Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 33 (1960)
Heft: II

Artikel: Groupe mésonique et conservation de la parité
Autor: Pétermann, A. / Ruegg, Henri
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-113071

Groupe mésonique et conservation de la parité[a])

par **A. Pétermann**
CERN, Division théorique, Genève
et **Henri Ruegg**
(Institut de Physique de l'Université, Genève)

Summary. A principle of invariance under a continuous local group of transformations, the mesic group, is being investigated. This principle has the following consequences:

1. For the pseudoscalar YUKAWA interaction of two Fermions with the pseudoscalar π-meson it entails PC invariance.
2. If the Fermions have equal bare masses with respect to electromagnetic interaction (a hypothesis which is plausible for the nucleons), the principle imposes, for the ps interaction with π, the conservation of isotopic spin and separate P and C invariance.
3. For the FERMI interactions of the pairs (pn), $(\nu\mu^-)$, (νe^-), etc. it involves V and A coupling, with non conservation of parity.

Our arguments leading to this principle are based on a generalization of the demonstration of the Dyson-Foldy equivalence theorem as given by STUECKELBERG and one of us.

1. Introduction

Maintenant qu'il est admis que la parité n'est pas conservée dans certains processus élémentaires, il s'agit de comprendre ce qui distingue, mise à part la grandeur de la constante de couplage, les interactions faibles de celles parmi les interactions fortes qui conservent la parité. Il serait utile, en outre, de connaître le nombre de constantes arbitraires admises par chaque type d'interaction. Ceci revient à étudier les propriétés de symétrie de la Lagrangienne qui détermine ces différents processus.

De nombreuses tentatives ont été faites pour expliquer, par un principe d'invariance *ad hoc,* certains des problèmes que nous venons d'évoquer. Leurs avantages et inconvénients ont déjà souvent été discutés dans la litérature. Nous proposons, dans ce travail, un principe d'invariance par rapport à un groupe de transformations continues, qui possède les avantages suivants:

1⁰ Il s'applique à certaines interactions fortes *et* faibles où intervient le méson π, y compris à la désintégration de π par couplage de FERMI ($\pi^+ \to p + \bar{n} \to e^+ + \nu$).

2⁰ Il laisse invariante la Lagrangienne totale, même lorsque la masse des particules est non nulle. Le principal défaut de nombreux essais antérieurs était la non-invariance du terme d'inertie.

[a]) Recherche subventionnée par le Fonds National Suisse.

3⁰ Pour l'interaction pseudoscalaire de YUKAWA de 2 Fermions avec le méson π pseudoscalaire, il entraîne l'invariance PC.

Si la différence de masse des 2 Fermions est due à l'interaction électromagnétique – hypothèse qui est très plausible dans le cas des nucléons –, le principe d'invariance a pour conséquence la conservation du spin isotopique et de la parité.

4⁰ Pour les interactions de FERMI il force la non conservation de P et interdit les couplages scalaire, pseudoscalaire et tensoriel.

5⁰ Sous l'hypothèse de la «symétrie restreinte», il force la conservation de la parité dans les interactions de YUKAWA du méson π avec les particules Λ et Σ. Les résultats préliminaires ont été donnés par [1]).

2. Interaction entre les nucléons et les mésons π avec conservation de parité

Dans ce paragraphe, nous allons expliquer notre méthode dans un cas particulier, et, incidemment, prouver un théorème nouveau. DYSON-FOLDY[2]) et d'autres avaient montré l'équivalence, en 1re approximation' du couplage pseudoscalaire (PS) et pseudovectoriel (PV). STUECKELBERG et un de nous[3]) ont prouvé, pour l'interaction avec le méson neutre Π^0, que la transformation de DYSON-FOLDY est un cas particulier d'un groupe qu'ils appellent groupe de transformation mésonique. Nous allons prouver l'existence d'un groupe plus général, qui laisse invariante la Lagrangienne d'interaction des nucléons avec les trois mésons π et le champ électromagnétique. Plus précisément, il existe une fonction $L(\psi(l), \Phi^i(l))$, où $l = l\ (x)$ est un paramètre local, et une transformation $\psi \to \psi'$, $\Phi \to \Phi'$ qui laisse L invariante, de telle manière que pour une certaine valeur de l, L représente l'interaction PS, et pour une autre, l'interaction PV (plus des termes non linéaires).

Nous posons pour L:

$$L = L_0 + L_s + L_{ps} + L_{pv} + L_v + L_e + L_\varphi \tag{1}$$

avec

$$\begin{aligned}
L_0 &= -\frac{1}{2}[\psi\gamma_\mu \partial_\mu \psi - \partial_\mu \bar{\psi}\gamma_\mu \psi] \\
L_s &= h\bar{\psi}\Phi_0(l)\,\psi \\
L_{ps} &= i\,g\bar{\psi}\gamma_5\,\boldsymbol{\tau}\,\boldsymbol{\Phi}_5(l)\,\psi \\
L_{pv} &= i\,f\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu\,\boldsymbol{\tau}\,\boldsymbol{\Phi}_{\mu 5}(l)\,\psi \\
L_v &= i\,\Phi\bar{\psi}\gamma_\mu\,\boldsymbol{\tau}\,\boldsymbol{\Phi}_\mu(l)\,\psi \\
L_e &= i\,e\bar{\psi}\gamma_\mu A_\mu \frac{1+\tau_3}{2}\psi^{\mathrm{b})}
\end{aligned}$$

---

b) $\gamma_\mu = \gamma^{*\sim} = \gamma_\mu;\quad \overset{+}{\gamma_5} = \gamma_5;\quad \gamma_i^* = +\gamma_i;\quad \gamma_4^* = -\gamma_4;\quad \gamma_5^* = -\gamma_5$

$\gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = 2\,\delta_{\mu\nu};\quad x_4 = i\,t;\quad \psi = \begin{pmatrix}\psi_p\\ \psi_n\end{pmatrix}$

et pour la transformation infinitésimale de $\psi(l)$:

$$\delta\psi = i\, f\, \gamma_5\, \boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\varphi}_5\, \psi\, \delta l; \qquad \delta\overline{\psi} = i\, f\, \overline{\psi}\, \gamma_5\, \boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\varphi}_5\, \delta l \tag{2}$$

alors qu'il reste à déterminer les lois de transformation des fonctions $\Phi^i(l)$ de manière à assurer l'invariance de L. Ces fonctions $\boldsymbol{\Phi}_0(l)$, $\boldsymbol{\Phi}_5(l)$, $\boldsymbol{\Phi}_{\mu 5}(l)$, $\boldsymbol{\Phi}_\mu(l)$ sont respectivement de caractère scalaire, pseudoscalaire, pseudovectoriel et vectoriel dans l'espace ordinaire, scalaire et (pseudo) vectoriel dans l'espace isotopique. $\boldsymbol{\varphi}_5$ représente le méson π, avec $\partial\boldsymbol{\varphi}/\partial l = 0$, L_φ la partie libre et l'interaction électromagnétique du méson π, qui ne varie pas dans la transformation.

Pour calculer la transformation de L, les relations suivantes sont utiles:

$$\begin{aligned}
(\boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\varphi})\, (\boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\Phi}) &= \boldsymbol{\varphi}\, \boldsymbol{\Phi} + i\, \boldsymbol{\tau}\, (\boldsymbol{\varphi} \times \boldsymbol{\Phi}) \\
(\boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\Phi})\, (\boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\varphi}) &= \boldsymbol{\varphi}\, \boldsymbol{\Phi} - i\, \boldsymbol{\tau}\, (\boldsymbol{\varphi} \times \boldsymbol{\Phi}) \\
(\boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\varphi})\, \tau_3 &= \varphi_3 + i\, (\boldsymbol{\tau} \times \boldsymbol{\varphi})_3 \\
\tau_3 (\boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\varphi}) &= \varphi_3 - i\, (\boldsymbol{\tau} \times \boldsymbol{\varphi})_3
\end{aligned}$$

On obtient alors, avec $\delta\Phi = \partial\Phi/\partial l\ \delta l$ et $\partial A_\mu/\partial l = 0$.

$$\left.\begin{aligned}
\delta L_0 &= i\, f\, \overline{\psi}\, \gamma_5\, \gamma_\mu\, \boldsymbol{\tau}\, \partial_\mu (\boldsymbol{\varphi}_5\, \delta l)\, \psi \\
\delta L_{pv} &= i\, f\, \overline{\psi}\, \gamma_5\, \gamma_\mu\, \boldsymbol{\tau}\, \delta\boldsymbol{\Phi}_{\mu 5}\, \psi - 2\, i\, f^2\, \overline{\psi}\, \gamma_\mu\, \boldsymbol{\tau}\, (\boldsymbol{\varphi}_5 \times \boldsymbol{\Phi}_{\mu 5})\, \psi\, \delta l \\
\delta L_v &= -2\, i\, f\, \overline{\psi}\, \gamma_5\, \gamma_\mu\, \boldsymbol{\tau}\, (\boldsymbol{\varphi}_5 \times \boldsymbol{\Phi}_\mu)\, \psi\, \delta l + i\, \overline{\varphi}\, \gamma_\mu\, \boldsymbol{\tau}\, \delta\, \boldsymbol{\Phi}_\mu\, \psi \\
\delta L_e &= -i\, e\, f\, \overline{\psi}\, \gamma_5\, \gamma_\mu\, A_\mu\, (\boldsymbol{\tau} \times \boldsymbol{\varphi}_5)_3\, \psi\, \delta l
\end{aligned}\right\} \tag{3a}$$

$$\left.\begin{aligned}
\delta L_s &= 2\, i\, f\, h\, \overline{\psi}\, \gamma_5\, \boldsymbol{\Phi}_0\, \boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\varphi}_5\, \psi\, \delta l + h\, \overline{\psi}\, \delta\boldsymbol{\Phi}_0\, \psi \\
\delta L_{ps} &= i\, g\, \overline{\psi}\, \gamma_5\, \boldsymbol{\tau}\, \delta\boldsymbol{\Phi}_5\, \psi \qquad - 2\, g\, f\, \overline{\psi}\, \boldsymbol{\varphi}_5 \boldsymbol{\Phi}_5\, \psi\, \delta l \\
\delta L_\varphi &= 0
\end{aligned}\right\} \tag{3b}$$

Comme $\overline{\psi}\, \gamma_5\, \psi$, $\psi\, \gamma_5\, \gamma_\mu\, \psi$, etc. sont linéairement indépendants, $\delta\, L = 0$ conduit aux équations suivantes:

$$\delta\boldsymbol{\Phi}_{\mu 5} = -\partial_\mu (\boldsymbol{\varphi}_5\, \delta l) - e\, A_\mu\, \boldsymbol{\Theta}_5\, \delta l + 2\, \boldsymbol{\varphi}_5 \times \boldsymbol{\Phi}_\mu\, \delta l \tag{4a}$$

$$\delta\boldsymbol{\Phi}_\mu = 2\, f^2\, (\boldsymbol{\varphi}_5 \times \boldsymbol{\Phi}_{\mu 5})\, \delta l \tag{4b}$$

$$g\, \delta\boldsymbol{\Phi}_5 = -2\, f\, h\, \boldsymbol{\Phi}_0\, \boldsymbol{\varphi}\, \delta l \tag{5a}$$

$$h\, \delta\boldsymbol{\Phi}_0 = 2\, g\, f\, \boldsymbol{\Phi}_5\, \boldsymbol{\varphi}_5\, \delta l \tag{5b}$$

avec $\Theta_1 = -\varphi_2$; $\Theta_2 = \varphi_1$; $\Theta_3 = 0$.

L'équation (4b) montre que le terme inhabituel L_v a dû être introduit dans (1) pour des raisons de covariance, pour compenser le terme $\boldsymbol{\varphi}_5 \times \boldsymbol{\Phi}_{\mu 5}$ provenant de L_{pv}. L'autre possibilité, $\boldsymbol{\varphi}_5 \times \boldsymbol{\Phi}_{\mu 5} = 0$ est incompatible avec (4a).

La solution la plus générale des équations (4) et (5) est[c]:

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{\Phi}_{\mu 5} &= -\partial_\mu(\boldsymbol{\varphi}_5\, l) - e A_\mu\, \boldsymbol{\Theta}_5\, l - 2\, \boldsymbol{\varphi}_\mu \times \boldsymbol{\varphi}_5\, l \\ &\quad - \frac{1}{2f} \frac{\boldsymbol{\alpha}_\mu \times \boldsymbol{\varphi}_5}{\overline{\varphi}} \sin(2 f \overline{\varphi}\, l) + \frac{1}{2f} \frac{\boldsymbol{\beta}_\mu \times \boldsymbol{\varphi}_5}{\overline{\varphi}} \cos(2 f \overline{\varphi}\, l) + \boldsymbol{\varphi}_{\mu 5} \\ \boldsymbol{\Phi}_\mu &= \frac{1}{2\,\overline{\varphi}^2} [(\partial_\mu \boldsymbol{\varphi}_5 + e A_\mu \boldsymbol{\Theta}_5) \times \boldsymbol{\varphi}_5] + \frac{\boldsymbol{\alpha}_\mu}{2} \cos(2 f \overline{\varphi}\, l) + \\ &\qquad + \frac{\boldsymbol{\beta}_\mu}{2} \sin(2 f \overline{\varphi}\, l) + \eta_{\mu 5}\, \boldsymbol{\varphi}_5 \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

$$\left.\begin{aligned} h\, \Phi_0 &= a_0 \cos(2 f \overline{\varphi}\, l) + b_0 \sin(2 f \overline{\varphi}\, l) \\ g\, \boldsymbol{\Phi}_5 &= [-a_0 \sin(2 f \overline{\varphi}\, l) + b_0 \cos(2 f \overline{\varphi}\, l)]\, \frac{\boldsymbol{\varphi}_5}{\overline{\varphi}} + g\, \boldsymbol{\varepsilon}_5 \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

avec $\overline{\varphi} = \sqrt{\boldsymbol{\varphi}_5^2}$; $2\, \boldsymbol{\varphi}_\mu = \overline{\varphi}^{-2} [(\partial_\mu \boldsymbol{\varphi}_5 + e A_\mu \boldsymbol{\Theta}_5) \times \boldsymbol{\varphi}_5]$; $a_0, b_0, \boldsymbol{\varepsilon}_5, \boldsymbol{\alpha}_\mu, \boldsymbol{\beta}_\mu, \boldsymbol{\varphi}_{\mu 5}$, $\eta_{\mu 5}$ sont des constantes d'intégration indépendantes de l telles que:

$$\boldsymbol{\varphi}_5 \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_5 = 0; \quad \boldsymbol{\alpha}_\mu \cdot \boldsymbol{\varphi}_5 = 0; \quad \boldsymbol{\beta}_\mu \cdot \boldsymbol{\varphi}_5 = 0; \quad \boldsymbol{\varphi}_{\mu 5} \times \boldsymbol{\varphi}_5 = 0.$$

Avant de passer à l'interprétation physique de (6) et de (7), il faut remarquer que ces solutions, ainsi que les équations (3), (4), (5), ne sont rigoureuses que pour des champs classiques. Pour des champs quantifiés, on remarque que $\boldsymbol{\Phi}_{\mu 5}$ ne commute pas avec $\boldsymbol{\varphi}_5$, parce que $[\partial_t \varphi_i, \varphi_i] \neq 0$. Pour donner un sens à (6), il faut symétriser toutes les expressions ambigües, par exemple $\partial_\mu \varphi_i \cdot \varphi_i \to 1/2\ (\partial_\mu \cdot \varphi_i \cdot \varphi_i + \varphi_i\, \partial_\mu \varphi_i)$. Ceci est nécessité par le fait que lorsqu'on calcule (3), on obtient précisément des expressions de cette forme. Par exemple:

$$\begin{aligned} \delta L_{pv} &= i f \overline{\psi}\, (i f \gamma_5\, \boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\varphi}_5\, \delta l)\, \gamma_5 \gamma_\mu\, \boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\Phi}_{\mu 5}\, \psi \\ &\quad + i f \overline{\psi}\, \gamma_5 \gamma_\mu\, \boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\Phi}_{\mu 5}\, (i f \gamma_5\, \boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\varphi}_5\, \delta l)\, \psi + i f \overline{\psi}\, \gamma_5 \gamma_\mu\, \boldsymbol{\tau}\, \delta \boldsymbol{\Phi}_{\mu 5}\, \psi \end{aligned}$$

Les problèmes soulevés par le passage du cas classique au cas quantique sont en principe les mêmes que ceux déjà traités dans [3]).

Revenons à la discussion de (6) et de (7). Les fonctions $\Phi(l)$, introduites dans L, donnent une Lagrangienne qui peut représenter une situation physique très générale: interaction PS, PV des nucléons avec des champs, S, PS, PV, V. Nous allons, à titre d'exemple, particulariser les

---

c) Remarquons que l'invariance par rapport à (2) et (4) assure automatiquement l'invariance de jauge électromagnétique de L_{pv} et L_v.

constantes d'intégration, pour obtenir les deux cas les plus intéressants, soit, pour une valeur déterminée de l, un

a) couplage PS pur avec un méson PS;
b) couplage PV pur avec un méson PS.

Dans les deux cas, L_s devra représenter le terme d'inertie des nucléons. Nous aurons donc

$$\left.\begin{aligned} &a)\ L'_S = -m\,\bar{\psi}\,\psi \quad L'_{PS} = i\,g\,\bar{\psi}\,\gamma_5\,\boldsymbol{\tau}\,\boldsymbol{\varphi}_5\,\psi \quad L'_{PV} = L'_V = 0 \\ &b)\ L'_S = -m\,\bar{\psi}\,\psi \quad L'_{PV} = i\,f\,\bar{\varphi}\,\gamma_5\,\gamma_\mu\,\boldsymbol{\tau}(\partial_\mu\,\boldsymbol{\varphi}_5 + e\,A_\mu\,\boldsymbol{\Theta}_5)\,\psi \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad L'_{PS} = L'_V = 0 \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Le $'$ indique une valeur particulière de l

Le cas a) est réalisé pour $l = 0$ avec

$$a_0 = -m;\quad b_0 = g\,\bar{\varphi};\quad \boldsymbol{\varepsilon}_5 = 0;\quad \boldsymbol{\alpha}_\mu = -2\,\boldsymbol{\varphi}_\mu;\quad \boldsymbol{\beta}_\mu = 0;\quad \boldsymbol{\varphi}_{\mu 5} = 0 = \eta_{\mu 5}\,. \tag{9}$$

Le cas b) est réalisé pour ($l = -1$) avec

$$\left.\begin{aligned} a_0 &= -m\cos(2\,f\,\bar{\varphi});\quad b_0 = m\sin(2\,f\,\bar{\varphi});\quad \boldsymbol{\varepsilon}_5 = 0 \\ \boldsymbol{\alpha}_\mu &= -[2\cos(2\,f\,\bar{\varphi}) + 4\,f\,\bar{\varphi}\sin(2\,\mathrm{f}\,\bar{\varphi})]\quad \boldsymbol{\varphi}_\mu \\ \boldsymbol{\beta}_\mu &= [2\sin(2\,f\,\bar{\varphi}) - 4\,f\,\bar{\varphi}\cos(2\,\mathrm{f}\,\bar{\varphi})]\,\boldsymbol{\varphi}_\mu \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Dans le cas a) on obtient:

$$\left.\begin{aligned} L_S &= \bar{\psi}\,[-m\cos(2\,f\,\bar{\varphi}\,l) + g\,\bar{\varphi}\sin(2\,f\,\bar{\varphi}\,l)]\,\psi \\ L_{PS} &= i\,g\,\bar{\psi}\,\gamma_5\,\boldsymbol{\tau}\,\boldsymbol{\varphi}_5\left[\cos(2\,f\,\bar{\varphi}\,l) + \frac{m}{g\,\bar{\varphi}}\sin(2\,f\,\bar{\varphi}\,l)\right]\psi \\ L_{PV} &= i\,f\,\bar{\psi}\,\gamma_5\,\gamma_\mu\,\boldsymbol{\tau}\Big\{-\partial_\mu(\boldsymbol{\varphi}_5\,l) - e\,A_\mu\,\boldsymbol{\Theta}_5\,l - \\ &\quad -\frac{1}{\bar{\varphi}^2}\,[(\partial_\mu\,\boldsymbol{\varphi}_5 + e\,A_\mu\,\boldsymbol{\Theta}_5)\times\boldsymbol{\varphi}_5]\times\boldsymbol{\varphi}_5\left(l - \frac{1}{2\,f\,\bar{\varphi}}\sin(2\,f\,\bar{\psi}\,l)\right)\Big\}\,\psi \\ L_V &= i\,\bar{\psi}\,\gamma_\mu\,\boldsymbol{\tau}\,\frac{1}{2\,\bar{\varphi}^2}\,[(\partial_\mu\,\boldsymbol{\varphi}_5 + e\,A_\mu\,\boldsymbol{\Theta}_5) \\ &\qquad\qquad\qquad \times\boldsymbol{\varphi}_5]\,\big(1 - \cos(2\,f\,\boldsymbol{\varphi}\,l)\big)\,\psi \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Résumons: Les expressions (11), introduites dans (1), donnent une fonction L invariante par rapport à la transformation (2). Pour différentes valeurs de l, L peut prendre, en fonction de $\psi(l)$, des *formes* différentes, mais équivalentes, tous les champs $\psi(l)$ ayant la même Langrangienne libre. En particulier, pour $l = 0$, le terme d'interaction avec le champ $\boldsymbol{\varphi}$ (méson π) ne comprend qu'une partie pseudoscalaire PS, et pour

$l = 1/2\, f\, \overline{\varphi}$ arctg $(-g\, \overline{\varphi}/m)$ une partie pseudovectorielle, plus des termes non linéaires, qu'il serait facile de déterminer à partir de (11). Il suit de ces considérations, que la matrice S, qui est la seule grandeur physique donnée par l'expérience, est indépendante de l, donc que les couplages PS et PV sont équivalents en 1re approximation.

Nous avons donc trouvé:

$$L\big(\psi(l')\big) = L\big(\psi(l'')\big)$$

$$l = l' = 0 \qquad L\big(\psi(l')\big) = L_0\big(\psi(l')\big) - m\, \overline{\psi}(l')\, \overline{\psi}(l') + L_e\big(\psi(l')\big) + L_\varphi + i\, g\, \overline{\psi}\, \gamma_5\, \boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\varphi}_5\, \psi(l')$$

$$l = l'' = \frac{1}{2\, f\, \overline{\varphi}} \operatorname{arctg}\left(\frac{-g\, \overline{\varphi}}{m}\right)$$

$$L'' = L_0\big(\psi(l'')\big) - m\, \overline{\psi}(l'')\, \psi(l'') + L_e\big(\psi(l'')\big) + L_\varphi +$$

$$+ i\, f\, \frac{g}{2\, f\, m}\, \overline{\psi}(l'')\, \gamma_5\, \gamma_\mu\, \boldsymbol{\tau}(\partial_\mu\, \boldsymbol{\varphi}_5 + e\, A_\mu\, \boldsymbol{\Theta}_5)\, \psi(l'') + i\, \overline{\psi}\, \gamma_\mu\, \frac{g^2}{4\, m^2}\, \boldsymbol{\tau}(\partial_\mu\, \boldsymbol{\varphi}_5 +$$

$$+ e\, A_\mu\, \boldsymbol{\Theta}_5) \times \boldsymbol{\varphi}_5\, \psi + \text{termes non linéaires en } \varphi.$$

On obtient l'équivalence en posant $g = 2\, fm$. Pour $l = 0$, la théorie est renormalisable, elle l'est donc pour tout l, ce qui explique l'apparition des termes non linéaires, les infinités provenant de ces termes compensant celles du couplage PV pur.

Il serait facile d'établir des formules analogues dans le cas b), mais nous nous contenterons de remarquer que pour $l = -1$ $L'_{ps} = L'_v = 0$ et l'on obtient un couplage PV pur, alors que pour $l = 0$ $L''_{pv} = 0$, et l'on obtient un couplage PS plus des termes non linéaires. L'équivalence, en 1re approximation, de PS et de PV exige de nouveau $g = 2\, fm$.

L'avantage de cette démonstration du théorème d'équivalence réside dans la généralité des formules (6) et (7), qui permettent d'étudier d'autres types d'interaction, notamment avec des particules de spin 1.

3. Forme la plus générale de l'interaction de Yukawa

Nous arrivons maintenant à l'objectif principal de notre étude. Dans le paragraphe précédent, nous avons vu que l'invariance de la Lagrangiennen totale par rapport à une transformation du type (2) (c'est-à-dire une transformation continue comprenant un facteur γ_5) nécessite l'introduction des fonctions $\Phi(l)$. Nous avons montré la signification physique de ces fonctions dans plusieurs exemples. Cependant, nous nous sommes limités aux interactions où la parité et le spin isotopique sont conservés. La question que nous nous posons maintenant est la suivante:

existe-t-il des fonctions $\Phi(l)$ plus générales, telles qu'il soit possible d'introduire dans la Lagrangienne des termes qui ne conservent pas la parité et le spin isotopique, sans détruire l'invariance? La réponse est affirmative, avec certaines restrictions, si nous nous limitons à la transformation (2). Par contre, si nous *postulons* l'invariance par rapport à la transformation suivante:

$$\delta\psi = i(\xi + \eta\,\gamma_5)\,\boldsymbol{\tau}\,\boldsymbol{\varphi}_5\,\psi\,\delta l \text{ avec } \xi = \pm\,\eta \text{ (nombres)} \qquad (12)$$

le choix des fonctions $\Phi(l)$ est limité et la Lagrangienne est soumise aux restrictions citées dans l'introduction, c'est-à-dire:

1. Invariance PC de l'interaction *pseudoscalaire* de YUKAWA des deux Fermions avec le méson π *pseudoscalaire.*

2. Conservation de P et C séparément, et CI (indépendance de charge) de l'interaction, si les masses nues des deux Fermions sont égales.

Le but de ce paragraphe est donc de trouver la fonction $L(l)$ la plus générale qui soit invariante sous la transformation (12). Nous ferons cependant les restrictions suivantes:

a) $L(l=0)$ décrira une interaction purement pseudoscalaire (théorie renormalisable), donc $L_{pv}(0) = L_v(0) = 0$.

b) Les fonctions $\Phi(l)$ seront des fonctions des trois composantes (dans l'espace isotopique) du champ $\boldsymbol{\varphi}_5$ du méson π.

La transformation (12), de même que (2), couple les termes L_s et L_{ps} d'une part, et les termes possédant un facteur γ_μ d'autre part ($L_0 + L_{pv} + L_v + L_e$). Etudions d'abord l'invariance de $L_s + L_{ps}$.

Par L_s nous entendons le terme de masse des deux Fermions. Si les masses sont quelconques, nous aurons:

$$L_s = m_1\,\Phi_0(l)\,\overline{\psi}_1\,\psi_1 + m_2\,\Phi_0(l)\,\overline{\psi}_2\,\psi_2 \qquad (13')$$

L'interaction de YUKAWA pseudoscalaire la plus générale est:

$$L_{ps} = \overline{\psi}_1(A^* + B^*\,\gamma_5)\,\varphi_5^*\,\psi_2 + h.c. + \overline{\psi}_1(C + i\,D\gamma_5)\,\varphi_{3,5}\,\psi_1 + \overline{\psi}_2(E + i\,F\,\gamma_5)\,\varphi_{3,5}\,\psi_2 \qquad (13'')$$

où ψ_1, est un Fermion de charge positive, ψ_2 neutre, $\varphi_5 = 1/\sqrt{2}(\varphi_1 + i\,\varphi_2)_5$ crée π^+, annihile π^-, $\varphi_{3\cdot5}$ crée ou annihile π^0[d]). A, B sont complexes, C, D, E, F réels. L_{ps} comprend donc 8 coefficients réels.

Pour que $L_s + L_{ps}$ soit invariant, A, B ... doivent être des fonctions de l et de φ_i. Englobons les facteurs φ_5 etc. dans ces fonctions, nous obtiendrons $A_5\,(l, \varphi_i)$ ..., etc. Pour les commodités du calcul, nous pouvons introduire de manière purement formelle un espace isotopique, en posant

d) L'indice 5 met en évidence le caractère pseudoscalaire, les indices 1, 2, 3 désignent les trois composantes de $\boldsymbol{\varphi}_5$ dans l'espace isotopique.

$\psi = \binom{\psi_1}{\psi_2}$ et $\varphi_5 = 1/\sqrt{2}\,(\varphi_1 + i\,\varphi_2)_5$, etc. Les expressions équivalentes à (13) seront alors [e]):

$$L_s = m_1 \Phi_0(l)\,\overline{\psi}\,\frac{1+\tau_3}{2}\,\psi + m_2 \Phi_0(l)\,\overline{\psi}\,\frac{1-\tau_3}{2}\,\psi \qquad (14')$$

$$L_{ps} = \overline{\psi}\,(\boldsymbol{\Phi}_5'(l) + i\,\boldsymbol{\Phi}_5''(l)\,\gamma_5)\,\boldsymbol{\tau}\,\psi + \overline{\psi}\big(c_5(l) + i\,d_5(l)\,\gamma_5\big)\,\psi \qquad (14'')$$

$\boldsymbol{\Phi}_5'$ et $\boldsymbol{\Phi}_5''$ possédant chacun trois composantes réelles. Le passage de (13″) à (14″) s'obtient aisément en posant $(\Phi_1' + i\,\Phi_2')_5 = A\varphi_5$; $(\Phi_1'' + i\,\Phi_2'')_5 = -\,B\,\varphi_5$; $c_5 + \Phi_{3,5}' = C\,\varphi_{3,5}$; $c_5 - \Phi_{3,5}' = E\varphi_{3,5}$; etc. Remarquons que la conservation du spin isotopique exigerait $\boldsymbol{\Phi}_5' = a\,\boldsymbol{\varphi}_5$, $\boldsymbol{\Phi}_5'' = b\,\boldsymbol{\varphi}_5$, $c_5 = d_5 = 0$. La conservation de la parité: $\boldsymbol{\Phi}_5' = c_5 = 0$. L'invariance PC: $\boldsymbol{\tau}\,\boldsymbol{\Phi}_5' = a(\boldsymbol{\tau} \times \boldsymbol{\varphi}_5)_3$, $\boldsymbol{\Phi}'' = b\,\boldsymbol{\varphi}_5$, $c_5 = 0$, $d_5 = d\varphi_{3,5}$.

En tenant compte des règles de commutation des opérateurs τ, la variation de $L_s + L_{ps}$ lors de la transformation (12) sera:

$$\begin{aligned}
\delta L_s = {} & \frac{m_1+m_2}{2}\,\delta\Phi_0\,\overline{\psi}\,\psi + \frac{m_1-m_2}{2}\,\delta\Phi_0\,\overline{\psi}\,\tau_3\,\psi \\
& + \xi\,(m_1 - m_2)\,\Phi_0\,\delta l\,\overline{\psi}\,(\boldsymbol{\tau}\times\boldsymbol{\varphi}_5)_3\,\psi \\
& + \eta\,(m_1 - m_2)\,\Phi_0\,\delta l\,\overline{\psi}\,i\,\gamma_5\,\psi + \eta\,(m_1 + m_2)\,\Phi_0\,\delta l\,\boldsymbol{\varphi}_5\,\overline{\psi}\,\boldsymbol{\tau}\,i\,\gamma_5\,\psi \\
\delta L_{ps} = {} & (-\,2\,\eta\,\boldsymbol{\varphi}_5\,\boldsymbol{\Phi}_5''\,\delta l + \delta c_5)\,\overline{\psi}\,\psi + (2\,\eta\,\boldsymbol{\varphi}_5\,\boldsymbol{\Phi}_5'\,\delta l + \delta d_5)\,\overline{\psi}\,i\,\gamma_5\,\psi \\
& + [2\,\xi\,(\boldsymbol{\varphi}_5 \times \boldsymbol{\Phi}_5')\,\delta l + \delta\boldsymbol{\Phi}_5' - 2\,\eta\,d_5\,\boldsymbol{\varphi}_5\,\delta l]\,\overline{\psi}\,\boldsymbol{\tau}\,\psi \\
& + [2\,\xi\,(\boldsymbol{\varphi}_5 \times \boldsymbol{\Phi}_5'')\,\delta l + \delta\boldsymbol{\Phi}_5'' + 2\,\eta\,c_5\,\boldsymbol{\varphi}_5\,\delta l]\,\overline{\psi}\,i\,\gamma_5\,\boldsymbol{\tau}\,\psi
\end{aligned}$$

La condition $\delta L_s + \delta L_{ps} = 0$ donne autant d'équations qu'il y a de termes linéairement indépendants ($\overline{\psi}\,\psi$, $\overline{\psi}\,i\,\gamma_5\,\psi$, $\overline{\psi}\,\tau_1\,\psi$, $\overline{\psi}\,\tau_2\,\psi$, $\overline{\psi}\,\tau_3\,\psi$, etc.). Remarquons que $\boldsymbol{\varphi}_5\,\boldsymbol{\Phi}_5''\,\overline{\psi}\,\psi$ est indépendant de $\delta\,c_5\,\overline{\psi}\,\psi$, le premier terme étant un scalaire, le second un pseudoscalaire. Nous obtenons alors le système d'équations:

$$\left.\begin{aligned}
&1\text{a)}\quad \left[\frac{m_1+m_2}{2}\,\delta\Phi_0 - 2\,\eta\,\boldsymbol{\Phi}_5''\,\boldsymbol{\varphi}_5\,\delta l\right]\overline{\psi}\,\psi = 0 \\
&\text{b)}\quad \delta\,c_5\,\overline{\psi}\,\psi = 0 \\
&2\text{a)}\quad 2\,\eta\,\boldsymbol{\Phi}_5'\,\boldsymbol{\varphi}_5\,\delta l\,\overline{\psi}\,i\,\gamma_5\,\psi = 0 \\
&\text{b)}\quad \delta d_5 + \eta\,(m_1 - m_2)\,\Phi_0\,\varphi_{3,5}\,\delta l\,\overline{\psi}\,i\,\gamma_5\,\psi = 0 \\
&3\text{a)}\quad \left[(2\,\xi\,\boldsymbol{\varphi}_5 \times \boldsymbol{\Phi}_5' - 2\,\eta\,d_5\,\boldsymbol{\varphi}_5)\,\delta l + \frac{m_1-m_2}{2}\,\delta\Phi_0\,\boldsymbol{\varepsilon}_3\right]\overline{\psi}\,\boldsymbol{\tau}\,\psi = 0 \\
&\text{b)}\quad [\delta\boldsymbol{\Phi}_5' - \xi\,(m_1 - m_2)\,\Phi_0\,\boldsymbol{\Theta}_5\,\delta l]\,\overline{\psi}\,\boldsymbol{\tau}\,\psi = 0 \\
&4\text{a)}\quad (2\,\xi\,\boldsymbol{\varphi}_5 \times \boldsymbol{\Phi}_5'' + 2\,\eta\,c_5\,\boldsymbol{\varphi}_5)\,\delta l\,\overline{\psi}\,i\,\gamma_5\,\boldsymbol{\tau}\,\psi = 0 \\
&\text{b)}\quad (\delta\boldsymbol{\Phi}_5'' + \eta\,(m_1 + m_2)\,\boldsymbol{\varphi}_5\,\Phi_0\,\delta l)\,\overline{\psi}\,i\,\gamma_5\,\boldsymbol{\tau}\,\psi = 0 \\
&\qquad\text{où}\quad \boldsymbol{\varepsilon}_3 \equiv (0, 0, 1)\,;\ -\,\boldsymbol{\Theta}_5 \equiv (\varphi_{2,5}, -\,\varphi_{1,5}, 0).
\end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

[e]) A condition que $\boldsymbol{\Phi}'(l)$ et $\boldsymbol{\Phi}''(l)$ soient tels que l'interaction conserve la charge.

L'équation (4a), multipliée par $\boldsymbol{\varphi}$, donne $2\,\eta\,\boldsymbol{\varphi}^2\,\delta l\cdot c_5 = 0$ d'où $c_5 = 0$. Ceci implique alors $\boldsymbol{\varphi}_5 \times \boldsymbol{\Phi}_5'' = 0$, donc $\boldsymbol{\Phi}_5'' = \lambda \boldsymbol{\varphi}_5$ 1a) et 4b) donnent maintenant

$$\left.\begin{aligned} \Phi_0 &= A\cos(2\,\eta\,\overline{\varphi}\,l) + B\sin(2\,\eta\,\overline{\varphi}\,l) \\ \boldsymbol{\Phi}_5'' &= \frac{m_1+m_2}{2}\,[-A\sin(2\,\eta\,\overline{\varphi}\,l) + B\cos(2\,\eta\,\overline{\varphi}\,l)]\,\frac{\boldsymbol{\varphi}_5}{\overline{\varphi}} \end{aligned}\right\} \qquad (16')$$

3a) multiplié par $\boldsymbol{\varphi}_5$ montre que $2\,\eta\,\overline{\psi}^2\,\delta l\cdot d_5 = 1/2\,(m_1 - m_2)\,\varphi_{3,5}\,\delta\Phi_0$, d'où

$$d_5 = \frac{m_1-m_2}{2}\,[-A\sin(2\,\eta\,\overline{\varphi}\,l) + B\cos(2\,\eta\,\overline{\varphi}\,l)]\,\frac{\varphi_{3,5}}{\overline{\varphi}} \qquad (16'')$$

expression qui satisfait à 2b). Enfin, de 3b), 2a) et 3a) on tire

$$\boldsymbol{\Phi}_5' = \frac{m_1-m_2}{2}\cdot\frac{\xi}{\eta}\,[-A\sin(2\,\eta\,\overline{\varphi}\,l) + B\cos(2\,\eta\,\overline{\varphi}\,l)]\,\frac{\boldsymbol{\Theta}_5}{\overline{\varphi}}; \quad (\xi^2 = \eta^2) \qquad (16''')$$

Dans ces expressions, A et B sont des constantes d'intégration indépendantes de l, mais peuvent encore être des fonctions (scalaires) de $\boldsymbol{\varphi}_{5,i}$. Pour $l = 0$ on obtient une interaction linéaire en $\varphi_{5,i}$ en posant $A = -1$ et $B = 2\,\overline{\varphi}\,(m_1 + m_2)^{-1}\,g$.

En résumé, l'invariance de $L_s + L_{ps}$ par rapport à la transformation (12) impose l'existence des fonctions données par (16). (16) et (14) montrent alors que l'interaction est invariante sous PC et, lorsque $m_1 = m_2$ ($d_5 = \boldsymbol{\Phi}_5' = 0$), elle conserve la parité et le spin isotopique. Remarquons que $\boldsymbol{\Phi}_5''$, d_5 et $\boldsymbol{\Phi}_5'$ ont en commun le facteur $\overline{\Phi} = -A\sin(2\,\eta\,\overline{\varphi}\,l) + B\cos(2\,\eta\,\varphi\,l)$ tel que $\Phi_0^2 + \overline{\Phi}^2 = A^2 + B^2$ est invariant (indépendant de l). Pour $m_1 = m_2$ cet invariant devient $\Phi_0^2 + 1/m^2\,\boldsymbol{\Phi}_5''^2$ (car $\boldsymbol{\varphi}_5{}^2 \equiv \overline{\varphi}^2$).

Il nous reste maintenant à examiner la transformation des termes de la Lagrangienne totale contenant γ_μ en facteur. Ces termes ne nous apprendront rien de neuf quant à l'interaction, puisque nous avons fait l'hypothèse

$$L_{pv}(0) = L_v(0) = 0 \qquad (17)$$

donc que l'interaction avec le méson π est pseudoscalaire. Il nous suffit donc de déterminer L_{pv} et L_v de manière à satisfaire (17) et assurer l'invariance de la Lagrangienne. Rappelons que la partie libre L_0 des Fermions et leur interaction électromagnétique L_0 s'écrivent respectivement

$$L_0 = -\frac{1}{2}\,[\overline{\psi}\,\gamma_\mu\,\partial_\mu\,\psi - \partial_\mu\,\overline{\psi}\,\gamma_\mu\,\psi] \qquad (18')$$

$$L_e = i\,e\,\overline{\psi}\,\gamma_\mu\,A_\mu\,\frac{1+\tau_3}{2}\,\psi \qquad (18'')$$

Comme la transformation (12) est continue, la présence des dérivées dans (18') exige l'introduction de fonctions $\boldsymbol{\Phi}_{\mu 5}(l, \varphi)$ dans L_{pv}. Remarquons qu'au moyen de $\boldsymbol{\varphi}_5$ on peut former le pseudovecteur $\partial_\mu \boldsymbol{\varphi}_5$ et le vecteur $\boldsymbol{\varphi}_5 \times \partial_\mu \boldsymbol{\varphi}_5$. Ecrivons, à titre d'essai, pour l'interaction:

$$L_{pv} = i\,\overline{\psi}\,\boldsymbol{\tau}\,(\boldsymbol{\Phi}'_{\mu 5} + \boldsymbol{\Phi}''_{\mu 5}\,\gamma_5)\,\gamma_\mu\,\psi \tag{18'''}$$

$$L_v = i\,\overline{\psi}\,\boldsymbol{\tau}\,(\boldsymbol{\Phi}'_{\mu} + \boldsymbol{\Phi}''_{\mu}\,\gamma_5)\,\gamma_\mu\,\psi \tag{18''''}$$

La variation de ces termes est analogue à (3a) et $\delta\,(L_0 + L_e + L_{pv} + L_v) = 0$ donne les équations (voir (4)):

$$\left.\begin{aligned}
\delta\boldsymbol{\Phi}'_{\mu 5} &= 2\,\boldsymbol{\varphi}_5 \times (\boldsymbol{\Phi}''_{\mu}\,\eta - \boldsymbol{\Phi}'_{\mu}\,\xi)\,\delta l + \xi\,[\partial_\mu(\boldsymbol{\varphi}_5\,\delta l) + e\,A_\mu\,\boldsymbol{\Theta}_5\,\delta l] \\
\delta\boldsymbol{\Phi}''_{\mu 5} &= 2\,\boldsymbol{\varphi}_5 \times (\boldsymbol{\Phi}'_{\mu}\,\eta - \boldsymbol{\Phi}''_{\mu}\,\xi)\,\delta l - \eta\,[\partial_\mu(\boldsymbol{\varphi}_5\,\partial l) + e\,A_\mu\,\boldsymbol{\Theta}_5\,\delta l] \\
\delta\boldsymbol{\Phi}'_{\mu} &= 2\,\boldsymbol{\varphi}_5 \times (\boldsymbol{\Phi}''_{\mu 5}\,\eta - \boldsymbol{\Phi}'_{\mu 5}\,\xi)\,\delta l \\
\delta\boldsymbol{\Phi}''_{\mu} &= 2\,\boldsymbol{\varphi}_5 \times (\boldsymbol{\Phi}'_{\mu 5}\,\eta - \boldsymbol{\Phi}''_{\mu 5}\,\xi)\,\delta l
\end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Les deux dernières équations montrent la nécessité d'indroduire L_v (car $\boldsymbol{\varphi}_5 \times (\boldsymbol{\Phi}''_{\mu 5}\,\eta - \boldsymbol{\Phi}'_{\mu 5}\,\xi) = 0$ n'est pas compatible avec les deux premières équations), la première équation celle d'introduire $\boldsymbol{\Phi}_{\mu 5}$ (après multiplication scalaire avec $\boldsymbol{\varphi}_5$ on obtiendrait $\xi\,(\boldsymbol{\varphi}_5\,\partial_\mu\,\boldsymbol{\varphi}_5\,\delta l + e\,A_\mu\,\boldsymbol{\Theta}_5\,\boldsymbol{\varphi}_5\,\delta l) = 0$ si $\boldsymbol{\Phi}_{\mu 5} = 0$). Les équations (19) possèdent une solution, ce qui justifie l'essai (18''') et (18''''):

$$\left.\begin{aligned}
\boldsymbol{\Phi}'_{\mu} &= \frac{1}{2\,\overline{\varphi}^2}\,(\partial_\mu\,\boldsymbol{\varphi}_5 + e\,A_\mu\,\boldsymbol{\Theta}_5) \times \boldsymbol{\varphi}_5 + \boldsymbol{\alpha}_\mu \cos\,[(\xi+\eta)\,2\,\overline{\varphi}\,l] \\
&\quad + \boldsymbol{\beta}_\mu \sin\,[(\xi+\eta)\,2\,\overline{\psi}\,l] + \boldsymbol{\gamma}_\mu \cos\,[(\xi-\eta)\,2\,\overline{\varphi}\,l] \\
&\quad + \boldsymbol{\delta}_\mu \sin\,[(\xi-\eta)\,2\,\overline{\varphi}\,l] + \eta_{\mu 5}\,\boldsymbol{\varphi}_5 \\
\boldsymbol{\Phi}''_{\mu} &= -\boldsymbol{\alpha}_\mu \cos\,[(\xi+\eta)\,2\,\overline{\varphi}\,l] - \boldsymbol{\beta}_\mu \sin\,[(\xi+\eta)\,2\,\overline{\varphi}\,l] \\
&\quad + \boldsymbol{\gamma}_\mu \cos\,[(\xi-\eta)\,2\,\overline{\varphi}\,l] + \boldsymbol{\delta}_\mu \sin\,[(\xi-\eta)\,2\,\overline{\varphi}\,l] + \chi_{\mu 5}\,\boldsymbol{\varphi}_5 \\
\boldsymbol{\Phi}'_{\mu 5} &= \xi\,[\partial_\mu(\boldsymbol{\varphi}_5\,l) + e\,A_\mu\,\boldsymbol{\Theta}_5\,l] + 2\,\boldsymbol{\varphi}_5 \times \int dl\,(\boldsymbol{\Phi}''_{\mu}\,\eta - \boldsymbol{\Phi}'_{\mu}\,\xi) \\
\boldsymbol{\Phi}''_{\mu 5} &= -\eta\,[\partial_\mu(\boldsymbol{\varphi}_5\,l) + e\,A_\mu\,\boldsymbol{\Theta}_5\,l] + 2\,\boldsymbol{\varphi}_5 \times \int dl\,(\boldsymbol{\Phi}'_{\mu}\,\eta - \boldsymbol{\Phi}''_{\mu}\,\xi)
\end{aligned}\right\} \tag{20}$$

$\boldsymbol{\alpha}_\mu, \boldsymbol{\beta}_\mu, \boldsymbol{\gamma}_\mu, \boldsymbol{\delta}_\mu, \eta_{\mu 5}, \chi_{\mu 5}$ sont des constantes d'intégration avec $\boldsymbol{\alpha}_\mu \cdot \boldsymbol{\varphi}_5 = 0$ $\boldsymbol{\beta}_\mu \cdot \boldsymbol{\varphi}_5 = 0$, etc.

L'analogie de ces solutions avec les expressions (6) du paragraphe précédent saute aux yeux. Montrons comment on peut en extraire les solutions qui satisfont (17):

Posons $\boldsymbol{\alpha}_\mu = \boldsymbol{\gamma}_\mu = -\,(2\overline{\varphi})^{-2}\,(\partial_\mu\,\boldsymbol{\varphi}_5 + e\,A_\mu\,\boldsymbol{\Theta}_5) \times \boldsymbol{\varphi}_5$; $\eta_{\mu 5} = \chi_{\mu 5} = \boldsymbol{\beta}_\mu = \boldsymbol{\delta}_\mu = 0$

Pour $\xi = \eta = 1/2\,f$ (20) et (21) donnent:

$$\left.\begin{aligned}
\boldsymbol{\Phi}'_{\mu} &= \frac{1}{2\,\overline{\varphi}^2}\,[(\partial_\mu\,\boldsymbol{\varphi}_5 + e\,A_\mu\,\boldsymbol{\Theta}_5)\times\boldsymbol{\varphi}_5]\,\bigl(1-\cos(2\,f\,\overline{\varphi}\,l)\bigr)\\
\boldsymbol{\Phi}''_{\mu} &= -\,\boldsymbol{\Phi}'_{\mu}\\
\boldsymbol{\Phi}''_{\mu 5} &= -f\,[\partial_\mu(\boldsymbol{\varphi}_5\,l) + e\,A_\mu\,\boldsymbol{\Theta}_5\,l]\\
&\quad - \frac{f}{2\,\overline{\varphi}^2}\,[(\partial_\mu\,\boldsymbol{\varphi}_5 + e\,A_\mu\,\boldsymbol{\Theta}_5)\times\boldsymbol{\varphi}_5]\times\boldsymbol{\varphi}_5\left(l-\frac{\sin(2\,f\,\overline{\varphi}\,l)}{2\,f\,\overline{\varphi}}\right)\\
\boldsymbol{\Phi}'_{\mu 5} &= -\,\boldsymbol{\Phi}''_{\mu 5}
\end{aligned}\right\} \qquad (22)$$

Pour $\xi = -\eta = -1/2\,f$ on obtient les mêmes expressions pour $\boldsymbol{\Phi}'_\mu$ et $\boldsymbol{\Phi}''_{\mu 5}$, mais des signes opposés pour $\boldsymbol{\Phi}''_\mu$ et $\boldsymbol{\Phi}'_{\mu 5}$: $\boldsymbol{\Phi}'_\mu = +\,\boldsymbol{\Phi}''_\mu$. Les solutions (22) pour $\boldsymbol{\Phi}'_\mu$ et $\boldsymbol{\Phi}''_{\mu 5}$ sont identiques aux solutions correspondantes (11) du paragraphe précédent.

Les interactions (18‴) et (18⁗), apparemment, ne conservent pas la parité. Cependant, pour $m_1 = m_2$, L_{ps} conserve la parité, et, comme $L_{pv}(0) = L_v(0) = 0$, la Lagrangienne totale la conserve aussi. Grâce à l'invariance, il en sera de même pour tout l, en particulier pour l' tel que $L_{ps}(l') = 0$. On a donc ici l'exemple d'une interaction PV ne conservant pas la parité, qui est équivalente (en première approximation) à une interaction PS conservant la parité.

L'invariance de la Lagrangienne nous permet de formuler le théorème d'équivalence. Dans (16), posons $A = -1$, $B = 2g\,\overline{\varphi}\,(m_1 + m_2)^{-1}$. Avec ce choix, on obtient pour $l = 0$:

$$\left.\begin{aligned}
L_s(0) &= -m_1\,\overline{\psi}\,\frac{1+\tau_3}{2}\,\psi - m_2\,\overline{\psi}\,\frac{1-\tau_3}{2}\,\psi\\
L_{ps}(0) &= \overline{\psi}\left[i\,g\,\boldsymbol{\tau}\,\boldsymbol{\varphi}_5\,\gamma_5 - \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\,g\left(\frac{\xi}{\eta}\,\boldsymbol{\tau}\,\boldsymbol{\Theta}_5 + i\,\varphi_{3,5}\,\gamma_5\right)\right]\psi
\end{aligned}\right\} \qquad (23)$$

$L_{ps} = 0$ pour $\mathrm{tg}(2\,f\,\overline{\varphi}\,l) = A/B = -2\,g\,\overline{\varphi}\,(m_1 + m_2)^{-1}$. Pour cette valeur de l, L_{pv} vaut en 1^re approximation:

$$L_{pv}(l') = i\,f\,\frac{g}{(m_1+m_2)\,f}\,\overline{\psi}\left(-\,\frac{\xi}{\eta} + \gamma_5\right)\gamma_\mu\,\boldsymbol{\tau}\,\partial_\mu\,\boldsymbol{\varphi}_5\,\psi\,.$$

Nous avons donc équivalence pour $g = (m_1 + m_2)f$. Le coefficient du terme de L_{ps} qui ne conserve pas la parité vaut, pour $l = 0$: $(m_1 - m_2)$ $(m_1 + m_2)^{-1}\,g = (m_1 - m_2)f$. Lorsque $m_1 = m_2$, ce coefficient est nul, et $g = 2\,mf$. Pour $m_1 = 0$ (neutrino), il vaut $\pm\,g$.

4. Interactions de Fermi

Dans ce paragraphe, nous allons voir que le postulat de l'invariance de la Lagrangienne totale sous la transformation (12) a des conséquences intéressantes pour les interactions de Fermi. A cet effet nous groupons les Fermions en paires $\psi_j = (p, n)$, $(\nu\,e)$, $(\nu\mu)$, où ψ_j sont des spineurs à deux composantes dans l'espace de charge. Ceci n'implique pas que les masses des particules d'une paire soient égales. On peut en effet écrire pour le terme d'inertie de chaque paire ψ_j l'expression (14'):

$$L_s^{(j)} = m_1^{(j)} \Phi_0^{(j)}(l)\, \overline{\psi}_j(l)\, \frac{1+\tau_3}{2}\, \psi_j(l) + m_2^{(j)} \Phi_0^{(j)}(l)\, \overline{\psi}_j\, \frac{1-\tau_3}{2}\, \psi_j(l) \qquad (14')$$

Cependant, comme le neutrino apparaît dans plusieurs paires, donc dans plusieurs $L_s^{(j)}$, sa masse doit être nulle. Il va sans dire que les opérateurs $\boldsymbol{\tau}$ n'ont, dans cette expression et dans les suivantes, qu'une signification formelle, donnée par leur action sur les ψ_j.

Nous postulons maintenant l'invariance de la Lagrangienne totale lorsque chaque paire est soumise à la transformation (12):

$$\delta\psi_j = i\,(\xi + \eta\,\gamma_5)\, \boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\varphi}_5\, \psi_j\, \delta l\, (\xi^2 = \eta^2) \qquad (12)$$

La Lagrangienne que nous considérons est la suivante:

1⁰ Système nucléons – mésons π [f])

2⁰ Partie libre des leptons [f])

3⁰ Interactions de FERMI des paires ψ_j.

1⁰ a été décrit au paragraphe précédent dans les équations (23) (avec $m_1 = m_2$), (18) et (22).

2⁰ il est possible d'exclure, si on le désire, l'interaction directe des leptons avec le méson π. Il suffit de poser, dans (14) et (16), $m_1 = 0$, $A = -1$, $B = 0$, ce qui est possible, puisque A et B ne dépendent pas du paramètre l. Ceci donne, pour $l = 0$,

$$L_s(0) + L_{ps}(0) = -\frac{1}{2}\, m_2\, \overline{\psi}_j\, (1 - \tau_3)\, \psi_j = -\, m_e\, \overline{\psi}_e\, \psi_e,$$

pour l'électron, par exemple). La désintégration du méson π se fait alors par l'intermédiaire d'une paire virtuelle de nucléons:

$$\pi^+ \to p + \overline{n} \to \mu^+ + \nu \text{ ou } e^+ + \nu.$$

(18) et (22) restent valables pour les termes vectoriels.

3⁰ Considérons maintenant l'interaction de FERMI L_F:

$$L_F = [\overline{\psi}_i\, O_r\, \tau_+\, \psi_i]\, [\overline{\psi}_j\, O_r (a_r + b_r\, \gamma_5)\, \tau_-\, \psi_j] + h.\,c. \qquad (24)$$

$$O_r = 1,\, \gamma_5,\, \gamma_{\mu\nu},\, \gamma_\mu,\, \gamma_\mu\, \gamma_5 \quad (\gamma_\mu = \gamma_\mu^+)$$

Lorsque $\xi = \eta = 1/2\, f$ dans (12), on obtient pour la variation de L_F:

$$\begin{aligned}\delta L_F = \frac{1}{2}\, i\, f\, \delta l\, \{&[\overline{\psi}_i (-1)\, (1 - \gamma_5)\, O_r\, \boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\varphi}\, \tau_+\, \psi_i]\, [\overline{\psi}_j\, O_r (a_r + b_r\, \gamma_5)\, \tau_-\, \psi_j] \\ &+ [\overline{\psi}_i\, O_r (1 + \gamma_5)\, \tau_+\, \boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\varphi}\, \psi_i]\, [\overline{\psi}_j\, O_r\, (a_r + b_r\, \gamma_5)\, \tau_-\, \psi_j] \\ &+ [\overline{\psi}_i\, O_r\, \tau_+\, \psi_i]\, [\overline{\psi}_j (-1)\, (1 - \gamma_5)\, O_r (a_r + b_r\, \gamma_5)\, \boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\varphi}\, \tau_-\, \psi_j] \\ &+ [\overline{\psi}_i\, O_r\, \tau_+\, \psi_i]\, [\overline{\psi}_j\, O_r (1 + \gamma_5)\, (a_r + b_r\, \gamma_5)\, \tau_-\, \boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\varphi}\, \psi_j]\} \\ &+ h.\,c.\end{aligned}$$

---

f) Avec leurs interactions électromagnétiques.

Il est élémentaire, mais fastidieux, de montrer que seule une combinaison particulière de V et A est invariante. Nous allons, à titre d'exemple, écrire quelques termes de δL_F [g]).

Deux termes typiques de δL_F pour $O_r = 1, \gamma_5$, sont respectivement:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{1}{2}\, i\, f\, \delta l \cdot (-\sqrt{2}\,\varphi^*)\, [\overline{\psi}_i\, \tau_+\, \psi_i]\, [\overline{\psi}_j\, (a_s + b_s\, \gamma_5)\, \tau_3\, \psi_j] \text{ et}\\ &\frac{1}{2}\, i\, f\, \delta l \cdot (-\sqrt{2}\,\varphi^*)\, [\overline{\psi}_i\, \gamma_5\, \tau_+\, \psi_i]\, [\overline{\psi}_j\, (a_{PS}\, \gamma_5 + b_{PS})\, \tau_3\, \psi_j]\end{aligned}\right\} \quad (26)$$

qui ne sont compensés par aucun autre terme. Les expressions correspondantes pour $O_r = \gamma_\mu, \gamma_\mu\, \gamma_5$ sont resp.:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{1}{2}\, i\, f\, \delta l \cdot \left(-\sqrt{2}\,\varphi^*\right)\, [\overline{\psi}_i\, \gamma_\mu\, \tau_+\, \psi_i]\\ &\qquad\qquad \cdot [\overline{\psi}_j\, \gamma_\mu (a_V + b_V\, \gamma_5)\, (1 + \gamma_5)\, \tau_3\, \psi_j] \text{ resp.}\\ &\frac{1}{2}\, i\, f\, \delta l \cdot \left(-\sqrt{2}\,\varphi^*\right)\, [\overline{\psi}_i\, \gamma_\mu\, \gamma_5\, \tau_+\, \psi_i]\\ &\qquad\qquad \cdot [\overline{\psi}_j\, \gamma_\mu (a_A + b_A\, \gamma_5)\, (1 + \gamma_5)\, \tau_3\, \psi_j]\end{aligned}\right\} \quad (27)$$

qui sont nulles pour $a_v = - b_v$; $a_A = - b_A$. Considérons encore deux autres termes de $\delta\, L_F$ pour $O_r = \gamma_\mu, \gamma_\mu\, \gamma_5$:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{1}{2}\, i\, f\, \delta l \cdot \left(\sqrt{2}\,\varphi\right)\, [\overline{\psi}_i\, \gamma_\mu (1 + \gamma_5)\, \tau_3\, \psi_i]\\ &\qquad\qquad \cdot [\overline{\psi}_j\, \gamma_\mu (a_V + b_V\, \gamma_5)\, \boldsymbol{\tau}\, \psi_j] \text{ resp.}\\ &\frac{1}{2}\, i\, f\, \delta l \cdot \left(\sqrt{2}\,\varphi\right)\, [\overline{\psi}_i\, \gamma_\mu (1 + \gamma_5)\, \tau_3\, \psi_i]\, [\overline{\psi}_j\, \gamma_\mu (a_A\, \gamma_5 + b_A)\, \tau_{-} \psi_j]\end{aligned}\right\} \quad (28)$$

qui se compensent pour $a_V = -b_A$ et $b_V = -a_A$, d'où

$$a_V = a_A = -b_V = -b_A$$

Finalement, le calcul complet montre que pour $\xi = \eta$ *resp.* $\xi = -\eta$, la seule forme invariante de L_F est:

$$a\, [\overline{\psi}_i\, \gamma_\mu (1 - \gamma_5)\, \tau_+\, \psi_i]\, [\overline{\psi}_j\, \gamma_\mu (1 - \gamma_5)\, \tau_-\, \psi_j] + h.\, c.\ resp. \quad (29)$$

$$a\, [\overline{\psi}_i\, \gamma_\mu (1 + \gamma_5)\, \tau_+\, \psi_i]\, [\overline{\psi}_j\, \gamma_\mu (1 + \gamma_5)\, \tau_-\, \psi_j] + h.\, c. \quad (30)$$

Bludman[4]) a considéré une transformation analogue à (12), où $\boldsymbol{\varphi}_5\, \delta l$ est remplacé par $\boldsymbol{\delta\omega}$, vecteur indépendant de x. En plus, il postule que les interactions de Fermi résultent de l'interaction du courant $\boldsymbol{J}_\mu$ avec lui-même, où $\boldsymbol{J}_\mu$ est donné par

$$\boldsymbol{J}_\mu = \sum_j i\, \overline{\psi}_j\, \gamma_\mu\, \frac{1}{2}\, (1 + \gamma_5)\, \boldsymbol{\tau}\, \psi_j$$

---

[g]) Pour le calcul de δL_F on utilisera

$$[\boldsymbol{\tau}\,\boldsymbol{\varphi}, \tau_+]_- = \sqrt{2}\, \tau_3\, \varphi - 2\, \varphi_3\, \tau_+ \qquad [\boldsymbol{\tau}\,\boldsymbol{\varphi}, \tau_+]_+ = \sqrt{2}\, \varphi$$

$$[\boldsymbol{\tau}\,\boldsymbol{\varphi}, \tau_-]_- = -\sqrt{2}\, \tau_3\, \varphi^* + 2\, \varphi_3\, \tau_- \qquad [\boldsymbol{\tau}\,\boldsymbol{\varphi}, \tau_-]_+ = \sqrt{2}\, \varphi^*$$

$$L_F = G\, \boldsymbol{J}_\mu \cdot \boldsymbol{J}_\mu = \sum_{i,j} \left\{ G\, [\overline{\psi}_i\, \gamma_\mu (1+\gamma_5)\, \tau_+\, \psi_i]\, [\overline{\psi}_j\, \gamma_\mu (1+\gamma_5)\, \tau_-\, \psi_j] + \frac{G}{4}\, [\overline{\psi}_i\, \gamma_\mu (1+\gamma_5)\, \tau_3\, \psi_i] \cdot [\overline{\psi}_j\, \gamma_\mu\, (1+\gamma_5)\, \tau_3\, \psi_i] \right\} \tag{31}$$

Si l'on postule seulement l'invariance sous la transformation (12), on arrive aux conclusions suivantes: 1⁰ En excluant les termes de (31) contenant τ_3, seul (29) est invariant pour $\xi = \eta$, *ou* (30) pour $\xi = -\eta$; 2⁰ En admettant les termes avec τ_3, (31) est invariant, mais les deux signes devant γ_5 sont possibles, ceci aussi bien pour $\xi = \eta$ que pour $\xi = -\eta$. Lorsque $\xi = \eta$, par exemple, les termes (27) sont nuls pour $a_V = -b_V$, $a_A = -b_A$. Pour $a_V = b_V$ et $a_A = b_A$, ils ne sont pas nuls, mais compensés par la variations du dernier terme de (31). Le raisonnement est inverse pour $\xi = -\eta$ (remplacer $1+\gamma_5$ par $1-\gamma_5$ dans (27)).

5. Interactions fortes des particules étranges

Il est intéressant de voir s'il existe un groupe analogue au groupe (12) s'appliquant à d'autres interactions fortes où intervient le méson π.

Considérons l'interaction de YUKAWA entre Λ, Σ et π, conservant le spin isotopique:

$$L_{ps} = \overline{\boldsymbol{\Sigma}}\, \boldsymbol{\pi}_5 (a_2 + i\, b_2\, \gamma_5)\, \Lambda^0 + h.\, c. + \frac{1}{i}\, \overline{\boldsymbol{\Sigma}} (a_3 + i\, b_3\, \gamma_5)\, \boldsymbol{\Sigma} \times \boldsymbol{\pi} \tag{30}$$

Une forme particulière de (30) est aisée à discuter: c'est celle où l'on fait les hypothèses de la symétrie restreinte:

1⁰ Les masses nues de Λ^0 et de Σ sont égales.

2⁰ $a_2 = a_3$, $b_2 = b_3$.

On est alors amené à poser

$$Y^0 \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\, (\Lambda^0 - \Sigma^0)\quad Z^0 \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\, (\Lambda^0 + \Sigma^0)\quad \psi_1 \equiv \begin{pmatrix} \Sigma^+ \\ Y^0 \end{pmatrix}\quad \psi_2 \equiv \begin{pmatrix} Z^0 \\ \Sigma^- \end{pmatrix} \tag{31}$$

Cherchons l'expression de (30) en fonction des grandeurs définies en (31)

$$\frac{1}{i}\, \overline{\boldsymbol{\Sigma}} \times \boldsymbol{\Sigma} \cdot \boldsymbol{\pi} = \frac{1}{i}\, (\overline{\Sigma}_2\, \Sigma_3 - \overline{\Sigma}_3\, \Sigma_2)\, \pi_1 + \frac{1}{i}\, (\overline{\Sigma}_3\, \Sigma_1 - \overline{\Sigma}_1\, \Sigma_3)\, \pi_2 + \frac{1}{i}\, (\overline{\Sigma}_1\, \Sigma_2 - \overline{\Sigma}_2\, \Sigma_1)\, \pi_3$$

avec $\quad \pi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\, (\pi^+ + \pi^-)\quad \pi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\, (\pi^+ - \pi^-)\quad \pi_3 = \pi^0$

$$\Sigma_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\, (\Sigma^+ + \Sigma^-), \text{ etc.}$$

$$\frac{1}{i}\,\overline{\boldsymbol{\Sigma}} \times \boldsymbol{\Sigma}\cdot\boldsymbol{\pi} = (\overline{\Sigma^0}\,\Sigma^- - \overline{\Sigma^+}\,\Sigma^0)\,\pi^+ + (\overline{\Sigma^-}\,\Sigma^0 - \overline{\Sigma^0}\,\Sigma^+)\,\pi^- + (\overline{\Sigma^+}\,\Sigma^+ - \overline{\Sigma^-}\,\Sigma^-)\,\pi^0$$

$$\overline{\boldsymbol{\Sigma}}\,\boldsymbol{\pi}\,\Lambda^0 = \qquad + \overline{\Sigma^+}\,\Lambda^0\,\pi^+ + \overline{\Sigma^-}\,\Lambda^0\,\pi^- \qquad + \overline{\Sigma^0}\,\Lambda^0\,\pi^0$$

$$\overline{\Lambda^0}\,\boldsymbol{\Sigma}\,\boldsymbol{\pi} = \overline{\Lambda^0}\,\Sigma^-\,\pi^+ \qquad + \overline{\Lambda^0}\,\Sigma^+\,\pi^- + \overline{\Lambda^0}\,\Sigma^0\,\pi^0$$

$$\frac{1}{i}\,\overline{\boldsymbol{\Sigma}} \times \boldsymbol{\Sigma}\cdot\boldsymbol{\pi} + \overline{\boldsymbol{\Sigma}}\,\boldsymbol{\pi}\,\Lambda^0 + \overline{\Lambda^0}\,\boldsymbol{\Sigma}\,\boldsymbol{\pi} =$$

$$= \sqrt{2}\;\overline{\Sigma^+}\,\pi^+\,\frac{1}{\sqrt{2}}\,(\Lambda^0 - \Sigma^0) + \sqrt{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\,(\overline{\Lambda^0} - \overline{\Sigma^0})\,\pi^-\,\Sigma^+$$

$$+ \overline{\Sigma^+}\,\Sigma^+\,\pi^0 - \frac{1}{\sqrt{2}}\,(\overline{\Lambda^0} - \overline{\Sigma^0})\,\pi^0\,\frac{1}{\sqrt{2}}\,(\Lambda^0 - \Sigma^0)$$

$$+ \sqrt{2}\,\frac{1}{\sqrt{2}}\,(\overline{\Sigma^0} + \overline{\Lambda^0})\,\pi^+\,\Sigma^- + \sqrt{2}\;\overline{\Sigma^-}\,\pi^-\,\frac{\Lambda^\circ + \Sigma^\circ}{\sqrt{2}} - \overline{\Sigma} - \Sigma\,\pi^0$$

$$+ \frac{\overline{\Lambda^0} + \overline{\Sigma^0}}{\sqrt{2}}\,\pi^0\,\frac{\Lambda^0 + \Sigma^0}{\sqrt{2}} = \overline{\psi}_1\,\boldsymbol{\tau}\,\boldsymbol{\pi}\,\psi_1 + \overline{\psi}_2\,\boldsymbol{\tau}\,\boldsymbol{\pi}\,\psi_2$$

(30) devient donc:

$$L_{ps} = \overline{\psi}_1(a + i\,b\,\gamma_5)\,\boldsymbol{\tau}\,\boldsymbol{\pi}\,\psi_1 + \overline{\psi}_2(a + i\,b\,\gamma_5)\,\boldsymbol{\tau}\,\boldsymbol{\pi}\,\psi_2 \tag{32}$$

(32) se compose de deux termes qui sont chacun formellement identiques à (13b). Tous les raisonnements faits au paragraphe 3 s'appliquent à (32) si l'on exige l'invariance par rapport aux transformations

$$\delta\psi_j = i\,(\xi + \eta\,\gamma_5)\,\boldsymbol{\tau}\,\boldsymbol{\pi}_5\,\psi_j\,\delta l \quad j = 1,2 \tag{33}$$

(33) peut aussi s'écrire

$$\delta\boldsymbol{\Sigma} = (\xi + \eta\,\gamma_5)\,(i\,\boldsymbol{\pi}\,\Lambda + \boldsymbol{\Sigma} \times \boldsymbol{\pi})\,\delta l$$
$$\delta\Lambda = (\xi + \eta\,\gamma_5)\,i\,\boldsymbol{\pi}\,\boldsymbol{\Sigma}\,\delta l$$

Nous pouvons donc énoncer le théorème suivant:

Lorsque les interactions entre les particules Λ, Σ et π conservent le spin isotopique, satisfont aux conditions de la symétrie restreinte et sont invariantes par rapport au groupe de transformation mésonique (32), *elles sont nécessairement invariantes par rapport à P et C séparément.*

L'expérience ne permet pas encore de décider si les hypothèses de la symétrie restreinte sont valables.

6. Propriétés de la transformation mésonique

Cherchons d'abord les invariants de la transformation (12) $\delta\psi_j = i\,f\,1/2\,(1 \pm \gamma_5)\,\boldsymbol{\tau}\,\boldsymbol{\varphi}_5\,\psi_j\,\delta l$. En premier lieu, nous trouvons le courant nucléonique

$$i\,\overline{\psi}_j\,\gamma_\mu\,\psi_j = i\,\overline{\psi}_p\,\gamma_\mu\,\psi_p + i\,\overline{\psi}_n\,\gamma_\mu\,\psi_n \tag{33}$$

et des expressions semblables pour les paires (μ, ν), (e, ν), (Σ^+, Y^0), (Z^0, Σ^-). Un deuxième invariant est

$$i\,\overline{\psi}_j\,\gamma_5\,\gamma_\mu\,\psi_j \tag{34}$$

alors que $$\overline{\psi}_j \psi_j; \quad \overline{\psi}_j \gamma_5 \psi_j, \quad \overline{\psi}_j \gamma_{\mu\nu} \psi_j \tag{35}$$

ne sont pas invariants. (33), (34) et (35) ont pour conséquence la sélection de $V + A$ ou $V - A$ dans les interactions de FERMI.

Le courant électrique $J_e = i\, e\, \psi_j \gamma_\mu 1/2\, (1 + \tau_3)\, \psi_j$ est modifié de la quantité infinitésimale

$$\delta J_e = -\, i\, e\, f\, \overline{\psi}\, \tfrac{1}{2}\, (1 \pm \gamma_5)\, \gamma_\mu\, \boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\Theta}_5\, \psi\, \delta l; \quad \boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\Theta}_5 = -(\boldsymbol{\tau} \times \boldsymbol{\varphi})_3 \tag{36}$$

Ceci est heureux. En effet, si, pour $l = 0$ l'interaction de YUKAWA est purement pseudoscalaire, elle comporte des dérivées $\partial_\mu\, \boldsymbol{\varphi}_5$ pour $l \neq 0$. (36) a pour conséquence que tout terme $f\, \boldsymbol{\tau}\, \partial_\mu\, \boldsymbol{\varphi}_5$ est accompagné d'un terme $fe\, A_\mu\, \boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\Theta}_5$. Ainsi, l'invariance (22) assure *automatiquement* l'invariance de jauge.

Enfin, nous avons encore les invariants

$$\overline{\psi}\, (h\, \Phi_0 + i\, g\, \boldsymbol{\tau}\, \boldsymbol{\Phi}_5\, \gamma_5)\, \psi \quad \text{et} \quad \Phi_0^2 + \boldsymbol{\Phi}_5^2 \tag{37}$$

Φ_0 et $\boldsymbol{\Phi}_5$ donnés par (7) (voir aussi (16)) et le commentaire qui suit (37) montre comment les termes de masse sont couplés aux termes d'interaction pseudoscalaire par la transformation (12), qui peut s'exprimer comme une rotation dans l'espace sous-tendu par Φ_0 et $\boldsymbol{\Phi}_5$.

Si l'on fait abstraction du facteur $(1 \pm \gamma_5)$, (12) représente pour ψ une rotation d'angle $f\, \boldsymbol{\varphi}\, dl(x)$ dans l'espace isotopique. Cependant, Φ_0, $\boldsymbol{\Phi}_5$, $\boldsymbol{\Phi}_{\mu 5}$, $\boldsymbol{\Phi}_\mu$ ne sont pas affectés par cette rotation (par exemple $\boldsymbol{\Phi}_5 = A(l) \cdot \boldsymbol{\varphi}_5$ donc $\boldsymbol{\Phi}_5$ reste parallèle à $\boldsymbol{\varphi}_5$ lors de (12)). (12) n'entraîne donc pas nécessairement la conservation du spin isotopique.

La transformation (12) est continue. A toute invariance de ce type correspond une équation de continuité, $\partial_\mu J_\mu = 0$ (voir NOETHER et BLUDMAN)[5]).

Considérons la fonction $L(y^A, y^B, \ldots)$, où $y^A = \psi, \overline{\psi}, \Phi_0, \boldsymbol{\Phi}_5$, etc., invariante sous la transformation

$$\delta y^A = a^A\, \delta l + b^A_\mu\, \partial_\mu\, \delta l \tag{38}$$

où δl est le paramètre et a^A et b^A_μ des fonctions de x.

$$\begin{aligned}
\delta L = 0 &= \frac{\partial L}{\partial y^A}\, \delta y^A + \frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu\, y^A)}\, \delta (\partial_\mu\, y^A) \quad \text{avec sommation sur } A \\
&= \left(\frac{\partial L}{\partial y^A} - \partial_\mu\, \frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu\, y^A)}\right) \delta y^A + \partial_\mu \left[\frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu\, y^A)}\, \delta y^A\right] \\
&= [L]_A\, \delta y^A + \partial_\mu \left[\frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu\, y^A)}\, \delta y^A\right] \\
&= \left[[L]_A\, a^A - \partial_\mu([L]_A\, b_\mu)\right] \delta l + \\
&\qquad \partial_\mu \left[[L]_A\, b^A_\mu\, \delta l + \frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu\, y^A)}\, (a^A\, \delta l + b^A_\lambda\, \partial_\lambda\, \delta l)\right]
\end{aligned} \tag{39}$$

Les fonctions Φ^i ne satisfont pas à des équations de mouvement $[L]_{\Phi i}=0$. Cependant, elles satisfont aux identités

$$\sum_A \{[L]_A\, a^A - \partial_\mu\, ([L]_A\, b_\mu^A)\} = 0 \tag{40}$$

Considérons d'abord l'interaction, conservant la parité, des nucléons avec le méson neutre π^0. Nous avons alors la fonction $L(\psi, \overline{\psi}, \Phi_0, \Phi_5, \Phi_{\mu 5})$ suivante:

$$L = -\frac{1}{2}\,(\overline{\psi}\,\gamma_\mu\,\partial_\mu\,\psi - \partial_\mu\,\overline{\psi}\,\gamma_\mu\,\psi] + h\,\overline{\psi}\,\Phi_0\,\psi + i\,g\,\overline{\psi}\,\gamma_5\,\Phi_5\,\psi + i\,f\,\overline{\psi}\,\gamma_5\,\gamma_\mu\,\Phi_{\mu 5}\,\psi \tag{41}$$

invariante sous la transformation

$$\left.\begin{array}{l} \delta\psi = i\,f\,\gamma_5\,\varphi_5\,\psi\;\delta l \quad \delta\overline{\psi} = i\,f\,\overline{\psi}\,\gamma_5\,\varphi_5\;\delta l \quad \delta\Phi_0 = 2\,f\,g/h\,\Phi_5\,\varphi_5\;\delta l \\ \delta\Phi_5 = -2\,f\,h/g\,\Phi_0\,\varphi_5\;\delta l \quad \delta\Phi_{\mu 5} = -(\partial_\mu\,\varphi_5)\;\delta l - \varphi_5\,(\partial_\mu\,\delta l) \end{array}\right\} \tag{42}$$

Donc, dans (38)

$$a^\psi = i\,f\,\gamma_5\,\varphi_5\,\psi \quad a^{\overline{\psi}} = i\,f\,\overline{\psi}\,\gamma_5\,\varphi_5 \quad a^{\Phi_0} = \frac{2\,f\,g}{h}\,\Phi_5\,\varphi_5 \quad a^{\Phi_5} = \frac{2\,f\,h}{g}\,\Phi_0\,\varphi_5$$

$$a^{\Phi_{\mu 5}} = -\partial_\mu\,\varphi_5 \quad b^\psi = b^{\overline{\psi}} = b^{\Phi_0} = b^{\Phi_5} = 0 \quad b_\nu^{\Phi_{\mu 5}} = -\,\varphi_5\,\delta_{\mu\nu}.$$

Avec (41) et (42) on vérifie aisément (40). (39) devient alors:

$$\partial_\mu\left[[L]_A\,b_\mu^A\,\delta l + \frac{\partial L}{\partial\,(\partial_\mu\,y^A)}\,(a^A\,\delta l + b_\lambda^A\,\partial_\lambda\,\delta l)\right] = 0 \tag{43}$$

Comme δl, $\partial_\mu \delta l$, $\partial_\mu \partial_\lambda\,\delta l$ sont des variations indépendantes, (43) fournit les trois équations:

$$\partial_\mu\left[[L]_A\,b_\mu^A + \frac{\partial L}{\partial\,(\partial_\mu\,y^A)}\,a^A\right] = 0 \tag{44}$$

$$[L]_A\,b_\mu^A + \frac{\partial L}{\partial\,(\partial_\mu\,y^A)}\,a^A + \partial_\lambda\left(\frac{\partial L}{\partial\,(\partial_\mu\,y^A)}\,b_\mu^A\right) = 0 \tag{45}$$

$$\frac{1}{2}\left[\frac{\partial L}{\partial\,(\partial_\mu\,y^A)}\,b_\lambda^A + \frac{\partial L}{\partial\,(\partial_\lambda\,y^A)}\,b_\mu^A\right] = 0 \tag{46}$$

(44) donne l'équation de continuité cherchée, avec

$$J_\mu = [L]_A\,b_\mu^A + \frac{\partial L}{\partial\,(\partial_\mu\,y^A)}\,a^A \tag{47}$$

En définissant:

$$U_{\mu\lambda} = \frac{\partial L}{\partial\,(\partial_\mu\,y^A)}\,b_\lambda^A \tag{48}$$

(46) devient

$$U_{\mu\lambda} + U_{\lambda\mu} = 0 \tag{49}$$

et (45)

$$J_\mu = \partial_\lambda\,U_{\mu\lambda} \tag{50}$$

Cependant, en calculant J_μ au moyen de (41) et (42), on trouve $J_\mu = 0$. Ceci provient du fait que le seul $b_\mu^A \neq 0$ est $b_\mu^{\Phi\mu 5}$. Mais $\partial L/\partial(\partial_\mu \Phi_{\wedge 5}) = 0$.

La transformation générale (12) présente les mêmes propriétés. L'équation de continuité $\partial_\mu J_\mu = 0$ est donc triviale et ne fournit aucun résultat nouveau.

7. Conclusion

Le postulat d'invariance par rapport au groupe mésonique implique la conservation de la parité des interactions des nucléons avec les mésons π, la non-conservation de la parité des interactions de FERMI des nucléons avec les paires de leptons (μ, ν) et (e, ν), parmi lesquelles il sélectionne les formes $V + A$ ou $V - A$. Il établit donc une corrélation entre des faits expérimentaux qui n'avaient pas trouvé place, jusqu'ici, dans une théorie unifiée.

Il donne un critère qui permet de distinguer les interactions de YUKAWA qui conservent la parité de celles qui ne la conservent pas.

Ainsi les propriétés de symétrie des interactions des nucléons et des leptons, que l'expérience a établie jusqu'à ce jour, sont entièrement décrites par le postulat.

Enfin, il donne certaines indications concernant les interactions fortes des particules étranges.

Les auteurs remercient vivement le professeur E. C. G. STUECKELBERG, grâce auquel le présent travail a pu être mené à bien. L'un des deux (H. R.) remercie la division théorique du CERN pour son hospitalité.

Genève, le 28 mai 1959.

Bibliographie

[1]) H. Ruegg, Helv. Phys. Acta *32*, 256 (1959).
[2]) F. J. Dyson, Phys. Rev. *73*, 929 (1948); L. L. Foldy, Phys. Rev. *84*, 168 (1951).
[3]) E. Stueckelberg et A. Pétermann, Helv. Phys. Acta *26*, 499 (1953); A. Pétermann, Nucl. Phys. *3*, 592 (1957).
[4]) S. A. Bludman, Nuovo Cimento *9*, 433 (à958).
[5]) E. Noether, Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Heft 2, 235 (1918); S. A. Bludman, Phys. Rev. *100*, 372 (1955).