Zeitschrift:	Helvetica Physica Acta
Band:	38 (1965)
Heft:	III
Artikel:	Die Bestimmung des Wirkungsquerschnittes für die Elektronenpaarerzeugung im Felde eines Elektrons durch Gammaquanten der Energie 2,75 MeV
Autor:	Frei, Ch. J. / Staub, H.H. / Stüssi, H.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-113595

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. <u>Siehe Rechtliche Hinweise.</u>

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. <u>Voir Informations légales.</u>

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. <u>See Legal notice.</u>

Download PDF: 31.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Die Bestimmung des Wirkungsquerschnittes für die Elektronenpaarerzeugung im Felde eines Elektrons durch Gammaquanten der Energie 2,75 MeV

von Ch. J. Frei, H. H. Staub und H. Stüssi

Physik-Institut der Universität Zürich

(19. I. 65)

Summary: The integral pair production cross-section in the field of an electron near the threshold ($E \gamma = 2.75$ MeV) has been measured. The method applied is based upon the evaluation of the ratio of the electronic pair production cross-section to the nuclear cross-section. The measurement of this ratio can be achieved by determining the combined rate of the pairs and tripels in three different materials. In the present experiment beryllium, aluminium and selenium were used.

Representing the integral pair production cross-section per atom by

$$\sigma = \alpha r_0^2 (\Gamma_e Z + \Gamma_n Z^2 + \Gamma_m Z^4),$$

it is found that $\Gamma_e = 0.023 \pm 0.013$. This result lies between the theoretical values given by BORSELLINO and VOTRUBA but tends to VOTRUBA's lower value.

I. Einleitung

Kurz nach der Entdeckung des Positrons durch ANDERSON¹) im Jahre 1932 vermutete PERRIN²), dass die Elektronenpaarerzeugung durch Gammaquanten auch im Coulombfeld des Elektrons möglich sei. Unter Benützung des Energie- und Impulssatzes zeigte er, dass der Energieschwellenwert für diesen Prozess im Laborsystem $4 m_0 c^2$ beträgt. Im Endzustand liegen davon $2 m_0 c^2$ als Schwerpunktsenergie des $2 e^- + e^+$ -Tripels vor. Er vermutete, dass der Wirkungsquerschnitt derselbe sei wie für Paarerzeugung am Proton und dieselbe Energieabhängigkeit im Schwerpunktsystem zeige. Spätere theoretische³) und experimentelle⁴) Untersuchungen zeigten aber, dass der Wirkungsquerschnitt dieses Prozesses bei endlicher Gammaenergie viel kleiner ist und erst bei sehr hohen Energien ($E \gamma \approx 2000 m_0 c^2$) dem Wirkungsquerschnitt für Paarerzeugung am Proton gleich wird.

Zur Messung des interessierenden Wirkungsquerschnittes benützt man hauptsächlich zwei Methoden, die sich stark im möglichen Anwendungsbereich unterscheiden:

- 1. Messung des totalen Absorptionsquerschnittes mit nachfolgender Subtraktion aller störenden Anteile.
- 2. Bestimmung des Quotienten der Paarerzeugungsrate an den Hüllenelektronen zu derjenigen an den Atomkernen. Bei Kenntnis des Paarwirkungsquerschnittes am Kern lässt sich damit die interessierende Grösse ermitteln.

Die erste Methode kann nur im Bereich hoher Gammaenergien angewandt werden, wo die unerwünschten Absorptionsprozesse nicht sehr viel stärker sind als der zu messende Effekt. Für kleinere Energien überwiegen die Comptonprozesse zu stark.

Eine weitere Unterscheidung kann hinsichtlich der Art der Paarregistrierung getroffen werden. Verschiedene Autoren beobachten die Paare und Tripel in Wilsonkammern oder Photoemulsionen. Beiden Verfahren haftet der Nachteil an, dass Tripel, bei denen eines der Elektronen nur einen geringen Implus erhält, als Paare gezählt werden. Diese nur unsicher interpretierbare Impulsverteilung tritt aber schon wenig über der Schwellenenergie relativ häufig auf³).

Aus der Abhängigkeit des totalen Paarwirkungsquerschnittes von der Atomnummer Z lässt sich der gesuchte Quotient ebenfalls bestimmen. Die Registrierung der Paare kann entweder direkt durch einen magnetischen Paarspektrographen oder durch Erfassung der beiden simultanen, 180° korrelierten Annihilationsquanten des Positrons erfolgen. Die Messung führt dann zu einem differentiellen bzw. integralen Wirkungsquerschnitt.

Im vorliegenden Experiment gelangt die letztgenannte Methode zur Anwendung. Das Ziel der Arbeit besteht also darin, den integralen Wirkungsquerschnitt für Paarerzeugung im Felde eines Elektrons durch Gammaquanten der Energie 2,75 MeV, das heisst unmittelbar oberhalb der Schwellenenergie von 2,044 MeV, zu bestimmen.

II. Theorie der Paarerzeugung

a) Paarerzeugung am Kern

In der Theorie von BETHE und HEITLER⁵) über die Paarerzeugung durch Gammaquanten im Kernfeld wurde von der ersten Bornschen Näherung Gebrauch gemacht. Die Bedingung für deren Gültigkeit,

$$\frac{Z e^2}{\hbar v} \ll 1 , \qquad (1)$$

muss von beiden Teilchen des Paares erfüllt sein. Dabei bedeutet e die elektrische Elementarladung, \hbar das Plancksche Wirkungsquantum und v die Geschwindigkeit eines Elektrons. Für Gammaenergien nahe dem Schwellenwert 2 $m_0 c^2$ und Stoffe mit hohem Z wird man somit starke Abweichungen von dieser Theorie erwarten. Ohne Berücksichtigung von Abschirmungseffekten, die bei hohen Energien in Erscheinung treten, fanden die beiden Autoren eine quadratische Z-Abhängigkeit des Paarwirkungsquerschnittes.

$$\sigma = \alpha r_0^2 \Gamma_n Z^2 , \qquad (2)$$

 Γ_n bezeichnet eine reine Funktion der Quantenenergie E, während α die Feinstrukturkonstante und r_0 der klassische Elektronenradius bedeutet.

JAEGER und HULME⁶) bestimmten den Paarwirkungsquerschnitt am Kern für Gammaenergien bis zu einigen MeV unter Benützung der exakten Wellenfunktionen von Positron und Negatron. Die Form von σ wird dadurch folgendermassen modifiziert:

$$\sigma = \alpha r_0^2 \left(\Gamma_n Z^2 + \Gamma_m Z^4 \right). \tag{3}$$

 Γ_m hängt ebenfalls nur von E ab. Einige Autoren bestätigten diese Z-Abhängigkeit von σ bei mehreren Energien, insbesondere für 2,75 MeV Gammaquanten¹⁸).

b) Paarerzeugung am Elektron

Die ausgedehntesten und bekanntesten theoretischen Arbeiten über die Elektronenpaarerzeugung am Elektron stammen von BORSELLINO und VOTRUBA³). In beiden Theorien wurde die erste Bornsche Näherung benützt. Die Coulombwechselwirkung zwischen den Negatronen und dem Positron blieb unberücksichtigt.

BORSELLINO berechnete den Wirkungsquerschnitt für Paarerzeugung durch Gammaquanten im Felde eines Fermions der Masse m und der Ladung e. Er spezialisierte dann, indem er $m = m_0$ setzte ($m_0 =$ Elektronenruhemasse). Damit liess er den Beitrag des Austauscheffektes zwischen primärem und sekundärem Negatron zum Wirkungsquerschnitt ausser acht (Diagramme e) bis h) Figur 1). Ebenso wurde die Wechselwirkung des einfallenden Gammaquantes mit dem Fermion, in dessen Feld der Prozess stattfindet, vernachlässigt (Diagramme a) und b) Figur 1).



Fig. 1

VOTRUBA erfasste in seiner Rechnung beide Beiträge. Seine Schwellenwertformel ist damit innerhalb der Bornschen Näherung exakt und daher mit der Bethe-Heitler-Theorie vergleichbar.

Der Austauscheffekt verkleinert den Paarwirkungsquerschnitt, während der zweite Beitrag eine Zunahme bewirkt.

Bei hohen Energien sind beide Therme vernachlässigbar, werden aber nahe beim Schwellenwert bedeutungsvoll. Im letztgenannten Bereich dominiert der Austauscheffekt.

BORSELLINO gibt einen im gesamten Energiegebiet anwendbaren Ausdruck für σ an, während VOTRUBAS Formel des differentiellen Wirkungsquerschnittes wegen ihres Umfanges nur mit grossem Aufwand numerisch ausgewertet werden kann. Beide Autoren führen noch je zwei Grenzwertausdrücke bei hohen und tiefen Energien an,

von denen im Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit speziell die Schwellenwertbeziehungen interessieren. Die durch die Einheit αr_0^2 ausgedrückten Wirkungsquerschnitte für Paarerzeugung am Elektron lauten:

$$\Gamma_{e} = \frac{\pi \cdot \sqrt{3}}{2^{3} \cdot 3^{3}} \left(\frac{E}{m_{0} c^{2}} - 4 \right)^{2} : \text{BORSELLINO}$$

$$\Gamma_{e} = \frac{\pi \cdot \sqrt{3}}{2^{2} \cdot 3^{5}} \left(\frac{E}{m_{0} c^{2}} - 4 \right)^{2} : \text{VOTRUBA}$$

$$f \ddot{\text{ur}} \left(\frac{E}{m_{0} c^{2}} - 4 \right) \ll 1$$
(4)
(5)

Einerseits wegen der beschränkten Gültigkeit der Bornschen Näherung und anderseits wegen der vorgenommenen Extrapolation der Schwellenwertausdrücke können die aus (4) und (5) gewonnenen Werte von Γ_e nur grobe Abschätzungen sein³).

Man findet

$$\left. \begin{array}{l} \Gamma_{e} \left(\text{BORSELLINO, allgemeiner Ausdruck} \right) = 0,052 \\ \Gamma_{e} \left(\text{VOTRUBA, Schwellenwert extrapol.} \right) = 0,011 \end{array} \right\} \quad \text{für} \quad E = 2,75 \text{ MeV}.$$

III. Die Experimente

a) Frühere Experimente

OGLE und KRUGER⁷) beobachteten die Paar- und Tripelbildung in einer Wilsonkammer. Als Gammaquelle diente Na²⁴ ($E_{\gamma} = 2,75$ MeV). Wegen der geringen Zahl von auswertbaren Ereignissen konnten keine bedeutungsvollen Aussagen über das Verhältnis der Paarerzeugungsquerschnitte am Kern und am Elektron gemacht werden.

WALKER⁸) bestimmte bei $E_{\gamma} = 17.6 \text{ MeV}$ den interessierenden Quotienten und fand

$$rac{\sigma_{ ext{Paar El}}}{\sigma_{ ext{Paar Kern} (Z=1)}} = 0.8 \pm 0.3$$
 .

Seine Messungen wurden mit einem magnetischen Paarspektrometer ausgeführt. Der aus obigem Resultat folgende Wert von Γ_e stimmt innerhalb der grossen Unsicherheit mit der Theorie von BORSELLINO überein (Figur 6).

PHILLIPS und KRUGER⁹) benützten bei einer Gammaenergie von ungefähr 6,3 MeV eine Wilsonkammer zur Ermittlung des fraglichen Quotienten. Das Resultat lautet

$$rac{\sigma_{ ext{Paar El}}}{\sigma_{ ext{Paar Kern} (Z=1)}} = 0.255 \pm 0.017$$
 .

 Γ_e liegt damit weit unter dem Wert von BORSELLINO (Figur 6). Von FREI *et al.*¹⁰) liegt eine Messung bei derselben Energie vor. Der Nachweis der Paare und Tripel geschah wie im vorliegenden Experiment indirekt durch die Registrierung der koinzidenten, 180° korrelierten Annihilationsquanten in zwei Detektoren. Das ermittelte Γ_e ist fast doppelt so gross wie der von PHILLIPS und KRUGER gefundene Wert (Figur 6).

$$rac{\sigma_{ ext{Paar El}}}{\sigma_{ ext{Paar Kern}(Z=1)}} = 0.50 \pm 0.05$$
 .

Das zugehörige Γ_e liegt rund 23% höher als BORSELLINO angibt. Die Diskrepanz zwischen den Resultaten von PHILLIPS *et al.* und FREI *et al.* wird darauf zurückgeführt, dass der Anteil der Tripel, bei dem ein Elektron nur einen geringen Impuls mitgeteilt bekommt, von den ersteren unterschätzt wurde.

ZIEGLER¹¹) ermittelte den totalen Absorptionsquerschnitt für Gammaquanten zwischen 10 und 30 MeV. Er fand gute Übereinstimmung des experimentellen mit einem theoretischen Wert, bei dem die Paarerzeugung am Elektron nach BORSELLINO berechnet wurde.

Weitere Arbeiten, in denen der Paarwirkungsquerschnitt am Elektron bei höheren Gammaenergien gemessen wurde, seien der Vollständigkeit halber erwähnt¹²). Die Resultate sind mit der Theorie von BORSELLINO und derjenigen von WHEELER und LAMB verträglich. Letztere besitzt nur im Bereich hoher Gammaenergien Gültigkeit.

b) Das neue Experiment

1. Die Methode

Der Ausdruck (3), bei dem Abschirmungseffekte vernachlässigt wurden, kann durch ein Glied ergänzt werden, das der Paarerzeugung am Elektron Rechnung trägt. Damit nimmt der totale atomare Wirkungsquerschnitt folgende Form an

$$\sigma = \alpha r_0^2 \left(\Gamma_e Z + \Gamma_n Z^2 + \Gamma_m Z^4 \right) \,. \tag{6}$$

Man könnte nun die Gesamtzahl $P_k(Z)$ der am Probekörper Z bei gleicher Messzeit erzeugten Elektronenpaare und Tripel für drei verschiedene Elemente messen und daraus die Koeffizienten Γ_e , Γ_n und Γ_m bestimmen. Da jedoch Γ_n nach HougH¹³) berechnet werden kann, genügt die Ermittlung der Quotienten

$$rac{P_k(Z_1)}{P_k(Z_2)}$$
 und $rac{P_k(Z_3)}{P_k(Z_2)}$.

Dadurch erübrigt sich die Bestimmung einer Reihe von Grössen, die nur schwer und mit grossen Fehlern messbar sind.

Die im Experiment verwendete Gammastrahlung stammt aus einer Kaskade des Na²⁴. In ungefähr 99,9% aller Zerfälle treten die beiden Linien mit den Energien $E_1 = 2,75$ MeV und $E_2 = 1,368$ MeV auf, wobei nur E_1 für die Paarerzeugung am Elektron in Frage kommt. Damit lässt sich ein Mittelwert des Wirkungsquerschnittes für die beiden Energien angeben. (Wir vernachlässigen den sehr kleinen Beitrag der direkten γ -Übergänge.)

$$\bar{\sigma}(Z) = \frac{1}{2} \alpha r_0^2 \left[\Gamma_e(E_1) Z + (\Gamma_n(E_1) + \Gamma_n(E_2)) Z^2 + (\Gamma_m(E_1) + \Gamma_m(E_2)) Z^4 \right] \\
= \alpha r_0^2 \overline{\Phi}(Z) .$$
(7)

Verwendet man die folgenden Abkürzungen

$$\Gamma_{n}(E_{1}) + \Gamma_{n}(E_{2}) = \Gamma_{n}; \quad \Gamma_{m}(E_{1}) + \Gamma_{m}(E_{2}) = \Gamma_{m}; \quad \Gamma_{e}(E_{1}) = \Gamma_{e};$$

$$\frac{\Gamma_{e}}{\Gamma_{n}} = \gamma_{e}; \quad \frac{\Gamma_{m}}{\Gamma_{n}} = \gamma_{m} ; \quad \frac{\overline{\Phi}(Z_{1})}{\overline{\Phi}(Z_{2})} = \varphi_{1}; \quad \frac{\overline{\Phi}(Z_{3})}{\overline{\Phi}(Z_{2})} = \varphi_{2},$$

$$(8)$$

so findet man schliesslich

$$\gamma_{e} = \frac{\varphi_{1}(Z_{2}^{2} + Z_{2}^{4} \gamma_{m}) - (Z_{1}^{2} + Z_{1}^{4} \gamma_{m})}{Z_{1} - \varphi_{1} Z_{2}} \\ = \frac{\varphi_{1}(Z_{2}^{4} Z_{3}^{2} - Z_{3}^{4} Z_{2}^{2}) + (Z_{3}^{4} Z_{1}^{2} - Z_{1}^{4} Z_{3}^{2}) + \varphi_{2}(Z_{1}^{4} Z_{2}^{2} - Z_{2}^{4} Z_{1}^{2})}{\varphi_{1}(Z_{3}^{4} Z_{2} - Z_{2}^{4} Z_{3}) + (Z_{1}^{4} Z_{3} - Z_{3}^{4} Z_{1}) + \varphi_{2}(Z_{2}^{4} Z_{1} - Z_{1}^{4} Z_{2})} \right\}$$
(9)

und

$$\gamma_m = \frac{\varphi_1(Z_2 Z_3^2 - Z_3 Z_2^2) + (Z_3 Z_1^2 - Z_1 Z_3^2) + \varphi_2(Z_1 Z_2^2 - Z_2 Z_1^2)}{\varphi_1(Z_3 Z_2^4 - Z_2 Z_3^4) + (Z_1 Z_3^4 - Z_3 Z_1^4) + \varphi_2(Z_2 Z_1^4 - Z_1 Z_2^4)}.$$
 (10)

2. Die Apparatur

Die Na²⁴-Quelle besteht aus einer Al-Hülse, die ungefähr 0,5 g metallisches Na enthält. Nach dem Bestrahlen im Reaktor mit thermischen Neutronen wird die Quelle in die zylindrische Bleiabschirmung 1 (Figur 2) gebracht. Ein konischer Kanal in der Abschirmung 2 blendet einen Strahl aus. Die Strahlbegrenzung wird durch einen Goldkollimator 3 noch etwas verbessert. Zwei Permanentmagnete 4 sorgen



Fig. 2 Apparatur

dafür, dass Elektronen und Positronen, die in der Kanalwandung entstehen können, nicht auf die Probekörper auftreffen. Der Gammastrahl durchdringt nun die Probekörper 6 in achsialer Richtung; er wird dabei um ungefähr 50% attenuiert. Die Detektoren 5 registrieren die 180° korrelierten Annihilationsquanten der Positronen, die aus der Paar- und Tripelerzeugung stammen.

Die beiden Detektoren, die je aus einem 4×4 Zoll Na J (Tl)-Kristall und einem Du Mont 6363-Photomultiplier bestehen, sind in der Horizontalebene drehbar. Zusätzlich kann ein Detektor auch in der Vertikalebene bewegt werden. Durch diese Massnahme soll die Untersuchung der Untergrundprozesse erleichtert werden.

Die drei Probekörper 6, die aus Beryllium, Aluminium und Selen bestehen, sind in einer drehbaren Halterung befestigt und werden in einem bestimmten Zyklus in den Gammastrahl gedreht.

Die Attenuation der Gammastrahlung in den Probekörpern erfolgt hauptsächlich durch Comptoneffekt. Damit die Schwächung in allen drei Fällen etwa gleich gross wird, sind gleiche Elektronendichten erforderlich. Ferner muss man sich bei der Auswahl der Elemente auf Metalle beschränken um die Bildung von Positronium, das dreiquantig zerfallen kann, sicher zu vermeiden.

Zur Auswertung der Signale, die aus den Photomultipliern kommen, verwendet man die Methode der 'fast-slow-coincidence'. Die Auflösungszeit 2 τ des raschen Koinzidenzkreises beträgt 21 ns, diejenige des langsamen Kreises 400 ns. Die verwendeten Verstärker sind von konventioneller Bauart; ihre Bandbreite beträgt rund 10 MHz.

Wegen der langen Messzeit ergab sich die Notwendigkeit, die Ablesung der Messresultate und das Auswechseln der Probekörper durch eine elektronische Steuerung ausführen zu lassen.



268

3. Die Messungen

α) Messung der Koinzidenzzahlen $P'_k(Z)$

Zur Registrierung der notwendigen Koinzidenzzahlen und zur Ermittlung des Untergrundes mussten 17 Quellen aktiviert werden. Die Bestrahlung der mit Natrium gefüllten Hülsen erfolgte in den Reaktoren des Eidg. Institutes für Reaktorforschung in Würenlingen.

Langsame Verstärkungsschwankungen der Photomultiplier zwangen uns, die Probekörper in rascher Folge im ausgeblendeten Gammastrahl auszuwechseln. Die Messungen an den einzelnen Probekörpern erfolgten in einem bestimmten Rhythmus, so dass die Verteilung der Messzeiten ein Minimum der statistischen Fehler ergab.

Bei der Auswertung der Resultate berücksichtigte man die Abnahme der Quellstärke während einer Messung.

Die unkorrigierten Zahlen der an den einzelnen Probekörpern registrierten Koinzidenzen $P'_k(Z)$ lauten:

Probekörper	Messzeit	$P'_k(Z)$
Beryllium	136 h	709 468
Aluminium	77 h	1 264 991
Selen	7 h	804 540

Die mittlere Quellstärke während den 220 Stunden Messdauer erreichte 183 mC.

β) Messung von p_u

Aus der Forderung, dass der Fehler der Untergrundrate nicht mehr als einen Drittel zum Gesamtfehler von γ_e beitragen soll, kann unter Zugrundelegung der getroffenen geometrischen Anordnung der Appatraur bestimmt werden, wie gross die Unsicherheit der Untergrundrate Δp_u sein darf. Die Rechnung ergab $\Delta p_u = 2,7 \cdot 10^{-8}$ pro einfallendes Gammaquant.

Die einzelnen Beiträge zum Untergrund können folgendermassen aufgeteilt werden:

- 1. Koinzidenzen, deren Ursprung im elektronischen Teil der Apparatur liegt;
- Koinzidenzen, die durch direkte Gammabestrahlung der Detektoren erzeugt werden. (Strahlung der Quelle durch die Bleiabschirmung, Höhenstrahlung, natürliche Aktivität der Umgebung);
- 3. Koinzidenzen, die durch Streustrahlung der Probekörper in den Detektoren entstehen;
- 4. Koinzidenzen, die von jeder anderen ausser Gammabestrahlung der Probekörper herrühren;
- 5. Koinzidenzen, die durch alle möglichen Gammaprozesse in den Probekörpern ausser durch Paarerzeugung zustande kommen.

Den Hauptbeitrag zum Untergrund nach Punkt 1 lieferten die zufälligen Koinzidenzen. Sie wurden mit Hilfe der Näherung $P_{k\text{Zufall}} = P_{I} \cdot P_{II} \cdot 2\tau$ berechnet und von den gemessenen Koinzidenzzahlen abgezogen ($P_{k\text{Zufall}} = \text{Rate}$ der zufälligen Koinzidenzen; P_{I} bzw. $P_{II} = \text{Einzelrate}$ im Kanal I bzw. II). Ausserdem untersuchte man die Empfindlichkeit der Apparatur auf Spannungsspitzen im Netz der automatischen Steuerung. Beide Untersetzer «Langsame Koinzidenzen» und «Rasche Koinzidenzen» registrierten bei diesen Untersuchungen nie eine Koinzidenz im Zusammenhang mit Schaltvorgängen in der Automatik, die solche Spitzen erzeugten.

Um den Untergrund nach Punkt 2 zu erfassen, wurden Messungen in drei verschiedenen Anordnungen durchgeführt, die mit A, B und C bezeichnet werden (Figur 4).



Die dabei ermittelten Resultate lauten:

 $\begin{array}{ccc} A & B & C \\ p_{u_A} = (0,34 \pm 0,10) \cdot 10^{-8} & p_{u_B} = (0,43 \pm 0,05) \cdot 10^{-8} & p_{u_C} = (0,71 \pm 0,10) \cdot 10^{-8} \end{array}$

 p_{u_A} und p_{u_B} beziehen sich auf Zeiten, in denen eine 183 mC starke Na²⁴-Quelle ein Gammaquant auf die Stirnfläche eines Probekörpers emittieren würde. Der totale Anteil des Untergrundes nach Punkt 2 ergibt sich aus der Geometrie der Anordnungen zu:

$$p_{u_2} = p_{u_B} - p_{u_A} + p_{u_C} = 0.80 \pm 0.15 \cdot 10^{-8}$$
 (12)

Bei der getroffenen Anordnung der Probekörper und Detektoren besitzen alle Comptonquanten, die in die Detektoren gelangen oder auf die innere Wand der Bleiabschirmung treffen können, Energien von weniger als $2 m_0 c^2$. Damit scheiden alle Prozesse aus, die einen Beitrag zum Untergrund nach Punkt 3 liefern könnten und dabei eine Paarerzeugung einschliessen, denn der differentielle Wirkungsquerschnitt für Rayleighstreuung von 2,75 MeV- und 1,368 MeV-Quanten unter ungefähr 90° an Beryllium, Aluminium oder Selen ist viel zu gering, als dass ein messbarer Effekt zustande kommen könnte.

Untergrundkoinzidenzen vom Typus 4 könnten vor allem durch Positronen entstehen, die entgegen jeder Erwartung die magnetische Sperre durchdringen und dann im Probekörper annihilieren. Eine geeignete Messung, ausgeführt mit 2 mm dicken Aluminium-Hohlprobekörpern von verschiedenen Durchmessern und einer Na²⁴-Quelle, zeigte jedoch, dass die Sperre einwandfrei funktionierte.

Die mit dem Hohlkörper von 28 mm Innendurchmesser festgestellte Koinzidenzrate unterscheidet sich kaum von der unter Punkt 2 Fall *C* gemessenen. Dies bedeutet aber einerseits, dass der Gammastrahl fast vollständig im Probekörper verläuft und dass anderseits, wie zu erwarten war, keine Positronen die Sperre zu durchdringen vermögen.

Prozesse, die einen Beitrag zum Untergrund nach Punkt 5 ergeben könnten, wurden teils experimentell, teils rechnerisch untersucht. Eingehend prüften wir folgende Möglichkeiten:

a) Ein 2,75 MeV-Quant erfährt im Probekörper eine Comptonstreuung unter 90° und erreicht den einen Detektor. Die Energie des Quants beträgt dann rund 415 keV, liegt also zwischen den Energiediskriminator-Niveaus des langsamen Koinzidenzkreises. Das zugehörige Comptonelektron gelangt durch eine Mottstreuung in den andern Detektor.

Der Bereich des Probekörpers, der von Gammaquanten getroffen wird und in dem Paare erzeugt werden, liegt wie schon erwähnt, völlig im Innern. Die entstehenden Comptonelektronen müssten, um aus dem Probekörper auszutreten, mindestens 765 mg/cm² Material durchlaufen. Die höchste vorkommende Elektronenenergie beträgt rund 2,3 MeV. KATZ und PENFOLD¹⁴) geben als extrapolierte Reichweite von 2,3 MeV-Elektronen in Aluminium 1100 mg/cm² an. Ein solches Elektron wird in achsialer Richtung des Probekörpers emittiert und müsste durch Streuung unter Zurücklegung eines beträchtlichen Weges im Probekörpermaterial in den Detektor gelangen. Die Richtigkeit dieses Argumentes versuchten wir durch folgendes Experiment zu verifizieren: in der Anordnung der Detektoren, bei der die $P'_k(Z)$ gemessen wurden, ordnete man vor den Detektoren zwei 6 mm dicke Aluminiumplatten an. Durch Messung der Koinzidenzraten mit und ohne Al-Absorber und unter Berücksichtigung der zusätzlichen Attenuation der Annihilationsstrahlung konnte entschieden werden, dass der genannte Prozess tatsächlich nicht mit messbarer Intensität auftritt.

b) Zweifach-Comptonstreuung, bei der je ein Quant in einen Detektor gelangt, scheidet ebenfalls als Beitrag zum Untergrund aus. Die Energien der Quanten, die unter geeigneten Winkeln gestreut werden, liegen ausserhalb der Energiediskriminator-Niveaus.

c) Beginnend mit einer Comptonstreuung wie im Fall a) lässt sich ein Prozess konstruieren, bei dem nun nicht das Comptonelektron in den zweiten Detektor gelangt, sondern ein durch das gestreute Elektron im Probekörper erzeugtes Bremsquant von passender Energie und Richtung. Eine rohe Abschätzung zeigte, dass die Ergebnisse der ausgeführten Messungen durch diesen Prozess befriedigend erklärt werden können.

Die Messung dieses Untergrundes erfolgte mit einer modifizierten Anordnung, wie sie für die wahren Koinzidenzen benützt wurde. Da Prozesse nach 5 im Gegensatz zu den Annihilationsquanten keine strenge 180°-Korrelation aufweisen, wurde der eine der beiden Detektoren in der Ebene senkrecht zum primären Gammastrahl relativ zum andern Detektor statt bei 180° bei 60°, 90° und 120° aufgestellt und der Untergrundbeitrag bei diesen Winkeln gemessen.

In der 60°-und 90°-Stellung waren, wie zu erwarten, die festgestellten Raten gleich gross. Bei der Messung unter 120° zeigte sich eine Erhöhung der Raten, die jedoch völlig durch Comptonstreuung eines Annihilationsquantes unter einem Winkel im Intervall 31°-44° erklärt werden kann. Auf diese Weise gestreute 511 keV-Quanten erreichen den zweiten Detektor noch und besitzen passende Energien.

γ) Die Reinheit der Probekörper

Wegen der starken Z-Abhängigkeit der $P_k(Z)$ muss die Zusammensetzung aller Probekörper sehr gut bekannt sein. Von der Herstellerfirma des Berylliums (Cie. Pechiney, Paris) liegt eine unvollständige Analyse vor, deren Angaben obere Grenzen der Fremdatomkonzentrationen darstellen. Die Firma Sulzer in Winterthur beschaffte uns in entgegenkommender Weise eine Spektralanalyse des Berylliums. Leider liegen bei dieser Methode die Erfassungsgrenzen für Elemente mit grossen Z, die besonders interessieren, meist zu hoch, um brauchbare Fehlerschranken für die nötigen Korrekturen zu gewinnen. Es wurden daher zwei massenspektrographische Analysen vorgenommen, die alle interessierenden Elemente mit der erwünschten Genauigkeit erfassten. Die Ausführung besorgte in verdankenswerter Weise die Aluminium-Industrie AG, Neuhausen, die auch das Superraffinal, das weniger als 10 atomare ppm Fremdatome (ausser Sauerstoff) enthält, lieferte.

Für das Selen garantiert der Hersteller (Light and Co. Ltd., Colnbrooks Buck, England) eine obere Grenze der Verunreinigungen von 10 atomaren ppm.

δ) Messung des wirksamen Raumwinkels $\Omega(x)$

Die Grösse des wirksamen Raumwinkels, der zur Registrierung der beiden Annihilationsquanten zur Verfügung steht, hängt stark vom Ort des Positronenzerfalls ab. Die Form der entsprechenden Kurve wurde berechnet und anschliessend experimentell verifiziert. Die festgestellten Abweichungen der experimentellen Kurve von der gerechneten sind darauf zurückzuführen, dass einerseits die verwendete Quelle achsial eine endliche Ausdehnung besass und dass anderseits Streuung der Annihilationsquanten stattfand. Als Quelle zur Messung des Raumwinkels in Funktion der Strahlachsenkoordinate dienten Cu-Scheiben von 2 mm Dicke und 10 mm Durchmesser, die mit thermischen Neutronen aktiviert wurden. Das erzeugte Cu⁶⁴ zerfällt unter anderem durch β^+ -Emission ($E_{\beta^+} = 0,65$ MeV) in Ni⁶⁴. Die weitaus meisten Annihilationsquanten entstehen innerhalb oder in unmittelbarer Nähe der Quelle. Die in Figur 5 eingezeichnete Approximation der Raumwinkelfunktion diente zur Berechnung von Korrekturen, die im nächsten Abschnitt erwähnt werden.



4. Die Auswertung

An den gemessenen Pulszahlen $P'_k(Z)$ mussten verschiedene Korrekturen angebracht werden. Vorerst subtrahierte man die zufälligen Koinzidenzen. Danach bildete man die Quotienten

$$\frac{P'_k(\text{Be})}{P'_k(\text{Al})}$$
 und $\frac{P'_k(\text{Se})}{P'_k(\text{Al})}$.

Ferner wurden das Alter der Quelle im Zeitpunkt der Messung und die Zählverluste in den Untersetzern durch Gewichtsfaktoren berücksichtigt. Eine weitere Korrektur stammt von der Untergrundrate p_u , deren Ermittlung im vorhergehenden Abschnitt geschildert wurde. Damit ergab sich für die Mittelwerte

$$M_1 = rac{\overline{P_k(ext{Be})}}{P_k(ext{Al})} = 0,3142 \pm 0,0007 ext{ ,}$$

 $M_2 = rac{\overline{P_k(ext{Se})}}{P_k(ext{Al})} = 2,767 \pm 0,010 ext{ .}$

Aus M_1 und M_2 lassen sich nun φ_1 und φ_2 berechnen. Für die nachfolgende Rechnung muss eine Reihe von Grössen definiert werden. Es bedeuten:

N_0	=	Gesamtzahl der in alle Probekörper eingestrahlten Gammaquanten;
N(E, Z, x)	=	Gesamtzahl der in den Probekörper Z eingestrahlten Gammaquanten der Energie E,
		die die zur Strahlachse senkrechte Ebene im Abstand x vom Ursprung durch-
		dringen;
Z_i	=	Ladungszahl eines beliebigen Elementes;
P(Z)	=	Gesamtzahl der im Probekörper Z erzeugten Paare und Tripel;
x	_	Koordinate auf der Strahlachse; sie bezeichnet den Entstehungsort des Paares (der
		Ursprung liegt im Schnittpunkt von Strahl- und Detektorenachse);
$x_0(Z)$	=	Abstand der Stirnfläche des Probekörpers Z vom Koordinatenursprung;
R(E, Z)	=	mittlere Reichweite der Positronen im Probekörper Z, die durch Quanten der
		Energie E gebildet wurden;
x' = x + i	R	ist die Abszisse des Ortes, wo die Annihilation eines aus dem Orte x entstammenden

Ferner bedeuten:

$\mu(E, Z)$	= Absorptionskoeffizient für Gammastrahlung der Energie E im Probekörper Z ;
f(E)	= Bruchteil der Gammaquanten mit der Energie E ;
$\Omega(x')/2 \pi$	= relativer Raumwinkel, der für die Registrierung zweier koinzidenter, 180° korre-
	lierter Annihilationsquanten zur Verfügung steht;
n(Z)	= Atomdichte im Probekörper Z;
$\eta(x')$	= Ansprechwahrscheinlichkeit der Detektoren auf ein 511 keV-Annihilationsquant
	(Registrierung unter der Photospitze);
1(7)	- Länge des Probekörners Z

l(Z) = Länge des Probekörpers Z.

Positrons stattfindet.

Der Ausdruck für die Zahl der im Probekörper Z erzeugten Paare und Tripel lautet:

$$P(Z) = \sum_{E} \sum_{Z_i} \sigma(E, Z_i) \cdot n(Z_i) \cdot \int N(E, Z, x) \, dx \,, \tag{13}$$

wobei

$$N(E, Z, x) = N_0 \cdot f(E) \sum_{Z_i} e^{-\mu(E, Z_i) \cdot (x + x_0)}.$$
 (14)

18 H. P. A. 38, 3 (1965)

H. P. A.

Für die Zahl der mit dem Probekörper Z registrierten Paare und Tripel findet man

$$P_{k}(Z) = N_{0} \sum_{E} \sum_{Z_{i}} \sigma(E, Z_{i}) \cdot n(Z_{i}) \cdot a(E, Z_{i}) \times f(E) \int_{-x_{0}}^{L-x_{0}} e^{-\mu(E, Z_{i}) \cdot (x+x_{0})} b(Z_{i}, x') \frac{\Omega}{2\pi} (x') \eta^{2}(x') dx .$$
(15)

Zweiquantiger Positronenzerfall im Flug, der zwei Annihilationsquanten von mehr als 511 keV Energie ergibt und eine von exakt 180° abweichende Korrelation zeigt, sowie ein- und dreiquantige Zerfälle von Positronen wurden mit unserer Methode nicht registriert. Ihr Beitrag 1 - a(E, Z) bestimmte man nach BETHE und WILLS¹⁵) und RICH¹⁶).

Die Ergebnisse lauten:

	$E \ \gamma = 2,75 \ { m MeV}$	$E \gamma = 1,37 \text{ MeV}$
a (Be)	0,9693	0,9972
a (Al)	0,9658	0,9969
a (Se)	0,9624	0,9966

Der Korrekturfaktor $b(Z_i, x')$, der die Attenuation der 511 keV-Annihilationsquanten im Probekörper beschreibt, wird beim Be- und Al-Probekörper fast ausschliesslich durch Comptonstreuung bestimmt. Beim Se hingegen trägt der Photoeffekt rund 10% zum linearen Attenuationskoeffizienten bei. Wegen der grossen Reinheit der Probekörper und der kleinen mittleren Reichweite der Positronen kann $b(Z_i, x')$ durch b(Z, x) ersetzt werden. Für jeden Probekörper lässt sich dann ein Mittelwert b(Z) bestimmen. Die drei Mittelwerte b(Z) lauten:

$$b(Be) = 0,7999, \quad b(Al) = 0,8001, \quad b(Se) = 0,7078.$$

Der Einfluss der geringen Verunreinigungen in den Probekörpern c(Z) auf $P_k(Z)$ wurde bestimmt; wegen seiner Kleinheit kann er vernachlässigt werden.

Die Positronen zerfallen nicht am Ort ihrer Entstehung sondern durchlaufen verschieden lange Strecken bis zur Annihilation. Da die Registrierempfindlichkeit der Detektoren für Annihilationsquanten stark vom Ausgangspunkt der Strahlung auf der x-Achse abhängt, müssen die verschieden grossen mittleren Reichweiten R(Z)der Positronen in den drei Probekörpern berücksichtigt werden. Die relative Empfindlichkeit der Detektoren d(E, Z) ist durch den folgenden Ausdruck gegeben:

$$d(E, Z) = \frac{\int_{-x_0}^{l-x_0} e^{-\mu(E, Z) \cdot (x'-R(Z))} \cdot \frac{\Omega}{2\pi} (x') \cdot \eta^2(x') dx'}{\int_{-x_0}^{l-x_0} e^{-\mu(E, Z) \cdot x} \cdot \frac{\Omega}{2\pi} (x) \cdot \eta^2(x) dx} \cong e^{\mu(E, Z) \cdot R(Z)} .$$
(16)

Die Funktion $(\Omega/2 \pi)(x') \cdot \eta^2(x')$ wurde durch die in Figur 5 eingetragene Näherung ersetzt. Die Berechnung der R(Z) erfolgte nach einer Arbeit von DANGUY, FRANEAU

und LHOST¹⁷). Die Reichweite der Positronen ersetzte man dabei durch die Reichweite von Elektronen gleicher Energie. Für die Korrekturen d(E, Z) fand man:

$E \ \gamma = 2,75 \ { m MeV}$	$E \ \gamma = 1,37 \ { m MeV}$
1,0031	1,00077
1,0036	1,00084
1,0035	1,00076.
	$E \ \gamma = 2,75 \ \text{MeV}$ 1,0031 1,0036 1,0035

Die primäre Gammastrahlung wird in den drei Probekörpern verschieden stark attenuiert. Im Ausdruck

$$g(E, Z) = e^{-\mu(E, Z) x_0}$$
(17)

berücksichtigt man die verschiedenen Gamma-Intensitäten in der Ebene senkrecht zur Strahlachse, die den Ursprung des Koordinatensystems enthält. Die Attenuationskoeffizienten $\mu(E, Z)$ werden vorwiegend durch Comptonstreuung bestimmt, die aber für den Be- und Al-Probekörper wegen den ähnlichen Elektronendichten fast gleich gross wird. Den Comptonwirkungsquerschnitt bestimmte man durch Integration der Klein-Nishina-Formel. Die untere Integrationsgrenze wurde abgeschätzt, da auch Quanten, die eine Streuung unter einem kleinen Winkel erfahren, noch zur Paar- und Tripelerzeugung beitragen können. Weitere Beiträge zu $\mu(E, Z)$ liefern die Paarerzeugung und der Photoeffekt. Im Faktor g(E, Z) kommt auch der Einfluss der geringen Längenunterschiede der Probekörper zum Ausdruck. Die für g(E, Z) gefundenen Werte lauten:

	$E \gamma = 2,75 \text{ MeV}$	$E \gamma = 1,37 \text{ MeV}$
g(Be)	0,7356	0,6872
g(Al)	0,7258	0,6907
g(Se)	0,6102	0,5880.

Beachtet man, dass nur zwei verschiedene Gammalinien E_1 und E_2 auftreten und benützt man die obigen abkürzenden Ausdrücke, so findet man

$$P_{k}(Z) = \frac{N_{0}}{2} \left[\sigma(E_{1} Z) \cdot a(E_{1}, Z) \cdot c(E_{1}, Z) \cdot d(E_{1}, Z) \cdot g(E_{1}, Z) + \sigma(E_{2}, Z) \cdot a(E_{2}, Z) \cdot c(E_{2}, Z) \cdot d(E_{2}, Z) \cdot g(E_{2}, Z) \right] \cdot n(Z) \cdot b(Z)$$

$$(18)$$

oder

$$P_{k}(Z) = \frac{N_{0}}{2} \left[\sigma(E_{1} Z) \cdot K_{1}(Z) + \sigma(E_{2} Z) \cdot K_{2}(Z) \right] \cdot n(Z) \cdot b(Z) , \qquad (19)$$

wobei

$$K_1(Z) = a(E_1, Z) \cdot c(E_1, Z) \cdot d(E_1, Z) \cdot g(E_1, Z)$$
(20)

und

$$K_2(Z) = a(E_2, Z) \cdot c(E_2, Z) \cdot d(E_2, Z) \cdot g(E_2, Z) .$$
(21)

275

Mit Hilfe von (7) findet man:

$$P_k(Z) = N_0 \,\overline{\sigma}(Z) \cdot \left(1 - A(Z)\right) \cdot n(Z) \cdot b(Z) \,. \tag{22}$$

Für 1 - A(Z) ergibt sich:

$$1 - A(Z) = \frac{\Phi(E_1, Z) \cdot K_1(Z) + \Phi(E_2, Z) \cdot K_2(Z)}{\Phi(E_1, Z) + \Phi(E_2, Z)} \,. \tag{23}$$

Durch Quotientenbildung folgt für exakt gleiche Anzahl einfallender Quanten:

$$\frac{\frac{P_{k}(Z_{1})}{P_{k}(Z_{2})} = \frac{\phi_{k}(Z_{1})}{\phi_{k}(Z_{2})} = \frac{\frac{\phi_{k}(Z_{1})}{\phi_{k}(Z_{2})} + \frac{\phi_{k}(Z_{1}) + \phi_{k}(Z_{1}, Z_{1}) + \phi_{k}(Z_{1},$$

Kürzt man den Doppelbruch in (24) mit $1/F_1$ ab und einen analogen Ausdruck im Quotienten $P_k(Z_3)/P_k(Z_2)$ mit $1/F_2$, so findet man schliesslich durch Umformung:

$$\varphi_1 = \frac{\overline{\sigma}(Z_1)}{\overline{\sigma}(Z_2)} = M_1 \cdot F_1 \cdot \frac{n(Z_2)}{n(Z_1)} \cdot \frac{b(Z_2)}{b(Z_1)}$$
(25)

und

$$\varphi_2 = \frac{\overline{\sigma}(Z_3)}{\overline{\sigma}(Z_2)} = M_2 \cdot F_2 \cdot \frac{n(Z_2)}{n(Z_3)} \cdot \frac{b(Z_2)}{b(Z_3)} \,. \tag{26}$$

5. Die Resultate

Die numerischen Resultate von (25) und (26) lauten

$$arphi_1=0,094\,83\pm0,000\,27$$
 ; $arphi_2=7,0\pm0,2$.

Man kann nun mit Hilfe von (9) und (10) γ_e bzw. γ_m berechnen. Doch existieren fremde Messungen¹⁸), aus denen sich γ_m ermitteln lässt. In der Rechnung soll ein gewogenes Mittel des eigenen Resultates und der fremden Ergebnisse Verwendung finden.

Aus dem eigenen Experiment folgt

$$\gamma_m = (2,4 \pm 3,2) \cdot 10^{-5}$$
 ,

während aus den fremden Arbeiten

$$\gamma_m = (2,33 \pm 0,55) \cdot 10^{-5}$$

resultiert.

Der Grund für den grossen Fehler der eigenen Messung ist darin zu suchen, dass die Elektronendichte des Se-Probekörpers nicht mit derjenigen der beiden andern übereinstimmt. Das gewogene Mittel der beiden Werte von γ_m mit seinem Fehler lautet

$$\gamma_m = (2,33 \pm 0,54) \cdot 10^{-5}$$
.

276

Setzt man dieses Resultat und den für φ_1 gefundenen Wert in (9) ein, dann ergibt sich

$$\gamma_{e} = 0,030 \pm 0,017$$
 .

Nach HOUGH¹³) lässt sich Γ_n aus (8) berechnen, und zwar mit einem Fehler, der vernachlässigbar klein (1⁰/₀₀) gegenüber demjenigen von γ_e ist. Man findet:

$$\Gamma_e = \gamma_e \cdot \Gamma_n = 0.023 \pm 0.013 (\Gamma_n = 0.767 \text{ nach } (8))$$

für Gammaquanten der Energie 2,75 MeV.

JOSEPH und ROHRLICH³) unterscheiden nicht zwischen einem Wirkungsquerschnitt für Paarerzeugung am Kern und einem solchen am Elektron, sondern zwischen einem kohärenten und einem inkohärenten Anteil am totalen atomaren Querschnitt. Falls die bei der Paarerzeugung einem Hüllenelektron übertragene Energie zu dessen völliger Abtrennung vom Atom ausreicht, sprechen die zitierten Autoren vom inkohärenten Wirkungsquerschnitt, der dann mit demjenigen der Paarerzeugung am Elektron identisch ist. Im vorliegenden Fall genügt die bei der minimalen Impulsübertragung an ein K-Elektron abgegebene Energie bei allen drei verwendeten Elementen zur Ionisierung des Atoms. Daher ist ein Vergleich des obigen Resultates mit der Theorie von BORSELLINO einerseits und VOTRUBA anderseits zulässig.



Ein solcher Vergleich zeigt, dass die von BORSELLINO unberücksichtigt gelassenen Beiträge zum Wirkungsquerschnitt bei der Energie von 2,75 MeV eine erhebliche Abweichung vom experimentellen Wert verursachen.

$$E = 2,75 \text{ MeV} \begin{cases} \Gamma_e = 0,011 & \text{Votruba,} \\ \Gamma_e = 0,052 & \text{Borsellino.} \end{cases}$$

Während bei hohen Energien $E \gamma/4 m_0 c^2 \ge 1$ die relativ einfache Theorie von BOR-SELLINO eine sehr gute Näherung darstellt, versagt sie bei kleinen Energien. Der experimentelle Wert von Γ_e nähert sich für $y = E \gamma/4 m_0 c^2 - 1 = 0,344$ asymptotisch dem Wert von VOTRUBA, der nur für $\gamma \ll 1$ Gültigkeit besitzt.

Der Aluminium-Industrie AG in Neuhausen danken wir für die umfassenden massenspektrographischen Berylliumanalysen und die Lieferung von Superraffinal. Ferner sind wir der Firma Sulzer AG in Winterthur für zwei spektralanalytische Berylliumanalysen, der Direktion der Schweizerischen Bankgesellschaft in Zürich für die zinslose Überlassung der nötigen Goldmenge zur Herstellung des Kollimators und Herrn Professor P. HUBER, Basel, für die Aktivierung der Cu⁶⁴-Quellen zu Dank verpflichtet. Dankbar anerkennen wir die finanzielle Unterstützung, die uns für diese Arbeit durch die Kommission für Atomwissenschaft des Schweizerischen Nationalfonds zu Teil wurde.

Literaturverzeichnis

- ¹) C. ANDERSON, Science 76, 238 (1932); Phys. Rev. 43, 491 (1933).
- ²) F. PERRIN, Compt. rend. 197, 1100 (1933).
- ³) A. BORSELLINO, Rev. univ. nac. Tucumán A6, 7 (1947), Nuovo Cimento 4, 112 (1947).
 K. M. WATSON, Phys. Rev. 72, 1060 (1947).
 - P. NEMIROVSKY, J. Phys. Acad. Sci. U.S.S.R. 11, 94 (1947).
 - V. VOTRUBA, Phys. Rev. 73, 1468 (1948).
 - J. REYNTJENS, Thèse Université Catholique de Louvain, Belgique (1956).
 - J. JOSEPH, F. ROHRLICH, Rev. Mod. Phys. 30, 354 (1958).
- ⁴) L. V. GROSHEV, J. Phys. Acad. Sci. U.S.S.R. 5, 15 (1941). K. ZUBER, Helv. Phys. Acta 15, 38 (1942).
- ⁵) H. A. BETHE, W. HEITLER, Proc. Roy. Soc. London A 146, 83 (1934).
- ⁶) J. C. JAEGER, H. R. HULME, Proc. Roy. Soc. London A 153, 443 (1936). J. C. JAEGER, Nature 137, 781 (1936).
- 7) W. E. Ogle, P. G. KRUGER, Phys. Rev. 67, 282 (1945).
- 8) R. L. WALKER, Phys. Rev. 76, 1440 (1949).
- 9) J. A. PHILLIPS, P. G. KRUGER, Phys. Rev. 76, 1471 (1949).
- ¹⁰) C. J. FREI et al., Helv. Phys. Acta 31, 491 (1958).
- ¹¹) B. ZIEGLER, Nucl. Phys. 17, 238 (1960).
- ¹²) J. D. ANDERSON, Phys. Rev. 102, 1632 (1956).
 E. R. GAERTHNER, M. L. YEATER, Phys. Rev. 78, 621 (1950).
 E. L. HART, G. COCCONI, V. T. COCCONI, J. M. SELLEN, Phys. Rev. 115, 678 (1959).
 E. MALAMUD, Phys. Rev. 115, 687 (1959).
 W. B. JONES, ANN. Phys. (USA) 9, 341 (1960).
 D. C. GATES, R. W. KENNEY, W. P. SWANSON, Phys. Rev. 125, 1310 (1962).
 H. S. SANDHU, E. H. WEBB, R. C. MOHANTY, R. R. ROY, Phys. Rev. 125, 1017 (1962).
- ¹³) P. V. C. Hough, Phys. Rev. 73, 266 (1948).
- ¹⁴) L. KATZ, A. S. PENFOLD, Revs. Mod. Phys. 24, 28 (1952).
- ¹⁵) H. A. BETHE, H. H. WILLS, Proc. Roy. Soc. London A 150, 129 (1935).
- ¹⁶) J. A. RICH, Phys. Rev. 81, 140 (1951).
- 17) L. DANGUY, J. FRANEAU, A. LHOST, Bull. Acad. Roy. Belgique Cl. Sci. 46, 774 (1960).
- ¹⁸) P. SCHMID, P. HUBER, Helv. Phys. Acta 28, 369 (1955).
 S. STANDIL, V. SHKOLNIK, Can. J. Phys. 36,1154 (1958).