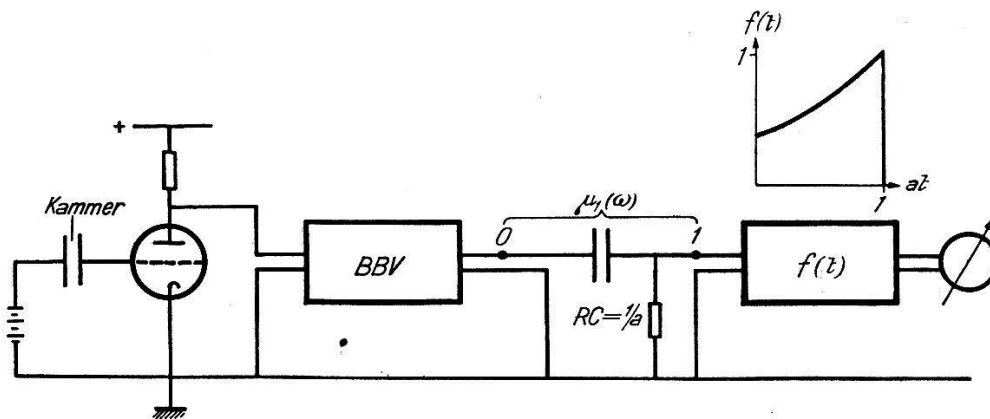


Fig. 2.

Übersicht über den optimalen Ionisationskammerverstärker.

Wie man sich leicht überlegt, entspricht das in Fig. 2 angegebene  $RC$ -Glied gerade dieser Übertragungsfunktion. Das durch (18) gegebene Signal wird durch dieses  $RC$ -Glied bekanntlich umgeformt in:

$$F_1(t) = e^{-at} ; (F_1(t) = 0 \text{ für } t < 0). \quad (20)$$

Damit und mit (14) ist nun auch das gesuchte  $f(t)$  bekannt:

$$\begin{aligned} f(t) &= e^{-at_0} \cdot e^{at} & (0 < t < t_0) \\ f(t) &= 0 & (t < 0; t > t_0). \end{aligned}$$

In Figur 3 ist diese Funktion für  $t_0 = 1/a$  dargestellt. Durch Einsetzen von (20) in (15) erhält man für das mit der optimalen Anordnung erreichte Verhältnis von Signal zu Rauschen:

$$V^2(t_0) = (1 - e^{-2at_0})/2a. \quad (21)$$

Zum Vergleich mit in der Praxis verwendeten Verstärkern ziehen wir zunächst den sogenannten  $RC-RC$ -Verstärker heran. Bei ihm wird der Frequenzgang nach hohen und tiefen Frequenzen je mit

einem  $RC$ -Glied beschnitten; seine Übertragungsfunktion hat also die Gestalt:

$$\mu(\omega)_{RC} = \omega_2 \cdot i\omega / (i\omega + \omega_1) (i\omega + \omega_2).$$

Die beiden Kreisfrequenzen  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  sind die reziproken Werte der beiden verwendeten Zeitkonstanten  $R_1 C_1$  bzw.  $R_2 C_2$ . Wie VAN HEERDEN<sup>5)</sup> gezeigt hat, wird das Verhältnis von Signal zu Rauschen am grössten, wenn man  $\omega_1 = \omega_2 = a$  macht. In diesem Fall hat das Ausgangssignal seine Maximalamplitude zur Zeit  $t = 1/a$ , und es wird:

$$V_{RC}^2 = 2/a e^2.$$

Durch Vergleich mit (21) sieht man, dass für  $t_0 \gg 1/a$  der optimale Verstärker um den Faktor  $V_{opt}/V_{RC} = e/2$ , d. h. rund 36% besser

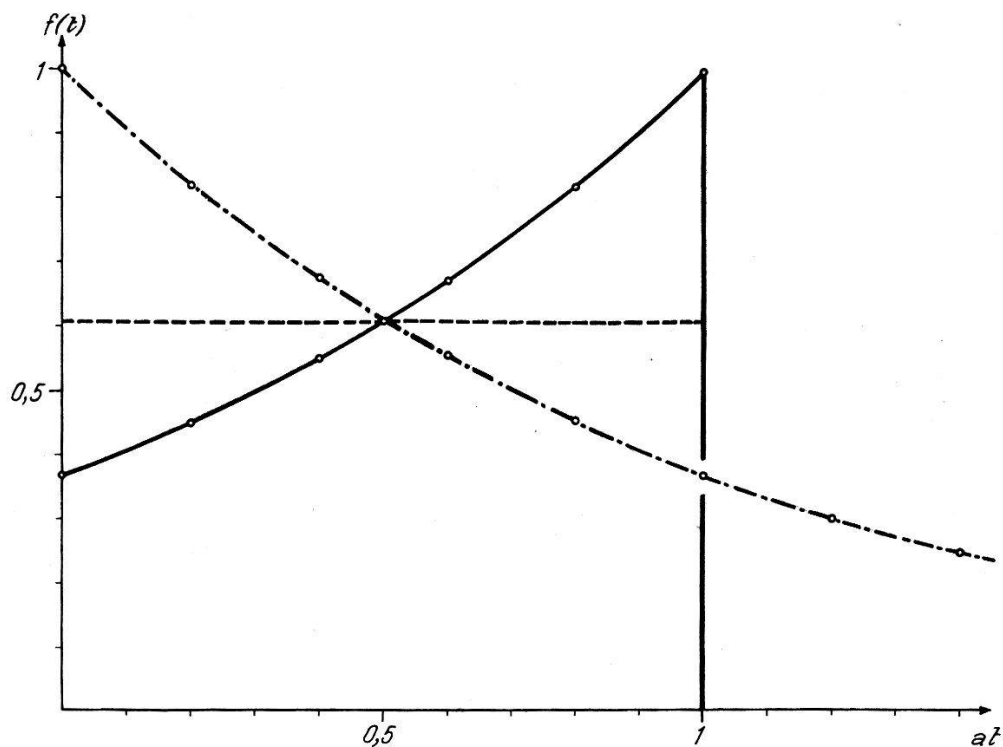


Fig. 3.

$f(t)$  für den optimalen Verstärker (—)   
für den  $RC-RC$ -Verstärker (-·-·-)   
für delay line clipping (---)   
( $t_0 = 1/a$ ).

ist als der  $RC-RC$ -Verstärker. In seinen Betrachtungen über die prinzipielle Grenze der Messgenauigkeit, wenn Signal und Rauschen durch (17) und (18) gegeben sind, kommt VAN HEERDEN<sup>5)</sup> zu dem gleichen Resultat. Schreibt man für den optimalen Verstärker die gleiche Messzeit  $t_0 = 1/a$  vor, wie sie der beste  $RC-RC$ -Verstärker hat, so ist der Gewinn im Verhältnis von Signal zu Untergrund nur noch 26%. Da das die tiefen Frequenzen beschneidende  $RC$ -Glied

des besten  $RC$ — $RC$ -Verstärkers identisch ist mit dem Gleichung (19) darstellenden  $RC$ -Glied des optimalen Verstärkers, können wir den zweiten Teil der Übertragungsfunktion des  $RC$ — $RC$ -Verstärkers ( $= a/(a+i\omega)$ ) mit dem  $f(t)$  des optimalen Verstärkers vergleichen. Die  $a/(a+i\omega)$  äquivalente Funktion  $f(t)$  ist in Fig. 3 wiedergegeben. Man sieht aus dieser Darstellung, dass man als nächst bessere Approximation des optimalen Verstärkers ein  $f(t)$  wählen wird, das etwa der gestrichelten Geraden entspricht.

Wie man leicht findet, ist eine derartige Anordnung, zusammen mit dem durch (19) beschriebenen  $RC$ -Glied, gleichbedeutend mit dem in der Praxis schon lange gebrauchten delay line clipping. Das damit im Maximum (bei  $t_0 = 1,25/a$ ) erreichbare Verhältnis von Signal zu Untergrund liegt nur noch 10% unter demjenigen des optimalen Verstärkers bei unendlich langer Messzeit. Wegen der Verbesserung der Statistik sind jedoch im allgemeinen besonders die kurzen Messzeiten von Bedeutung. Hier muss man natürlich das mit dem delay line clipping erreichbare Verhältnis von Signal zu Untergrund mit dem des optimalen Verstärkers bei gleicher Messzeit  $t_0$  vergleichen. Als Resultat einer entsprechenden Rechnung erhält man in sehr guter Näherung:

$$V_{\text{dlc}}(t_0)/V_{\text{opt}}(t_0) \approx 1 - \frac{(at_0)^2}{24} \quad (at_0 \leq 1, 2).$$

Man kommt also offensichtlich bei Ionisationskammernmessungen mit den gebräuchlichen Methoden der prinzipiell überhaupt möglichen Messgenauigkeit schon so nahe, dass eine wesentliche Verbesserung nur durch ganz andersartige Betrachtungen und Ideen möglich ist. Aber vielleicht hat auch diese Erkenntnis einen gewissen Wert.

#### Literatur.

- 1) H. W. BODE, C. E. SHANNON, Proc. J.R.E. **38**, 417 (1950).
- 2) H. DEN HARTOG, F. A. MÜLLER, Physica **8**, 571 (1947).
- 3) H. W. BODE, Network Analysis and Feedback Amplifier Design, van Nostrand (1945).
- 4) M. W. MILATZ, K. J. KELLER, Physica **9**, 97 (1942).
- 5) P. VAN HEERDEN, The Crystalcounter, Diss. Utrecht (1945).