

**Zeitschrift:** Helvetica Physica Acta  
**Band:** 48 (1975)  
**Heft:** 4

**Vereinsnachrichten:** Rapport de la session de printemps de la Société Suisse de Physique à Zurich les 11 et 12 avril 1975

**Autor:** [s.n.]

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 02.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Rapport de la Session de printemps de la Société Suisse de Physique à Zurich les 11 et 12 avril 1975

Président: Prof. J. L. OLSEN, ETH Zurich  
Vice-Président: Prof. VERENA MEYER, Université de Zurich  
Secrétaire: Prof. M. GUENIN, Université de Genève  
Membres du Bureau: Prof. W. BAUMGARTNER, ETH Zurich.  
Prof. P. HUGUENIN, Université de Neuchâtel

### Partie administrative

#### 1. Membres

Les membres ordinaires suivants ont été reçus au sein de notre Société: V. AGORIT-  
SAS (Genève), J. BILGRAM (Zurich), M. BOON (Genève), M. BORNAND (Basel), S.  
COQUERAND (Lausanne), L. DICK (Genève), E. FLÜCKIGER (Bern), D. GERTH (Zug),  
H. R. HALLER (Dielsdorf), T. HIBMA (Dättwil), L. M. HOLMES (Zurich), H. P. LÖRTSCHER  
(Thun), P. MEIER (Bern), W. MÜNCH (Zurich), H. J. PASCHEDAG (Männedorf), P.  
PIROUE (Genève), M. ROSENFELD (Zurich), J. P. ROUYET (Lausanne), P. SONDEREGGER  
(Genève), Ph. SCHMID (Lausanne), W. STOLL (Zurich), M. Q. TRAN (Lausanne),  
H. R. VÖLKLE (Fribourg), W. WAEBER (Lausanne), P. E. WYSLING (Birchwil), M. ZAKI  
(Steffisburg-Station).

Comme membre de la catégorie des bibliothèques a été reçue: Bibliothek der  
Abteilung für Kristallographie und Strukturlehre, Bern.

#### 2. Séance administrative

Voici les résultats de l'élection organisée par l'assemblée générale lors de la Session  
de Printemps 1975 à Zurich:

Président: Prof. VERENA MEYER – Université de Zurich  
Vice-Président: Prof. Ph. CHOQUARD – EPF-Lausanne  
Secrétaire: Prof. F. WALDNER – Université de Zurich (élu par l'AG lors de  
la Session d'Automne 1974 avec entrée en fonction après l'AG  
de la Session de Printemps 1975)

*Secrétaire pour la Physique Appliquée:*

Dr. W. HUBER – Balzers FL

*Le procès-verbal détaillé de la séance administrative sera distribué aux membres.*

#### 3. Prochaine Session

La session d'automne 1975 de la SSP aura lieu les 3 et 4 octobre à Aarau.

## Physique de la Matière Condensée Gitterdynamik und Störstellen

### Gitterdynamik von $\beta$ -Silber-Iodid

von W. BÜHRER

(Institut für Reaktortechnik ETHZ, E.I.R., 5303 Würenlingen)

und P. BRÜESCH

(Brown Boveri Forschungszentrum, 5401 Baden)

$\beta$ -AgI (Wurtzit-Struktur) ist bei Raumtemperatur ein mittelguter Ionenleiter. Bei  $T_c = 146$  C erfolgt ein Phasenübergang 1. Ordnung in eine supraionenleitende Modifikation ( $\alpha$ -AgI).

Mit einem einfachen Modell (kurzreichweitige Valenzkräfte, langreichweitige Coulombkräfte) haben wir die Eigenfrequenzen, Eigenvektoren und Zustandsdichte der Phononen von  $\beta$ -AgI berechnet. Die Parameter des Modells wurden durch Anpassung an experimentell bestimmte Frequenzen (inelastische Neutronenstreuung, Infrarot- und Raman-Messungen) erhalten. Es zeigt sich, dass die Gitterschwingungen sowohl bei der Bildung von Frenkel Defekten in  $\beta$ -AgI als auch beim  $\beta$ - $\alpha$  Phasenübergang eine entscheidende Rolle spielen.

### Gitterdynamik von $\text{NaO}_2$

von P. BRÜESCH

(BBC Forschungszentrum, 5513 Dättwil)

und M. BÖSCH und W. KÄNZIG

(Laboratorium für Festkörperphysik ETH Zürich, 8049 Zürich, Hönggerberg)

Das Infrarot-Reflexionsspektrum von Natriumhyperoxid-Einkristallen wurde im Spektralbereich von 30 bis  $400 \text{ cm}^{-1}$  untersucht. Zwischen 330 und 8 K ändert sich das Spektrum drastisch bei den verschiedenen Phasenumwandlungen. Die optischen Konstanten und die entsprechenden Oszillatorstärken wurden aus den Spektren berechnet. Anhand eines einfachen Modells (rigid ion model) wurden die Gitterschwingungen des Systems analysiert. Für die geordnete Pyritphase sind minimal 3 Kraftkonstanten und für die Markasitphase 6 Kraftkonstanten notwendig, um eine befriedigende Übereinstimmung mit den gemessenen Frequenzen zu erzielen. Für die Markasitstruktur wurde zudem die Dispersion der Gitterschwingungen für die [100]- und [001]-Richtung berechnet.

### Modes phononiques et polytypisme du $\text{PbI}_2$

par A. GRISEL

(Laboratoire de Physique Appliquée, EPF-Lausanne)

Les modes phononiques de plusieurs polytypes du  $\text{PbI}_2$  ont été étudiés; en particulier, le polytype 4 H qui comprend 2 couches dans la cellule élémentaire et le

polytype 2 H qui n'en comprend qu'une. Des expériences de diffusion Raman ont permis de distinguer ces deux polytypes. On a observé dans le polytype 4 H une raie à  $16 \text{ cm}^{-1}$  attribuée à un mode de vibration des couches rigides ( $E_2^3$ ) et un doublet à 79 et  $75 \text{ cm}^{-1}$  attribué aux modes  $E_1^1$  et  $E_2^1$ . Ces valeurs ont été obtenues à la température de  $4.2^\circ\text{K}$ . On explique le mode à faible énergie  $E_2^3$  et la faible différence entre les modes  $E_1^1$  et  $E_2^1$  par la faible interaction entre les couches.

Les mesures d'absorption dans l'infrarouge et les mesures de diffusion Raman ont permis une détermination précise des modes observés pour les 2 polytypes.

### Vibrationsrelaxation in festem Stickstoff

von O. OEHLER

(Laboratorium für physikalische Chemie, ETH-Zürich)

Aus dem Stickstoff-Lumineszenzspektrum, das durch den Beschuss des Kondensates bei  $4\text{--}20^\circ\text{K}$  mit  $10 \text{ keV}$ -Elektronen erzeugt wird, können Angaben über die Bevölkerung verschiedener Anregungszustände der N-N-Streckschwingung in Abhängigkeit von der Zeit nach der Anregung gemacht werden. Die gemessenen Vibrationsrelaxationskurven werden durch ein System von paarweise gekoppelten linearen Differentialgleichungen 1. Ordnung beschrieben. Die Relaxationsraten werden auf ihre Abhängigkeit von der Quantenzahl und ihres Temperaturverhaltens hin untersucht.

### Die ESR Konversionsraten Methode zur Bestimmung von optischen Ladungstransferbanden

von K. A. MÜLLER

(IBM Zürich Forschungslaboratorium, 8803 Rüschlikon und Universität Zürich)

Uebergangsmetallionen-Verunreinigungen in Oxydhalbleitern und Dielektrika spielen eine wesentliche Rolle bei photochromischen und photorefraktiven Prozessen. Aus den optischen Spektren ist es oft nicht möglich die beobachteten Banden internen  $3d^n$  Uebergänge oder Ladungstransferbanden zuzuordnen, da die relativen Konzentrationen als auch die Oszillatorstärken unbekannt sind. Ausserdem können die Transferbanden noch vom Akzeptor- oder Donor-Typ sein.

Am Beispiel von Eisenverunreinigungen im  $\text{SrTiO}_3$  wird gezeigt, wie die Messung der optisch induzierten Konversion von ESR Signalen, d.h. ihre Konversionsrate benützt werden kann um die Ladungstransferbanden auch von Minoritätsverunreinigungen zu bestimmen. Sie gelangte erstmals bei der Bestimmung der Unterdrückungsenergie von Defekt-Elektronenfallen in  $\text{ZnS-ZnSe}$  Misch-Kristallen zur Anwendung [1].

Aus der Abschwächung von  $\text{Fe}^{5+}$  ESR Signalen konnten die Ladungstransferbanden von Sauerstoffelektronen zum  $\text{Fe}^{5+}$  identifiziert werden [2]. Ebenso konnte aus der Erzeugung von  $\text{Fe}^{3+}$  Signalen die  $\text{Fe}^{4+}$  Akzeptorbande eindeutig zugeordnet werden [2]. Weiter wurde durch optisch induzierte Konversion von zweifach positiv geladenen  $\text{Fe}^{4+}\text{-V}_0$  Paardekfen zum einfach geladenen  $\text{Fe}^{3+}\text{-V}_0$  die Ladungstransferbanden des ersten bestimmt [3]. Letzteres Zentrum ist ein ausgesprochener Minoritätsdefekt von geringer Energietiefe dessen Banden mit konventioneller optischer Absorption nicht bestimmbar sind.

**Literatur**

- [1] J. SCHNEIDER, B. DISCHLER und A. RÄUBER, *J. Phys. Chem. Solids* **31**, 337 (1970).  
 [2] K. W. BLAZEY, O. F. SCHIRMER, W. BERLINGER und K. A. MÜLLER, *Solid State Comm.* **16**, 589 (1975).  
 [3] O. F. SCHIRMER, W. BERLINGER und K. A. MÜLLER, *Solid State Comm.* **16**, 1289 (1975).

**Defektbedingte Elektrostriktion dotierter Alkalihalogenide**

von H. BURKARD und W. KÄNZIG

(Laboratorium für Festkörperphysik der ETH Zürich, 8049 Zürich, Hönggerberg)

An reinen und dotierten Alkalihalogenidkristallen (KCl:OH<sup>-</sup>, KCl:Li<sup>+</sup>, KBr:Li<sup>+</sup>, NaBr:F<sup>-</sup> und RbCl:Ag<sup>+</sup>) wurde die Längenänderung in Abhängigkeit der Stärke und Orientierung des elektrischen Feldes, der Temperatur und der Fremdionenkonzentration gemessen. Es zeigt sich, dass die Elektrostriktion dotierter Alkalihalogenide aus drei Anteilen besteht: 1) Die nur sehr schwach temperaturabhängige Elektrostriktion des Wirtgitters. 2) Die stark temperaturabhängige Deformation des Gitters als Folge der Ausrichtung von paraelektrisch-paraelastischen Zentren. Für schwach dotierte Proben ( $Np^2 \ll kT$ ) ist dieser Anteil proportional zur Konzentration. Bei  $pE \gg kT$  sättigt dieser Beitrag. 3) Die Deformation des Gitters durch feldinduzierte Verschiebungen der Fremdionen. Dieser Effekt ist proportional zur Konzentration und hängt vom Ausrichtungsgrad der Zentren und damit indirekt von der Temperatur ab. Bei KCl mit 5 ppm OH<sup>-</sup> sind bei Sättigung des Effektes 2 längs  $\langle 100 \rangle$  die drei Beiträge von derselben Grössenordnung  $10^{-7}$ .

**Un système à deux niveaux dans le domaine des fréquences optiques**

par P. THOMANN

(Laboratoire d'Optique physique de l'EPF-Lausanne)

Le modèle du système quantique à deux niveaux est fréquemment utilisé dans les calculs d'interaction lumière-matière. La réalisation expérimentale de tels systèmes est souvent trop approximative pour la précision des prévisions théoriques à vérifier (nutration optique, effet Stark dynamique). En particulier, la transition  $3S_{1/2}$  ( $F = 2$ )  $\leftrightarrow$   $3P_{3/2}$  ( $F = 3$ ) du sodium est un système à 10 niveaux. On montre que, par pompage optique en lumière circulairement polarisée, il est possible d'isoler un système à deux niveaux. Ces deux systèmes (à 2 et à 10 niveaux) diffèrent notamment par l'intensité de leur couplage avec un rayonnement résonnant.

## **Strukturelle und andere Phasenübergänge**

### **Magneto-elastische Effekte in NdSb**

VON A. FURRER

(Institut für Reaktortechnik ETHZ, E.I.R., 5303 Würenlingen)

Informationen über die magnetischen, elastischen und magneto-elastischen Eigenschaften eines Festkörpers sind detailliert in den Dispersionen der Phononen und der magnetischen Anregungen enthalten. Dies wird am Beispiel des NdSb demonstriert. Speziell werden magnetoelastische Effekte wie die tetragonale Gitterverzerrung am Néelpunkt, die Anisotropie des magnetischen Austausches und Spin-Gitter Relaxationsphänomene diskutiert.

### **Phasenübergänge in Nd-Monochalkogeniden**

VON F. HULLIGER, M. LANDOLT, R. SCHMELCZER UND I. ZARBACH

(Laboratorium für Festkörperphysik ETH, Zürich)

An Einkristallen von NdS, NdSe und NdTe wurden durch Messungen der spezifischen Wärme, der Gitterkonstanten und der magnetischen Anfangssuszeptibilität die Phasenübergänge bei tiefen Temperaturen untersucht. Bei allen drei Verbindungen wurden Uebergänge erster Ordnung von der kubischen zu einer tetragonal verzerrten NaCl-Struktur gefunden. Im Temperaturbereich magnetischer Ordnung wurden bei allen drei Verbindungen weitere Phasenübergänge ohne äussere Magnetfelder beobachtet. Ferner zeigen Magnetisierungsmessungen in gepulsten Feldern bis 220 kOe bei jeder der drei Verbindungen die Existenz von zwei feldinduzierten magnetischen Phasen.

Eine ausführlichere Arbeit erscheint in *Solid State Commun.* 17 (1975).

### **Lokalisierte Schwingungen bei strukturellen Phasenübergängen**

VON W. SENN, K. H. HÖCK UND H. THOMAS

(Institut für Theoretische Physik der Universität Basel)

Wir untersuchen den Effekt eines strukturellen Phasenüberganges des Wirtsgitters auf die lokale Dynamik einer Störstelle für den Fall, dass die lokale Schwingung an den Soft Mode des Kristalls ankoppelt. Es wird ein Modell mit einer optischen Phononenkoordinate pro Elementarzelle betrachtet und die Auswirkungen einer Aenderung der effektiven Masse und des effektiven Potentials am Störatom studiert. Es ergibt sich in RPA für den eindimensionalen Fall, dass je nach Wahl der Parameter sowohl lokalisierte Schwingungen wie auch Resonanzen auftreten können. Im Falle einer lokalisierten Schwingung, die unterhalb des Soft Mode-Phononenzweiges des ungestörten Kristalls, liegt, können je nach Wahl der Parameter als Funktion der Temperatur folgende Fälle auftreten:

- 1) Die isolierte Frequenz wandert bei Annäherung an die Phasenübergangstemperatur  $T_c$  ins Band.
- 2) Die isolierte Schwingung friert zusammen mit dem Soft Mode des ungestörten Gitters bei  $T_c$  aus.
- 3) Die isolierte Schwingung friert (in RPA) schon bei einer Temperatur  $T_1 > T_c$  aus. Zwischen  $T_c$  und  $T_1$  existiert ein von Null verschiedener lokaler Ordnungsparameter.

### Master-Gleichung und Fluktuationstheoreme

VON P. HÄNGGI und H. THOMAS

(Institut für Theoretische Physik der Universität Basel)

Wir untersuchen die Fluktuationen in einem Nichtgleichgewichtssystem und dessen lineare Antwort auf eine dynamische Störung. Es wird der Formalismus der linearen Antworttheorie für Systeme entwickelt, deren statistisches Verhalten einer allgemeinen Master-Gleichung gehorcht. Daraus werden Bedingungen hergeleitet für die Gültigkeit von Fluktuationstheoremen der Form

$$\phi_{ij}(\tau) = \theta(\tau) \sum_{n=0} \sum_i \alpha_{ji}^{(n)} (\partial/\partial\tau)^n \langle x_i(\tau) x_i(0) \rangle_0,$$

die die lineare Antwort  $\phi_{ij}(\tau)$  mit den Korrelationen  $\langle x_i(\tau) x_i(0) \rangle_0$  im stationären Zustand des Systems verknüpfen. Wir geben mehrere Klassen von Liouville-Operatoren an, die solchen Bedingungen genügen. – Für den Fall eines nicht-stationären Gauss-Markoff-Prozesses kann die Antwortfunktion ebenfalls durch die Korrelationen im ungestörten nicht-stationären Zustand (\*) des Systems ausgedrückt werden:

$$\phi_{ij}(t, s) = \theta(t - s) \sum_i \langle x_i(t) x_i(s) \rangle_* \sigma_{ij}^{-1}(s)$$

mit  $\sigma_{ij}(s) = \langle x_i(s) x_j(s) \rangle_*$ .

### Kritisches Verhalten eines eindimensionalen Kristalls an der displaziven Grenze

VON R. MORF und H. THOMAS

(Institut für Theoretische Physik der Universität Basel)

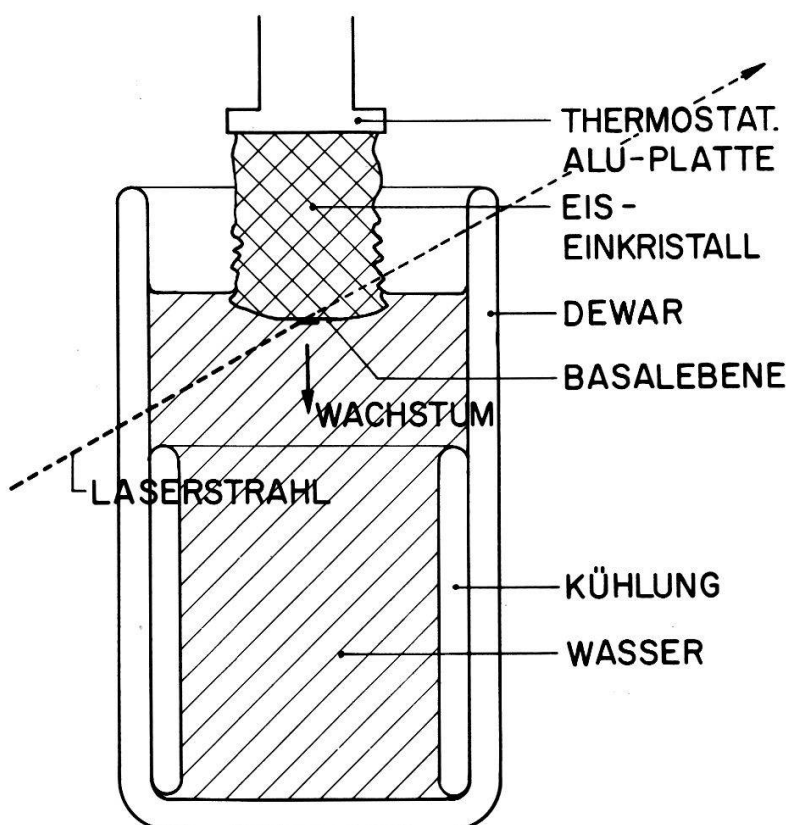
Die displazive Grenze eines klassischen Kristalls ist derjenige Satz von Kopplungsparametern, der eine höher-symmetrische Grundzustandskonfiguration von einer tiefer-symmetrischen trennt. Für einen eindimensionalen Kristall haben wir das Zustandsintegral mit Hilfe einer Transferoperator-Methode exakt berechnet und sein kritisches Verhalten bei  $T=0$  an der displaziven Grenze bestimmt. Der kritische Exponent  $\gamma$  der statischen Suszeptibilität ergibt sich zu  $2/3$ , während die spezifische Wärme eine 'cusp'-artige Singularität mit kritischem Exponenten  $-1/3$  aufweist. Die Skalenfunktion der Suszeptibilität wurde bestimmt.

## Lichtstreuung an der Phasengrenze fest – flüssig

VON H. GÜTTINGER, J. H. BILGRAM, E. SERRALLACH UND W. KÄNZIG

(Laboratorium für Festkörperphysik ETH, 8049 Zürich)

Wir untersuchen den Gefrierprozess an der Phasengrenze fest – flüssig. An einer [0001]-Fläche eines wachsenden Eiskristalles beobachten wir intensive Lichtstreuung. Mit der Methode der Ueberlagerungsspektroskopie [1, 2] bestimmen wir die Linienbreite der Rayleighkomponente des Streulichtes. In Figur 1 ist die Streuzelle dargestellt. In ein Wasserbad, das im unteren Teil auf 4°C thermostatisiert ist, wächst von oben nach unten ein Einkristall, der mit der *c*-Achse parallel zur Wachstumsrichtung



Figur 1  
Streuzelle (schräger Einfall des Laserstrahls eingezeichnet).

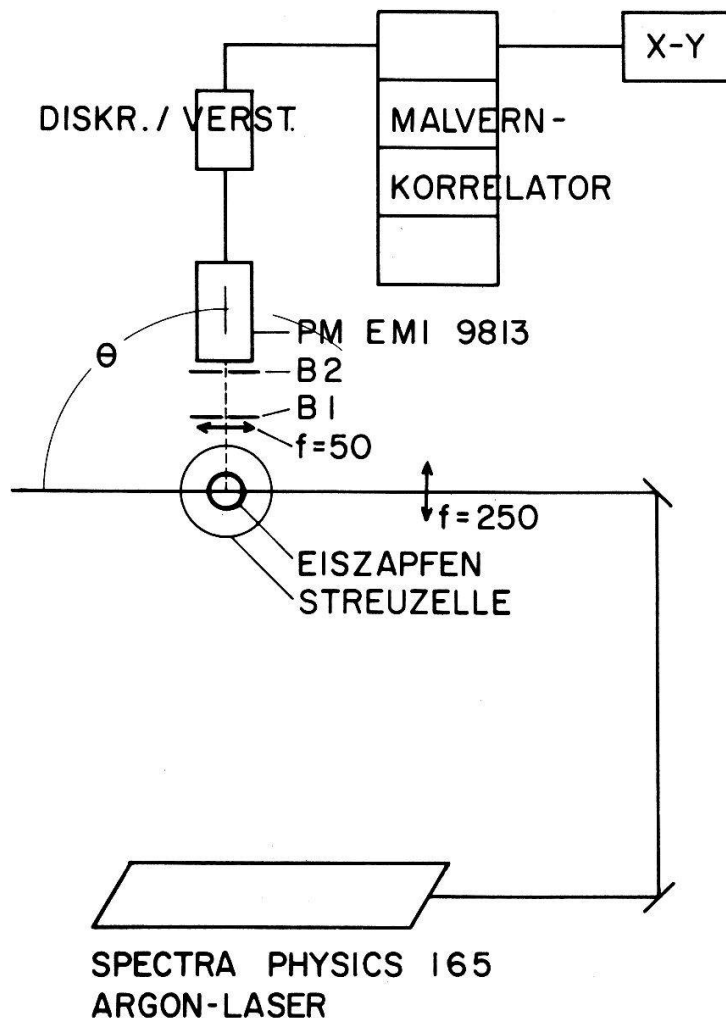
orientiert ist. Wegen des Dichtemaximums von Wasser bei 4°C entsteht eine stabile Schichtung des Wassers und Konvektion tritt nicht auf. Der Einfallswinkel des Laserstrahls relativ zur Basalebene kann variiert werden. Wir führen unsere Messungen unter zwei verschiedenen geometrischen Bedingungen durch: Im ersten Falle verläuft der einfallende Strahl genau parallel zur Basalebene (paralleler Einfall); im zweiten Fall wird der Einfallswinkel so gewählt, dass er kleiner ist als der kritische Winkel für Totalreflexion. Der Strahl tritt dann in das Eis ein (schräger Einfall). Die Beobachtungsrichtung  $\theta$  liegt annähernd in der Ebene der Basalfläche.

Die Brechungsindexverhältnisse an der Phasengrenze sind anscheinend so beschaffen, dass sich das Licht entlang der Phasengrenze wie in einem Wellenleiter ausbreiten kann. Wir beobachten Streulicht aus dem Gebiet dieses 'Wellenleiters'. Es tritt keine Lichtstreuung auf, wenn der Kristall schmilzt oder im Gleichgewicht ist. Da nur



beim wachsenden Kristall Streulicht beobachtet wird, muss man schliessen, dass das Schmelzen nicht einfach die Umkehrung des Gefrierens ist. Bei kleinen Wachstumsraten beobachten wir Lichtstreuung nur an der Basalebene, nicht dagegen an den gekrümmten Flächen, die daran anschliessen. Nur bei sehr grossen Wachstumsraten wird auch dort Streulicht beobachtet. Für das Streulicht an der Basalebene sind wahrscheinlich nicht Rauigkeiten der Basalfläche verantwortlich.

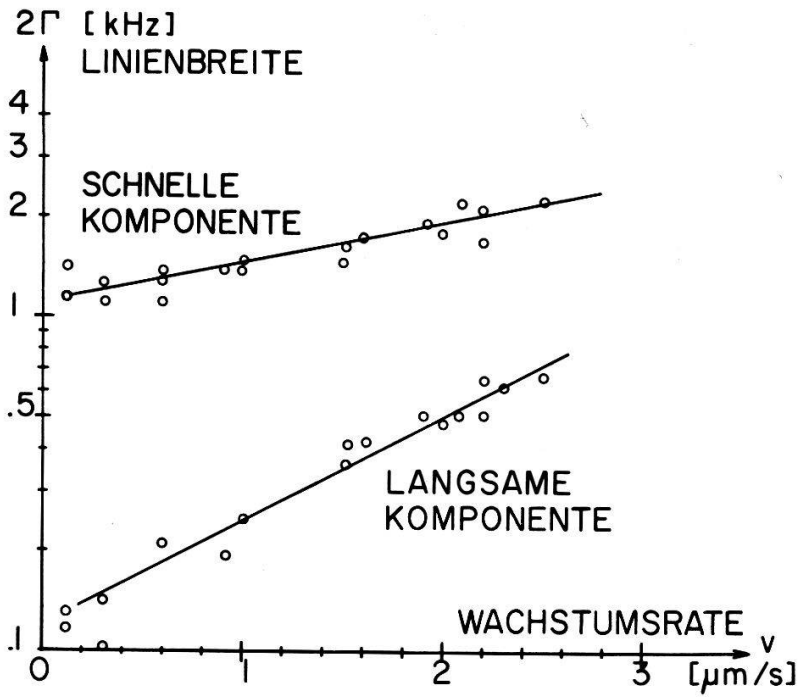
Um sicher zu sein, dass das Streulicht nicht von Staub herrührt, haben wir noch Experimente durchgeführt, bei denen das Eis innerhalb der Streuzelle durch Zonenschmelzen gereinigt wurde. Auch hier wurde das Streulicht an der Basalebene beobachtet.



Figur 2  
Experimentelle Anordnung.

Figur 2 zeigt den Versuchsaufbau. Wir verwenden die grüne Linie des Argon-Lasers mit der Wellenlänge  $5145 \text{ \AA}$  bei einer Leistung zwischen  $0,2 \text{ W}$  und  $0,9 \text{ W}$ . Der Laserstrahl wird auf die Basalebene fokussiert. Ein Teil davon wird in den 'Wellenleiter' eingekoppelt. Bei der Abbildung des Streuvolumens auf die Kathode des Photomultipliers bestimmen die Blenden  $B_1$  und  $B_2$  die Winkelauflösung und selektieren das zu konstruktiver Interferenz fähige Licht. Der digital arbeitende Korrelator berechnet die Intensitäts-Autokorrelationsfunktion

$$g^2(\tau) = \frac{\langle I(\tau)I(0) \rangle}{\langle I \rangle^2}.$$

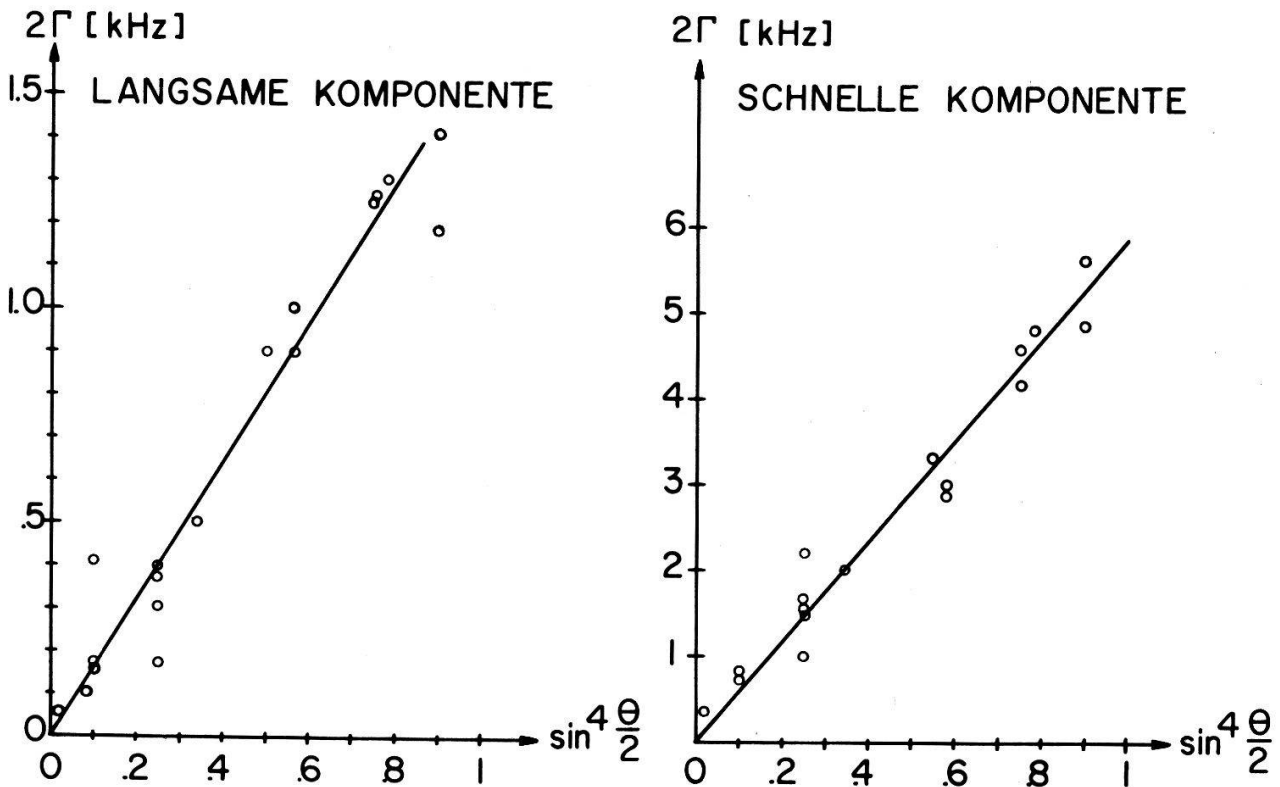


Figur 3

Abhängigkeit der Linienbreite von der Wachstumsgeschwindigkeit bei einer Wellenlänge von 5145 Å und einem Streuwinkel von 90° (schräger Einfall).

Hieraus entnehmen wir die Linienbreite des Streulichtes. Wir betrachten die Detektion als homodyn.

Es zeigt sich, dass bei schrägem Einfall des Laserstrahles zwei dynamische Prozesse unterschieden werden können. Figur 3 zeigt die ihnen zugeschriebenen



Figur 4

Winkelabhängigkeit der Linienbreite des Streulichtes bei einer Wachstumsrate von 1 μm/s. (Schräger Einfall.)

Linienbreiten in Abhängigkeit von der Wachstumsgeschwindigkeit des Kristalls. Beide Prozesse werden mit zunehmendem Wachstum schneller. Bei parallelem Einfall des Lichtes tritt nur die schnelle Komponente auf. Es fällt auf, dass die beobachtete Breite der Rayleighlinie ungefähr der Anzahl der Netzebenen entspricht, die pro sec gebildet werden: Die Gitterkonstante von Eis in der  $c$ -Richtung beträgt  $7,35 \text{ \AA}$ ; bei einer Wachstumsrate von  $1 \text{ \mu m/s}$  werden also im Mittel 1360 Lagen/s aufgetragen.

Figur 4 zeigt die Linienbreite als Funktion des Streuwinkels für eine Wachstumsgeschwindigkeit von  $1 \text{ \mu m/s}$ . Die Linienbreite nimmt zu mit ungefähr der vierten Potenz des Betrages des Streuvektors  $K = (2\omega_0/c)\sin(\theta/2)$ . (Wenn das Verhalten der Fluktuationen durch ein Diffusionsgesetz bestimmt wäre, müsste in einem statistisch homogenen System die Linienbreite mit  $K^2$  zunehmen.) Ein depolarisierter Anteil des Streulichtes konnte nicht nachgewiesen werden.

Wir können noch keine Interpretation für diese experimentellen Resultate anbieten. Auch ist wegen experimentellen Schwierigkeiten die Streuung der Messpunkte noch gross. Als Parameter benützten wir die Wachstumsgeschwindigkeit, weil sie leicht zu messen ist ohne das System zu stören. Es ist denkbar, dass der Parameter 'Wachstumsgeschwindigkeit' durch zwei Parameter, nämlich den Temperaturgradienten im Eis und den Temperaturgradienten im Wasser ersetzt werden muss.

Diese Arbeit wird unterstützt vom Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der Wissenschaftlichen Forschung.

## Literatur

- [1] G. B. BENEDEK, *Optical mixing spectroscopy, with applications to problems in physics, chemistry, biology, and engineering*, in *Polarisation Matière et Rayonnement, Livre de Jubilé en l'honneur du Professeur A. Kastler* (Presse Universitaire de France, Paris 1968), p. 49.  
 [2] B. CHU, *Laser Light Scattering* (Academic Press, New York 1974).

## Elektronische Phasenübergänge und Bandstruktur

### Resonant Scattering in Intermediate Valence SmS–YS Alloys

by G. GÜNTHERODT and F. HOLTZBERG

(IBM T. J. Watson Research Center, Yorktown Heights, New York 10598)

$\text{Sm}_{1-x}\text{Y}_x\text{S}$  undergoes an electronic phase transition as a function of composition and temperature. A discontinuity in the room temperature lattice constant at  $x = 0.15$  separates black ( $0 \leq x \lesssim 0.15$ ) from gold colored, collapsed samples ( $0.15 \lesssim x \leq 1.0$ ). The intermediate-valence state of Sm in  $\text{Sm}_{1-x}\text{Y}_x\text{S}$  has been studied in terms of the optical properties and the scattering time of the conduction electrons. Strong resonant scattering in the collapsed phase at 300 K is attributed to the pinning of the Fermi level  $E_F$  within a mixed-configuration resonant bound state. The latter is found below  $E_F$  at all temperatures in the black phase and at low temperatures in the gold phase. The electronic phase transition is triggered when  $E_F$  approaches the resonant bound state. Our analysis for metallic SmS [1, 2] is consistent with our conclusions for Y doped SmS in the collapsed phase. The enhanced density of states at  $E_F$  in metallic  $\text{SmS}^2$  supports our model of a resonant bound state.

## References

- [1] J. L. KIRK, K. VEDAM, V. NARAYANAMURTI, A. JAYARAMAN and E. BUCHER, *Phys. Rev. B6*, 3023 (1972).  
[2] S. D. BADER, N. E. PHILLIPS and D. B. MCWHAN, *Phys. Rev. B7*, 4686 (1973).

## Etude de la transition semiconducteur – métal dans les composés lamellaires $\text{Mo}_{1-x}\text{Nb}_x\text{Se}_2$

par S. RUDAZ

(Ph. Schmid, Laboratoire de Physique Appliquée, EPF-Lausanne)

Sur des monocristaux fabriqués dans notre laboratoire, on a mesuré la résistivité entre 8 et 300°K ainsi que la réflectivité dans l'infrarouge lointain. Les résultats de ces mesures sont confrontés aux modèles de structure de bande proposés pour ces composés.

## Thermodynamics of One-Dimensional Hubbard Systems

by OTTO KRISEMENT

(Institut für Theoretische Physik II der Universität, D-44 Münster, BRD)

### 1. Introduction

The thermodynamics of one-dimensional Hubbard systems have been studied by many authors using different approaches, but are still far from being fully understood. We start by giving a short survey of the most important recent results.

Knowledge is more extended in the case of one electron per lattice site ( $n = 1$ ) than for arbitrary electron concentration, and numerical calculations proved to be very successful. H. Shiba and P. A. Pincus [1] published exact numerical results for systems of a few lattice sites using a canonical ensemble, and H. Shiba [2] working with a grand canonical ensemble. The latter results permitted a sufficiently safe extrapolation to the thermodynamic limit for the usual thermodynamic quantities. High-temperature series expansions (not necessarily restricted to  $n = 1$ ) were given by G. Beni, P. Pincus and D. Hone [3], using a perturbation calculation. The low-temperature properties in the  $n = 1$  case bear much resemblance to the properties of an antiferromagnetic Heisenberg chain. This correspondence has been extensively studied by D. J. Klein and W. A. Seitz [4] with perturbation theory up to sixth order; and W. A. Seitz and D. J. Klein [5] gave numerical results in a later paper. An exact transformation of the one-dimensional Hubbard Hamiltonian into a representation with spin operators was communicated by W. J. Camp [6], but thermodynamic properties using this representation are not yet available apart from limiting cases.

Numerical calculations should be more difficult to perform for arbitrary electron concentration than for  $n = 1$ . Thus other methods have to be given the preference, and a projector technique seemed to be promising for a small band width to Coulomb interaction ratio. Investigations using this technique were communicated by D. J. Klein, Z. G. Soos and W. A. Seitz [7, 8, 9] and by U. Brandt [10], but when doing better than the first-order result, the latter author restricted himself to the  $n = 1$  case and

exploited the correspondence to the Heisenberg chain, for which good numerical results are available (see for example J. C. Bonner and M. E. Fisher [11]).

The study of the low-lying excitations, which could be used to calculate the low-temperature thermodynamic properties, has appeared to be very troublesome, and the results are far from being complete. Extensive investigations in this field are due to A. A. Ovchinnikov [12, 13], G. V. Uimin and S. V. Fomichev [14] and C. F. Coll [15]. The thermodynamic quantity which is easiest to obtain in this way is the  $T \rightarrow 0$  limit of the specific heat, as can be seen from the paper by M. Takahashi [16].

All this indicates that some approximations have to be introduced right from the beginning when calculating the partition function in order to keep the problem tractable. It must be kept in mind that even quite drastic approximations to the excitation spectrum may lead to sufficiently good expressions for the thermodynamic quantities. We propose here an approximation which starts from exact results for the infinite interaction limit, as given by Sokoloff [17], and combine them with simple combinatorial calculations. No restriction is made as to the electron concentration. The procedure bears some resemblance to the projector technique [7, 8, 9, 10], but is somewhat simpler. In fact, the first-order result is the same as that obtained in [10], but can be improved in iterating the equations given by E. H. Lieb and F. Y. Wu [18] and in taking proper account of the distribution of the low-lying excitations.

## 2. Infinite Interaction Limit

We reformulate the problem for the infinite interaction limit, as studied by Sokoloff [17], and repeat briefly the main steps. The one-dimensional Hubbard system described by the Hamiltonian

$$H = -t \sum_{i=1}^{N_a} \sum_{\sigma} (a_{i\sigma}^+ a_{i-1,\sigma} + a_{i\sigma}^+ a_{i+1,\sigma}) + \frac{J}{2} \sum_{i=1}^{N_a} \sum_{\sigma} n_{i\sigma} n_{i-\sigma}, \quad (1)$$

where the symbols have their usual meaning, is supposed to consist of  $N_a$  lattice sites with  $N$  electrons distributed on them. The numbers  $N_o$ ,  $N_s$ ,  $N_d$  denote unoccupied, singly occupied, doubly occupied sites, and  $M$  is the number of electrons with their spins being parallel to an infinitesimal magnetic field pointing downwards, 'spin-down' electrons in short.

The eigenvalues of the Hamiltonian (1) are given by

$$E = -2t \sum_{j=1}^N \cos k_j \quad (2)$$

where the pairwise unequal numbers  $k_j$ , restricted to an interval of length  $2\pi$ , have to be determined from the Lieb–Wu equations [18] which read

$$N_a k_j = 2\pi I_j - 2 \sum_{\beta=1}^M \arctg [g(\sin k_j - \Lambda_{\beta})]; \quad j = 1, \dots, N$$

$$2 \sum_{j=1}^N \arctg [g(\Lambda_{\alpha} - \sin k_j)] = 2\pi J_{\alpha} + 2 \sum_{\beta=1}^M \arctg \left[ \frac{g}{2} (\Lambda_{\alpha} - \Lambda_{\beta}) \right] \quad \alpha = 1, \dots, M \quad (3)$$

with the 'interaction parameter'  $g$  given by

$$g = \frac{4t}{J} \tag{4}$$

measuring the bandwidth relative to the Coulomb repulsion. The numbers  $I_j$  and  $J_\alpha$  are integers (half-odd) integers for  $M$  even (odd) and  $N-M$  odd (even) respectively.

When the  $\sin k_j$  are suppressed besides the  $\Lambda_\alpha$  underneath the arctg terms, the Lieb–Wu equations (3) reduce to a particularly simple form giving immediately

$$k_j = 2\pi \left( \frac{L_j}{N_a} - \frac{m}{N \cdot N_a} \right); \quad j = 1, \dots, N \tag{5}$$

where the integers  $L_j$  and  $m$  denote

$$L_j = I_j \text{ resp. } I_j - \frac{1}{2}; \quad m = \sum_{\alpha=1}^M J_\alpha \text{ resp. } \sum_{\alpha=1}^M J_\alpha - \frac{N}{2} \tag{6}$$

depending on the different cases for  $M$  and  $N$  even or odd. Obviously, there are in general  $N$  different sets of numbers  $\{k_j\}$  arising from one set of numbers  $\{L_j\}$  according to the possible values of  $m$ . As there are  $N_a! / [(N_a - N)! N!]$  sets of  $\{L_j\}$  leading to different sets  $\{k_j\}$ , there is a total of not more than

$$\frac{(N_a)!}{(N-1)!(N_a-N)!} \tag{7}$$

different sets  $\{k_j\}$ .

The simplification just described of the Lieb–Wu equations leading to (5) seems to be a suitable approximation in the large interaction limit  $J \rightarrow \infty$ , see [13, 17]. In this limit, no doubly occupied lattice sites occur for  $N \leq N_a$ , and the eigenstates may be expanded in a basis of functions which are characterized by the numbers  $N$  and  $M$ . There are

$$\frac{(N_a)!}{(N_a - N)!(N - M)!M!} \tag{8}$$

such functions for a given value of  $M$  and a total of

$$\sum_{M=0}^N \frac{(N_a)!}{(N_a - N)!(N - M)!M!} = \frac{(N_a)!}{N!(N_a - N)!} \cdot 2^N \tag{9}$$

for all  $M$ , this being also the total number of eigenfunctions, see [17].

We note here that the number of eigenfunctions according to (9) for  $N - N_a$  is less than the number of Slater determinants, which amounts to  $2^{2N}$  ( $N$  large), while (9) gives  $2^N$  eigenstates. This reflects the fact that doubly occupied sites disappear in the infinite interaction limit.

Assuming that, on the average, the same number of eigenfunctions belongs to each set of  $\{k_j\}$  (for a discussion of this point see also [17]), the canonical partition

function  $Q_N^\infty = Q_N (J \rightarrow \infty)$  can be written at once. Denoting the ground state energy of a Hubbard chain occupied with  $N$  electrons by  $E_0(N)$ , for which the numerical values can be found in a paper of H. Shiba [19], and using formulae (2), (7) and (8), we obtain

$$Q_N^\infty = \frac{1}{N} \sum_{M=0}^N \frac{M}{M!(N-M)!} \exp(\beta\mu_B(2M-N)B) \exp(\beta E_0(N)) \times \sum_{\{k_j\}_N} \exp\left(2t\beta \sum_{j=1}^N \cos k_j\right). \quad (10)$$

A similar expression has been given in [17]. In (10), an external magnetic field  $B$  has been included, the other symbols having their usual meaning. The summation over  $M$  can be done at once in (10), leading to

$$Q_N^\infty = \exp(\beta E_0(N)) [2 \cdot \text{Cos}(\beta\mu_B B)]^N \cdot \frac{1}{N} \sum_{\{k_j\}} \exp\left(2t\beta \sum_{j=1}^N \cos k_j\right). \quad (11)$$

Thus, the free energy  $f = f(T, B)$  per lattice site is given by

$$f = \frac{-1}{\beta N_a} \ln Q_N^\infty = \frac{-E_0(N)}{N_a} - \frac{1}{\beta} \cdot \frac{N}{N_a} \cdot \ln [2 \text{Cos}(\beta\mu_B B)] + \frac{1}{\beta} \frac{\ln N}{N_a} - \frac{1}{\beta N_a} \ln \left[ \sum_{\{k_j\}} \exp\left(2t\beta \sum_{j=1}^N \cos k_j\right) \right]. \quad (12)$$

In the thermodynamic limit, the third term on the right-hand side can be dropped. We then write

$$f = \frac{-E_0(N)}{N_a} + \hat{f}; \quad \hat{f} = \frac{-1}{\beta N_a} \ln \hat{Q}_N^\infty \quad (13)$$

with  $\hat{Q}_N^\infty$  given by

$$\hat{Q}_N^\infty = [2 \text{Cos}(\beta\mu_B B)]^N \cdot \sum_{\{k_j\}} \exp\left(2t\beta \sum_{j=1}^N \cos k_j\right). \quad (14)$$

To evaluate (14), we turn to the grand partition function

$$\hat{\Xi}^\infty = \sum_{N=0}^{N_a} \exp(\beta\mu' N) \sum_{\{k_j\}_N} \exp\left(2t\beta \sum_{j=1}^N \cos k_j\right), \quad (15)$$

where  $\mu'$  is defined by

$$\mu' = \mu + \frac{1}{\beta} \ln [2 \text{Cos}(\beta\mu_B B)], \quad (16)$$

to obtain

$$f - \mu \frac{\langle N \rangle}{N_a} = \frac{-1}{\beta N_a} \ln \hat{E}^\infty = \frac{-1}{\beta} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{dk}{2\pi} \ln [1 + \exp(\beta\mu' + 2t\beta \cos k)] \quad (17)$$

after having turned from a summation over the sets  $\{k_j\}_N$  to an integration over  $k$  from  $-\pi$  to  $+\pi$ .

Together with (13), (17) yields the desired expression for the free energy per lattice site in the infinite interaction limit

$$f = \frac{-E_0(N)}{N_a} + n \cdot \mu - \frac{1}{\beta} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{dk}{2\pi} \ln [1 + \exp(\beta\mu' + 2\beta \cos k)] \quad (18)$$

for a given electron concentration  $n = N/N_a$ . From (18) the different thermodynamic properties can be calculated in the usual way. Apart from the first two terms, the result (18) is identical with the corresponding formulae in [8, 10] where projector technique has been used.

### 3. Finite Interaction Case

When the interaction constant  $J$  is diminished from infinity to a finite value, doubly occupied sites appear. Now, if the bandwidth degenerates to a level, the eigenstates of the Hamiltonian (1) are simply characterized by the number  $N_d$  of doubly occupied sites. Turning to a small but finite bandwidth ( $g \ll 1$ ), the eigenstates of (1) are not more simply characterized by the numbers  $N_d$ . But taking the zero bandwidth eigenfunctions as a basis, the new eigenfunctions might be expanded on this basis, and we might still assert a mean number  $N_d$  to each of them.

To find the eigenvalues in a first approximation, we compose them additively of two parts: a contribution  $N_d \cdot J$  of the doubly occupied sites and a contribution of the remaining sites which are unoccupied or singly occupied and which we treat as in the infinite interaction case of the preceding section. Accordingly, the eigenvalues have the following approximation form:

$$E(N_d, N_s, \{k_j\}_{N_s}) = N_d \cdot J - 2t \sum_{j=1}^{N_s} \cos k_j, \quad (19)$$

where the sets  $\{k_j\}_{N_s}$  are found from the approximate solution of the Lieb–Wu equations as discussed in the preceding section. Of course, this procedure is quite crude, but should nevertheless be useful so far as  $N_d$  is sufficiently small (or very near  $N/2$ ).

The composition of the eigenvalues of two parts means that we treat the doubly occupied sites in a different way to the rest. The number of approximate eigenstates belonging to a given number  $N_d$  of doubly occupied sites is therefore given by

$$\frac{N_a!}{M!(N_s - M)!(N_a - N_s - N_d)!N_d!} \quad (20)$$

where  $M$  denotes here the number of spin-down electrons on singly occupied sites. For  $N_d = 0$ , (20) reduces to (8) as it should be.



According to (7), there are now

$$\frac{N_a!}{(N_s - 1)!(N_a - N_s)!} \quad (21)$$

different sets  $\{k_j\}_{N_s}$  for a given number  $N_s$  of singly occupied sites. Attributing the same degeneracy to each eigenvalue which turned out to be sufficient when calculating the partition function of the infinite interaction case in the preceding section, we find from (20) and (21) that there is a total of

$$\frac{(N_a - N_s)!(N_s - 1)!}{(N_a - N_s - N_d)!N_d!M!(N_s - M)!} \quad (22)$$

approximate eigenstates for each set  $\{k_j\}_{N_s}$  and for each given number  $N_d$  of doubly occupied sites.

Using (19) and (22) and including the influence of an external magnetic field, the canonical partition function is found to be

$$Q_N = \sum_{N_s=0}^N \sum_{M=0}^{N_s} \frac{(N_a - N_s)!(N_s - 1)!}{(N_a - N_s - N_d)!N_d!M!(N_s - M)!} \exp[\beta\mu_B(2M - N_s)B] \\ \times \exp(\beta E_0(N)) \cdot \exp(-\beta JN_d) \cdot \sum_{\{k_j\}_{N_s}} \exp\left(2t\beta \sum_{j=1}^{N_s} \cos k_j\right), \quad (23)$$

where  $E_0(N)$  denotes the ground state energy. The summation over  $M$  can be done at once, leading to

$$\ln Q_N = \beta E_0(N) + \ln \hat{Q}_N \quad (24)$$

with

$$\hat{Q}_N = \sum_{N_s=0}^N \frac{(N_a - N_s)!}{(N_a - N_s - N_d)!N_d!} \cdot [2 \text{Cos}(\beta\mu_B B)]^{N_s} \cdot \exp(-\beta JN_d) \\ \times \frac{1}{N_s} \sum_{\{k_j\}_{N_s}} \exp\left(2t\beta \sum_{j=1}^{N_s} \cos k_j\right). \quad (25)$$

Introducing the grand partition function  $\hat{\Xi}_{N_a}$ , which is related to  $\hat{Q}_N$  by

$$\ln \hat{Q}_N + \beta\mu\langle N \rangle = \ln \hat{\Xi}_{N_a}, \quad (26)$$

we get when changing the order of summations:

$$\begin{aligned} \hat{E}_{N_a} &= \sum_{N_s=0}^{N_a} \exp(\beta\mu(N_s + 2N_a)) \cdot \hat{Q}_N \\ &= \sum_{N_s=0}^{N_a} \left\{ \sum_{N_d=0}^{N_a-N_s} \frac{(N_a - N_s)!}{(N_a - N_s - N_d)! N_d!} \cdot \exp(\beta(2\mu - J) N_d) \right\} \\ &\quad \times \exp(\beta\mu N_s) \cdot [2 \text{Cos}(\beta\mu_B B)]^{N_s} \cdot \frac{1}{N_s} \sum_{\{k_j\}_{N_s}} \exp\left(2t\beta \sum_{j=1}^{N_s} \cos k_j\right) \\ &= [1 + \exp(2\mu\beta - J\beta)]^{N_a} \cdot \sum_{N_s=0}^{N_a} \exp(\beta\mu'' N_s) \frac{1}{N_s} \sum_{\{k_j\}_{N_s}} \exp\left(2t\beta \sum_{j=1}^{N_s} \cos k_j\right) \quad (27) \end{aligned}$$

with

$$\mu'' = \mu + \frac{1}{\beta} \ln \left[ \frac{2 \text{Cos}(\beta\mu_B B)}{1 + \exp(2\mu\beta - J\beta)} \right]. \quad (28)$$

Now, a value  $\bar{N}_s$  satisfying  $0 < \bar{N}_s < N_a$  can be determined in such a way that for the logarithm of the last sum in (27) we may write

$$\begin{aligned} &\ln \left\{ \sum_{N_s=0}^{N_a} \exp(\beta\mu'' N_s) \frac{1}{N_s} \sum_{\{k_j\}_{N_s}} \exp\left(2t\beta \sum_{j=1}^{N_s} \cos k_j\right) \right\} \\ &= -\ln \bar{N}_s + N_a \cdot \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{dk}{2\pi} \ln [1 + \exp(\beta\mu'' + 2t\beta \cos k)], \quad (29) \end{aligned}$$

where we have used standard procedure of statistical mechanics when turning to the last integration.

With (24) to (29) we obtain the desired expression for the free energy per lattice site in first approximation when  $J$  is finite:

$$\begin{aligned} f &= \frac{-1}{\beta N_a} \ln Q_n = \frac{-E_o(N)}{N_a} + n\mu - \frac{1}{\beta} \ln [1 + \exp(2\mu\beta - J\mu)] \\ &\quad - \frac{1}{\beta} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{dk}{2\pi} \ln [1 + \exp(\beta\mu'' + 2t\beta \cdot \cos k)]. \quad (30) \end{aligned}$$

In writing (30), we have dropped the term  $(1/\beta) (\ln \bar{N}_s)/N_a$  which is to be neglected in the thermodynamic limit.

The expression (30) is identical with the first-order result of U. Brandt [10], using projector technique, apart from the zero-temperature terms.

#### 4. Finite Interaction Case, Improved Approximation

To improve upon the result of the preceding section we first use an iteration procedure for the solutions  $k_j$ ,  $A_\alpha$  of the Lieb–Wu equations (3), starting with the solutions in the infinite interaction limit. Denoting these solutions, which were discussed in Section 2, by  $k_j^\infty$ ,  $A_\alpha^\infty$ , we make the Ansatz

$$A_\alpha = A_\alpha^\infty + \lambda_\alpha; \quad k_j = k_j^\infty + l_j \quad (31)$$

with small correction terms  $\lambda_\alpha$ ,  $l_j$ . The  $\lambda_\alpha$  are determined in such a way that the second Lieb–Wu equation in (3) is satisfied, which after expansion of the arctg terms to first order leads to

$$\sum_{j=1}^{N_s} \frac{\lambda_\alpha - \sin k_j}{1 + (gA_\alpha^\infty)^2} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{\beta=1}^M \frac{\lambda_\alpha - \lambda_\beta}{1 + \left[ \frac{g}{2} (A_\alpha^\infty - A_\beta^\infty) \right]^2}. \quad (32)$$

From this formulae follows

$$\sum_{\alpha=1}^M \frac{\lambda_\alpha}{1 + (gA_\alpha^\infty)^2} = \overline{\sin k_j} \cdot A(A^\infty) \quad (33)$$

with

$$\overline{\sin k_j} = \frac{1}{N_s} \sum_{j=1}^{N_s} \sin k_j \quad \text{and} \quad A(A^\infty) = \sum_{\alpha=1}^M \frac{1}{1 + (gA_\alpha^\infty)^2}. \quad (34)$$

Using this and expanding the first Lieb–Wu equation (3) in the same way by means of the Ansatz (31), we get

$$N_a l_j = 2gA \cdot \overline{\sin k_j} - 2gA \cdot \sin k_j^\infty - 2gA \cdot l_j \cos k_j^\infty. \quad (35)$$

From (35) the corrected energy eigenvalues are obtained to first order in  $g$ :

$$E = -2t \sum_{j=1}^{N_s} \cos k_j = -2t \sum_{j=1}^{N_s} \cos k_j^\infty + 2t \cdot \frac{2gA}{N_a} \cdot \left\{ \overline{\sin k_j} - \sum_{j=1}^{N_s} \sin^2 k_j^\infty \right\}. \quad (36)$$

For the ground state one has (see [19]):

$$A = N_s \cdot \frac{\ln 2}{2} \quad \text{and} \quad \overline{\sin k_j^\infty} = 0. \quad (37)$$

Retaining these values in (36), we obtain from (36) the following approximation to the energies:

$$E = -2t \sum_{j=1}^{N_s} \cos k_j^\infty - 4 \ln 2 \cdot \frac{N_s}{N_a} \cdot \frac{t^2}{J} \left( N_s - \sum_{j=1}^{N_s} \cos(2k_j^\infty) \right). \quad (38)$$

After introducing (38) in (23) and setting the external magnetic field  $B = 0$ , the canonical partition function is found to be

$$\begin{aligned}
 Q_N = & \sum_{N_s=0}^N \frac{(N_a - N_s)!}{(N_a - N_s - N_d)! N_d!} \cdot 2^{N_s} \cdot \exp(-\beta J N_d) \exp(\beta E_0(N)) \\
 & \times \exp\left(4 \ln 2 \cdot \frac{N_s}{N_a} \cdot \frac{t^2}{J} \cdot \beta \cdot N_s\right) \\
 & \times \frac{1}{N_s} \sum_{\{k_j^\infty\}_{N_s}} \exp\left\{2t\beta \sum_{j=1}^{N_s} \cos k_j^\infty - 4 \ln 2 \cdot \frac{N_s}{N_a} \cdot \frac{t^2}{J} \cdot \beta \sum_{j=1}^{N_s} \cos 2k_j^\infty\right\}. \quad (39)
 \end{aligned}$$

As for higher temperatures, when doubly occupied sites come into play, the correcting terms in (36) become less important, it is justifiable to use (38) in (39) for all temperatures. The calculation of the free energy is now straightforward. In exactly the same manner as when proceeding from (23) to (30), the following expression is derived from (39):

$$\begin{aligned}
 f = \frac{-1}{\beta N_a} \ln Q_N = & \frac{-E_0(N)}{N_a} - 4 \ln 2 \cdot \frac{t^2}{J} \cdot n^2 + \mu n - \frac{1}{\beta} \ln [1 + \exp(2\mu\beta - J_{\text{eff}}\beta)] \\
 & - \frac{1}{\beta} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{dk}{2\pi} \ln [1 + \exp(\beta\mu''_{\text{eff}} + 2t\beta\varepsilon(k))] \quad (40)
 \end{aligned}$$

where  $J_{\text{eff}}$ ,  $\mu''_{\text{eff}}$  and  $\varepsilon(k)$  are given by

$$\begin{aligned}
 J_{\text{eff}} & \cong J + 16 \ln 2 \cdot \frac{t^2}{J} \cdot n \\
 \mu''_{\text{eff}} & = \mu + \frac{1}{\beta} \ln \left[ \frac{2}{1 + \exp(2\mu\beta - J_{\text{eff}}\beta)} \right] \quad (41) \\
 \varepsilon(k) & \cong \cos k - 2 \ln 2 \cdot n \cdot \frac{t}{J} \cos(2k).
 \end{aligned}$$

For low temperatures, formulae (39) and (40) still have serious shortcomings. With the interaction parameter  $g = 4t/J$  increasing from zero to a finite (but small) value, low-lying excited states develop from the antiferromagnetic ground state [12, 13, 14]. These states are characterized by changing one, two, ...,  $N/2$  of the numbers  $J_\alpha, \alpha = 1, \dots, N/2$  (see formulae (6)) which determine the ground state (for  $N$  electrons).

To allow for this spreading into low-lying excited states from the ground state, covering an energy interval  $\varepsilon_m$  (equal to  $2\pi(t^2/J)$  according to [12, 13, 14]), we take one factor  $\exp(-\beta\varepsilon_j^0)$  of the lowest energy term in the last sum of (39) which for  $\beta^{-1} < \varepsilon_m$  we trivially rewrite in the form

$$\exp(-\beta\varepsilon_j^0) \rightarrow \exp(-\beta\varepsilon_j^0) \frac{\beta \int_0^{1/\beta} d\varepsilon \exp(-\beta\varepsilon)}{1 - \exp(-1)} = \exp(-\beta\varepsilon_j^0) \frac{\beta \int_0^{1/\beta} d\varepsilon \exp(-\beta\varepsilon)}{0,632} \quad (42)$$

and replace it by

$$\exp(-\beta\varepsilon_j^0) \rightarrow \exp(-\beta\varepsilon_j^0) \frac{\beta \int_0^{1/\beta} d\varepsilon \rho(\varepsilon) \exp(-\beta\varepsilon)}{0,632} \quad \text{for } \beta^{-1} \leq \varepsilon_m. \quad (43)$$

The notation  $\varepsilon_j^0$  for lowest energy values is obvious. The distribution function  $\rho(\varepsilon)$  in (43), reducing to  $\rho_0 \equiv 1$  in the finite interaction limit, reflects the spreading into the excited states.

As from (43) the function

$$g(\beta) = \frac{\beta}{0,632} \int_0^{1/\beta} d\varepsilon \rho(\varepsilon) \exp(-\beta\varepsilon), \quad \beta^{-1} \leq \varepsilon_m \quad (44)$$

determines a temperature-dependent correction to the partition function in the low temperature region  $0 < \beta^{-1} < \varepsilon_m$ . For higher temperatures we take the correcting term to be

$$g(\beta) = \frac{1}{0,632 \cdot \varepsilon_m} \int_0^{\varepsilon_m} d\varepsilon \rho(\varepsilon) \exp(-\beta\varepsilon), \quad \beta^{-1} > \varepsilon_m, \quad (45)$$

as  $\varepsilon_m$  is the upper limit for the low-lying excited states.

Thus, with (43), (44) and (45), the low-temperature expressions for the canonical partition function  $\tilde{Q}_N$  and the free energy per lattice site  $\tilde{f}$  turn out to be written in the form

$$\tilde{Q}_N = (g(\beta))^N \cdot Q_N; \quad \tilde{f} = \frac{-N}{\beta N_a} \cdot \ln g(\beta) + f \quad (46)$$

with  $Q_N$  given by (39) and  $f$  given by (40), where we have used the fact that for sufficiently low temperatures the lowest term in the last sum of (39) mainly contributes to the partition function.

The exact determination of the distribution function  $\rho(\varepsilon)$  seems to be complicated. But we note that from the definition of  $\rho(\varepsilon)$ , a power series expansion in the form  $\rho(\varepsilon) = 1 + \alpha_1 \varepsilon + \alpha_2 \varepsilon^2 + \dots$  is appropriate. Furthermore, the asymptotic value of the entropy for  $\beta^{-1} \rightarrow 0$  is known. As there is a total of  $2^{N/2}$  low-lying excited states (including the ground state), it must be  $k \cdot \ln 2$  per electron. This may be used to find an approximation to  $\rho(\varepsilon)$ .

## 5. A Numerical Approximation

The numerical evaluation of formulae (40) for the high-temperature properties is straightforward and requires no approximation. We therefore turn to the low-temperature properties and try the simplest approximation to the distribution function  $\rho(\varepsilon)$  in setting

$$\rho(\varepsilon) = 1 + \alpha\varepsilon, \quad \alpha\varepsilon_m = 2(2 \ln 2 - 1) = 0,528 \quad (47)$$

where the numerical value for  $\alpha$  has been fixed by requiring the high-temperature asymptotic value of the entropy to be given correctly (see preceding section). The choice (47) leads to

$$g(\beta) = \begin{cases} 1 + 0,418 \frac{\alpha \varepsilon_m}{\beta \varepsilon_m} & \text{for } 0 < \beta^{-1} \leq \varepsilon_m \\ \frac{1}{0,632 \cdot \beta \varepsilon_m} \cdot \left[ \left( 1 + \frac{\alpha \varepsilon_m}{\beta \varepsilon_m} \right) - \left( 1 + \alpha \varepsilon_m + \frac{\alpha \varepsilon_m}{\beta \varepsilon_m} \right) \exp(-\beta \varepsilon_m) \right] & \text{for } \beta^{-1} > \varepsilon_m. \end{cases} \quad (48)$$

Applying standard thermodynamical formulae, the specific heat and the entropy in the low-temperature region have been calculated. The results are plotted in Figures 1 and 2 for one electron per lattice site. The dotted parts of the curves refer to the high-temperature region.

Figures 1 and 2 also contain the corresponding thermodynamic functions for the antiferromagnetic Heisenberg chain with coupling constant  $I$ , as taken from [11]. The resemblance of the low-temperature properties of the one-dimensional Hubbard system with those of the antiferromagnetic Heisenberg chain is obvious, the values for the entropy being practically the same and the values for the specific heat being close to each other in the low-temperature region  $0 < \beta^{-1} \leq \varepsilon_m = I$ . This agrees with the results obtained in using projector techniques for  $n = 1$  in [10] and for arbitrary  $n$  in [9]. In the high-temperature region given by  $\beta^{-1} > \varepsilon_m = I$ , however, there is a striking difference (apart from the asymptotic values for  $\beta^{-1} \rightarrow 0$ ) which is probably due to the crude approximation (47), (48). The steps in the curves linking low- and high-temperature regions are by no means realistic and must disappear in a better approximation to  $\rho(\varepsilon)$ .

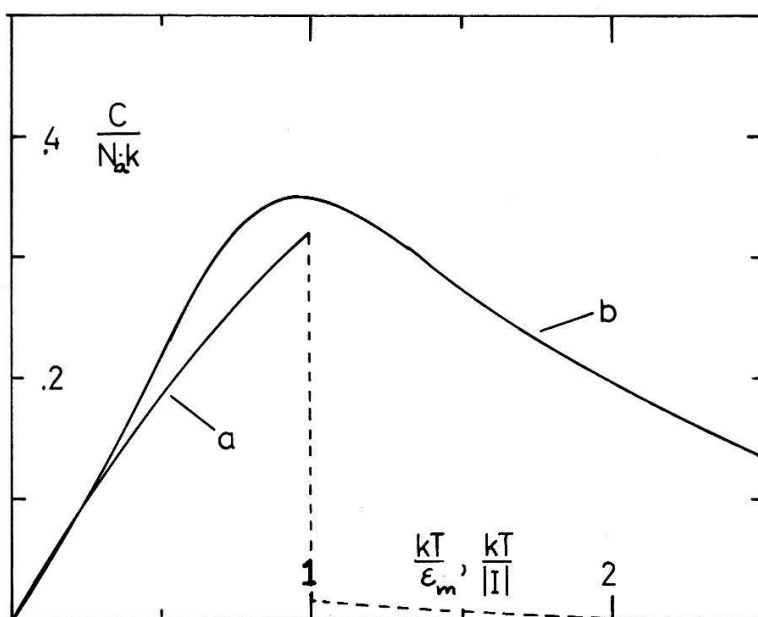


Figure 1

Specific heat. a) This calculation for one-dimensional Hubbard system ( $n = 1$ ). b) Antiferromagnetic Heisenberg chain, coupling constant  $I$ , see [11].

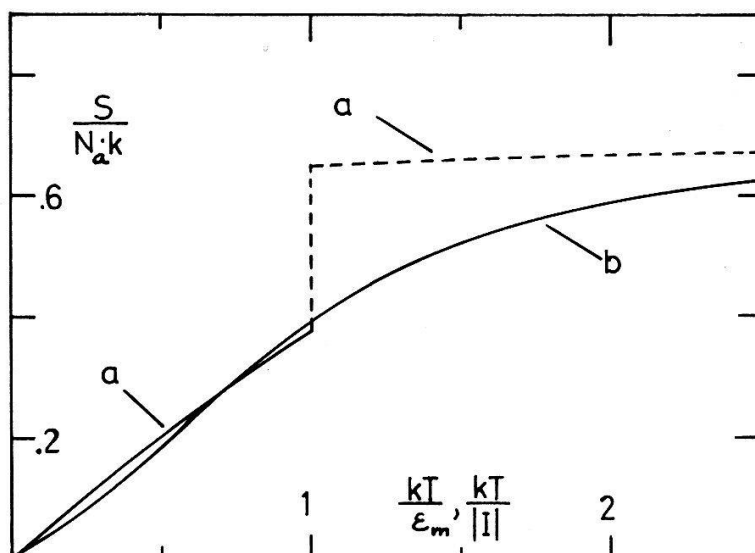


Figure 2

Entropy. a) This calculation for one-dimensional Hubbard system ( $n = 1$ ). b) Antiferromagnetic Heisenberg chain, coupling constant  $I$ , see [11].

## References

- [1] H. SHIBA and P. A. PINCUS, *Phys. Rev. B* **5**, 1966 (1972).
- [2] H. SHIBA, *Progr. Theor. Phys. (Japan)* **48**, 2171 (1972).
- [3] G. BENI, P. PINCUS and D. HONE, *Phys. Rev. B* **7**, 3389 (1973).
- [4] D. J. KLEIN and W. A. SEITZ, *Phys. Rev. B* **8**, 2236 (1973).
- [5] W. A. SEITZ and D. J. KLEIN, *Phys. Rev. B* **9**, 2159 (1974).
- [6] W. J. CAMP, *Phys. Rev. B* **10**, 2903 (1974).
- [7] Z. G. SOOS and D. J. KLEIN, *J. Chem. Phys.* **55**, 3284 (1971).
- [8] D. J. KLEIN, *Phys. Rev. B* **8**, 3452 (1973).
- [9] D. J. KLEIN and W. A. SEITZ, *Phys. Rev. B* **10**, 3217 (1974).
- [10] U. BRANDT, *Z. Phys.* **269**, 221 (1974).
- [11] J. C. BONNER and M. E. FISHER, *Phys. Rev.* **135**, A640 (1964).
- [12] A. A. OVCHINNIKOV, *Sov. Phys. JETP* **30**, 1160 (1970).
- [13] A. A. OVCHINNIKOV, *Sov. Phys. JETP* **37**, 176 (1973).
- [14] G. V. UIMIN and S. V. FOMICHEV, *Sov. Phys. JETP* **36**, 1001 (1973).
- [15] C. F. COLL, *Phys. Rev. B* **9**, 2150 (1974).
- [16] M. TAKAHASHI, *Progr. Theor. Phys. (Japan)* **52**, 103 (1974).
- [17] J. B. SOKOLOFF, *Phys. Rev. B* **2**, 779 (1970).
- [18] E. H. LIEB and F. Y. WU, *Phys. Rev. Lett.* **20**, 1445 (1968).
- [19] H. SHIBA, *Phys. Rev. B* **6**, 930 (1972).

## Comment on the Pinning of the Fröhlich Charge Density Wave

by L. PIETRONERO AND S. STRÄSSLER

(Brown Boveri Research Center, CH-5401 Baden, Switzerland)

Recent far infrared experiments on KCP have shown that the Fröhlich charge density wave is pinned below  $T_p \simeq 100^\circ\text{K}$ . The resulting frequency of the optical mode is of the order  $\omega_p \sim 2 \text{ meV}$ . We present a theory of the pinning mechanism which gives an estimate for the ratio  $T_p/\omega_p$  in good agreement with experiments.

## **Einfluss von Stapelfehlern auf die Bandstruktur von Schichtkristallen**

VON K. MASCHKE UND PH. SCHMID

(Laboratoire de Physique Appliquée, EPF-Lausanne)

Stapelfehler in Schichtkristallen – wie z.B. in GaSe – führen zu einer Lokalisierung der Wellenfunktionen in Richtung senkrecht zur Schichtebene. Die entsprechenden Lokalisierungslängen lassen sich im Rahmen eines tight-binding Modells abschätzen. Es wird gezeigt, dass sich die für GaSe gemessene Anisotropie der Leitfähigkeit im Rahmen eines solchen Modells verstehen lässt.

## **Berechnung von Ladungsdichte und statischer Dielektrizitätskonstante für NaCl mit Hilfe der Pseudopotentialmethode**

VON S. NAGEL

(Laboratoire de Physique Appliquée, EPF-Lausanne)

Um zu untersuchen, ob die Anwendung der lokalen Pseudopotentialmethode auf ionische Substanzen die hier vorhandenen Bindungsverhältnisse befriedigend wiedergibt, wurden mit Hilfe dieser Methode Ladungsverteilung  $\rho(r)$  und statische Dielektrizitätskonstante  $\epsilon(0)$  für NaCl berechnet.

Die PSP-Formfaktoren wurden einer Bandstrukturberechnung von Cohen [1] entnommen. Die berechneten Werte für  $\rho(r)$  und  $\epsilon(0)$  stimmen gut mit experimentellen Daten überein.

Der Einfluss der in der lokalen PSP-Methode gemachten Näherungen auf die Ergebnisse wird diskutiert.

### **Literatur**

[1] M. L. COHEN und C. Y. FONG, Phys. Rev. Letters 21, 22 (1968).

## **Exzitonen**

### **Phasendiagramm zur Bose-Einstein Kondensation**

VON D. BAERISWYL UND W. CZAJA

(Laboratories RCA Ltd., Zürich)

Eigenschaften des Emissionsspektrums in AgBr bei tiefen Temperaturen und unter intensiver Anregung weisen auf Bose-Einstein Kondensation von Exzitonen hin [1]. Andererseits ist der  $\lambda$ -Übergang im flüssigen He<sup>4</sup> wiederholt als Bose-Einstein Kondensation der Helium-Atome gedeutet worden.

Kritische Temperaturen  $T_c$  für das Exzitonensystem ermitteln wir wie in [1] für verschiedene Anregungsintensitäten und damit auch für verschiedene Exzitonendichten. Die entsprechende Dichteabhängigkeit der kritischen Temperatur in Helium lässt sich aus den Dichtemessungen entlang der  $\lambda$ -Linie ableiten [2].



Wir zeigen, dass die  $T_c$ -Werte für Exzitonen mit den  $T_\lambda$ -Werten für Helium vergleichbar sind, sofern die Grössen bezüglich analoger Einheiten normiert werden. Zudem diskutieren wir die Resultate im Rahmen der Theorie des verdünnten Bose-Gases, wobei wir die Wechselwirkung durch die Streulänge  $a$  charakterisieren. Dieses einfache Modell führt auf ein Phasendiagramm, das das qualitative Verhalten der Messdaten beider Systeme beschreibt.

### Literatur

- [1] W. CZAJA und C. F. SCHWERDTFEGGER, *Solid State Comm.* 15, 87 (1974) und Proc. XII. Internat. Conf. Physics of Semicond., p. 142, Stuttgart 1974.
- [2] J. WILKS, *The Properties of Liquid and Solid Helium* (Clarendon Press, Oxford 1967).

## Magnetfeldabhängigkeit der verzögerten Fluoreszenz in Naphthalin Kristallen bei niedrigen und hohen Exzitonendichten

VON M. CHABR und I. ZSCHOKKE-GRÄNACHER  
(Institut für Physik, Universität Basel)

Bei der paarweisen Annihilation von Triplett-Exzitonen in organischen Kristallen werden sowohl Triplett- als auch Singlett-Exzitonen gebildet. Die Singlett-Exzitonen zerfallen unter Emission der gut beobachtbaren verzögerten Fluoreszenz. Da die Annihilation in den Singlettzustand magnetfeldabhängig ist, hängt die Intensität der verzögerten Fluoreszenz ausser von der Dichte der Triplett-Exzitonen auch von der Stärke des äusseren Magnetfeldes ab.

Wir haben die verzögerte Fluoreszenz bei niedrigen und hohen Exzitonendichten für verschiedene Magnetfelder gemessen. Das beobachtete Verhalten lässt sich mit keiner der bekannten Theorien für den Annihilationsprozess von Triplett-Exzitonen erklären.

Im Vortrag werden die Messresultate diskutiert und Ergänzungen der bisherigen Modellvorstellungen vorgeschlagen.

## Exziton-Vibron-Wechselwirkung in KCN

VON M. BÖSCH  
(Lab. f. Festkörperphysik, ETH, 8049 Zürich)

Reflexionsmessungen an KCN-Einkristallen zeigen im Vakuum-Ultraviolett bei Zimmertemperatur eine Exzitonbande mit 7 Maxima. Beim Abkühlen löst sich die Bande auf in 7 getrennte scharfe Linien mit einem Abstand von 0,2 eV, der mit zunehmender Photonenergie etwas abnimmt. Die verschiedenen Phasenumwandlungen, die KCN beim Abkühlen auf Heliumtemperatur erleidet, manifestieren sich in einer scharfen Abnahme der Linienbreiten. Ein Interpretationsvorschlag auf Grund der Wechselwirkung zwischen Exziton und Streckschwingung des CN-Moleküls wird gegeben. Entsprechende Messungen am System KCl-KCN sind im Gang.

**Biexciton in Indirect Gap Semiconductors: Applications to GaSe and AgBr<sup>1)</sup>**

by A. QUATTROPANI and J. J. FORNEY

(Laboratoire de Physique Théorique and Laboratoire de Physique Appliquée, and  
Ecole Polytechnique Fédérale, Lausanne, Switzerland)

and F. BASSANI

(Istituto di Fisica, Università di Roma, Italy)

The effective mass approximation for biexciton states is extended to semiconductors with indirect gap. An equation similar to that valid for direct gap semiconductors is obtained for the envelope function. The electron-hole exchange contribution is formally the same as that for the direct gap case.

Intervalley interaction lifts the degeneracy of the biexciton groundstate.

The procedure is applied to the case of GaSe and of AgBr, where the groundstate multiplet of the biexcitons are related to the band structures. A detailed article will appear in Phys. Stat. Sol. (b).

<sup>1)</sup> Partially supported by the Fonds National Suisse de la Recherche Scientifique and by the C.N.R. through a G.N.S.M. contract.

**Exciton States in a Uniform Magnetic Field. Application to GaSe**

by A. BALDERESCHI

(Laboratoire de Physique Appliquée, EPF-Lausanne)

The energy spectrum of excitons in an external magnetic field is calculated for arbitrary field strength. In particular, a large number of bound states are studied for the first time in the intermediate-field region. In order to allow comparison with experiment, the oscillator strength for optical transitions to exciton states is also calculated. The results obtained are applied to interpret magneto-spectroscopy experiments in GaSe.

**Absorption optique des cristaux mixtes GaS<sub>x</sub>-Se<sub>1-x</sub>**

par C. DEPEURSINGE et LE CHI THANH

(Laboratoire de Physique Appliquée, EPF-Lausanne)

Les composés semiconducteurs GaS et GaSe forment une solution solide GaS<sub>x</sub>Se<sub>1-x</sub>. Nous avons étudié l'absorption optique de ces cristaux pour différentes valeurs de  $x$ . Les positions des transitions indirectes et directes ont été déterminées et l'existence d'un exciton indirect mise en évidence. Les différents phonons associés à la transition indirecte sont discutés dans le cas des différents polytypes rencontrés dans les cristaux mixtes.

## Supraleiter

### A.C. Quantum Interference in Superconducting Films with Periodically Modulated Thickness

by P. MARTINOLI, O. DALDINI, C. LEEMANN and E. STOCKER

(Laboratorium für Festkörperphysik, Eidgenössische Technische Hochschule, Zürich, Switzerland)

We have observed a.c. quantum interference in type II superconducting films with periodically modulated thickness [1]. Marked and relatively sharp supercurrent steps appear at well-defined voltages in the I-V characteristics when vortex motion is induced by superimposed d.c. and a.c. (rf) currents [2]. The essential condition for the observation of the interference effect is matching of the vortex lattice to the periodic pinning structure due to the thickness modulation. At a matching field the individual vortices of the moving lattice act in a highly coherent way and behave essentially like an array of superconducting weak links. A simple model, based on a theory of Waldram et al. [3], accounts for our experimental results.

#### References

- [1] O. DALDINI, P. MARTINOLI, J. L. OLSEN and G. BERNER, *Phys. Rev. Lett.* 32, 218 (1974).
- [2] A. T. FIORY, *Phys. Rev. Lett.* 27, 501 (1971).
- [3] J. R. WALDRAM, A. B. PIPPARD and J. CLARKE, *Phil. Trans. Roy. Soc. A* 268, 265 (1970).

### Some Properties of Thin Films of Niobium Nitride

by H. JONES, Ø. FISCHER and G. BONGI

(Dept. de Physique de la Matière Condensée, Université de Genève)

In a previous publication we presented the results of the resistive behavior of thin films of NbN in correlation with their superconducting properties [1]. We have since measured the superconducting energy gap of these films as well as analyzed the temperature dependence of the resistivity in terms of a hopping conduction mechanism proposed by Mott [2]. There is evidence of fluctuation conductivity above  $T_c$ , both in the rounding of the resistive transitions of these films and in the tunneling characteristics of some NbN-oxide-Pb tunnel junctions which had unusually low impedances.

#### References

- [1] H. JONES, Ø. FISCHER and G. BONGI, *Solid State Comm.* 14, 1064 (1974).
- [2] N. F. MOTT, *Phil. Mag.* 19, 835 (1969).

## Un modèle phénoménologique décrivant les propriétés supraconductrices des alliages de structure A-15

par G. BONGI, Ø. FISCHER et H. JONES

(D.P.M.C. Université de Genève)

Une nouvelle approche décrivant les propriétés supraconductrices des alliages A-15 est discutée. Elle est basée sur le caractère local de chacun des constituants d'un alliage et sur la notion de transfert de charge. En comparant les valeurs de  $T_c$  d'alliages  $A_3X$  avec un terme représentant la densité électronique à la limite de la cellule de Wigner-Seitz et qui est empiriquement relié au module de rigidité, nous sommes en mesure de décrire les variations de  $T_c$  pour différents alliages à base de Nb, V, Mo et Ti. Une extension de ce modèle aux alliages contenant des impuretés magnétiques nous permet également une description de la formation de moment localisé dans ces systèmes.

## Magnetization and Pinning Phenomena of a Josephson Junction (Analog Model Method to Solve Josephson Equation)

by T. YAMASHITA and L. L. RINDERER

(Institut de Physique Expérimentale de l'Université de Lausanne, CH-1015 Lausanne-Dorigny)

The vortex state of a Josephson junction is analogous to the mixed state of a type II superconductor. It can be expected that there exist several analogous or corresponding phenomenon between a Josephson junction and a type II superconductor such as the pinning effect and the magnetization curve. The Josephson junction is also well known that it has many possibilities for applications, for example, in computer elements and the precise measurement of a magnetic field by SQUID. However, it is not so easy to solve the Josephson equation by an analytical method because of its high non-linearity.

In order to obtain the magnetic field dependences of the magnetization and the critical current of a Josephson junction, it is necessary to solve the Josephson phase equation [1],

$$\partial^2 \varphi(x) / \partial x^2 = \lambda_J^{-2} \sin(x) \quad (1)$$

for the actual junction, where  $\varphi(x)$  is the phase difference at  $x$  of the order parameters of two superconductors and  $\lambda_J$  is the Josephson penetration depth. It is convenient to use the analog model to solve equation (1). Figure 1 shows the analog model which consists of rubber strings  $S_0$  and  $S_1$ , a pendulum array A, pulley P, marking pins M.P., plastic balls P.B., belt B and a holder H [3].

The mathematical expressions for both cases are shown in the next table, where a field  $H$ , a current  $I$ , an induction  $B$  and a magnetization  $-4\pi M$  correspond to torques  $T_H$ ,  $T_I$ ,  $T_T$  and  $-m$ , respectively.  $K_0$  is the twisting constant of  $S_0$  and  $\varphi(x)$  of the analog model is the phase value of the pendulum at  $x$ , and  $\varphi_0$  and  $t$  are a flux quantum and a flux penetration length, respectively.

It is possible to derive the identical dimensionless expressions for two cases by using the variable transformations.

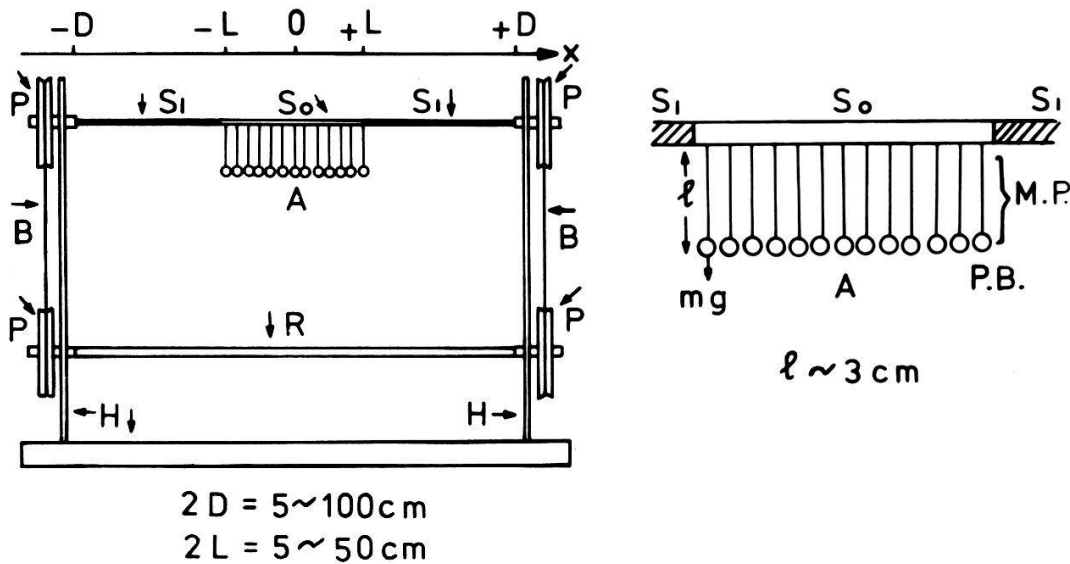


Figure 1

Analog model of Josephson junction. A: Pendulum array;  $S_0$ ,  $S_1$ : rubber strings with twisting const.  $K_0$  and  $k$ ; P: pulley; B: belt; R: rigid bar; H: holder;  $mg$ : gravitational moment.

The torques applied to the edges of the array can be expressed as

$$T_T(\pm L) = K_0 \partial\varphi/\partial x|_{\pm L} = \pm k(\varphi_{\pm D} - \varphi_{\pm L}) \quad (2)$$

where  $k$  is the twisting constant of  $S_1$ . Using equation (2),  $T_H$ ,  $T_I$ , and  $-m$  can be rewritten as

$$T_H = k/2 \cdot \{(\varphi_D - \varphi_L) - (\varphi_{-D} - \varphi_{-L})\} \quad (3)$$

$$T_I = k\{(\varphi_D - \varphi_L) + (\varphi_{-D} - \varphi_{-L})\} \quad (4)$$

$$-m = k/2 \cdot \{(\varphi_D - \varphi_{-D}) - (1 + K_0/kL)(\varphi_L - \varphi_{-L})\} \quad (5)$$

Table I

Josephson junction	Analog model
* Phase equation	
* $\partial^2 \varphi(x)/\partial x^2 = \lambda_J^{-2} \sin(x)$	* $\partial^2 \varphi(x)/\partial x^2 = mg\ell/K_0 \sin \varphi(x)$
* Boundary condition	
$(\varphi_0/2\pi t) \partial\varphi/\partial x _{\pm L} = H(\pm L)$	$K_0 \partial\varphi/\partial x _{\pm L} = T_T(\pm L)$
* $I = \int_{-L}^L j(x) dx = c/4\pi \cdot H(x) _{-L}^L$	* $T_I = \int_{-L}^L T_P(x) dx = T_T(x) _{-L}^L$
$= c\varphi_0/8\pi^2 t \cdot (\partial\varphi/\partial x _L - \partial\varphi/\partial x _{-L})$	$= K_0(\partial\varphi/\partial x _L - \partial\varphi/\partial x _{-L})$
* $H = 1/2 \cdot \{H(L) + H(-L)\}$	* $T_H = 1/2 \cdot \{T_T(L) + T_T(-L)\}$
$= \varphi_0/4\pi t \cdot (\partial\varphi/\partial x _L + \partial\varphi/\partial x _{-L})$	$= K_0/2 \cdot (\partial\varphi/\partial x _L + \partial\varphi/\partial x _{-L})$
* $-4\pi M = H - B$	* $-m = T_H - \bar{T}_T$
$B = \bar{H}(x) = 1/2L \cdot \int_{-L}^L H(x) dx$	$\bar{T}_T = 1/2L \cdot \int_{-L}^L K_0(\partial\varphi/\partial x) dx$
$= \varphi_0/4\pi tL \cdot (\varphi_L - \varphi_{-L})$	$= K_0/2L \cdot (\varphi_L - \varphi_{-L})$
$-4\pi M = \varphi_0/4\pi t \cdot \{\partial\varphi/\partial x _L + \partial\varphi/\partial x _{-L} - (\varphi_L - \varphi_{-L})/L\}$	$-m = K_0/2 \cdot \{\partial\varphi/\partial x _L + \partial\varphi/\partial x _{-L} - (\varphi_L - \varphi_{-L})/L\}$

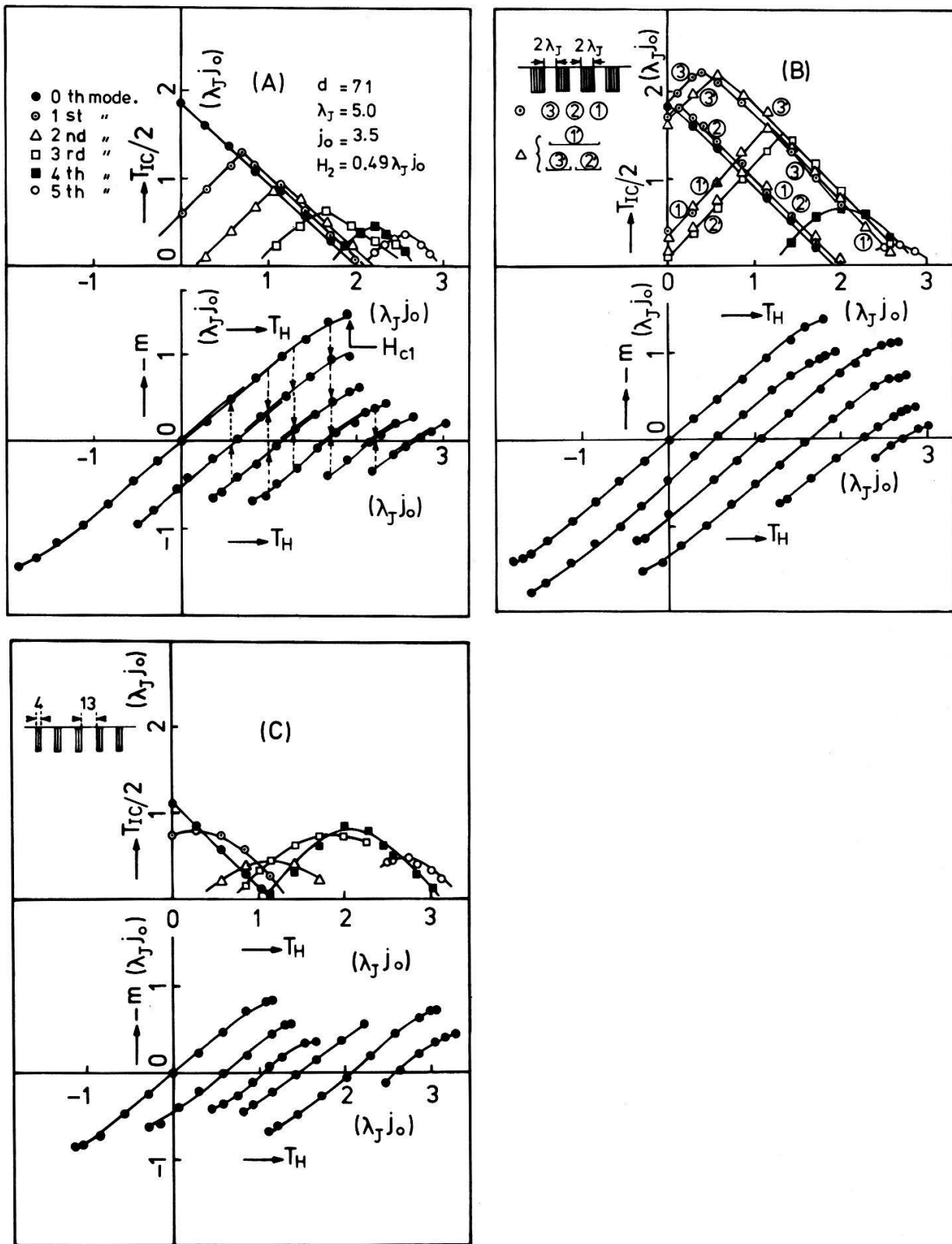


Figure 2  
 Results of the measurement for a long junction  $d/\lambda_J = 14.2$ . The characteristics of the model (A) without a pinning center and (B), (C) with pinning centers.

From these equations, we find that the field and the current correspond to a twisting torque  $T_H$  and a directional torque  $T_I$ , respectively, applied to the edges of the array. The critical torque  $T_{Ic}$  is determined by applying the directional torque  $T_I$  to the edges until the pendulum array begins to rotate dynamically.

The typical result for long junction ( $d/\lambda_J = 14.2$  and  $d = 2L$ ) is shown in Figure 2(A), where  $\lambda_J^2 = K_0/mgl$  is defined and  $j_0$  is the critical torque of the unit pendulum. It is shown that  $H_{c1}$  is the maximum field in which the Meissner state (0th mode) exists. In the Meissner state the initial susceptibility ( $=\Delta m/\Delta T_H$ ) is nearly equal to  $-1$ , which means that a long junction exhibits perfect diamagnetism. It should be noted that, even if the junction is homogeneous, one observes the intrinsic hysteresis in the magnetization curve. As mentioned by Bean and Livingston [4], the interaction between vortices and the junction surfaces is also the main reason for the intrinsic hysteresis in a pin-free junction. The vertical broken lines with arrows in the figure show the mode transitions accompanying the applied currents. If we apply more than the critical current to the  $n$ th mode, a vortex enters if  $dI_c/dH < 0$  or escapes if  $dI_c/dH > 0$ , and one mode changes to an adjacent mode which always has a larger critical current than the previous one. The transitions (or flux jump) continue until the mode which has the maximum  $I_c$  is reached. This situation is analogous to the training effect of the  $I_c$ - $H$  curve and the current effect on the magnetization curve of a type II superconductor [5].

To discuss the pinning effect, the free energies of isolated vortices for two cases are required. For a Josephson junction [1],

$$F_J = \frac{hj_0}{2e} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ 1 - \cos \varphi + \frac{1}{2} \lambda_J^2 \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 \right\} dx. \quad (6)$$

For a type II superconductor [2],

$$F_{II} = \frac{1}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{ \lambda^2 (\text{curl } h)^2 + h^2 \} dx \quad (7)$$

where  $\lambda$  is the penetration depth. In these equations the first and second terms express the increased free energies caused by the supercurrent and the field, respectively. If there are normal points in a type II superconductor, the first term in equation (6) becomes zero and these low energy points come into play as pinning centers. Correspondingly, the pinning effect may be observed in a Josephson junction if the first term in equation (7) can be neglected by introducing some normal points into the junction. In Figure 2(B) and (C), the characteristics are shown for the junction containing periodic pinning centers which are shown in the insets as the vacant parts of the pendulums. These parts correspond to normal regions of materials in the junction and they play their role as pinning centers, much the same as in a type II superconductor [3]. In Figure 2(B), it is seen that the critical currents are larger than those of the pin-free junction (Fig. 2(A)) at an appropriate field; the pinning effect of the Josephson junction is observed. When the distance between adjacent pinning centers is smaller than  $\lambda_J$ , the interaction between trapped vortices becomes large and the peak effect is observed in  $I_c$ - $H$  and magnetization curves as shown in Figure 2(C). It is observed that the vortex spacing matches the pinning center spacing.

As pointed out in this paper, there are many analogous phenomenon between the Josephson effect and the mixed state of a type II superconductor. Of course, there are several notable differences between them, but the critical current and the magnetization curve are governed by the interaction between vortices and pinning centers or surface barriers. This fact may be a main reason why there are many analogous phenomenon between a Josephson junction and a type II superconductor.

In conclusion, the analog model is a useful analog computer to study precisely and visually the vortex behaviors of the junction and is also helpful to understand qualitatively that of a type II superconductor.

### References

- [1] L. SOLYMAR, *Superconductive Tunneling and Application* (Chapman and Hall, London 1972).
- [2] P. G. DE GENNES, *Superconductivity of Metals and Alloys*, edited by D. PINES (Benjamin, New York 1966).
- [3] T. YAMASHITA, L. RINDERER, K. NAKAJIMA and Y. ONODERA, *J. of Low Temp. Phys.* *17*, 191 (1974).
- [4] C. P. BEAN and J. D. LIVINGSTON, *Phys. Rev. Letters* *12*, 14 (1964).
- [5] D. SAINT-JAMES, E. J. THOMAS and G. SARMA, *Type II Superconductivity* (Pergamon Press, London 1969).

## Flux Flow Velocity and Resistivity Measurements in the Intermediate State

by P. LAENG, P. ZWEIACKER and L. RINDERER

(Institut de Physique Expérimentale de l'Université de Lausanne, CH-1015 Lausanne-Dorigny, Switzerland)

As is well known, the transport properties of superconductors in a magnetic field are intimately connected with the motion of their magnetic structure. Such a motion was first suggested in 1952 by Shoenberg [1], who noticed that in the intermediate state of a type I superconductor carrying an electrical current, the phase boundaries parallel to the current should be unstable and move sideways. A few years later, Gorter [2] showed that the flux flow accompanying this motion should give rise to an electrical field across the superconductor and proposed this mechanism to explain the appearance of resistance in the intermediate state of type I and in the mixed state of type II superconductors.

The first experimental hint for current induced flux flow or domain motion in the resistive state of superconductors was obtained by Giaever [3] who observed that in a system consisting of two type II superconducting films separated by a thin insulation layer, voltages were induced in one film when a current was passed through the other one, the motion of the flux vortices in both superconductors being coupled by proximity effects. Similar results were obtained by Solomon [4] in the intermediate state of lead. Further evidence for domain motion in the intermediate state was reported by Sharvin [5] who recorded resistance fluctuations between point contacts placed on the surface of a tin slab. However, the most direct demonstration for flux flow in superconductors has been obtained with the high resolution magneto-optical method developed by Kirchner [6] which allows continuous observation of the magnetic structure of superconductors in the intermediate state. The phenomenon has been presented in motion pictures by several authors [7, 8].

The present communication reports detailed measurements of flux flow velocity – performed by direct observation with the magneto-optical technique – and electrical resistance in high purity polycrystalline rectangular lead and indium plates subjected to a transverse magnetic field  $H_a$ . These measurements were intended to illustrate flux flow resistance in the intermediate state and to test the basic flux flow concept



governed by the following relations between the average electric field in the superconductor  $E$ , the velocity of the magnetic structure  $v$  and the driving current density  $j$ :

$$v = \frac{c}{x_n H_c} E, \quad (1)$$

$$E = x_n \rho j \quad (2)$$

where  $x_n$  is the normal phase concentration and  $\rho$  the electrical resistivity of the normal metal. The term  $x_n \rho$  is called the flux flow resistivity.

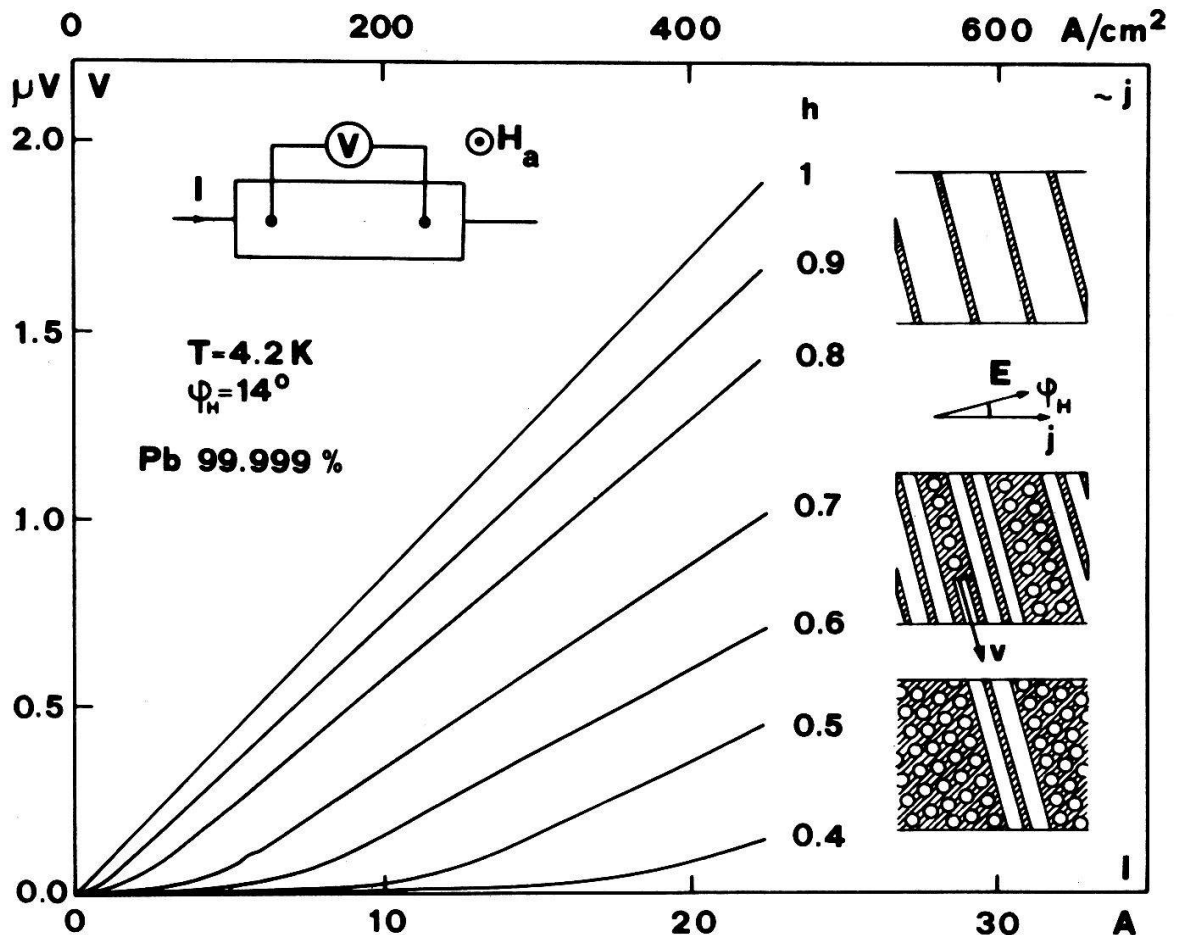


Figure 1  
Resistance characteristics of a lead plate in the intermediate state.

The typical behaviour of a lead specimen ( $0.5 \times 10 \times 50$  mm,  $\rho_{293}/\rho_{4.2} \simeq 10^4$ ) can serve as an example to illustrate the results of the experiment. Figure 1 shows the resistance characteristics measured at different values of the reduced field  $h = H_a/H_c$  and  $T = 4.2^\circ\text{K}$ . The magnetic structures observed for current intensities above which the voltage increases linearly with the current are schematized on the right of the corresponding graphs.

For  $h \gtrsim 1$ , the structure consists of static normal and superconducting lamina perpendicular to the direction of the electrical field. The resistance is thus purely ohmic. However, the lamellar structure is extremely unstable with respect to any field or temperature fluctuation and motion of superconducting islands is frequently observed. The angle  $\phi_H$  between the normal to the lamina and the direction of the transport current is the Hall angle. Flux flow appears for  $h \sim 0.85$  in this specimen,

under the form of moving flux spots. As illustrated in Figure 1, the spot configuration spreads gradually to the whole sample when the applied field is decreased. The origin of this change in the magnetic structure appears to be, in these relatively thick samples, related to edges effects. Correspondingly the character of the electrical resistance of the specimen changes from ohmic to inductive in nature. Agreement with relation (2) is evident if one notes that in the configuration used here,  $x_n \simeq h$ , and if the effects of pinning forces are neglected by considering only the slopes of the linear parts of the  $V-I$  curves.

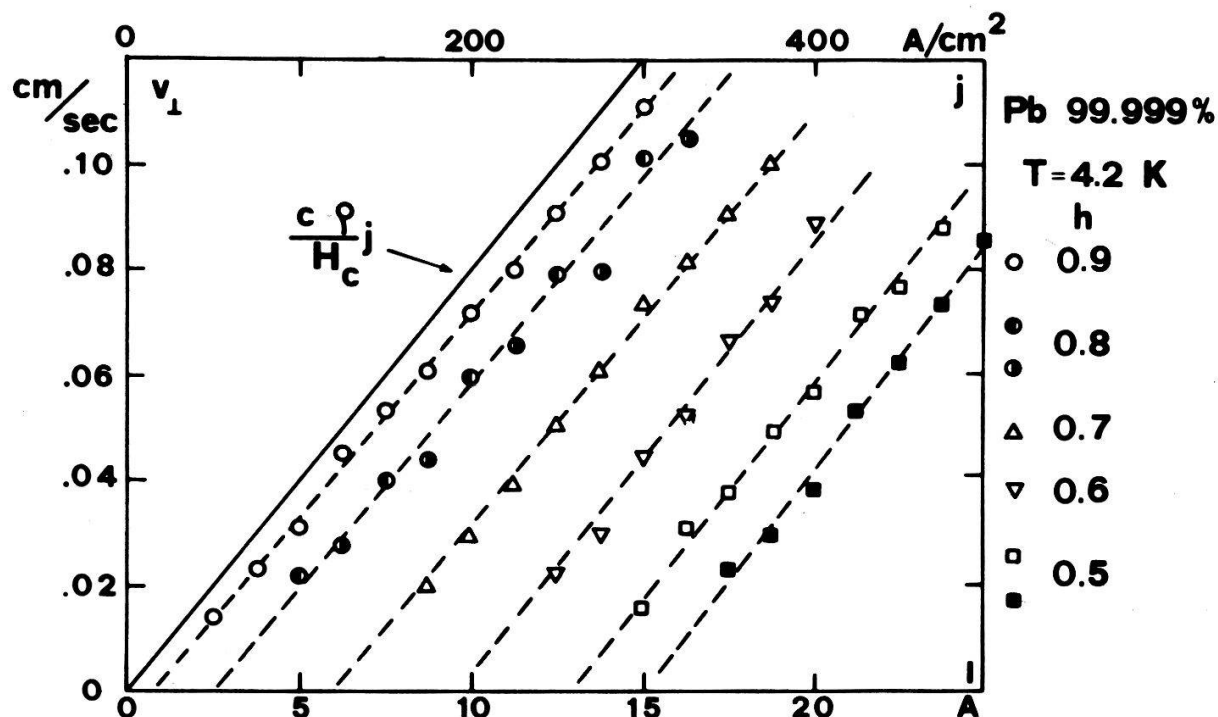


Figure 2  
Motion structure velocity in a lead plate carrying an electrical current.

Figure 2 shows the results of the velocity measurements in the same specimen (the component perpendicular to the current has been plotted). For  $h = 0.9$ , the motion of superconducting islands has been excited by giving a small pulse to the applied field. Agreement with (1) and (2) is found in the fact that the  $V-I$  curves at  $h$  constant are parallel to the line  $c\rho j/H_c$  traced using the value of the resistivity deduced from Figure 1 for  $h = 1$ . However, in our specimens the velocity of the magnetic structure may slightly vary from place to place depending on the local distribution of the pinning forces (see, for example, results at  $h = 0.5$ ). But it is important to notice that the linear parts of the  $V-I$  curves correspond to the conditions where steady motion is observed.

## References

- [1] D. SHOENBERG, *Superconductivity* (Cambridge University Press, London and New York 1952).
- [2] C. J. GORTER, *Physica* 23, 45 (1957).
- [3] I. GIAEVER, *Phys. Rev. Letters* 15, 825 (1966).
- [4] P. R. SOLOMON, *Phys. Rev. Letters* 15, 825 (1966).
- [5] YU. V. SHARVIN, *JETP Letters* 2, 183 (1965).
- [6] H. KIRCHNER, *Phys. Letters* 26A, 651 (1968).
- [7] P. R. SOLOMON and R. E. HARRIS, at LT 12 (1971).
- [8] L. RINDERER, *Int. Conf. on Magnetic Structures in Superconductors*, Argonne (1973).

## Conductivité thermique des supraconducteurs dans l'état intermédiaire: Effet de dimension dans une structure lamellaire longitudinale

par J.-M. SUTER et L. RINDERER

(Institut de Physique Expérimentale, Université de Lausanne)

Nous présentons une synthèse des résultats obtenus pour le plomb et l'étain, en mettant l'accent sur l'influence des trois paramètres  $l_h/a_n$ ,  $l_h/a_s$  et  $r_c/a_n$  qui déterminent l'effet de dimension ( $l_h$ : libre parcours moyen électronique;  $a_n$ ,  $a_s$ : largeurs respectives des lamelles normales et supraconductrices;  $r_c$ : rayon cyclotronique pour  $H = H_c(T)$ ).

La réflexion des quasiparticules par les frontières séparant les phases supraconductrice et normale de l'état intermédiaire obéit à une loi particulière: non seulement l'énergie, mais encore le vecteur quantité de mouvement sont conservés, tandis que la masse et la charge changent de signe lors de la réflexion [1]. En conséquence, les quasiparticules peuvent être piégées entre deux frontières parallèles si leur libre parcours moyen est assez grand. Cet effet de dimension réduit la conductivité thermique d'une structure lamellaire longitudinale (Fig. 1) [2]. C'est effectivement ce que nous avons observé dans le plomb et l'étain de haute pureté [3]. Toutefois, pour rendre compte des valeurs mesurées, nous avons dû modifier quelque peu le modèle théorique [2, 4].

En nous limitant au cas de la surface de Fermi sphérique, et en supposant que toutes les excitations, aussi bien celles de l'état supraconducteur que celles de l'état normal, sont réfléchies par les frontières interphases, nous avons calculé la conductivité  $K$  de l'état intermédiaire en fonction de trois paramètres: 1) le rapport  $l_h/a_n$  du libre parcours moyen des porteurs de chaleur à la largeur des lamelles normales; 2) le rapport  $l_h/a_s$  de ce même libre parcours à celle des lamelles supraconductrices; et 3) le rapport  $r_c/a_n$  du rayon cyclotronique pour  $H_a = H_c(T)$ , à la largeur des lamelles

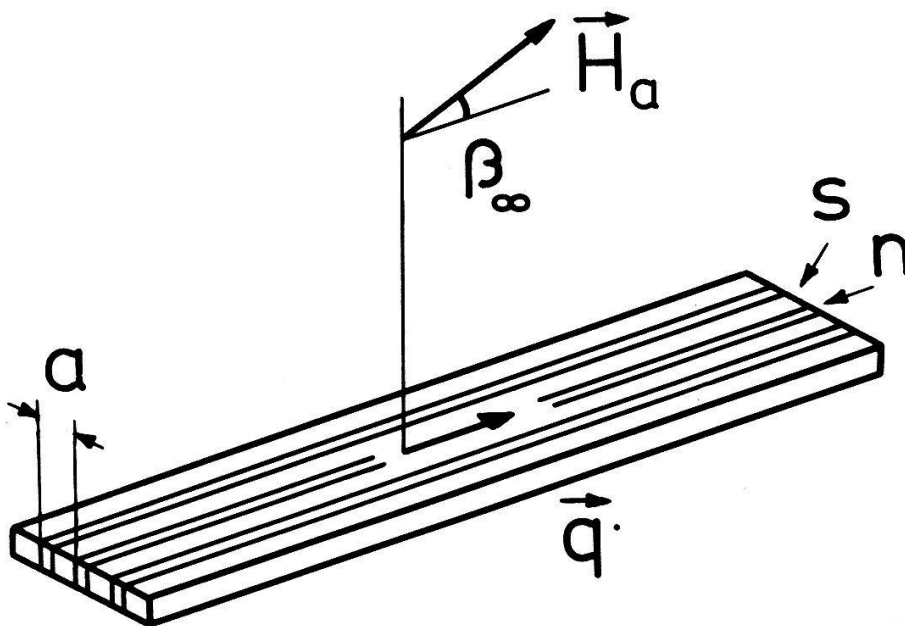


Figure 1

Structure de l'état intermédiaire et géométrie du champ. La structure lamellaire longitudinale est obtenue par la méthode du champ magnétique oblique; à grande distance, le champ extérieur  $\vec{H}_a$ , dont la projection sur l'échantillon est parallèle au courant de chaleur  $\vec{q}$ , fait un angle  $\beta_\infty = 15^\circ$  avec celui-ci.  $s$  et  $n$ : lamelles, supraconductrice et normale respectivement.

normales. Pour ce dernier paramètre, nous n'avons considéré que deux cas limites extrêmes ( $r_c/a_n \gg 1$  et  $r_c/a_n \ll 1$ ), le calcul complet étant compliqué.

En conséquence des hypothèses faites, les contributions des deux types de lamelles peuvent être calculées séparément; on obtient la conductivité globale de l'état intermédiaire en les ajoutant après pondération par les concentrations respectives des deux phases.

Dans le limite des grands libre parcours moyen et rayon cyclotronique ( $l_h/a_n$ ,  $l_h/a_s$  et  $r_c/a_n \gg 1$ ), l'effet de dimension se manifeste dans les lamelles des deux types (la notation adoptée ci-dessous le rappelle) et l'on a :

$$K = x_n R_n(l_h/a_n) K_n(T, H_a = 0) + (1 - x_n) R_s(l_h/a_s) K_s(T). \quad (\text{SE, SE})$$

$x_n$  est la concentration de la phase normale;  $R_n$  et  $R_s$  désignent les rapports (calculés dans la Réf. [4]) de la conductivité d'une lamelle (normale ou supraconductrice respectivement) en présence d'effet de dimension, à celle de la même lamelle sans effet;  $K_n(T, H_a = 0)$  est la conductivité de l'état normal extrapolée en champ magnétique nul, à la température  $T$ , et  $K_s(T)$  celle de l'état supraconducteur à la même température.

Dans le cas d'un petit rayon cyclotronique ( $r_c/a_n \ll 1$ ) avec un grand libre parcours moyen ( $l_h/a_n$  et  $l_h/a_s \gg 1$ ), les quasiparticules ne peuvent plus être piégées dans les lamelles normales; à cause du champ magnétique, il n'y a plus d'effet de dimension. Par contre, la magnétorésistance thermique intervient; on a donc

$$K = x_n K_n[H_c(T)] + (1 - x_n) R_s(l_h/a_s) K_s(T), \quad (\text{MR, SE})$$

où  $K_n[H_c(T)]$  est la conductivité de l'état normal mesurée en champ critique.

Pour des valeurs intermédiaires du rayon cyclotronique ( $r_c/a_n \sim 1$ ), l'effet de dimension et la magnétorésistance sont en compétition dans les lamelles normales, et le calcul est plus compliqué.

Enfin, dans la limite des petits libres parcours moyens ( $l_h/a_n$  et  $l_h/a_s \ll 1$ ), on a une (faible) magnétorésistance dans les lamelles normales, tandis que la conductivité des lamelles supraconductrices est égale à celle de l'échantillon entier dans cet état :

$$K = x_n K_n[H_c(T)] + (1 - x_n) K_s(T). \quad (\text{MR, —})$$

A la Figure 2, nous comparons les résultats expérimentaux aux différentes expressions théoriques. Toutes les conductivités sont normalisées par rapport à la conductivité théorique  $K_0$  de l'état intermédiaire en l'absence d'effet de dimension et de magnétorésistance :

$$K_0 = x_n K_n(T, H_a = 0) + (1 - x_n) K_s(T);$$

nous donnons également les valeurs correspondantes des 3 paramètres;  $l_h$ ,  $a_n$  et  $a_s$  ont été déterminés expérimentalement et  $r_c$  calculé par le modèle de l'électron libre.

Dans le cas du plomb, la courbe (SE, SE) est en assez bon accord avec l'expérience pour les plus petites valeurs de  $x_n$ , ainsi que les grandes valeurs de  $l_h/a_n$  et  $r_c/a_n$  permettent de le prévoir. A l'autre extrémité du domaine de variation de  $x_n$ , la courbe expérimentale se rapproche des courbes (MR, —) et (MR, SE), le libre parcours moyen étant (relativement) petit. Le paramètre  $l_h/a_s$ , qui est à peu près constant, n'a que peu d'influence, car la contribution des lamelles supraconductrices à la conductivité de l'état intermédiaire est faible (les deux courbes (MR, —) et (MR, SE) sont en effet très proches l'une de l'autre); ceci est une conséquence du fait que le plomb est un

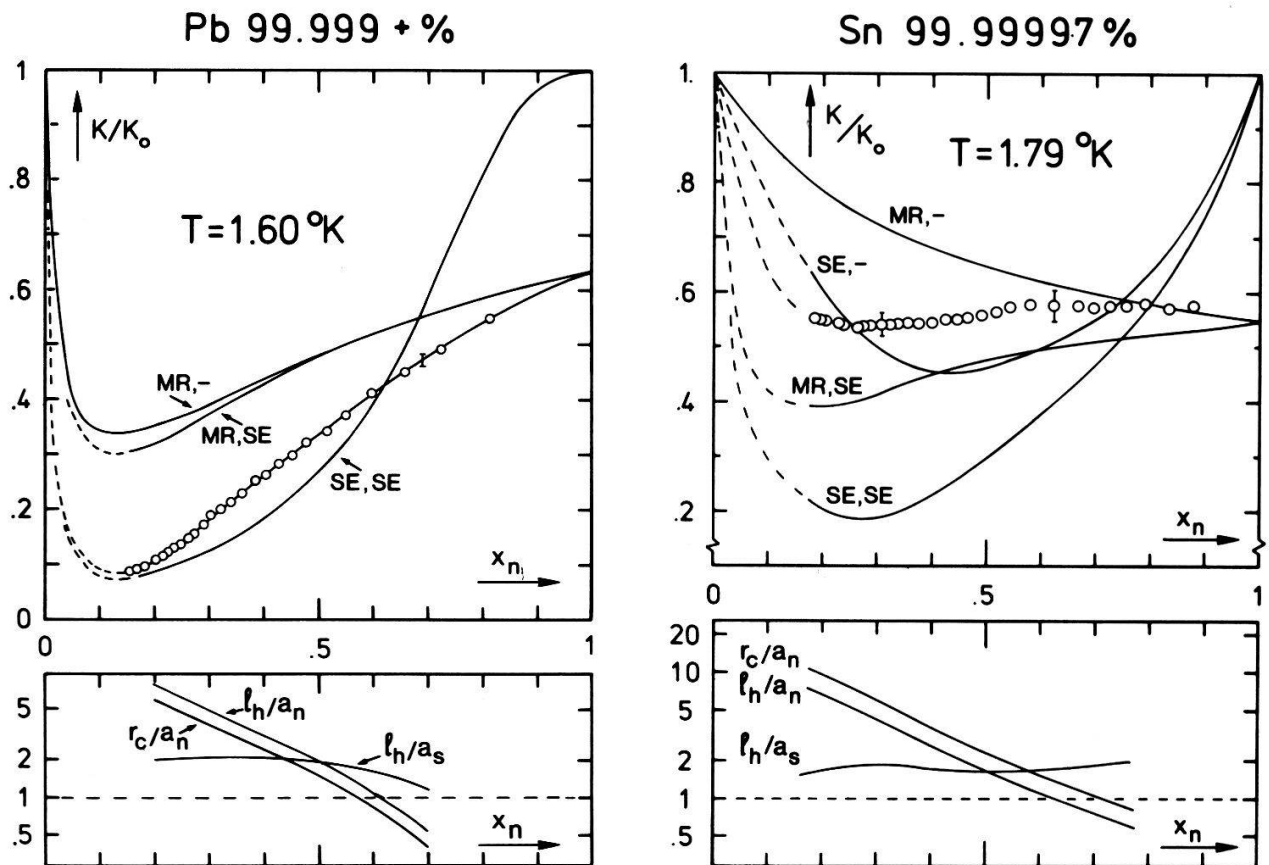


Figure 2

Comparaison entre les valeurs mesurées et calculées de la conductivité thermique d'une structure lamellaire longitudinale (voir le texte).  $x_n$ : concentration de la phase normale. Les valeurs correspondantes des paramètres sont données dans la partie inférieure de la figure.

supraconducteur à couplage fort. Le même accord qualitatif entre la théorie et l'expérience subsiste dans tout le domaine de température étudié (1.6–4.2°K).

Pour l'étain, par contre, il y a désaccord, bien que les valeurs des paramètres soient du même ordre. On remarque que la contribution des lamelles supraconductrices est ici importante (les courbes (MR, —) et (MR, SE) se séparent dès que  $x_n < 1$ ); l'étain est, en effet, un supraconducteur à couplage faible et, à cause de la magnétorésistance,  $K_s(T) \sim K_n[H_c(T)]$  dans le domaine étudié (1.7–3°K).

Les mêmes remarques peuvent être faites à d'autres températures. Il apparaît donc que l'on a surestimé l'effet de dimension dans les lamelles supraconductrices, dans le calcul de  $R_s(l_h/a_s)$ . La courbe (SE, —) obtenue en supprimant l'effet de dimension dans ces lamelles seulement (cette opération n'est qu'une fiction mathématique) est en effet en meilleur accord avec l'expérience. Evidemment, l'hypothèse qui est en défaut est celle que toutes les excitations de l'état supraconducteur sont réfléchies par les frontières de phase. Un calcul plus raffiné est nécessaire. Il sera nettement plus complexe, puisqu'il devra prendre en considération les échanges de quasiparticules entre les deux phases; on ne pourra plus dès lors calculer séparément les contributions des deux types de lamelles à l'effet de dimension.

### Remerciements

Nous remercions le Prof. F. Rothen, avec qui nous avons eu d'intéressantes discussions, ainsi que le Fonds National Suisse de la Recherche Scientifique qui a financé ce travail.

## Références

- [1] A. F. ANDREEV, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 46, 1823 (1964) (Sov. Phys. JETP 19, 1228 (1964)).
- [2] A. F. ANDREEV, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 47, 2222 (1964) (Sov. Phys. JETP 20, 1490 (1965)).
- [3] J.-M. SUTER et L. RINDERER, Helv. Phys. Acta 45, 857 (1972); 47, 420 (1974).
- [4] J.-M. SUTER, F. ROTHEN and L. RINDERER, J. Low Temp. Phys. 20, 429 (1975).

## Magnetische Suszeptibilität

### Opérateurs effectifs d'un électron de Bloch dans un champ magnétique

par J. P. ROUYET et R. FIVAZ

(Laboratoire de Physique Appliquée, EPF-Lausanne)

La dynamique d'un électron de Bloch soumis à des champs extérieurs a la forme la plus simple dans la représentation où son hamiltonien est diagonal dans les bandes (hamiltonien effectif).

Par une transformation unitaire des états de Bloch dépendante des champs, une telle représentation a été construite. Les opérateurs effectifs correspondants sont exacts au premier ordre dans l'interaction spin-orbite, y compris les corrections de premier et second ordre dans le champ magnétique. Appliquée aux ferroaimants, la dynamique obtenue donne toutes les corrections linéaires dans la magnétisation aux coefficients de transport et aux niveaux de Landau.

### Susceptibilité magnétique en champ élevé d'alliages dilués NiCr et NiV

par F. ACKER et R. HUGUENIN

(Institut de Physique Expérimentale, Université de Lausanne)

Nous mesurons la variation de la susceptibilité  $\chi_{HF}$  due aux impuretés Cr et V dans le nickel et en déduisons une limite supérieure de la variation de la densité d'états au niveau de Fermi. Nous trouvons une faible variation dans la bande 'spin up', en contraste avec de récentes mesures de chaleur spécifique électronique.

### Messung der Relaxationszeit von Elektronen in Aluminium

VON W. WEJGAARD und W. VAN DER MARK

(Laboratorium für Festkörperphysik, Eidgenössische Technische Hochschule, Zürich, Switzerland)

*Zusammenfassung.* Der dHvA-Effekt gestattet die Messung der Relaxationszeit  $\tau$  der Elektronen auf definierten Bahnen um die Fermifläche. Man bestimmt dazu die sogenannte Dingle Temperatur  $X = \hbar/2\pi k\tau$  aus dem Abfall der Amplitude der dHvA-Oszillationen mit abnehmendem Magnetfeld. In Aluminium beobachtet man eine Ueberlagerung von dHvA-Oszillationen, die zu den verschiedenen Extremalbahnen ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ) der 3. Zone gehören. Wir beschreiben eine Messmethode, die es erlaubt, diese Oszillationen zu trennen und von jeder die charakteristischen dHvA-Parameter zu bestimmen (Frequenz, Dingle Temperatur und effektive Masse).

Die Streueigenschaften von Leitungselektronen, erfasst durch die Relaxationszeit  $\tau$ , sind abhängig von Zustand  $\mathbf{k}$  der Elektronen, d.h. von ihrem Ort auf der Fermifläche. Eine Möglichkeit zur Messung von  $\tau(\mathbf{k})$  bietet der de Haas-van Alphen (dHvA) Effekt. Die hierin beobachtete periodische Variation des magnetischen Momentes mit dem Feld  $H$  stammt von Elektronen auf bestimmten (extremalen) Bahnen um die Fermifläche und enthält deshalb Information über die Streuung dieser Elektronen. Wir berichten hier über eine Messmethode, die sich für komplizierte Fermiflächen eignet. In einer begleitenden Arbeit [1] werden erste Resultate präsentiert.

Für experimentelle Zwecke lässt sich die dHvA Formel vereinfacht schreiben als

$$M = \sum_i A_i e^{-\Gamma_i/H} \sin(2\pi F_i/H + \phi_i). \quad (1)$$

Die Summe läuft über alle gleichzeitig beobachteten Extremalbahnen.  $A$  ist eine Konstante der Bahn,  $F$  die dHvA Frequenz, und  $\phi$  ein experimenteller Phasenfaktor. Für die Dämpfungskonstante  $\Gamma$  gilt

$$\Gamma = \lambda\mu(T + X). \quad (2)$$

Hier ist  $\lambda$  eine Konstante,  $\mu$  das effektive Massenverhältnis  $m^*/m$ ,  $T$  die Temperatur und  $X$  der Streuparameter (die sogenannte Dingle Temperatur). Dieser hängt mit der Relaxationszeit  $\tau$  zusammen über

$$X = \frac{\hbar}{2\pi k_B} \left\langle \frac{1}{\tau} \right\rangle \quad (3)$$

$k_B$  ist die Boltzmannkonstante, und die Klammer bezeichnet einen Mittelwert über die Elektronenbahn.

Solche Messungen sind vor allem an einwertigen Metallen durchgeführt worden [2], die experimentell gesehen eine einfache Fermifläche besitzen. Dagegen fehlen Messungen an mehrwertigen Metallen wie Aluminium. Die Fermifläche in Aluminium lässt sich gut mit einer 4-OPW Rechnung beschreiben und weicht wenig ab von einer freien Elektronenfläche für dieselbe Elektronendichte. Deshalb ist Aluminium interessant für theoretische Berechnungen der Streuzeiten [3] und experimentelle Ergebnisse für  $\tau(k)$  sind hochoerwünscht. Das Problem bei der Messung von  $\tau(\mathbf{k})$  besteht in der grossen Zahl der gleichzeitig beobachteten Elektronenbahnen.

In der uns speziell interessierenden 3 Zone der Fermifläche von Aluminium treten drei Gruppen von je 2 dominanten Oszillationen auf ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ) [4], deren dHvA Frequenzen im Bereich von 0,25 bis 3 MG liegen. Im Experiment lässt sich dieser Bereich aufspalten, sodass die  $\gamma$  und die  $\alpha$ ,  $\beta$  Bahnen je für sich betrachtet werden können. Damit stellt sich die Aufgabe, von bis zu vier benachbarten Oszillationen die Dämpfungskonstanten zu bestimmen.

Im Frequenzraum betrachtet stellen die dHvA Oszillationen Lorentzkurven dar, deren Halbwertsbreite durch die Dämpfungskonstante  $\Gamma$  gegeben ist. Da die meisten unserer Proben zulegierte Fremdatome als Streuzentren enthalten, ist  $\Gamma$  gross, und die Lorentzkurven überlappen sich gegenseitig. Das bedeutet, dass die Oszillationen gemeinsame Frequenzkomponenten besitzen, und damit ist die Möglichkeit ausgeschlossen, die Oszillationen durch Filtern von einander getrennt zu betrachten, und so die Dämpfungskonstanten zu gewinnen.

Dagegen lässt sich der erwähnte Zusammenhang zwischen  $\Gamma$  und der Halbwertsbreite einer Lorentzkurve benutzen. Durch digitale Datenaufnahme und anschließende Fouriertransformation erhalten wir das Spektrum und bestimmen die Halbwertsbreiten. Die Genauigkeit dieser Methode wird eingeschränkt dadurch, dass die beobachteten Kurven keine reinen Lorentzkurven sind. Sie sind modifiziert einerseits durch die gegenseitige Ueberdeckung benachbarter Kurven, andererseits durch das 'begrenzte Auflösungsvermögen': die Fouriertransformierte einer dHvA Oszillation ist nur bei einer unendlichen Datenreihe eine reine Lorentzkurve; bei der Transformation einer *endlichen* Datenreihe wird das Spektrum durch Faltung mit einer  $\sin x/x$  Funktion modifiziert. Aus einer Analyse der Kurvenform erhält man jedoch Näherungswerte für die Dämpfungskonstanten, und diese zusammen mit Näherungswerten für die Amplitude  $A$  und die Phase  $\phi$ , die aus der Transformation der Daten bei der Mittelfrequenz  $F$  der Kurven folgen, machen ein Anpassungsverfahren möglich.

Bei diesem werden die Messdaten direkt an dHvA Oszillationen (Formel 1) angepasst, wobei die Fehlerquadratsumme in üblicher Weise minimalisiert wird. Hierbei müssen alle sich gegenseitig überlagernden Kurven gleichzeitig angepasst werden. Das sind in Falle der  $\alpha$ ,  $\beta$ -Oszillationen 4 Kurven mit zusammen 16 Parametern, für deren Anpassung normalerweise 256 Datenpunkte zur Verfügung stehen. Diese Methode der Auswertung hat den Vorteil, dass die gemessenen Datenpunkte direkt angepasst werden, wodurch Probleme aus der Fouriertransformation umgangen werden. Zudem lässt sich aus der Ausgleichsrechnung Information über die Fehlerbereiche der verschiedenen Parameter gewinnen.

Zur Bestimmung der Dingle Temperatur  $X$  wird das dHvA Signal über den gleichen Magnetfeldbereich bei verschiedenen Temperaturen gemessen, und aus jeder dieser Datenreihen werden die Dämpfungskonstanten  $\Gamma(T)$  durch die Anpassungsroutine bestimmt. Eine lineare Regression liefert dann die Dingle Temperatur  $X$  und die effektive Masse  $\mu$  der Elektronen auf der betreffenden Bahn um die Fermifläche.

## Referenzen

- [1] W. VAN DER MARK und W. WEJGAARD, *Dingle Temperatures in Pure Aluminum and in Dilute Aluminum Alloys*, anschliessende Arbeit.
- [2] M. SPRINGFORD, *Adv. Phys.* 20, 493 (1971).
- [3] R. S. SORBELLO, *J. Phys. F: Metal Phys.* 4, 1665 (1974).
- [4] C. O. LARSON und W. L. GORDON, *Phys. Rev.* 156, 703 (1967).

## Dingle Temperatures in Pure Aluminum and in Dilute Aluminum Alloys

by W. VAN DER MARK and W. WEJGAARD

(Laboratorium für Festkörperphysik, Eidgenössische Technische Hochschule, Zürich, Switzerland)

*Abstract.* The Dingle temperature ( $x$ ) of the 3rd zone  $\alpha$ ,  $\beta$ , and  $\gamma$  orbits have been measured in single crystals of pure aluminum and in aluminum alloyed with Ga, Mg and Ge. All samples were prepared in high vacuum by a Czochralski method. The Dingle temperature in pure aluminum were nearly isotropic ( $0.1 \pm 0.1$  K). The alloyed samples showed a strong anisotropy of  $x$  varying with the kind of scatterer. The results are compared to theoretical calculations and the influence of dislocations and impurities are discussed.



Wir haben die Dingle Temperaturen ( $x$ ) der  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  Bahnen (3 Zone) an Einkristallen aus reinem Aluminium und aus Aluminium mit Zulegierungen von Ga, Mg und Ge gemessen. Alle Proben wurden in einer Czochralski Apparatur unter Hochvakuum gezogen. Im reinen Aluminium sind die gemessenen  $x$  für alle Bahnen ungefähr gleich gross ( $0,1 \pm 0,1$  K). In den legierten Proben ist  $x$  stark bahnabhängig und auch von der Art der Zulegierung abhängig. Die Resultate werden mit theoretischen Rechnungen verglichen und der mögliche Einfluss von Versetzungen und Verunreinigungen besprochen.

In a companion paper [1] we have described the measurement techniques for obtaining Dingle temperatures ( $x$ ) in the de Haas-van Alphen effect (dHvA) for various electron orbits in a multi-sheet Fermi surface metal.

These Dingle temperatures are representative of locally averaged life-times over the corresponding dHvA orbits and contain information pertaining to the interaction of the conduction electrons with different scattering mechanisms [2]. The purpose of our measurements is to investigate the possible anisotropies of these life-times over the Fermi surface and from these anisotropies to obtain information about the behaviour of isolated scattering centres in metals. A detailed calculation by Sorbello [3] shows the kind of anisotropies which are to be expected for the specific case of dilute aluminum alloys. These calculations will be of great help in interpreting and parametrizing our results in aluminum alloys.

The measurements were made with the usual large amplitude modulation technique [4] in a variable-temperature cryostat. The magnetic field was made with a conventional iron-core electro-magnet, which allowed us to use magnetic fields up to 25 kG. This field range restricts our investigations to those parts of the Fermi surface where both the dHvA frequencies and the effective cyclotron masses are sufficiently low. This is the case for the third zone Fermi surface of aluminum and we have concentrated on measuring  $x$  for a number of well-known orbits, usually referred to as the  $\alpha$ ,  $\beta$ , and  $\gamma$  orbits. The specimens investigated were made from ingots of pure aluminum (99,999%) and of aluminum with various concentrations of germanium, gallium and magnesium [5].

The single crystal specimens were prepared by the Czochralski technique. The method of pulling crystals directly from the melt is known to give the lowest dislocation density [6]. The crystals were grown in the (100) direction, in a vacuum of  $10^{-6}$  Torr, from a pair of pure graphite moulds. These two moulds were mounted in a so-called floating-crucible configuration. This arrangement proved to be very effective in removing the tenacious layer of aluminum oxide on the melt. The crystals were directly grown with a diameter equal to the specimen size used (1 mm). They were then cut to the correct length (15 mm), by a three-layer electrolytic method.

Some of our results are shown in Table I. First of all we can see that the two pure aluminum samples ( $Al_1$ ,  $Al_2$ ) show quite different Dingle temperatures and different residual resistivities. There are different ways of explaining such a variation of Dingle temperatures in pure aluminum. As shown by several authors [7], the causes can either be due to a crystal mosaic structure, or to an excessive concentration of either dislocations of vacancies, or else to some other unknown mechanism such as impurities introduced during the growth of the crystal.

We have been able to dismiss the mosaic structure hypothesis by measuring the angular dependence of the Dingle temperature of the  $\gamma$ -orbit. A mosaic structure would lead to a subgrain phase smearing and introduces a spurious anisotropy of the Dingle temperatures. The angular dependence of the  $\gamma$ -orbit Dingle temperatures showed no such anisotropy in the vicinity of the (100) symmetry direction. A preliminary investigation of the dislocation density in our samples, by an etch pit technique, showed that the

Table I

Comparison of experimental and theoretical results of  $\chi$ . RRR is the residual resistivity as determined by an eddy current method [10].  $C_p$  the concentration deduced from the RRR

Probe	RRR	$C_p$ at. %	$X_{exp}$			$X_{th}$		
			$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
Al-Ga	150	0.07	0.65	0.6	1.05	0.2	0.2	0.2
Al-Ge	200	0.017	0.9	0.75	1.45	0.5	0.3	0.8
Al-Mg	1600	0.0034	0.7	0.5	0.9	0.2	0.1	0.2
Al <sub>1</sub>	600	—	0.2	0.25	0.2	—	—	—
Al <sub>2</sub>	7000	—	-0.1	-0.05	0.05	—	—	—
(Al-Mn)		0.001				0.21	0.26	0.2

dislocation density was approximately  $10^4$ – $10^5$  dislocations per  $\text{cm}^2$ . This result is to be compared with the measurements in Cu [8], which showed that a dislocation density inferior to  $10^6$  dislocations per  $\text{cm}^2$  had virtually no effect on the Dingle temperature. The fact that our purest samples do not all have the same residual resistivity leads us to conclude that the non-zero Dingle temperatures are due to some unknown impurity. Our results show that this unknown scatterer produces a rather isotropic distribution of life-times over the Fermi surface.

The behaviour in our alloyed specimens is quite different. In this case our results show that the life-time distribution is definitely anisotropic. The values obtained for Al-Ga and Al-Ge show that the life-time for the  $\gamma$  orbits is approximately two times lower than those of the  $\alpha$  and  $\beta$  orbits.

The approximate phaseshift model of Sorbello [3] shows that the  $k$ -dependent life-time  $\tau(\mathbf{k})$  can be expressed by a formula of the form:

$$\frac{1}{\tau(\mathbf{k})} \propto \sum_l (2l+1) \sin^2 \delta_l \cdot F_l(\mathbf{k}).$$

This expression shows that the life-time can be expressed as a sum of individual phaseshifts of the impurities and a so-called amplitude factor  $F_l(\mathbf{k})$ . These amplitude factors can be calculated once and for all for a certain Fermi surface and describe the character of the wave function at a certain point  $\mathbf{k}$  of the Fermi surface. The phaseshifts have been calculated by Sorbello using scattering potentials obtained from Heine–Abarenkov pseudo-potential form factors. The predominant phaseshifts  $\delta_0$

Table II

Phaseshifts and amplitude factors for selected impurities and orbits in aluminum

$\delta_l$					$F_l(\mathbf{k})$				
	$l=0$	$l=1$	$l=2$	$l=3$		$l=0$	$l=1$	$l=2$	$l=3$
Ga	0.05	0.04	-0.06	-0.03	$\alpha$	1.1	0.7	1.2	1
Ge	0.6	0.22	0	-0.01	$\beta$	0.4	1	1.5	0.8
Mg	-0.5	-0.4	-0.1	-0.04	$\gamma$	2.0	0.3	1.1	1.2
(Mn)	0.0	-0.3	-2.3	?					

and  $\delta_1$  correspond to the S- and P-type components of the scattering by such a potential. If both a phaseshift  $\delta_l$  and an amplitude factor  $F_l(\mathbf{k})$  corresponding to a certain quantum number  $l$  are large, then the contribution to the inverse life-time will also be large. Table 2 shows that the character of the amplitude factor changes from strongly S-type on the  $\gamma$ -orbits gradually to a rather strong P-type scattering on the  $\beta$ -orbits. An S-type scattering centre will produce large scattering rates on the  $\gamma$ -orbits and a P-type scattering centre will have larger scattering rates in the region of the  $\beta$ -orbits. Thus the condition that the life-times are isotropic on the Fermi surface, is that the S and P phaseshifts should be approximately equal. This can be expected to be the case for zinc and gallium impurities in aluminum. These considerations also show that the character of germanium- or silicon-type scatterers is predominantly of the S-type. This is in agreement with our results on Al-Ge, but not with our results on Al-Ga. It is to be said that calculations leading to the type of scattering shown by gallium are more likely to be prone to error, considering that the contributions to higher phase-shifts ( $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ ) are very much dependent on the detailed shape of the scattering potential of a homovalent impurity.

A preliminary analysis of our samples give a somewhat conflicting answer on the transition metal content. A mass-spectrographic analysis showed that we have no more than 1 ppm of the Fe and Mn in our samples, whereas an atomic absorption analysis showed that we may have up to 10 ppm of Fe or Mn.

It is possible to show by a rough evaluation that our non-vanishing  $x$ 's in the sample Al<sub>1</sub> can be explained by a concentration of 10 ppm of Mn.

It is well known [9] that Mn in Al carries no magnetic moment. One can then assume that we have pure resonant scattering from the  $d$ -electrons. If the Mn atom is allowed to give up one electron to the  $s$ -conduction band we are left with six  $d$ -electrons. From the Friedel sum rule we then get  $\eta_2 = \pi \cdot 6/2 \cdot (2.2 + 1) = 1.9$ . Including the scattering by the single  $s$ -electron we get the result indicated in Table II by (Mn).

The corresponding theoretical estimate in  $x$  for an assumed Mn concentration of 10 ppm is given in Table I (Al-Mn). We can see that the anisotropy is like the Al<sub>1</sub> result. (This anisotropy naturally reflects the  $F_2(\mathbf{k})$  anisotropy.)

At present further work is in progress in order to obtain a more reliable estimate of the purity of our samples. These investigations will hopefully indicate, in a definite way, what sort of scattering is responsible for the non-zero Dingle temperatures in our pure aluminum samples.

## References

- [1] W. WEJGAARD and W. VAN DER MARK, *Messung der Relaxationszeit von Elektronen in Aluminium*, in these proceedings.
- [2] M. SPRINGFORD, *Adv. Phys.* 20, 493 (1971).
- [3] R. S. SORBELLO, *J. Phys. F: Metal Phys.* 4, 1665 (1974).
- [4] A. GOLDSTEIN, S. J. WILLIAMSON and S. FONER, *Rev. Sci. Instr.* 36, 1356 (1965).
- [5] Prepared by Alusuisse, Neuhausen, Switzerland.
- [6] R. A. PHILLIPS and A. V. GOLD, *Phys. Rev.* 178, 932 (1969); S. HOWE and C. ELBAUM, *Phil. Mag.* 6, 1227 (1961).
- [7] D. SHOENBERG, *Phil. Trans. R. Soc. A* 255, 85 (1962) (see also [2]).
- [8] D. W. TERWILLIGER and R. J. HIGGINS, *Phys. Rev. B* 7, 667 (1973).
- [9] D. L. MARTIN, *Proc. Phys. Soc.* 78, 1489 (1961); E. W. COLLINGS and F. T. HEDGCOCK, *Phys. Rev.* 126, 1654 (1962).
- [10] W. WEJGAARD and V. S. TOMAR, *J. Phys. E: Sci. Instr.* 7, 395 (1974).

### **de Haas–van Alphen Effect in the Presence of Eddy Currents**

by B. KNECHT<sup>1)</sup>

(Cavendish Laboratory, University of Cambridge, England)

A detailed publication is in preparation.

<sup>1)</sup> Now at the Research Centre, Brown, Boveri & Cie., Baden.

### **de Haas–van Alphen Measurements of the G-Factor in K, Rb and Cs**

by B. KNECHT<sup>1)</sup>

(Cavendish Laboratory, University of Cambridge, England)

A detailed publication is in preparation.

<sup>1)</sup> Now at the Research Centre, Brown, Boveri & Cie., Baden.

### **Pénétration d'un champ magnétique basse fréquence dans le Cadmium**

par W. M. MACINNES, P. A. PROBST, B. COLLET et R. HUGUENIN

(Institut de Physique Expérimentale de l'Université de Lausanne, Lausanne)

L'étude expérimentale du libre parcours moyen des électrons de conduction dans le Cadmium pur à l'aide de l'effet dimensionnel en radiofréquence nous a conduit à examiner le problème de la pénétration d'un champ magnétique basse fréquence dans ce métal. Il a été montré [1] que cet effet dimensionnel à basse fréquence (1–100 Hz) est en relation avec les temps de relaxation  $\tau_1$  et  $\tau_2$  introduits par Cotti [2]. Nos mesures montrent une très forte anisotropie et une dépendance en température différente de celle prédite par le modèle de Awater et Lass.

#### **Références**

- [1] H. H. A. AWATER et J. S. LASS, *J. Phys. F.* **3**, 1113 (1973).  
[2] G. BRANDLI et P. COTTI, *J. Low Temp. Phys.* **1**, 153 (1969).

### **Magnetische und nichtmagnetische Halbleiter**

#### **Inelastic Light Scattering in the Eu and Yb Chalcogenides**

by J. VITINS and P. WACHTER

(Laboratorium für Festkörperphysik, ETH Zürich, 8049 Zürich, Hönggerberg)

First-order inelastic light scattering has been observed in the magnetically ordering Eu chalcogenides using laser excitation energies larger than the electronic energy

gap [1, 2]. This light scattering is characterized by the existence of Stokes and anti-Stokes lines exhibiting large linewidths of  $25\text{--}50\text{ cm}^{-1}$  and by harmonics at multiple frequencies of the first line. The first Stokes line always lies between the TO and LO phonon frequency.

As yet this inelastic light scattering has been interpreted as a Raman scattering process [1, 2]. Since first-order Raman scattering is symmetry forbidden in these compounds due to the fcc crystal structure, a symmetry-breaking mechanism is necessary for an interpretation based on Raman theory. We have earlier proposed that defects or impurities could be the reason for the lifting of the inversion symmetry [1]. However, no significant dependence on the impurity concentration (as due to, e.g., doping) has yet been found. Another proposal employs a mechanism which results only from spin disorder and which disregards defects or impurities [2].

Our observations of the inelastic light scattering from EuTe and from the Yb chalcogenides reveal that spin disorder cannot be the reason for the breaking of the inversion symmetry. In the anti-ferromagnetically ordering EuTe no quenching of the scattering intensity has been observed below  $T_N$  as would be expected from a mechanism based on spin disorder. Contrarily, the scattering intensity slightly increases near and below  $T_N$ . Furthermore, identical inelastic light scattering has been observed from the Yb chalcogenides which also crystallize in the fcc structure. Since these compounds are diamagnetic ( $4f^{14}$ ) no symmetry-breaking mechanism appears possible to explain the large scattering intensities of these compounds. We therefore conclude that the inelastic light scattering in the Eu and Yb chalcogenides cannot be explained by a Raman scattering process.

We propose that the first-order broadline inelastic light scattering in the Eu and Yb chalcogenides can be explained by a recombination process. As the excited photoelectron occupies *real* band states (instead of virtually excited states as in the Raman scattering process) symmetry selection rules are unimportant. A similar mechanism has been proposed for CdS employing a cascade model with the successive emission (absorption) of  $1\dots n$  phonons before the excited but not yet thermalized electron recombines with its own hole [3]. Similar to the long wavelength luminescence the recombination probability depends on the localization of the excited electron (electronic and magnetic polaron) [4]. The inelastic light scattering and the long wavelength luminescence exhibit therefore a similar dependence on applied magnetic field and on temperature. Due to the strong relaxation of the lattice around the remaining localized hole in the 4f shell, phonons from throughout the Brillouin zone can take part in the scattering. Therefore one observes large linewidths and the first line lies between the TO and LO phonon frequency.

The Eu and Yb chalcogenides are ideal compounds for the above described inelastic light scattering, as both the hole and the electron are more or less localized. Multiphonon light scattering is also well known from CdS and other II–VI semiconductors where however first-order Raman scattering is symmetry allowed. We believe that also in these compounds the multiphonon lines occur from a similar ‘hot’ recombination process.

## References

- [1] A. SCHLEGEL and P. WACHTER, *Solid State Commun.* **13**, 1865 (1973).
- [2] J. C. TSANG, M. S. DRESSELHAUS, R. L. AGGARWAL and T. B. REED, *Phys. Rev.* **B9**, 984 (1974).
- [3] R. M. MARTIN and C. M. VARMA, *Phys. Rev. Letters* **26**, 1241 (1971).
- [4] P. STREIT, *Phys. kondens. Materie* **15**, 284 (1973).

### Optische Untersuchungen des Ising-Ferromagneten $\text{LiTbF}_4$

von L. M. HOLMES und P. WACHTER

(Laboratorium für Festkörperphysik, ETH Zürich, 8049 Zürich)

und H. J. GUGGENHEIM

(Bell Laboratories, Murray Hill, N.J. 07974, USA)

Die optische Absorption in Einkristallen von  $\text{LiTbF}_4$  wurde bei tiefen Temperaturen bis zu 1,7 K im Spektralgebiet von 0,36 bis 2,5  $\mu\text{m}$  gemessen. Uebergänge zwischen Kristallfeldniveaus des  $\text{Tb}^{3+}$   $^7\text{F}$ -Multipletts wurden beobachtet und liessen sich durch Auswahlregeln des elektrischen Dipol-Operators anordnen. Das Grundniveau ist ein 'zufälliges' Dublett und das erste beobachtete angeregte Niveau liegt  $100 \text{ cm}^{-1}$  über dem Grundzustand. Durch Messungen des optischen Zeeman-Effektes wurde der spektroskopische Aufspaltungsfaktor des Grundniveaus zu  $g = 18 \pm 1$  bestimmt. In der Nähe und unterhalb des Curie-Punktes  $T_c = 2,9 \text{ K}$  tritt eine 'spontane' Zeeman-Aufspaltung des Grundzustandes auf, deren Grösse von 10 K an mit abnehmender Temperatur auf  $5,4 \pm 1,0 \text{ cm}^{-1}$  zunimmt.

### Optische Eigenschaften des metamagnetischen Isolators $\text{Eu}_3\text{O}_4$

von B. BATLOGG, E. KALDIS, A. SCHLEGEL und P. WACHTER

(Laboratorium für Festkörperphysik der ETH Zürich, 8049 Zürich, Höggerberg)

Aus der bei Zimmertemperatur im Photonenergiebereich von 0,03 bis 12 eV gemessenen Reflektivität von  $\text{Eu}_3\text{O}_4$ -Einkristallen wurden mittels KK-Transformation der Real- und der Imaginärteil der Dielektrizitätsfunktion berechnet. Diese Spektren können mit elektronischen Uebergängen aus den  $4f^7$ -Zuständen des  $\text{Eu}^{2+}$  und den  $4f^6$ -Zuständen des  $\text{Eu}^{3+}$ , deren Energieabstand 6 eV beträgt, interpretiert werden. Die optische Absorption zwischen der Bandkante bei 1,6 eV und der Reststrahlabsorption ist durch intraatomare Anregungen im 3-wertigen Europium gekennzeichnet ( $^7\text{F}_0 \rightarrow ^7\text{F}_2, ^7\text{F}_4, ^7\text{F}_6$ ). In Uebereinstimmung mit der Judd-Ofelt-Theorie treten die Uebergänge in Zustände mit ungeradzahligem  $J$  nicht auf. Weil  $\text{Eu}_3\text{O}_4$  unterhalb 5 K metamagnetisch ist, konnte erstmals an der selben Substanz der Einfluss sowohl der antiferromagnetischen als auch der ferromagnetischen Ordnung auf die Lage der Absorptionskante studiert werden. So findet man, je nach Magnetfeld, eine Blau- oder eine Rotverschiebung.

### Electronic Structure of Mg-Ferrite

by S. F. ALVARADO, W. EIB and H. C. SIEGMANN

(Laboratorium für Festkörperphysik der ETHZ, 8049 Zürich-Höggerberg)

and J. P. REMEIKA

(Bell Laboratories, Murray Hill, N.J. 07974, USA)

The photoelectron spin polarization has been measured as a function of photon energy up to 11 eV on surfaces of single crystals of  $\text{Mg}_\delta^{2+} \text{Fe}_{1-\delta}^{3+} [\text{Mg}_{1-\delta}^{2+} \text{Fe}_{1+\delta}^{3+}] \text{O}_4$  produced by cleaving in ultra high vacuum. We obtain information on the energy of the  $3d$ -shell on

tetrahedral and octahedral lattice sites. The final state  $3d^4$  of the Fe ion, after emission of the photoelectron, appears in the polarization spectra showing that the ionic structure of the magnetic shell is important. Oxygen levels emit photoelectrons at  $\hbar\omega > 10$  eV.

### **Recombinaisons de paires donneur–accepteur dans $\text{GaS}_x\text{Se}_{1-x}$**

par A. MERCIER et PH. SCHMID

(Laboratoire de Physique Appliquée, EPF-Lausanne)

Des mesures de photoluminescence à basse température ont permis de mettre en évidence des recombinaisons de paires donneur–accepteur dans les cristaux mixtes  $\text{GaS}_x\text{Se}_{1-x}$ . Seules les recombinaisons entre des donneurs et des accepteurs relativement éloignés dans le cristal sont probables à cause de la faible énergie de ionisation de ces niveaux. Ces recombinaisons produisent une ligne de luminescence qui subsiste longtemps après le pulse d'excitation. L'intensité de cette ligne ne décroît pas exponentiellement et son maximum se déplace vers les basses énergies en fonction du temps après le pulse d'excitation.

### **The Coloration of $\text{MoO}_3$ Single Crystals**

by R. JURYSKA

(Laboratoire de Physique Appliquée, EPF-Lausanne)

Optical absorption and electron spin resonance of  $\text{MoO}_3$  single crystals have been measured. Crystals grown by sublimation in an oxidizing atmosphere are yellow, those grown in vacuum are blue. Originally yellow crystals become blue after heating in vacuum to temperatures exceeding  $300^\circ\text{C}$ . This coloration disappears, at least partially, under subsequent heating in air. A correlation has been observed between the coloration and the ESR spectra.

$\text{MoO}_3$  crystallizes in an orthorhombic layer structure composed of  $\text{MoO}_6$  octahedra. It is expected that a deficiency of oxygen gives rise to changes of the valence state of the Mo ions which can be detected in the ESR spectra. These spectra are also influenced by impurities.

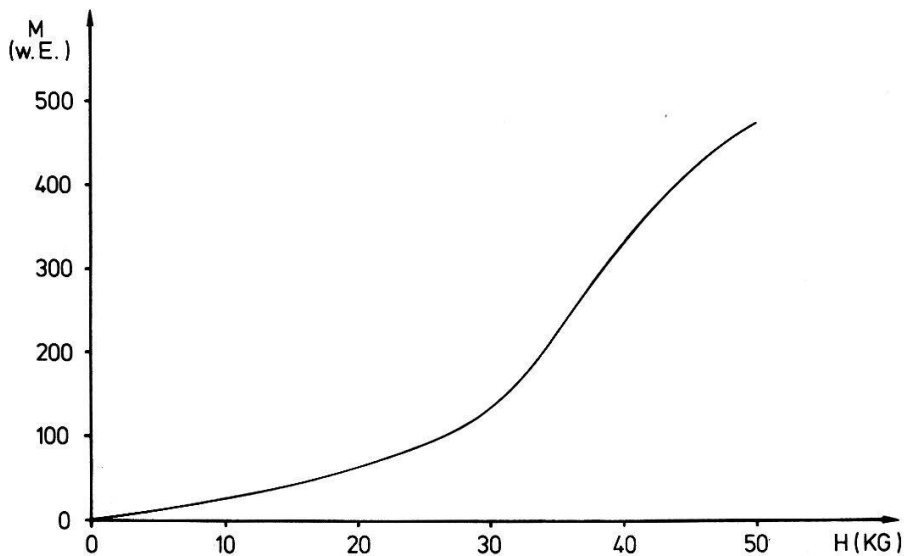
## **Magnetische Schichtstruktur**

### **Magnetische Suszeptibilität in antiferromagnetischen Schichtstrukturen**

VON FRANZ RYS und K. BABERSCHKE

(Freie Universität Berlin, Fachbereich Physik; 1-Berlin 33 (Dahlem))

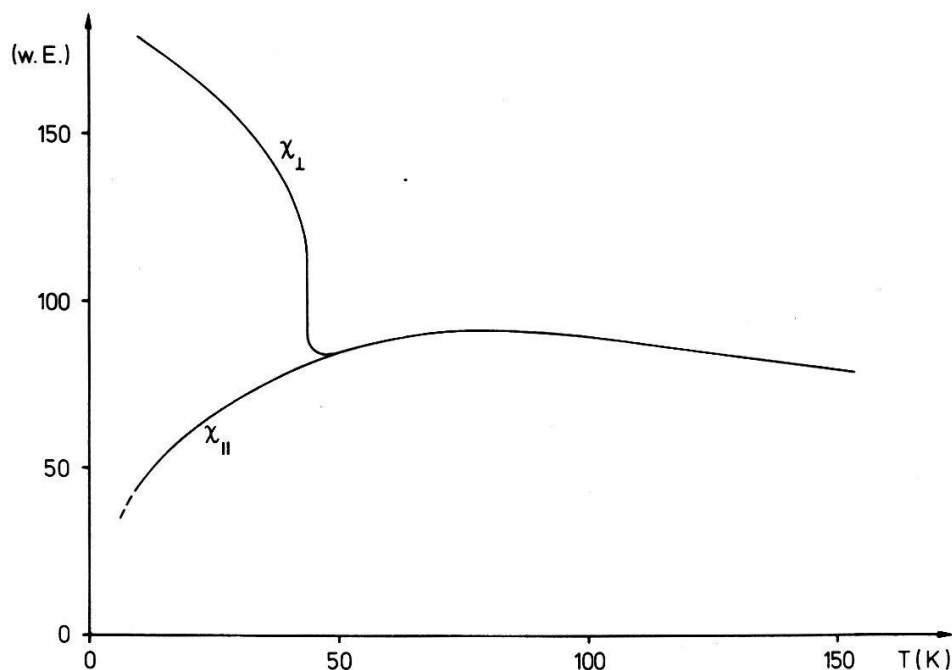
An organischen magnetischen Salzen mit Schichtstruktur vom Typus  $(\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{NH}_3)_2\text{MnCl}_4$  bzw.  $(\text{CH}_2)_n(\text{NH}_3)_2\text{MnCl}_4$  wurden Messungen der Magnetisierung mit einem Vibrationsmagnetometer durchgeführt. Daraus wurden die Parallel- und die Senkrechtsuszeptibilitäten ( $\chi_{\parallel}$  bzw.  $\chi_{\perp}$ ) als Funktion der Temperatur



Figur 1

Magnetisierung als Funktion eines äusseren Feldes senkrecht zur Schichtebene bei  $T = 1,8$  K. ( $M$  in willk. Einheiten.)

zwischen 4 und 150 K und als Funktion des Magnetfeldes bis 50 kG ermittelt und theoretisch interpretiert. (Vgl. auch [1].) Am Beispiel von  $(\text{CH}_3\text{NH}_3)_2\text{MgCl}_4$  sind erste Resultate in Figur 1 und Figur 2 dargestellt. Der Verlauf der Magnetisierung  $M(H)$  senkrecht zur Schichtebene zeigt in Übereinstimmung mit früheren Messungen [1] einen Spinflopübergang bei tiefen Temperaturen für ein Feld  $H_{sf} = 35$  kG. (Vgl. Fig. 1.) Die Untergittermagnetisierung ist demnach senkrecht zur Schichtebene ausgerichtet. In Figur 2 ist der Temperaturverlauf von  $\chi_{\parallel}$  und  $\chi_{\perp}$  für ein Feld  $H = 1$  kG aufgetragen. Für sinkende Temperaturen steigen zunächst beide (zusammenfallende) Kurven an und erreichen bei  $T_1 \approx 85$  K ein Maximum. Der anschliessende Abfall



Figur 2

Parallel- und Senkrechtsuszeptibilität (bezüglich der leichten Richtung) als Funktion von  $T$  für  $H = 1$  kG.



vor dem Erreichen des Ordnungspunktes deutet typisch auf ein 2-dimensionales Verhalten hin [2]. Bei  $T_2 = 43(\pm 1)$  K tritt ein anisotropes Verhalten ein ( $\chi_{\parallel} \neq \chi_{\perp}$ ); während  $\chi_{\parallel}$  mit  $T$  monoton gegen 0 abfällt, zeigt der Verlauf von  $\chi_{\perp}$  einen unerwarteten Sprung zu einem höheren Wert bei  $T_2$  an, um dann für weiteres Absinken von  $T$  noch weiter monoton anzusteigen. Die Grösse dieses Sprungs hängt nicht vom angelegten Feld ab. Daraus wird vermutet, dass eine spontane Komponente der Magnetisierung *parallel* zur Schichtebene unterhalb von  $T_2$  auftritt. Genauere Messungen und eine quantitative Interpretation werden vorbereitet.

### Verdankung

Wir danken Herrn Dr. Arend vom Laboratorium für Festkörperphysik der ETH-Z für die freundliche Überlassung der Kristalle, und Herrn Wisny vom FB Physik der FUB, der die Magnetisierungsmessungen durchgeführt hat.

### Literatur

- [1] L. J. DE JONGH und A. R. MIEDEMA, Adv. in Phys. 23, 1 (1974).  
 [2] W. D. VAN AMSTEL und L. J. DE JONGH, Sol. State Comm. 11, 1423 (1972).

## Optische Messungen am 2-dimensionalen Antiferromagneten $(\text{CH}_3\text{NH}_3)_2\text{MnCl}_4$

VON H. v. KÄNEL, H. AREND und P. WACHTER

(Laboratorium für Festkörperphysik ETH, 8049 Zürich, Hönggerberg)

Am magnetisch 2-dimensionalen Antiferromagneten  $(\text{CH}_3\text{NH}_3)_2\text{MnCl}_4$  wurde die optische Absorption im Wellenlängenbereich von  $0,23 \mu\text{m}$  bis  $2,5 \mu\text{m}$  und zwischen 4,2 und 300 K gemessen. Die Substanz kristallisiert bei 300 K in der  $D_{2h}^{18}$ -Struktur, wobei die Mn-Ionen die Ecken und Flächenmitten der Elementarzelle besetzen und oktaedrisch von Cl umgeben sind. Aus dieser schichtartigen Anordnung der Mn-Ionen resultiert das 2-dimensionale magnetische Verhalten. Innerhalb einer Schicht ordnen die Spins der Mn-Ionen ( ${}^6S_{5/2}$ ) antiferromagnetisch bei  $T_N = 47 \pm 3$  K, die Kopplung zwischen den Ebenen ist sehr schwach. Die Absorptionskante wird durch Uebergänge vom Cl ( $3p^6$ ) zum Mn ( $4s^2$ ) erzeugt. Bei niedrigeren Energien beobachtete atomare Uebergänge sind alle spinverboten und demzufolge sehr schwach. Für ein erst bei tiefen Temperaturen auftretendes Absorptionsmaximum bietet ein Elektronenübergang vom Grundzustand eines Mn ( $3d^5$ ) Ions in einen angeregten Zustand eines Nachbarions eine Erklärung, was wegen der antiferromagnetischen Ordnung ohne Spinflip möglich ist, jedoch ein Ueberlappen der Wellenfunktionen der angeregten Zustände benachbarter Ionen voraussetzt. In der Temperaturabhängigkeit folgt das Absorptionsmaximum einer nächsten Nachbarn Spinkorrelationsfunktion.

## Temperaturabhängigkeit der Absorptionslinie des 2-dimensionalen Antiferromagneten $(\text{CH}_3\text{NH}_3)_2\text{MnCl}_4$

VON R. LINKE und FRANZ RYS

(Freie Universität Berlin, Fachbereich Physik; 1-Berlin 33 (Dahlem))

Der im vorangehenden Beitrag von H. v. Känel et al. beschriebene und interpretierte Absorptionspeak verhält sich als Funktion der Temperatur ähnlich wie die

Korrelationsfunktion eines Paares benachbarter Spins in einem Antiferromagneten. Die daraus abgeleitete Ordnungstemperatur ist überraschend hoch ( $T_0 \approx 85$  K). Die Temperaturabhängigkeit wird im Rahmen des sphärischen Modells analysiert. Ferner wird auch die Dimensionalität des ordnenden Systems diskutiert.

### ESR-Messungen an den Schichtstrukturen $(\text{NH}_3\text{CH}_3)_2\text{CuCl}_4$ und $(\text{NH}_3\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{CuCl}_4$ : Phasenübergang und Magnetostatische Anregungen

VON H. HAGEN, H. REIMANN und F. WALDNER

(Physik-Institut der Universität Zürich)

W. BERLINGER

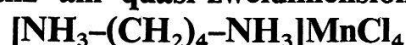
(IBM Forschungslaboratorium Rüschlikon)

und H. AREND

(Laboratorium für Festkörperphysik ETH Zürich)

An rechteckigen Einkristallplättchen dieser quasi-2-dimensionalen Ferromagneten sind Elektronenspinresonanz-Messungen bei 9 GHz im Temperaturbereich von 4,2–300 K durchgeführt worden. Beim  $(\text{NH}_3\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{CuCl}_4$  verschmälert sich die paramagnetische Linie linear bis zu einem Minimum bei *ca.* 35 K und verbreitert sich beim weiteren Abkühlen. In einem weiten Temperaturbereich ändert sich zuerst die Linienform, bei 16 K tritt im Zentrum eine neue schmale Resonanzlinie in Gegenphase auf. Bei noch tieferen Temperaturen wird eine breite Resonanz beobachtet, die sich dann in diskrete Resonanzen auflöst. Eine genauere Analyse bei 4,2 K zeigt rund 75 Linien, die als magnetostatische Volumen- und Oberflächenanregungen interpretiert werden.

### Elektronenspinresonanz am quasi-zweidimensionalen Paramagneten



VON H. HAGEN, H. REIMANN und F. WALDNER

(Physik-Institut Universität Zürich)

und H. AREND

(ETH Zürich)

An Einkristallen des quasi-zweidimensionalen Paramagneten  $[\text{NH}_3-(\text{CH}_2)_4-\text{NH}_3]\text{MnCl}_4$ , mit kovalenten Bindungen zwischen den Schichten, wurde bei 9 GHz die ESR-Linienbreite in Abhängigkeit von Temperatur und Winkel gemessen. Oberhalb  $T_N$  findet man innerhalb der Messgenauigkeit Übereinstimmung mit früheren Messungen [1] an Proben mit van der Waals — Bindungen zwischen den Schichten  $(\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{NH}_3)_2\text{MnCl}_4$ .

### Literatur

[1] H. R. BOESCH et al., Physics Letters 36A, 461 (1971).

## Kernresonanzuntersuchungen an den perowskitartigen Schichtstrukturen $\text{NH}_3(\text{CH}_2)_2\text{NH}_3\text{MnCl}_4$ und $\text{NH}_3(\text{CH}_2)_2\text{NH}_3\text{CuCl}_4$

von H. KAMMER

(Laboratorium für Festkörperphysik ETH, 8049 Zürich, Hönggerberg)

Als quasi-zweidimensionale magnetische Systeme versprechen Verbindungen der bisher nicht untersuchten Diammoniumreihe  $\text{NH}_3(\text{CH}_2)_n\text{NH}_3\text{MCl}_4$  mit  $M = \text{Cu}^{2+}$ ,  $\text{Mn}^{2+}$ ,  $\text{Fe}^{2+}$  interessante Resultate, da die Kristallqualität, wegen der festen Bindungen zwischen den Chlor-Oktaeder-Schichten, wesentlich besser ist, als bei den analogen Monoammonium typen  $(\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{NH}_3)\text{MCl}_4$  [1].

*NMR-Protonenspektren* zeigen für  $\text{NH}_3(\text{CH}_2)_2\text{NH}_3\text{CuCl}_4$  einen Phasenübergang bei  $(30 \pm 2)$  K, für  $\text{NH}_3(\text{CH}_2)_2\text{NH}_3\text{MnCl}_4$  bei  $(51 \pm 2)$  K. Mithilfe von Messungen der *magnetischen Suszeptibilität* konnten beide Substanzen als antiferromagnetisch ordnend identifiziert werden.

Sowohl für die Kupfer-, als auch für die Manganverbindung, zeigt der Verlauf der *reinen Kernquadrupolresonanzfrequenzen* der beiden chemisch inäquivalenten Chlorplätze (Spitzen- und Ebenenposition im Chloroktaeder) vom magnetischen Phasenübergang bis hinauf zur Zersetzungsgrenze bei etwa 470 K keine strukturellen Phasenumwandlungen. Die monokline Raumtemperaturstruktur  $P2_1/b$  mit  $Z=2$  [2] bleibt somit innerhalb des ganzen Existenzbereichs bis hinunter zur magnetischen Ordnungstemperatur erhalten. In Bezug auf diese Eigenschaft stellen die beiden hier untersuchten Substanzen ein Unikum innerhalb der Familie aller bisher bekannten Mono- und Diammoniumverbindungen dar. *Unterhalb* der Ordnungstemperatur verschwinden die *reinen* Kernquadrupolresonanzen.

Der Verlauf der *Linienbreiten* der zwei Kernquadrupolresonanzen zeigt bei der Kupferverbindung schon 30 Grad oberhalb der Phasenumwandlung einen deutlichen Anstieg, welcher auf das Einsetzen kritischer Fluktuationen der paramagnetischen Metallionen zurückzuführen sein dürfte. Im Falle der Manganverbindung tritt, für die der Spitzenchlorposition zugeschriebene Quadrupolresonanz, etwa 6 Grad oberhalb der Ordnungstemperatur, ebenfalls eine Verbreiterung auf. Die der Ebenenchlorposition zugehörige Resonanzlinie hingegen wird, bei Annäherung an die Ordnungstemperatur, zunehmend schmaler und zwar nimmt die Linienbreite von 8 kHz bei 150 K auf 3 kHz bei 51 K ab. Auch in unmittelbarer Umgebung der Ordnungstemperatur (0,1 Grad) wird diese Linie nicht breiter. Dieses Verhalten wird auf eine gegenphasige kohärente Fluktuation der magnetischen Momente der Manganionen zurückgeführt. Unter Voraussetzung gleicher Mangan-Ebenenchlor-Abstände mittelt sich ein so erzeugtes, fluktuierendes Magnetfeld am Ort der Chlorkerne genau zu Null aus. Im Temperaturbereich unterhalb 51 K kann aufgrund dieser Hypothese *antiferromagnetische Ordnung innerhalb der Schicht* angenommen werden.

### Literatur

- [1] H. AREND et al., wird publiziert.
- [2] K. TICHY, private Mitteilung.

## **Ionentransport**

### **Ionenleitung und Dielektrische Eigenschaften von Supraionenleitern**

von P. BRÜESCH

(Brown Boveri Forschungszentrum, CH-5401 Baden)

Supraionenleiter sind feste Elektrolyte, welche eine Ionenleitfähigkeit besitzen, die vergleichbar ist mit derjenigen von flüssigen Elektrolyten (Bsp.  $\alpha$ -AgI:  $\sigma_{dc} = 1.5 (\Omega \text{ cm})^{-1}$  bei 450 K). In einem Supraionenleiter sind die Ionen (z.B.  $\text{Ag}^+$  in  $\alpha$ -AgI) weder vollständig lokalisiert (da  $\sigma_{dc} \neq 0$ ), noch sind die Ionen völlig frei wie in einem Ionenplasma. Wir diskutieren ein phenomenologisches Modell, welches zwischen dem lokalisierten und dem freien Ionenmodell interpoliert. Mit Hilfe dieses Modells ist es möglich, die in fernen Infrarot (FIR) beobachtete Frequenz-abhängige Ionenleitfähigkeit  $\sigma(\omega)$  von Supraionenleitern zu erklären. Im Fall von  $\alpha$ -AgI und  $\beta$ -Alumina ( $\text{Na}_2\text{O} \cdot 11\text{Al}_2\text{O}_3$ ) wird gezeigt, dass die Messung von  $\sigma(\omega)$  im FIR die Bestimmung von wichtigen Modell-Parametern ermöglicht.

### **Optische Eigenschaften und Ionenleitfähigkeit von Hollandit ( $\text{K}_{1.6}\text{Mg}_{0.8}\text{Ti}_{7.2}\text{O}_1$ )**

von H. U. BEYELER, P. BRÜESCH und C. SCHÜLER

(Brown Boveri Forschungszentrum, CH-5401 Baden)

Neben den bekannten festen Elektrolyten  $\beta$ -Alumina ( $\text{Na}_2\text{O} \cdot 11\text{Al}_2\text{O}_3$ ) und  $\alpha$ -AgI in denen die Ionen in zwei, resp. drei Dimensionen beweglich sind, gibt es auch 'eindimensionale' Ionenleiter. Ein Beispiel dafür ist das Titan-Mineral Hollandit, dessen Struktur aus parallel angeordneten Kanälen besteht, in dem  $\text{K}^+$  Ionen eingelagert sind. Die bei Zimmertemperatur gemessene Ionenleitfähigkeit ist allerdings relativ gering ( $\approx 10^{-6} (\Omega \text{ cm})^{-1}$ ); es muss aber damit gerechnet werden, dass in eindimensionalen Ionenleitern die Bewegung der Ionen durch Kristallbaufehler und eventuell in den Kanälen eingelagerten Fremdatomen besonders stark beeinträchtigt wird. Wir haben deshalb zusätzlich zur Gleich- und Wechselstromleitfähigkeit auch die optischen Eigenschaften von Hollandit untersucht. Dadurch können wir die Frequenzabhängigkeit der Ionenleitung von Hollandit mit der anderer fester Elektrolyten vergleichen und das Verhalten der beweglichen Ionen in einem einfachen Modell beschreiben.

### **$^{127}\text{J}$ -Kernresonanz in AgJ**

von D. BRINKMANN und W. FREUDENREICH

(Physik-Institut, Univ. Zürich)

Um mittels Kernresonanz den Phasenübergang von AgJ in den supraionenleitenden Zustand untersuchen zu können, wurden zunächst Messungen an der Jod-Resonanz

bei Zimmertemperatur ausgeführt. Die bereits von Segel et al. [1] gefundene Quadrupolaufspaltung mit einer Kopplungskonstanten von 7,96 MHz wurde bestätigt. Daneben wurden aber weitere Aufspaltungen mit kleineren Kopplungskonstanten gefunden, die Polytypen des AgJ zuzuschreiben sind, welche sich in den Schichtfolgen unterscheiden. Es wurde versucht, Korrelationen zwischen den Kopplungskonstanten und den möglichen Schichtfolgen herzustellen.

### Literatur

[1] SEGEL et al., Phys. Stat. Sol. 31, K43 (1969).

## Kristallstrukturabhängige Fragmentation von Verunreinigungskohlenwasserstoffen in Festkörper-Funkenmassenplasmen

von J. T. MUHEIM

(Laboratorium für Festkörperphysik der ETH Zürich, Höggerberg)

Die Frage nach der Genese, bzw. der physikalisch-chemischen Natur der Fragmentation von primären Kohlenwasserstoffen (KW) in Festkörpern bei der Hochfrequenz-Funkendesintegration des Festkörpers im Vakuum, rührt an ein Vielteilchenproblem beträchtlichen Ausmasses und grosser Komplexität.

Während sich analytisch interessierte Kreise in der Vergangenheit mit der an sich schwierigen Frage auseinandersetzten, ob die KW ihren Ursprung in der Probe selbst, oder aber in den das Plasma umgebenden Wänden und dem Restgas (Quelle) habe [1], zielten die Bemühungen dieses Autors auf die Erforschung der Intensitäts/KW-fragmentmasse-Abhängigkeit im positiven (und negativen) Massenplasma des Festkörpers ab, in der Annahme, dass damit auch die Frage der Herkunft der KW in einem neuen Licht erscheinen werde.

Die Entdeckung, dass die Häufigkeiten der positiven Komplexionen (Oxide, Hydroxide, Fluoride, etc.) des Funkenplasmas wesentlich durch die Valenz des Festkörpers mitbestimmt werden [2], führte zum Hinweis, dass auch die KW-fragmentation in ähnlicher Weise festkörperbezogen sein könnte. Dieser Verdacht trug 1972 die Korrelation der KW-fragmentation mit der Kristallstruktur ein, und, aufgrund von Unstimmigkeiten in der Zuordnung der KW-Spektren von Strontium zu den Strukturen  $A_1$ ,  $A_3$  bzw.  $A_2$  (Hochtemperaturmodifikation), zur Registrierung des ersten kristallinen Phasenübergangs aus dem Funkenplasma, gefolgt von analogen Beobachtungen an Gadolinium [3].

Trotz sich mehrenden Fakten liessen sich aber weder über das einzelne Phänomen noch über den Zusammenhang zwischen den Phänomenen klare Vorstellungen herauskristallisieren, wenngleich im Fall der KW ein atomar-topographisch-geometrisches Phänomen als wahrscheinlich erschien.

Die Situation änderte sich schlagartig, als im Laufe von 1974 die Beobachtung gelang, dass die Häufigkeiten von sowohl hetero- wie auch homonuklearen diatomaren Molekülen nicht nur mit der Festkörpervalenz, sondern überdies mit den jeweiligen Kernmassen verknüpft sein müssen, wodurch die gleichzeitige Bedeutung von Elektronenstruktur und Kernsystem-Beschaffenheit für die Bildung eines molekularen Ions bzw. Fragments einerseits, wie auch der tiefere Zusammenhang zwischen elektronischen und strukturellen Phänomenen andererseits, offenbar wurde.

Für den Fall der KW ergab sich hieraus, dass diese – obzwar häufig als echte Oberflächenkontaminationen auftretend – bei der Fragmentation Prozessen unterworfen werden, die durchaus ähnlich geartet sein müssen wie jene, die für die Bildung von Matrix-Molekülen – also Molekülen aus dem Festkörperinnern! (Bulk) – verantwortlich gemacht werden können. Die Bulk-Natur steht übrigens in Einklang mit festkörpertypischen Beobachtungen (Gitterexpansion!) der Atomionenformation [4]. Der Unterschied würde dann hauptsächlich in der Reaktionsträgheit der KW-Kontamination mit dem Träger-Festkörper zu suchen sein. Der integrale Einfluss des letzteren auf die KW-fragmentation manifestiert sich – vom Molekül aus gesehen als ein kristalltopographieabhängiges, moleküldeformierendes (asymmetrisierendes) externes Spannungsfeld, auf das die Fragmentation natürlich empfindlich ansprechen muss. Eine analoge, realnaturbedingte, aber betont elektronische, Asymmetrie tritt bei der Formation der binären Matrixmolekülen auf, was im Beispiel von realem AgBr Anlass zu einer Korrelation zwischen Funkenplasma und Positronen-Lebensdauer gibt [5].

Wiewohl die mikroskopische Beschreibung der strukturabhängigen Fragmentation der Verunreinigungs-KW ein extrem schwieriges Problem darstellt, darf angenommen werden, dass, unter dem Einfluss der explosiven Desintegration des Trägerkristalls die Fragmentbildung phänomenologisch einem Stanzprozess gleichkommt.

Das solchermassen gebildete KW-Fragmentspektrum lässt sich dann in wesentlich zwei Bereiche unterteilen, nämlich:

- i) in einen allgemeinen, strukturtypischen niederatomigen Bereich, dessen allgemeiner Aspekt wesentlich auf der arbiträren Grösse der Atome des Periodensystems, und damit auch der Abmessungen und Art der Lücken eines Gitters basiert, und
- ii) in einen strukturunempfindlichen, primär-KW-typischen Massenbereich, der den polyatomaren Fragmentationen vorbehalten bleibt, und Wesentliches über Natur und Vergangenheit der Primär-KW auszusagen vermag.

Der in (i) enthaltene Struktureinfluss auf die  $(C_xH_y^+)$ -Formation kann bis zu Molekülen mit fünf C-Atomen ( $x = 5$ ) leicht verfolgt werden. Andererseits dürfte in (ii) die obere Fragment-Limite durch die maximale Grösse der Primärmoleküle gegeben sein.

In der Tabelle sind nun für die einfachsten Strukturen  $A_1$  bis  $A_3$  die (vorläufigen) Regeln für die relativen Fragmentationen-Intensitäten einiger hauptsächlichster Moleküle der niederatomigen KW-banden ( $x = 1$  bis 4) zusammengestellt. Dabei betreffen die verhältnismässigen Intensitäten 'intra Gruppe' Fragmente mit fixer Anzahl C-Atome, jene 'inter Gruppe' jedoch die Maxima von Fragmenten aus Gruppen mit verschiedener Anzahl C-Atome. Die enge Verwandtschaft der gleichdicht gepackten kubisch-flächenzentrierten ( $A_1$ ) und hexagonalen ( $A_3$ ) Struktur ist unverkennbar. Es dominieren in diesen Fällen Methyl ( $CH_3^+$ ) und Acetylen ( $C_2H_2^+$ ) intra Gruppe, und Acetylen bzw. die Dikarbon-KW absolut. Für die kubisch-raumzentrierte Struktur ( $A_2$ ) dominieren in der Regel Methan ( $CH_4^+$ ) und Aethylen ( $C_2H_4^+$ ) intra Gruppe, mit dem absoluten Maximum diesmal bei den Mono-KW, in der Regel bei  $CH_4^+$ . Ein typisches KW-Spektrum im ppm-Bereich wurde für destilliertes Europium bereits 1971 veröffentlicht [6]. Der Aufbau des KW-Fragmentspektrums ist bemerkenswerterweise derselbe, unabhängig davon, ob ein Kristall eine einzige Modifikation, z.B.  $A_2$  wie im Fall von Eu, besitzt, oder aber ob durch Leistungssteigerung bei der Plasmaerzeugung eine Hochtemperaturmodifikation  $A_2$  z.B. durch Phasenübergang  $A_3 \rightarrow A_2$  im Fall von Gd, erzeugt werden konnte.

KRISTALL- STRUKTUR	RELATIVE INTENSITÄTEN		MIT RELATIVEM MAX. MIN. BEI MASSE (AME)	INTER GRUPPE	
	INTRA GRUPPE				
A <sub>1</sub> KFZ	CH <sub>Y</sub> <sup>+</sup> : CH <sub>3</sub> <sup>+</sup> > CH <sub>4</sub> <sup>+</sup>		15	13	MAX.  CH <sub>Y</sub> <sup>+</sup>   < MAX.  C <sub>2</sub> H <sub>Y</sub> <sup>+</sup>
	C <sub>2</sub> H <sub>Y</sub> <sup>+</sup> : C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> <sup>+</sup> > (C <sub>2</sub> H <sub>3</sub> <sup>+</sup> ) > C <sub>2</sub> H <sub>4</sub> <sup>+</sup>		26	(24,27)	
	C <sub>3</sub> H <sub>Y</sub> <sup>+</sup> : C <sub>3</sub> H <sub>3</sub> <sup>+</sup> > C <sub>3</sub> H <sub>5</sub> <sup>+</sup>		39	40	
	C <sub>4</sub> H <sub>Y</sub> <sup>+</sup> : C <sub>4</sub> H <sub>7</sub> <sup>+</sup> > C <sub>4</sub> H <sub>8</sub> <sup>+</sup>		55		
A <sub>2</sub> KRZ	CH <sub>Y</sub> <sup>+</sup> : CH <sub>3</sub> <sup>+</sup> < CH <sub>4</sub> <sup>+</sup>		16	13	MAX.  CH <sub>Y</sub> <sup>+</sup>   >> MAX.  C <sub>2</sub> H <sub>Y</sub> <sup>+</sup>   MAX.  C <sub>2</sub> H <sub>Y</sub> <sup>+</sup>   > MAX.  C <sub>3</sub> H <sub>Y</sub> <sup>+</sup>
	C <sub>2</sub> H <sub>Y</sub> <sup>+</sup> : C <sub>2</sub> H <sup>+</sup> < C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> <sup>+</sup> < (C <sub>2</sub> H <sub>3</sub> <sup>+</sup> ) < C <sub>2</sub> H <sub>4</sub> <sup>+</sup>		28	(24,25,27)	
	C <sub>3</sub> H <sub>Y</sub> <sup>+</sup> : C <sub>3</sub> H <sub>3</sub> <sup>+</sup> < C <sub>3</sub> H <sub>5</sub> <sup>+</sup>		41	40	
	C <sub>4</sub> H <sub>Y</sub> <sup>+</sup> : C <sub>4</sub> H <sub>7</sub> <sup>+</sup> < C <sub>4</sub> H <sub>8</sub> <sup>+</sup>		56	55	
A <sub>3</sub> (←A <sub>1</sub> ) HEX	CH <sub>Y</sub> <sup>+</sup> : CH <sub>3</sub> <sup>+</sup> > CH <sub>4</sub> <sup>+</sup>		15	13	MAX.  CH <sub>Y</sub> <sup>+</sup>   < MAX.  C <sub>2</sub> H <sub>Y</sub> <sup>+</sup>
	C <sub>2</sub> H <sub>Y</sub> <sup>+</sup> : C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> <sup>+</sup> ≳ (C <sub>2</sub> H <sub>3</sub> <sup>+</sup> ) ≳ C <sub>2</sub> H <sub>4</sub> <sup>+</sup>		26	(24,27)	
	C <sub>3</sub> H <sub>Y</sub> <sup>+</sup> : C <sub>3</sub> H <sub>3</sub> <sup>+</sup> ≳ C <sub>3</sub> H <sub>5</sub> <sup>+</sup>		(39,41)	40	
	C <sub>4</sub> H <sub>Y</sub> <sup>+</sup> : C <sub>4</sub> H <sub>7</sub> <sup>+</sup> ≳ C <sub>4</sub> H <sub>8</sub> <sup>+</sup>		(55)		

VORLÄUFIGE REGELN FÜR DIE KRISTALLSTRUKTURABHÄNGIGEN RELATIVEN INTRA- UND INTER- C - GRUPPEN- INTENSITÄTEN DER POSITIVEN (NATÜRLICHEN) KW - FRAGMENTIENEN C<sub>X</sub>H<sub>Y</sub><sup>+</sup> IN FESTKÖRPER - FUNKENMASSENPLASMEN.

## Literatur

- [1] N. B. HANNAY, Rev. Sci. Instr. 25, 644 (1954).
- [2] J. T. MUHEIM, Mat. Res. Bull. 7, 1417 (1972).
- [3] J. T. MUHEIM, Proc. 10th R.-E. Res. Conf. Arizona, Vol. I, p. 208, USAEC Techn. Inf. Center, Oak Ridge, Tenn. USA (1973).
- [4] J. T. MUHEIM, Helv. Phys. Acta 48, 17 (1975).
- [5] J. T. MUHEIM und H. SURBECK, Frühjahrstagung SPG, Zürich (1975).
- [6] G. BUSCH, E. KALDIS, J. T. MUHEIM und R. BISCHOF, J. Less-Common Metals 24, 453 (1971).

## Korrelation zwischen Positronen-Annihilation-Lebensdauer und Struktur des Funkenmassenplasmas von AgBr

J. T. MUHEIM und H. SURBECK

(Laboratorium für Festkörperphysik der ETH Zürich, Höggerberg)

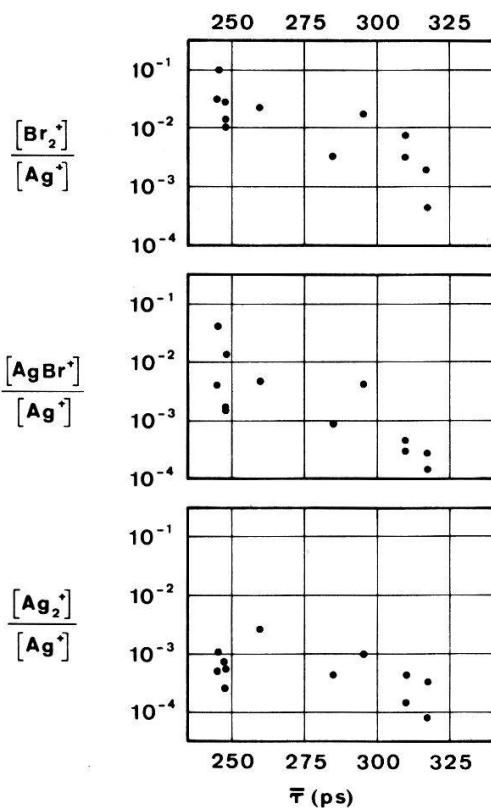
Die von uns und andern Autoren ([1]–[5]) beobachteten starken Schwankungen im Positronen-Lebensdauerspektrum der Silberhalogenide veranlassten uns, 12 AgBr-Proben (Einkristalle und polykristallines Material) unterschiedlicher Zucht und Qualität mit zwei verschiedenen Methoden zu untersuchen:

- I) Funkenmassenspektrographie und
- II) Positronen-Annihilation-Lebensdauerermessung<sup>1)</sup>

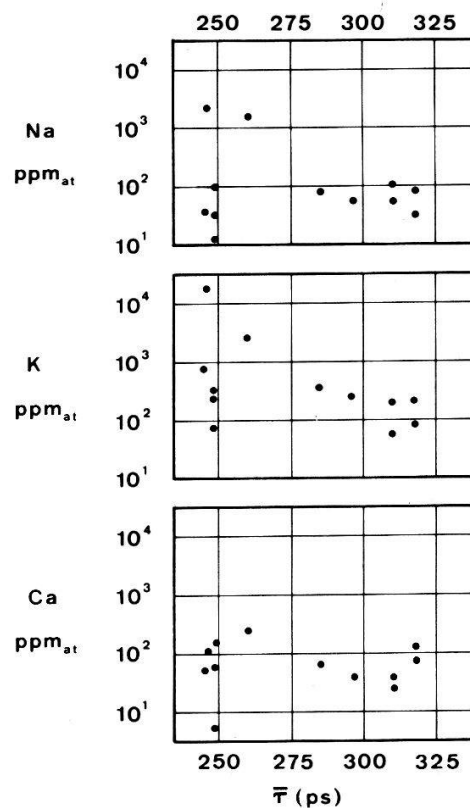
<sup>1)</sup> Eine Beschreibung des Messprinzips und eine allgemeine Uebersicht über die Positronenannihilation findet sich zum Beispiel in: R. N. WEST, *Positron Studies of Condensed Matter* (Taylor and Francis Ltd., London 1974).

Die Lebensdauerspektren konnten in fast allen Fällen in zwei Komponenten  $\tau_1$  und  $\tau_2$  mit den relativen Intensitäten  $I_1$  und  $I_2$  zerlegt werden. Für kleine Intensitäten (<10%) der kürzeren Komponente  $\tau_1$  ist die eindeutige Zerlegung in zwei Lebensdauern nicht mehr gewährleistet und eine Anpassung auch durch eine einzige Lebensdauer möglich. Eine gegenüber der Art der Zerlegung unempfindliche Grösse ist die mittlere Lebensdauer  $\bar{\tau} = I_1 \tau_1 + I_2 \tau_2$ , deren Reproduzierbarkeit  $\pm 3$ ps beträgt.

Für die massenspektrographische Konzentration  $c$  der positiven binären Matrixmolekülonen des Funkenmassenplasmas konnte eine eindeutige Korrelation mit  $\bar{\tau}$  gefunden werden (Fig. 1).



Figur 1



Figur 2

Analog dazu lässt sich aus dem Verlauf der Konzentrationen aller wichtigen Verunreinigungs-Atomionen in Abhängigkeit von  $\bar{\tau}$  folgern, dass die beobachteten grossen Unterschiede in  $\bar{\tau}$  nicht mit einem Einfang der Positronen in Kationleerstellen (für welchen Fall  $\bar{\tau}$  steigen müsste) erklärt werden können, was unabhängig durch Messungen von Kelly [5] gestützt wird. Figur 2 zeigt den für alle Verunreinigungen (ausgenommen für H und C) typischen Konzentrationsverlauf am Beispiel von Na, K und Ca.

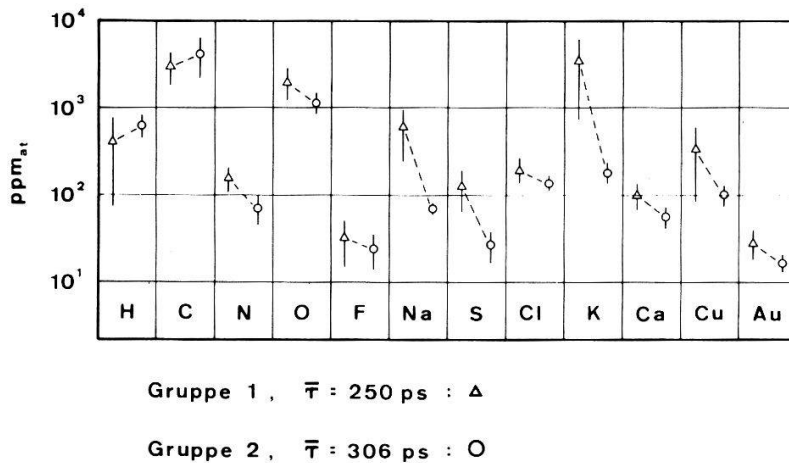
Für die Uebersicht in Figur 3 wurden die Proben in zwei Gruppen eingeteilt, nämlich in

- Gruppe 1 mit  $\bar{\tau} = 245 \div 260$  ps und dem Schwerpunkt  $\bar{\tau} = 250$  ps, und in
- Gruppe 2 mit  $\bar{\tau} = 285 \div 320$  ps und dem Schwerpunkt  $\bar{\tau} = 306$  ps.

Diese Ergebnisse führen uns zu folgenden Annahmen und Schlussfolgerungen über das Schicksal der Positronen in AgBr:

- I) Im idealen Kristallgebiet erfolgt die Annihilation aus einem gebundenen Zustand zwischen einem Elektronenpaar des Anions und dem Positron ([6], [7]). Aus





Figur 3

der mutmasslich kleinsten erreichbaren  $\text{AgBr}^+$ -Molekülonkonzentration,  $c_{\text{AgBr}^+} \approx 10^{-4}$ , folgt dann für die Idealkristall-Lebensdauer der Wert  $\tau_{\text{ideal}} \approx 340$  ps. Dieser Wert entspricht der in allen Proben beobachteten Lebensdauer  $\tau_2 \approx 320$  ps.  $\tau_2$  wird damit Annihilationsprozessen im idealen Kristallgebiet zugeordnet.

- II) Unter gestörtem Kristallgebiet sei eine nicht näher zu kennzeichnende anion-lokale elektronische Unordnung (Bindungsasymmetrie) verstanden, die sich massenspektrographisch- hauptsächlich zufolge Erniedrigung der Ionisierungs-Energie – bei der Plasmaformation als eine Verstärkung der Molekülbildung, bzw. als eine Erhöhung der scheinbaren Konzentration manifestiert. Für die Positronen bedeutet diese Störung, dass eine Annihilation mit nichtideal gepaarten Elektronen möglich ist, was zu einer stärkeren Wechselwirkung, und damit einer kürzeren Lebensdauer  $\tau_1$  führt: Die kurze Lebensdauerkomponente wird Annihilationen in gestörten Kristallregionen zugesprochen.

Die Extrapolation der Korrelationsfunktion bis zur höchstmöglichen, physikalisch noch sinnvollen Molekülkonzentration  $c_{\text{AgBr}^+} \rightarrow 1$  führt auf die Reallebensdauer  $\tau_{\text{real}} \approx 120$  ps. Dieser Wert entspricht ungefähr der kürzesten beobachteten Lebensdauer  $\tau_{1, \text{min}} \approx 130$  ps. Der Mittelwert aller gemessenen  $\tau_1$  liegt bei 178 ps.

Die Korrelation von  $\bar{\tau}$  mit der Konzentration der Verunreinigungen kann nun entweder bedeuten, dass Verunreinigungen die Ursache dieser elektronischen Störung sind, oder aber, dass durch erhöhte, zuchtbedingte physikalische Unordnung Verunreinigungen leichter eingebaut werden. Auf die zweite Möglichkeit deutet der Verlauf der Streubreiten mit  $\bar{\tau}$  (Fig. 3).

Unsere bisherigen Untersuchungen beschränkten sich auf AgBr. Eine lokale elektronische Unordnung dürfte aber in jedem Realkristall vorhanden sein. In diesem Sinn ist AgBr als Modellsubstanz aufzufassen, wengleich Substanzen im Uebergangsbereich zwischen ionischer und kovalenter Bindung die beobachteten Effekte besonders stark zeigen dürften.

### Verdankung

Prof. Dr. F. Heinrich danken wir für sein Interesse und die Unterstützung dieses Projektes und Dr. P. Junod von der Ciba-Geigy Photochemie A.G. in Fribourg [8] und Dr. E. Schönherr vom MPI für Festkörperforschung in Stuttgart für die Einkristalle, die sie uns zur Verfügung stellten.

Die vorliegende Arbeit wurde teilweise vom Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung finanziert.

## Literatur

- [1] S. COVA, A. DUPASQUIER und M. MANFREDI, *Nuovo Cimento B* 47, 263 (1967).
- [2] T. M. KELLY, 2nd Int. Conf. Pos. Ann. (1971).
- [3] I. I. BARDYSHEV, V. I. GOLDANSKII und A. D. MOKRUSHIN, *Sov. Phys. Sol. St.* 14, 803 (1972).
- [4] A. GAINOTTI, *Phys. Lett.* 43A, 405 (1973).
- [5] T. M. KELLY, *Phot. Sci. E* 17, 201 (1973).
- [6] M. BERTOLACCINI, A. BISI, G. GAMBARINI und L. ZAPPA, *J. Phys. C* 4, 734 (1971).
- [7] G. FERRANTE, *Phys. Rev.* 170, 76 (1968).
- [8] P. JUNOD, B. KILCHÖR und H. WALLISER, *J. Cryst. Growth* 10, 144 (1971).

## Druck- und Temperaturabhängigkeit der elektrischen Eigenschaften von NH<sub>3</sub>-dotiertem Eis

von M. HUBMANN

(Lab. für Festkörperphysik der ETHZ, Zürich)

Aus der Theorie von C. Jaccard, welche die Dielektrizitätskonstante und die Leitfähigkeit von Eis auf Grund von Punktdefekten (Orientierungs- und Ionendefekte) erklärt, ergibt sich, dass im Bereich, wo Orientierungs- und Ionenleitfähigkeit etwa gleich gross sind (conductivity-crossover), der Beitrag zur Dielektrizitätskonstanten  $\epsilon_s - \epsilon_\infty$  sehr klein wird. Erste Messungen an Eis mit  $c_{\text{NH}_3} \geq 5 \cdot 10^{-5}$  mol/l haben ergeben, dass dieses Minimum im Temperaturbereich  $-5 \dots -70$  C durchlaufen wird. Ebenso kann der Crossover bei Erhöhung des Druckes bis auf ca. 1500 bar erreicht und überschritten werden. Die sehr grosse Druckabhängigkeit der ionischen Leitfähigkeit hat zur Folge, dass bei geeignet gewählter Temperatur ein Druck von 1500 bar die statische Dielektrizitätskonstante von ca. 10 bei Atmosphärendruck auf mehr als 150 erhöht.

## Diffusion von Fremdschubstanz in Eis. Beispiel NH<sub>3</sub>

von M. HUBMANN

(Laboratorium für Festkörperphysik ETH, 8049 Zürich, Höggerberg)

Bei Leitfähigkeitsmessungen an NH<sub>3</sub>-haltigen einkristallinen Eisproben im Konzentrationsbereich  $c_{\text{NH}_3} \leq 10^{-5}$  mol/l wurde beobachtet, dass die Niederfrequenz-Leitfähigkeit  $\sigma_0$ , welche als Mass für die Dotierungskonzentration angesehen wird, innert weniger Stunden (typ. 4 h) der NH<sub>3</sub>-Konzentration in der Umgebung (NH<sub>3</sub>-haltiges Silikonöl) folgt. Daraus lässt sich eine Diffusionskonstante für NH<sub>3</sub> in Eis abschätzen, die für  $-15$  C mind.  $2 \cdot 10^{-7}$  ev. sogar  $8 \cdot 10^{-7}$  cm<sup>2</sup>/s beträgt. Im Vergleich zur Selbstdiffusion von Sauerstoff oder Wasserstoff in Eis, für die die Diffusionskonstante zu  $0,5 \dots 1,5 \cdot 10^{-11}$  cm<sup>2</sup>/s angegeben wird, ist die Fremddiffusion viel schneller und wird offensichtlich durch andere molekulare Prozesse hervorgerufen. Zur Erklärung bieten sich zwei Möglichkeiten, nämlich Diffusion auf Zwischengitterplätzen

in dem Kanälen des Eisgitters oder Diffusion entlang von Dislokationen. Bei der ersten Möglichkeit ergibt eine Abschätzung, dass ein grosser Teil der zudotierten  $\text{NH}_3$ -Teilchen nicht substitutionell eingebaut ist. Im zweiten Falle ergibt sich die Konsequenz, dass die Fremdschubstanz nicht homogen, sondern hauptsächlich im Verzerrungsgebiet entlang der Dislokationen eingebaut ist.

## Seltene Erden und Kristallzucht

### Elektrischer Widerstand flüssiger Legierungen von Metallen der Seltenen Erden

VON K.-P. ACKERMANN, H.-J. GÜNTHERODT, E. HAUSER UND H. U. KÜNZI

(Exp. Physik der kond. Materie, Institut für Physik, Universität Basel)

Der elektrische Widerstand der Metalle der leichten und schweren Seltenen Erden von La über Gd bis zu Er und Yb zeigt einige Besonderheiten, wie lineare Variation als Funktion der Stellung im Periodensystem und negative Temperaturkoeffizienten bei Eu und Yb. Um dieses Verhalten besser zu verstehen, wurden Legierungen vom Typ La-Gd (Metalle der Seltenen Erden untereinander) und Ce-Sn (Metall der Seltenen Erden und polyvalentes normales Metall) untersucht und mit den Widerstandswerten von schon früher untersuchten Legierungen vom Typ Ce-Cu (Metall der Seltenen Erden und einwertiges Edelmetall) verglichen. Insbesondere wird eine mögliche Erweiterung der Zimanschen Theorie des elektrischen Widerstandes flüssiger Metalle auf Metalle der Seltenen Erden und ihrer Legierungen diskutiert.

### Crystal Field Splitting in $\gamma$ -Ce, $\delta$ -Ce, and Liquid Ce<sup>1)</sup>

A. H. MILLHOUSE and A. FURRER

(Institut für Reaktortechnik ETHZ, E.I.R., 5303 Würenlingen)

By means of inelastic neutron scattering we have investigated the crystal field splitting of the  $^2F_{5/2}$  ground state multiplet of the  $\text{Ce}^{3+}$  ion in *fcc*  $\gamma$ -Ce, *bcc*  $\delta$ -Ce, and in liquid Ce. The results are discussed in terms of the point-charge model including screening.

<sup>1)</sup> Research supported by the Schweizerische Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung.

## Neutronenbeugungsuntersuchung von TbS, TbTe und HoTe

VON P. FISCHER

(Institut für Reaktortechnik ETHZ, E.I.R., 5303 Würenlingen)

P. SCHOBINGER-PAPAMANTELLOS

(Institut für Kristallographie und Petrographie, ETH)

und E. KALDIS

(Laboratorium für Festkörperphysik, ETH)

TbS, TbTe und HoTe sind bei 4 K antiferromagnetisch (Ordnung zweiter Art des kubisch flächenzentrierten Gitters). Im Gegensatz zur trigonalen Struktur von TbS weicht die Orientierung der magnetischen Momente der Tb- und Ho-Monotelluride stark von der [111]-Richtung ab. Die gemessenen, geordneten magnetischen Momente werden hinsichtlich Kristallfeldeinflüssen und Abweichungen von der Stöchiometrie diskutiert.

## J-Admixture Effects in Rare Earth Systems

by A. FURRER and U. TELLENBACH

(Institut für Reaktortechnik ETHZ, E.I.R., CH-5303 Würenlingen/Switzerland)

*Abstract.* The inclusion of  $J$ -mixing contributions in the crystal-field Hamiltonian of a rare earth system is investigated.  $J$ -admixture effects are important for systems with a large sixth-order contribution to the crystal-field potential. The moment reduction of some ordered neodymium compounds can be quantitatively accounted for by including  $J$ -mixing effects.

The dominant terms in the Hamiltonian of a rare earth system are the exchange term and the crystal-field term:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{\text{ex}} + \mathcal{H}_{\text{cf}}. \quad (1)$$

The parameters describing equation (1) can be directly determined by the neutron inelastic scattering technique. A check of these parameters may be obtained from calculations of the magnetic properties, and most sensitively from magnetization data. Such comparisons are of special interest in the light rare earth series where the exchange and crystal-field interactions are of comparable magnitude. Most of the neutron work in magnetically ordered systems of the light rare earth series has been done for neodymium. In these systems, however, the magnetization values calculated from the exchange and crystal-field parameters always exceed the observed magnetization data. Additional terms (e.g. a magneto-elastic interaction term) in the Hamiltonian (1) as well as contributions originating from the conduction electron polarization are known to have little influence on the magnetization. The question then arises whether the approximations used in the calculation of the exchange and crystal-field terms could possibly modify the results. It is known from the heavy rare earth series that describing the exchange in terms of an effective field theory is a good approximation.

The crystal-field term is generally calculated on the basis of the elementary crystal-field theory which describes the splitting of the ground state  $J$ -multiplet due to the electrostatic potential at the rare earth ion position. The splittings produced by the crystal field are assumed to be sufficiently small compared with those produced by the spin-orbit interaction, so that one does not take into account any admixtures of states in different  $J$  levels. This approximation has never been examined quantitatively except for samarium [1], but it seems to be reasonable in particular for neodymium where the separation between adjacent  $J$  levels is about 3000 K. However, actual calculations demonstrate the importance of  $J$ -mixing effects even for neodymium. It is the purpose of the present work to show how the eigenvalues and eigenfunctions of equation (1) are changed by including  $J$ -mixing. In particular, the moment reduction in magnetically ordered systems can be quantitatively accounted for by calculations including  $J$ -admixture effects. This is exemplified for some neodymium compounds, where the crystal field and the exchange parameters are known from neutron inelastic scattering experiments.

Table I  
Energy levels  $E_J$  of the free  $\text{Nd}^{3+}$  ion and decomposition in a cubic crystal field

$ SLJ\rangle$	$E_J$ (K)	Decomposition in a cubic crystal field
${}^4I_{9/2}$	190	$\Gamma_6 + \Gamma_8^{(1)} + \Gamma_8^{(2)}$
${}^4I_{11/2}$	2890	$\Gamma_6 + \Gamma_7 + \Gamma_8^{(1)} + \Gamma_8^{(2)}$
${}^4I_{13/2}$	5760	$\Gamma_6 + \Gamma_7^{(1)} + \Gamma_7^{(2)} + \Gamma_8^{(1)} + \Gamma_8^{(2)}$
${}^4I_{15/2}$	8750	$\Gamma_6 + \Gamma_7 + \Gamma_8^{(1)} + \Gamma_8^{(2)} + \Gamma_8^{(3)}$

The positions of the four lowest  $J$ -multiplets of the free  $\text{Nd}^{3+}$  ion are listed in Table I. The 4th excited multiplet lies approximately 8000 K above the  ${}^4I_{15/2}$  level, so that it seems to be reasonable to restrict  $J$ -mixing calculations for  $\text{Nd}^{3+}$  to the four  ${}^4I_J$  multiplets only. In principle such a calculation leads to a  $52 \times 52$  crystal-field matrix. For cubic symmetry and the polar axis along the cube edge, the crystal-field Hamiltonian has the form:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{cf}} = & 16\sqrt{\frac{6}{11}} B_4 \{ \sqrt{\frac{7}{12}} U_0^4 + \sqrt{\frac{5}{24}} (U_4^4 + U_{-4}^4) \} \\ & + 320\sqrt{\frac{14}{429}} B_6 \{ -\sqrt{\frac{1}{8}} U_0^6 + \sqrt{\frac{7}{16}} (U_4^6 + U_{-4}^6), \end{aligned} \quad (2)$$

where the  $B_k$  are the crystal-field parameters and the  $U_q^k$  are the irreducible tensor operators described by Racah [2]. The corresponding matrix elements may be calculated from the following equation:

$$\begin{aligned} (J_1, \Gamma_i^{(\alpha)}, \nu_i | \mathcal{H}_{\text{cf}} | J_2, \Gamma_j^{(\beta)}, \nu_j) = & \delta(\Gamma_i, \Gamma_j) \delta(\nu_i, \nu_j) \\ & \times \{ 16\sqrt{\frac{6}{11}} B_4 (4\Gamma_1; J_2, \Gamma_j^{(\beta)} | J_1, \Gamma_i^{(\alpha)}) ({}^4I, J_1 || U^4 || {}^4I, J_2) \\ & + 320\sqrt{\frac{14}{429}} B_6 (6\Gamma_1; J_2, \Gamma_j^{(\beta)} | J_1, \Gamma_i^{(\alpha)}) ({}^4I, J_1 || U^6 || {}^4I, J_2) \}. \end{aligned} \quad (3)$$

The generalized Clebsch–Gordan coefficients  $(k\Gamma_1; J_2, \Gamma_j^{(\beta)} | J_1, \Gamma_i^{(\alpha)})$  have been tabulated by Al'tshuler et al. [3], and the reduced matrix elements  $({}^4I, J_1 || U^k || {}^4I, J_2)$  have been evaluated by Wybourne [4].  $\nu_i$  is an integer number determined by the degeneracy of

the representation  $\Gamma_i^{(\alpha)}$ . The  $\delta$ -function  $\delta(\Gamma_i, \Gamma_j)$  in equation (3) shows that the problem is now simplified to diagonalizing a  $4 \times 4$  matrix for the  $\Gamma_6$  doublets and a  $9 \times 9$  matrix for the  $\Gamma_8$  quartets. This has been done for some crystal-field parameters representative of the neodymium compounds. The eigenvalues  $E_i$  for the ground state multiplet are shown in Figure 1 where the crystal-field parameters are given in the

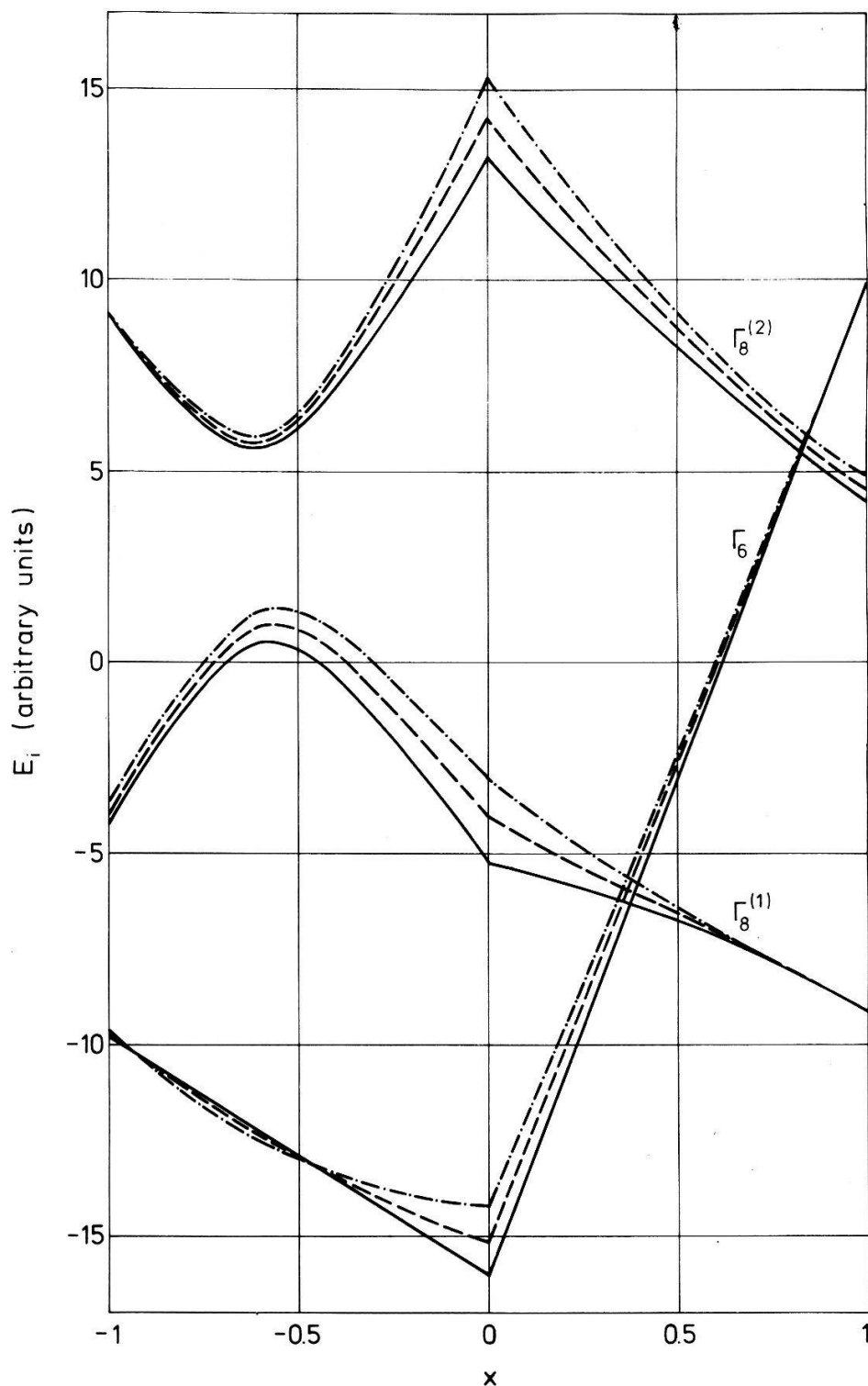


Figure 1

Energy level scheme for the ground state  $J$ -multiplet of  $\text{Nd}^{3+}$  in a cubic crystal field as a function of the crystal-field parameter  $x$ . The solid lines correspond to calculations performed without  $J$ -mixing. Calculations including  $J$ -admixture effects for  $W = 0.25$  meV and  $W = 0.5$  meV are given by the broken and dashed-dotted lines, respectively.

notation introduced by Lea et al. [5] with  $W$  being an overall splitting factor and  $x$  related to the ratio of fourth- and sixth-order terms. The relationship of the crystal-field parameters  $B_k$  to the parameters  $W$  and  $x$  may be readily evaluated by comparing equation (2) with the familiar crystal-field Hamiltonian

$$\mathcal{H}_{cf} = W \left\{ \frac{x}{F_4} (O_4^0 + 5O_4^4) + \frac{1-|x|}{F_6} (O_6^0 - 21O_6^4) \right\}, \quad (4)$$

where the  $O_k^q$  are the Stevens operator equivalents [6], and  $F_4 = 60$  and  $F_6 = 2520$  for neodymium. Figure 1 displays two basic results: i) the importance of  $J$ -mixing effects increases when the crystal-field parameter  $W$  is increased; ii)  $J$ -mixing effects are large for small values of the crystal-field parameter  $x$ , i.e. for systems with a large sixth-order contribution to the crystal-field potential. These results are likewise confirmed by the eigenfunctions  $|\psi_{v_i}^{E_i}\rangle$  belonging to the eigenvalue  $E_i$ :

$$|\psi_{v_i}^{E_i}\rangle = \sum_{J,\alpha} a(J, \Gamma_i^{(\alpha)}) |J, \Gamma_i^{(\alpha)}, v_i\rangle. \quad (5)$$

Table II lists the eigenfunctions of the doublet  $\Gamma_6$  in the ground state multiplet for some typical crystal-field parameters  $W$  and  $x$ . From these numbers we conclude that the major  $J$ -mixing contributions primarily result from the first and second excited  $J$ -multiplets.

Table II  
Coefficients  $a(J, \Gamma_6)$  of the eigenfunctions of the doublet  $\Gamma_6$  in the ground state multiplet for some typical crystal-field parameters  $W$  and  $x$

$W$ (meV)	$x$	$a(9/2, \Gamma_6)$	$a(11/2, \Gamma_6)$	$a(13/2, \Gamma_6)$	$a(15/2, \Gamma_6)$
-0.25	0.8	-0.9997	-0.0222	-0.0095	0.0002
-0.50	0.8	-0.9989	-0.0426	-0.0186	0.0006
-0.25	0.2	-0.9988	-0.0454	-0.0184	0.0019

A direct observation of  $J$ -mixing effects should be possible by spectroscopic methods through the measurement of crystal-field transition peak intensities which are proportional to  $\sum_{v_i, v_j} |\langle \psi_{v_i}^{E_i} | J_z | \psi_{v_j}^{E_j} \rangle|^2$ . These matrix elements are most conveniently performed by using the basis transformation

$$|J, \Gamma_i^{(\alpha)}, v_i\rangle = \sum_{J_z} (J, J_z | J, \Gamma_i^{(\alpha)}, v_i) |J, J_z\rangle. \quad (6)$$

The generalized Clebsch-Gordan coefficient  $(J, J_z | J, \Gamma_i^{(\alpha)}, v_i)$  have been tabulated by Leushin [7]. Figure 2 shows the resulting crystal-field transition probabilities for the ground state  $J$ -multiplet of neodymium which again demonstrate the importance of  $J$ -admixture effects for systems with a large sixth-order contribution to the crystal-field potential. For actual rare earth systems, however, the change in theoretical transition probabilities on introducing  $J$ -admixture is small (<5%) and probably undetectable by spectroscopic methods at present. It is likely, however, that  $J$ -mixing effects are more important for magnetic properties which are linearly dependent upon the matrix elements of  $\vec{J}$ .

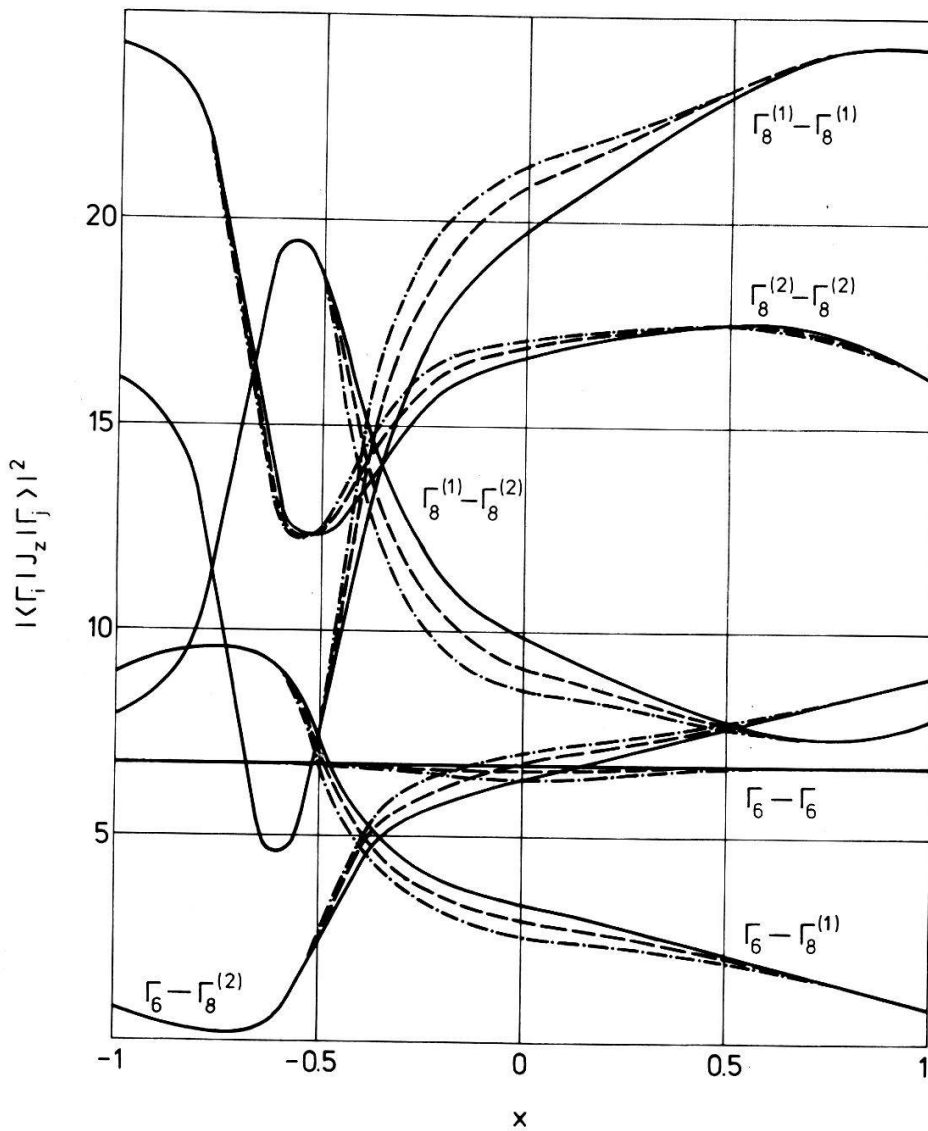


Figure 2

Transition probabilities for the ground state  $J$ -multiplet of  $\text{Nd}^{3+}$  in a cubic crystal field as a function of the crystal-field parameter  $x$ . The solid lines correspond to calculations performed without  $J$ -mixing. Calculations including  $J$ -admixture effects for  $W=0.25$  meV and  $W=0.5$  meV are given by the broken and dashed-dotted lines, respectively.

The magnetization  $M$  is given by

$$M = \frac{g\mu_B}{Z} \sum_n \langle \psi_n | J_z | \psi_n \rangle \exp\left\{-\frac{E_n}{k_B T}\right\}, \quad (7)$$

where  $g$  is the Lande factor,  $\mu_B$  is the Bohr magneton, and  $Z$  is the partition function. In order to obtain the eigenvalues  $E_n$  and the eigenfunctions  $|\psi_n\rangle$  from the Hamiltonian (1), the exchange term is generally calculated in the molecular field approximation:

$$\mathcal{H}_{\text{ex}} = \mu_B \vec{H}_{\text{mf}} \cdot (\vec{L} + 2\vec{S}), \quad (8)$$

where  $\vec{H}_{\text{mf}}$  is the molecular field:

$$\vec{H}_{\text{mf}} = \lambda \mu_B \langle \vec{L} + 2\vec{S} \rangle, \quad (9)$$



and  $\lambda$  is the molecular field parameter. In the  $LS$  coupling scheme the matrix elements of  $\mathcal{H}_{\mathbf{ex}}$  are diagonal in  $L$  and  $S$ , and we obtain for the diagonal elements [4]

$$\langle \alpha, S, L, J, J_z | \vec{L} + 2\vec{S} | \alpha, S, L, J, J_z \rangle = gJ_z, \quad (10)$$

and for the off-diagonal elements

$$\begin{aligned} & \langle \alpha, S, L, J, J_z | \vec{L} + 2\vec{S} | \alpha, S, L, J-1, J_z \rangle \\ &= (J^2 - J_z^2)^{1/2} \left( \frac{(S+L+J+1)(S+L+1-J)(L+J-S)(S+J-L)}{4J^2(2J+1)(2J-1)} \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (11)$$

We now proceed to exemplify the  $J$ -admixture effects in magnetization calculations for various neodymium compounds. We choose NdSb, NdS, and NdAl<sub>2</sub> as typical examples in order to demonstrate the importance of  $J$ -mixing effects as a function of the crystal-field parameters  $W$  and  $x$ . In such calculations, however, the crystal-field parameters have to be corrected in order to take into account the shift of the crystal-field levels due to off-diagonal matrix elements resulting from the excited  $J$ -multiplets. Moreover, different  $J$ -multiplets have different reduced matrix elements ( ${}^4I, J || U^k || {}^4I, J$ ), so that the crystal-field parameters  $W$  and  $x$  are no longer adequate to describe the actual crystal-field splitting (this follows immediately from equations (2), (3), and (4)). In order to take into account these effects one has to choose new crystal-field parameters  $W'$  and  $x'$  which describe the experimentally observed crystal-field splitting. The results are listed in Table III. The moment reduction for NdSb is 0.12  $\mu_B$ . NdS has roughly the same sixth-order contribution to the crystal-field potential, but the overall crystal-field splitting is twice as large as that for NdSb. Consequently we obtain the double moment reduction for NdS. For both NdSb and NdS the observed zero-field magnetization can be quantitatively accounted for by our calculations. For

Table III

Observed and calculated zero-field magnetization  $M$  at 4.2 K.  $\lambda$ ,  $W$ , and  $x$  are the molecular field and the crystal-field parameters determined from neutron inelastic scattering experiments.  $W'$  and  $x'$  are the corrected crystal-field parameters as described in the text

	NdSb	NdS	NdAl <sub>2</sub>
$\lambda(10^{10} \text{ Oe}^2/\text{meV})$	0.96 <sup>a)</sup>	1.10 <sup>b)</sup>	4.20 <sup>c)</sup>
$W$ (meV)	-0.18 <sup>a)</sup>	-0.35 <sup>d)</sup>	0.17 <sup>c)</sup>
$x$	0.77 <sup>a)</sup>	0.69 <sup>d)</sup>	-0.39 <sup>c)</sup>
$M$ ( $\mu_B$ ), calculated without $J$ -mixing	3.13	1.94	2.62
$W'$ (meV)	-0.16	-0.34	0.16
$x'$	0.76	0.69	-0.37
$M$ ( $\mu_B$ ), calculated with $J$ -mixing	3.01	1.72	2.31
$M$ ( $\mu_B$ ), observed	$2.98 \pm 0.02^e)$	$1.6 \pm 0.1^f)$	$2.5 \pm 0.1^g)$

a) A FURRER, W. J. L. BUYERS, R. M. NICKLOW and O. VOGT, to be published.

b) A. FURRER, unpublished.

c) J. G. HOUMANN, P. BAK, H. G. PURWINS and E. WALKER, J. Phys. C7, 2691 (1974).

d) A. FURRER and E. WARMING, J. Phys. C7, 3365 (1974).

e) P. SCHOBINGER-PAPAMANTELLOS, P. FISCHER, O. VOGT and E. KALDIS, J. Phys. C6, 725 (1973).

f) P. FISCHER, unpublished.

g) G. J. COCK, L. W. ROELAND, H. G. PURWINS, E. WALKER and A. FURRER, Solid State Commun. 15, 845 (1974).

NdAl<sub>2</sub> the sixth-order contribution to the crystal-field potential is much more important than for NdSb, whereas the overall crystal-field splittings are equal. Therefore the moment reduction for NdAl<sub>2</sub> turns out to be considerably larger than for NdSb. (The lack of quantitative agreement between the calculated and observed zero field magnetization for NdAl<sub>2</sub> is due to uncertainties in the experimentally determined crystal-field parameters.)

The  $J$ -mixing calculations presented in this work have been carried out in the LS coupling scheme, and the four lowest  $J$ -multiplets have been included. We have chosen this procedure, because the four  $^4I_J$  levels are markedly separated from the higher excited  $J$ -multiplets. Nevertheless, there is no upper limit in the number of  $J$ -multiplets which should be logically included in  $J$ -mixing calculations. We have therefore extended the magnetization calculations to include twelve excited  $J$ -multiplets in the intermediate coupling scheme. The results turned out to differ by less than  $0.01 \mu_B$  from those listed in Table 3. On the other hand, we have performed the magnetization calculations with inclusion of the first excited  $J$ -multiplet only, and we again got the same results. This means that it is sufficient to include only the two lowest  $J$ -multiplets in  $J$ -mixing calculations for the neodymium compounds, and that the results are independent of the choice of the coupling scheme.

It has been shown that  $J$ -mixing can significantly contribute to the magnetic properties of rare earth systems. In particular, the moment reduction in magnetically ordered neodymium compounds can be quantitatively accounted for by inclusion of  $J$ -admixture effects. It is likely that  $J$ -mixing effects will be similarly important for cerium and praseodymium systems where the separation of the first excited  $J$ -multiplet from the ground state is approximately the same as for neodymium.

### Acknowledgments

It is a pleasure to thank Dr. H. L. Davis for many valuable conversations and for generous access to his unpublished notes.

### References

- [1] K. H. J. BUSCHOW, A. M. VAN DIEPEN and H. W. DE WIJN, *Phys. Rev. B8*, 5134 (1973).
- [2] G. RACAH, *Phys. Rev. 62*, 438 (1942).
- [3] N. S. AL'TSHULER, M. V. EREMIN, R. K. LUKS and A. L. STOLOV, *Soviet Phys. Solid State 11*, 2921 (1970).
- [4] B. G. WYBOURNE, in *Spectroscopic Properties of Rare Earths* (John Wiley, New York, London and Sidney 1965).
- [5] K. R. LEA, M. J. M. LEASK and W. P. WOLF, *J. Phys. Chem. Solids 23*, 1381 (1962).
- [6] K. W. H. STEVENS, *Proc. Phys. Soc. A65*, 209 (1952).
- [7] A. M. LEUSHIN, in *Table of Functions Comprising Irreducible Representations of Crystallographic Point Groups* (Izdatelstvo 'Nauka', Moscow 1968).

### Bestimmung der Kristallfeld- und Austausch-Wechselwirkungen in den Cer-Pnictiden

von H. HEER

(Institut für Reaktortechnik ETHZ, E.I.R., 5303 Würenlingen)

Mit Ausnahme des CeN ordnen alle Cer-Pnictide antiferromagnetisch, wobei CeSb und CeBi mehr als eine magnetische Phase bilden. Zur Bestimmung der Austausch-Wechselwirkungen wurde die Niveau-Aufspaltung im magnetisch geordneten

Zustand mittels inelastischer Neutronenstreuung gemessen. Zusätzlich wurde auch die Aufspaltung zwischen dem Grunddoublett  $\Gamma_7$  und dem angeregten Quartett  $\Gamma_8$  oberhalb der Néel-Temperatur bestimmt. Während beim CeP und CeAs im antiferromagnetischen Bereich mehrere Uebergänge beobachtet werden können, sind die Austausch-Wechselwirkungen beim CeSb und CeBi so stark, dass nur Uebergänge innerhalb des Doubletts gemessen werden können.

## The Growth of Single Crystals of Rare Earth Metals and Alloys at the EIR

by A. H. MILLHOUSE<sup>1)</sup>

(Institut für Reaktortechnik ETHZ, E.I.R., CH-5303 Würenlingen/Switzerland)

and R. HAEFELI

(Metallurgy Department, Eidg. Institut für Reaktorforschung, CH-5303 Würenlingen/Switzerland)

*Abstract.* Using solid state annealing techniques it is now possible to produce single crystals of most of the rare earth metals and their alloys sufficiently large for most experimental purposes. The capabilities of these techniques are discussed and examples of their application are presented.

### 1. Introduction

In the following we mean by rare earth metals (REM) any one of the elements: Sc, Y, La, Ce, Pr, Nd, Pm, Sm, Eu, Gd, Tb, Dy, Ho, Er, Tm, Yb, and Lu. By rare earth alloys (REA) we mean any combination of two or more of the above seventeen elements. The methods of crystal growth which we consider here are the strain-anneal method (SAM), the crystallographic transformation method (CTM), and the solid state electrolysis method (SEM). These methods will not be described here. A description can be found in Whittaker [1], Tonnie [2], and Jordan [3], and the references contained therein. To a lesser extent the Bridgman, Czochralski, and floating-zone methods have also been used to prepare single crystals of these substances. The starting materials for our crystal growing have been obtained from Johnson, Matthey, and Brandenberger AG. For a review of the properties of REM and REA see Elliot [4] and Gschneidner [5].

We now consider each of the REM in turn and discuss the possibility of obtaining single crystals of the pure metals and their alloys.

### 2. Scandium

Scandium is a technically interesting metal being almost as light as aluminum but having a higher melting point. The first pound of 99% pure Sc was produced in 1960. Single crystals of Sc can easily be grown by the SAM. An example of such a crystal is shown in Figure 1. Single crystals of Sc alloyed with other REM can also be made by the SAM. Alloys of Sc with small amounts of magnetic REM are especially of interest due to magnetic moment enhancement.

---

<sup>1)</sup> Supported by the Schweizerische Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung.

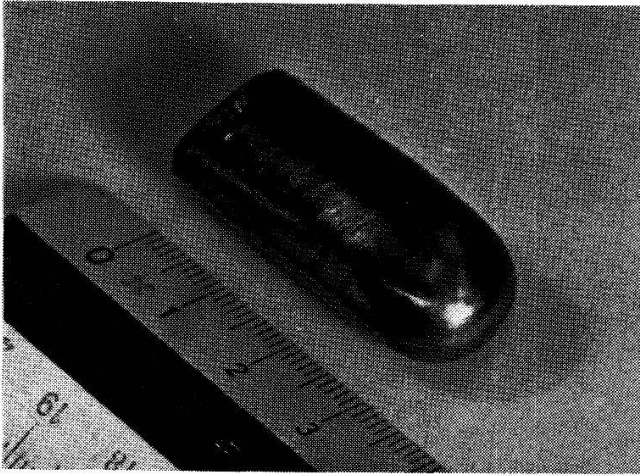


Figure 1

Single crystal of scandium grown by the strain-anneal method. The crystal has a mass of 18 grams and a volume of 6 cm<sup>3</sup>.

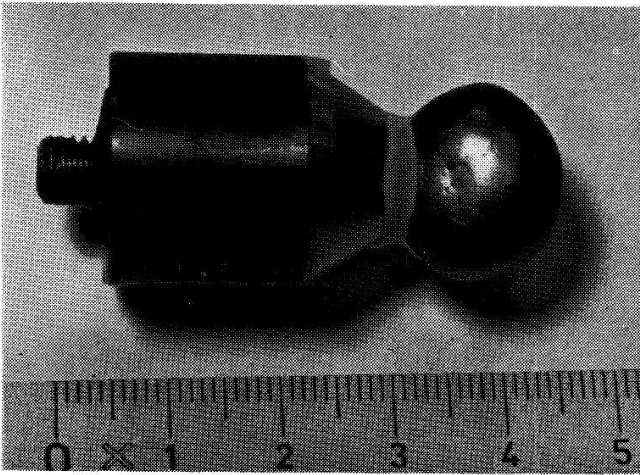


Figure 2

Single crystal of yttrium grown by the strain-anneal method. The crystal is ~1.5 cm dia. × 0.5 cm thick. It has been oriented and glued on a copper holder.

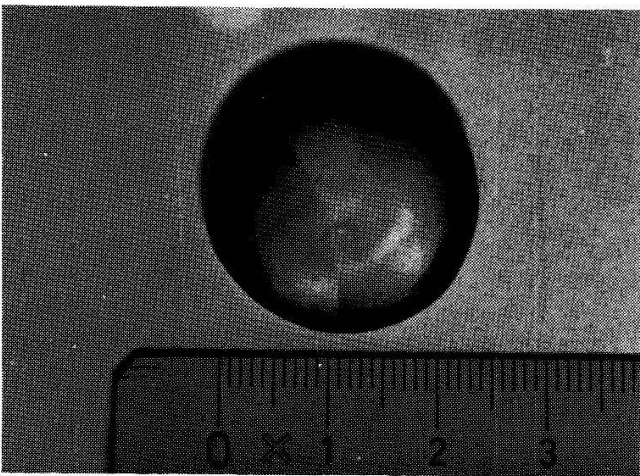


Figure 3

Tb<sub>0.36</sub>Y<sub>0.64</sub> alloy which has been strain-annealed. The mass of the button is 17 grams. The sample consists of two crystal grains.

### 3. Yttrium

Single crystals of yttrium can easily be grown by the SAM. An example is shown in Figure 2. Single crystals of Y alloyed with other REM can also be grown by the SAM. As an example we show a Tb–Y alloy in Figure 3. For magnetic REM, yttrium serves as a nearly ideal diluent for the magnetic interactions. As in Sc, the dilute concentrations of magnetic REM in Y show moment enhancement although the effect is not as strong as in Sc.

### 4. Lanthanum

The growth of single crystals of pure La is hampered by the existence of a *dhcp*  $\rightarrow$  *fcc* ( $\alpha$ - $\beta$ ) structure transition at 310°C heating and 220°C cooling. A further *fcc*  $\rightarrow$  *bcc* ( $\beta$ - $\gamma$ ) structure transition occurs at 864°C. The possibility of growing  $\beta$ -La single crystals by the SAM, CTM, and SEM is being investigated. Single crystals of REM diluted with La can be made. La is the only one of the REM which is superconducting at low temperatures.

### 5. Cerium

To our knowledge single crystals of pure Ce have not been produced. We are presently investigating the possibility of growing such crystals by the CTM and SEM. Single crystals of other REM diluted with Ce can be made. As an example we show in Figure 4 the result of the SAM applied to *hcp* Ce–Y alloys. These alloys are of current interest since they are Kondo systems.

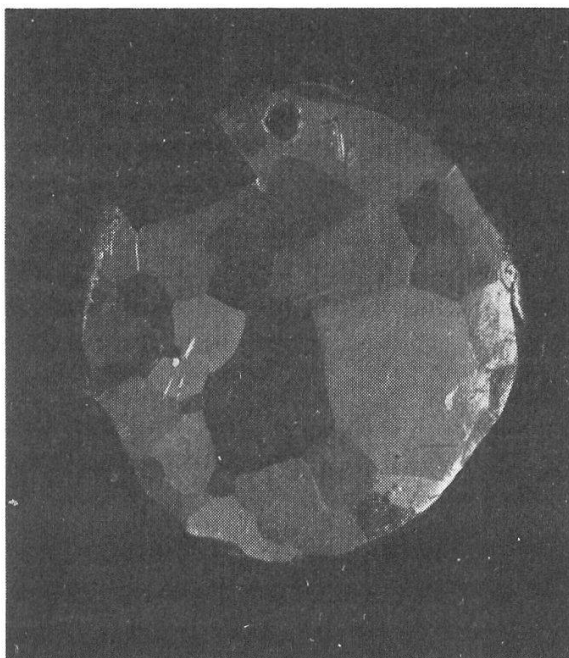


Figure 4  
 $\text{Ce}_{0.14}\text{Y}_{0.86}$  alloy which has been strain-annealed. The sample size is 27 mm dia.  $\times$  5 mm thick. The crystal grains are clearly visible.

## 6. Praseodymium

Single crystals of up to several cubic centimeters can be grown by both the CTM and SEM. Pr is of interest as it is an example of a singlet ground state magnet with a singlet first excited state as well. Single crystals of Pr alloyed with other REM can be made.

## 7. Neodymium

Single crystals of Nd up to a few tenths of a cubic centimeter volume can be grown by the CTM and SEM. These methods can also be used to produce single crystals of Nd alloyed with other REM.

## 8. Promethium

Pm is the only one of the REM not available commercially and, in fact, probably is completely missing from the earth's crust. However, gram amounts have been made and studied. No single crystals have been made.

## 9. Samarium

Single crystals of Sm up to cubic centimeter size have been grown by the SAM. Single crystals of Sm alloyed with other REM can also be produced.

## 10. Europium

The largest crystal of Eu produced up to the present time ( $\sim 1 \text{ cm}^3$ ) has been grown by the Czochralski method. However, now that sublimed Eu is commercially available it should be possible to grow large crystals by one of the three methods considered here. Single crystals of Eu alloyed with other REM could also be produced.

## 11. Gadolinium, Terbium, Dysprosium, Holmium, and Erbium

Single crystals of Gd, Tb, Dy, Ho, and Er as well as their alloys with most of the other REM having volumes up to  $1 \text{ cm}^3$  or larger can easily be grown by the SAM. An example is shown in Figure 5.

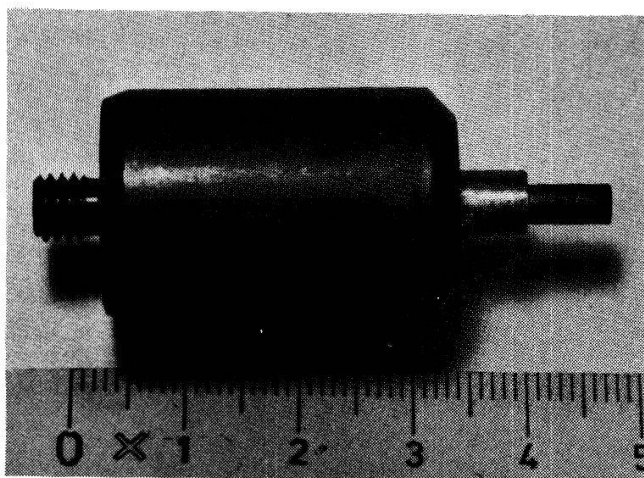


Figure 5

Single crystal of  $\text{Tb}_{0.75}\text{Dy}_{0.25}$  grown by the strain-anneal method. The oriented cylindrical crystal ( $3 \text{ mm dia} \times 7 \text{ mm long}$ ) has been cut out by ultrasonic erosion and glued on a copper holder.

## 12. Thulium

The high vapor pressure of Tm metal makes it more difficult to work with than the other heavy REM. However, single crystals of Tm have been made by the SAM. Single crystals of Tm alloyed with the other REM are possible to grow by this method.

## 13. Ytterbium

Yb metal has a *fcc*  $\rightarrow$  *hcp* crystal transition in the range from 100 K to 360 K accompanied by a first-order paramagnetic to diamagnetic transition. Single crystals of *fcc* Yb have been grown by the SAM. Single crystals of Yb alloyed with other REM are possible to grow by this method.

## 14. Lutetium

Single crystals of Lu with volumes up to 2.5 cm<sup>3</sup> have been grown by the SAM. Single crystals of Lu alloyed with the other REM can be made by this method.

## 15. Concluding Remarks

It is becoming increasingly clear that the SAM, CTM, and SEM can be used to prepare single crystals of all the REM and REA if the REM can be obtained in a pure enough form. Impurities in the REM hinder grain boundary migration during annealing. Of the REM only La, Ce, Nd, and Pm cannot be obtained, at present, in a pure enough form, but it is technically feasible now to produce them. Thus it will not be long until they are available.

The large majority of these crystals can be produced here at the EIR. The crystals can be oriented by neutron diffraction and cut in a variety of shapes.

The purpose of this report has been not only to describe what has been done here, but also to inform the scientific community of the large class of interesting materials which is available for experimental study.

## References

- [1] M. WHITTAKER, *J. Crystal Growth* 4, 317 (1968).
- [2] J. J. TONNIES and K. A. GSCHNEIDNER, JR., *J. Crystal Growth* 10, 1 (1971).
- [3] R. G. JORDAN, D. W. JONES and P. G. MATTOCKS, *J. Less-Common Metals* 34, 25 (1974).
- [4] *Magnetic Properties of Rare Earth Metals*, edited by R. J. ELLIOT (Plenum Press, London and New York 1972).
- [5] *Rare Earth Alloys*, K. A. GSCHNEIDNER, JR. (D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N.J. 1961).

## Gadolinium-Reinigung durch Reaktive Destillation

VON J. EVERS, E. KALDIS, J. MUHEIM UND CH. ZÜRCHER

(Laboratorium für Festkörperphysik, ETH Zürich, Hönggerberg)

Verbindungen der seltenen Erd-(SE)-Metalle sind wegen ihrer interessanten elektronischen Eigenschaften in steigendem Masse Gegenstand aufwendiger Untersuchungen geworden. Nichtsdestoweniger werden dabei häufig Präparate untersucht,

die hinsichtlich ihrer Reinheit nicht genügend charakterisiert sind, sodass die Ergebnisse solcher Untersuchungen vielfach nicht eindeutig sind. Da käufliche SE-Metalle etwa 1–3 at% nichtmetallische Verunreinigungen enthalten [1], bedeutet es letztlich eine grosse Einsparung von Kosten und Zeit, wenn für die Synthese interessanter SE-Verbindungen Metalle eingesetzt werden, deren Reinheit die der käuflichen Metalle bei weitem übersteigt.

Für die Synthese von Gadolinium-Verbindungen erweist sich die Reinigung des käuflichen Metalls in zwei Stufen – Reaktive Destillation (RD) und nachfolgender Elektrotransport – als erfolgversprechend.

Die RD zeichnet sich durch einen besonders wirksamen Reinigungseffekt für nichtmetallische Verunreinigungen aus. Bei einem Metallampfdruck zwischen 0.1–1 Torr und Destillationstemperaturen zwischen 1000–2000 K beträgt die Stosszahl der Metallatome in der Gasphase nach der kinetischen Gastheorie  $10^5$ – $10^6$ /sec. Dadurch ist die Wahrscheinlichkeit gesteigert, dass die Metallatome mit den Atomen der nichtmetallischen Verunreinigungen zusammenstossen und zu Verbindungen reagieren, die bei genügendem Flüchtigkeitsunterschied zum Matrixmetall abgetrennt werden können. Ultrahochvakuum-Bedingungen vor und nach der Destillation verhindern eine Rückkontamination durch das Vakuum-Restgas.

Durch RD gelang es, das bisher reinste Europium darzustellen [2], wobei die Erdalkali-(EA)-Metalle Calcium, Strontium und Barium – bei Optimierungsversuchen als wesentlich billigere Substituenten der zweiwertigen SE-Metalle eingesetzt – ebenfalls in bisher reinster Form erhalten wurden [3]. Wegen der diesen zweiwertigen SE- und EA-Metallen gegenüber viel höheren Sublimationsenthalpie des Gadolinium liegt die Destillationstemperatur für eine Stosszahl von  $10^5$ /sec mit 2000 K rund 1000 K höher als für Eu, Ca, Sr und Ba. Destilliert wird das käufliche Gd-Metall in einer Quarz-Pyrex-Apparatur, die im kalten Zustand  $10^{-10}$  Torr erreicht. Da Gadolinium gegenüber Luft und Feuchtigkeit sehr reaktiv ist – 3 Wochen Luftkontakt bewirken eine Erhöhung des Sauerstoff-Gehaltes von rund 1000 at ppm auf 10 000 at ppm [1] – wird es in einer Argonstrasse gehandhabt, deren speziell gereinigte Argonatmosphäre weniger als 1 ppm vol O<sub>2</sub> und weniger als 1 ppm vol H<sub>2</sub>O enthält. Die Analyse des Ausgangsmetalls und die Kontrolle der Reinheit der destillierten Präparate erfolgt mit einem Festkörper-Funkenmassenspektrographen unter interner Standardisierung auf das <sup>152</sup>Gd-Isotop. Es werden alle Verunreinigungen im Massenbereich 1–280 a.m.u. untersucht. Die optimalen Destillationsbedingungen lassen sich durch Radiogramme, die zeitlich abhängig während der Destillation aufgenommen werden, ermitteln.

In Übereinstimmung mit den massenspektrographischen Analysen zeigen Berechnungen und Abschätzungen [4], dass von den metallischen Verunreinigungen Yttrium und Praseodym nicht, und Lanthan und Cer günstiger abzutrennen sind. Eisen, Kobalt und Nickel scheinen als Verunreinigungen durch die Werkzeuge während des Schneidens und Sägens eingeführt zu werden.

Durch doppelte RD gelingt es, den Gehalt an nichtmetallischen Verunreinigungen stark zu senken (Tab. I).

Die durch RD erreichten C-, O- und F-Werte sind die bisher niedrigsten, die in destillierten Gd-Präparaten erzielt wurden. Der Sauerstoff Gehalt liegt dabei um einen Faktor 2 günstiger als der der US-Atomenergie-Kommission in destillierten, und nur um einen Faktor 2 ungünstiger als in elektrotransportierten Präparaten (Tab. 1).

Sauerstoff ist die in Gadolinium an schwierigsten zu entfernende Verunreinigung. Untersuchungen an mit Sauerstoff dotierten Präparaten (1000–30 000 at ppm O), die



Tab. I  
Nichtmetallische Verunreinigungen in at ppm

	Käufliches Ausgangsmetall	Doppelte Reaktive Dest.	US-Atomenergie-K. Destill. [5]	Elektrotransport [1]
H	15 000	4 000	160	3 500
C	2 000	30	120	8
O	5 800	260	490	130
F	10 000	5	950	1

in der Knudsenzelle verdampft werden, und deren Molekularstrahl mit dem Quadrupolmassenspektrometer analysiert wird, zeigen dass der Dampfdruck von Gadoliniumoxid bei der Destillationstemperatur 2000 K nur um einen Faktor von rund 3 geringer ist als der von Gadolinium. Der gemessene Oxid-Dampfdruck ist in guter Uebereinstimmung mit Berechnungen aus thermodynamischen Daten [6] und liegt rund 3 Zehnerpotenzen höher als der Gesamtdruck über reinem Gadoliniumoxid [7].

### Verdankung

Den Herren Blaser und Leuzinger von der EMPA in Dübendorf sei an dieser Stelle für die ausgezeichneten Radiogramme gedankt. Das elektrotransportierte Gd [1] wurde J.M. durch O.N. Carlson, USAEC Ames, in verdankenswerter Weise überlassen.

### Literatur

- [1] J. T. MUHEIM, Interne MS-Berichte des Lab. f. Festkörperphysik, ETH Zürich.
- [2] G. BUSCH, E. KALDIS, J. T. MUHEIM und R. BISCHOF, *J. Less-Common Metals* 24, 453 (1971).
- [3] J. EVERS, E. KALDIS, J. T. MUHEIM und A. WEISS, *J. Less-Common Metals* 30, 83 (1973); 31, 169 (1973).
- [4] A. J. MARTIN, *Vacuum VII and VIII*, 38 (1957–58), publ. 1959.
- [5] D. T. PETERSON und F. A. SCHMIDT, *J. Less-Common Metals* 29, 321 (1972).
- [6] L. L. AMES, P. N. WALSH und D. WHITE, *J. Phys. Chem.* 71, 2707 (1967).
- [7] G. BENEZECH, J. P. COUTURES und M. FOEX, *J. Less-Common Metals* 38, 131 (1974).

## Chemische Probleme bei der Züchtung von $\text{KNbO}_3$ Kristallen

von U. FLÜCKIGER und H. AREND  
(Lab. für Festkörperphysik ETHZ)

Beim Tempern von  $\text{KNbO}_3$  Kristallen tritt oberhalb 1000°C eine Zersetzung unter Bildung  $\text{K}_2\text{O}$ -armer Phasen auf. Gegenteilige Effekte, das Auftreten  $\text{K}_2\text{O}$ -reicher Phasen können durch Einwirkung  $\text{K}_2\text{O}$ -reicher Schmelzen über  $\text{K}_2\text{O}$  Austausch über die Gasphase entstehen.

Unter Quasi-Gleichgewichtsbedingungen wurden  $\text{KNbO}_3$  Kristalle über Schmelzen verschiedener Zusammensetzung getempert und die entstehenden neuen Phasen gravimetrisch und röntgenographisch erfasst. Die Resultate weisen auf notwendige Korrekturen des Phasendiagrammes  $\text{K}_2\text{O}-\text{Nb}_2\text{O}_5$  hin und werden vom Standpunkt der Kristallzüchttechnik diskutiert.

## Physique Appliquée et Autres Domaines de la Physique

### Nonlinear Modulation of a Strong Electromagnetic Wave in Plasmas

by NGUYEN THE HUNG

(CRPP/EPFL)

A strong electromagnetic wave is shown to exhibit a modulational instability, and to excite a standing density wave across the incident radiation. The growth rate and threshold for this mechanism of filamentation of an intense wave are calculated.

### On the Validity of Different Approaches to the Problem of Parametric Instabilities

by NGUYEN THE HUNG and J. M. WERSINGER

(Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland, Centre de Recherches en Physique des Plasmas)

It is well known that under certain conditions on frequency and amplitude an electromagnetic wave injected into a plasma can couple and destabilize normal modes of this medium [1, 2, 3].

Different approaches to this problem have been formulated, but the dispersion relations derived are not exactly the same.

Our aim is to compare both analytically and numerically the results obtained by the perturbation method [2] and the oscillating reference frame technique [4, 5].

In order to show clearly the differences we will treat a simple case: the effect of an oscillating electric field  $\mathbf{E}^0 = \hat{\mathbf{E}}^0 \sin \omega_0 t$  (which is called the dipole approximation) on the electrostatic waves of an unmagnetized plasma: the Langmuir wave and the ion acoustic wave.

To describe the evolution of the perturbations, Vlasov's and Poisson's equations are used:

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{r}} + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{v}} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi n_0 \sum_\alpha q_\alpha \int d^3 v f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$$

where  $\mathbf{E} = \mathbf{E}^0 + \mathbf{E}^1$ .  $\mathbf{E}^0$  being the imposed oscillating electric field (the so-called pump wave);  $\mathbf{E}^1$  being the self-consistent electrostatic field obeying Poisson's equation, and  $\mathbf{E}^1 = -\nabla\phi$ ;  $\alpha$  denotes the species: ions (*i*) and electrons (*e*);  $f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$  is the distribution function of the  $\alpha$  species.

We now solve these equations by the two methods.

#### 1. The Perturbation Method (P.M.)

The basic assumption of this method [2] is to consider the total electric field  $\mathbf{E} = \mathbf{E}^0 + \mathbf{E}^1$  as a given perturbation and to use it as an expansion parameter for the

distribution functions  $f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ , so that:

$$f_\alpha = f_\alpha^0 + f_\alpha^1 + f_\alpha^2 + \dots$$

where  $f_\alpha^0$  is the equilibrium distribution function without electric field  $\mathbf{E}$ ,  $f_\alpha^1$  is of order  $(E)$ ,  $f_\alpha^2$  is of order  $(E \cdot E)$ , and so on... One has to truncate this expansion.

Retaining only the first non-linear term  $f_\alpha^2$  and assuming  $|\mathbf{E}^0| \gg |\mathbf{E}^1|$  so that one can neglect the products  $(E^1 \cdot E^1)$  compared to  $(E^0 \cdot E^1)$ , one obtains a coupling equation for the Fourier transforms of the potentials  $\phi$ :

$$\begin{aligned} \varepsilon(\omega, \mathbf{k}) \cdot \phi(\omega, \mathbf{k}) &= \chi_1^{\text{NL}}(\omega, \mathbf{k}; -\mathbf{k}, -\omega_0 - \omega) \cdot \phi(\omega + \omega_0, \mathbf{k}) \\ &\quad - \chi_1^{\text{NL}}(\omega, \mathbf{k}; -\mathbf{k}, \omega_0 - \omega) \cdot \phi(\omega - \omega_0, \mathbf{k}) \end{aligned} \quad (1.1)$$

where

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = 1 + \chi_i(\omega, \mathbf{k}) + \chi_e(\omega, \mathbf{k})$$

the  $\chi_\alpha$ 's being the linear susceptibilities and the  $\chi_1^{\text{NL}}$ 's non-linear susceptibilities.

In the case where  $\omega_0 \approx \omega_{pe} + \omega_{ac}$ , and  $\omega \approx \omega_{ac}$ , ( $\omega_{pe}$  being the Langmuir frequency and  $\omega_{ac}$  the ion acoustic one), the  $\chi_1^{\text{NL}}$  are given by:

$$\chi_1^{\text{NL}}(\omega, \mathbf{k}; -\mathbf{k}, \pm\omega_0 - \omega) = \frac{\mu}{2} \cdot [\chi_e(\omega \mp \omega_0, \mathbf{k}) - \chi_e(\omega, \mathbf{k})]$$

where

$$\mu = \frac{e\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{E}}^0}{m_e \omega_0^2}$$

Iterating equation (1.1) for  $\phi(\omega + \omega_0)$  and  $\phi(\omega - \omega_0)$  and neglecting the off-resonance terms  $\phi(\omega \pm 2\omega_0)$ , one gets a set of three equations for the variables  $\phi(\omega)$ ,  $\phi(\omega + \omega_0)$ , and  $\phi(\omega - \omega_0)$ . Solving this set, one finally obtains the following dispersion relation:

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = \frac{\mu^2}{4} \cdot [\chi_e(\omega, \mathbf{k})]^2 \cdot \left\{ \frac{1}{\varepsilon(\omega + \omega_0, \mathbf{k})} + \frac{1}{\varepsilon(\omega - \omega_0, \mathbf{k})} \right\}. \quad (1.2)$$

The susceptibilities  $\chi_e(\omega \pm \omega_0, \mathbf{k})$  have been neglected compared to  $\chi_e(\omega, \mathbf{k})$  so that the coupling factor reduces to  $[\chi_e(\omega, \mathbf{k})]^2$ .

## 2. The Oscillating Reference Frame Technique (O.R.F.T.)

In this approach to the problem, the pump wave  $\mathbf{E}^0 = \hat{\mathbf{E}}^0 \sin \omega_0 t$  is considered as an equilibrium quantity and produces a drift velocity  $\mathbf{V}_{0\alpha} = -\mathbf{d}_\alpha \omega_0 \cos \omega_0 t$  for the  $\alpha$  species, where  $\mathbf{d}_\alpha = (q_\alpha \hat{\mathbf{E}}^0)/(m_\alpha \omega_0^2)$ .

The equilibrium distribution functions  $f_\alpha^0$  satisfy now:

$$\frac{\partial f_\alpha^0}{\partial t} = -\frac{q_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E}^0 \cdot \frac{\partial f_\alpha^0}{\partial \mathbf{v}} \quad (2.1)$$

so that  $f_\alpha^0 = f_\alpha^0(\mathbf{v} + \mathbf{d}_\alpha \omega_0 \cdot \cos \omega_0 t)$ .

The evolution of the perturbed distribution function  $f_\alpha^1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$  is described by the linearized Vlasov equation:

$$\frac{\partial f_\alpha^1}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_\alpha^1}{\partial \mathbf{r}} + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E}^0 \cdot \frac{\partial f_\alpha^0}{\partial \mathbf{v}} - \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \nabla \phi \cdot \frac{\partial f_\alpha^0}{\partial \mathbf{v}} = 0. \quad (2.2)$$

Applying now the O.R.F.T. as described in many papers [4, 5], the Vlasov and Poisson equations become [6]:

$$\rho_\alpha(\omega, \mathbf{k}) = -\frac{k^2}{4\pi} \chi_\alpha(\omega, \mathbf{k}) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\mu_\alpha) \phi(\omega + n\omega_0, \mathbf{k}) \quad (2.3a)$$

$$\phi(\omega, \mathbf{k}) = \frac{4\pi}{k^2} \sum_\alpha \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_m(-\mu_\alpha) \rho_\alpha(\omega + m\omega_0, \mathbf{k}) \quad (2.3b)$$

where  $\rho_\alpha$  is the charge density of the  $\alpha$  species,  $J_n(\mu_\alpha)$  the Bessel functions of the first kind, and  $\mu_\alpha = (q_\alpha \mathbf{k} \cdot \mathbf{E}^0)/(m_\alpha \omega_0^2)$ .

When  $\omega_0 \approx \omega_{pe}$  and  $\omega \ll \omega_0$ , the ions cannot oscillate at frequencies  $(\omega + n\omega_0)$  with  $n \neq 0$ , and the following approximations are made:

- 1)  $\mu_i \ll \mu_e$ : we neglect  $\mu_i$  and write  $\mu = \mu_e$
- 2)  $\chi_i(\omega + n\omega_0) = 0$  if  $n \neq 0$ .

We write any function  $f(\omega + n\omega_0, \mathbf{k})$  as  $f^n$ .

Introducing the  $\rho_\alpha$  into (2.3(b)), one obtains an infinite set of equations for the variables  $\phi^n = \phi(\omega + n\omega_0, \mathbf{k})$ :

$$n = 0: \quad \phi^0 = -\chi_i^0 \phi^0 - \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l(-\mu) \chi_e^l \sum_{p=-\infty}^{+\infty} J_{p-l}(\mu) \phi^p \quad (2.4a)$$

$$n \neq 0: \quad \phi^n = -\sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_{l-n}(-\mu) \chi_e^l \sum_{p=-\infty}^{+\infty} J_{p-l}(\mu) \phi^p \quad (2.4b)$$

This set can be solved exactly without any truncation. Using the orthogonality property of Bessel functions, it turns out that:

$$\sum_{p=-\infty}^{+\infty} J_{p-l}(\mu) \phi^p = -\frac{J_{-l}(\mu) \chi_i^0}{1 + \chi_e^l} \phi^0. \quad (2.5)$$

Introducing (2.5) into (2.4(a)), we obtain the dispersion relation:

$$\frac{1 + \chi_i^0}{\chi_i^0} = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l^2(\mu) \frac{\chi_e^l}{1 + \chi_e^l}. \quad (2.6)$$

For  $\mu < 1$  it is possible to truncate equation (2.6): one develops the Bessel functions  $J_l(\mu)$  in terms of  $\mu$ .

Keeping only terms up to  $\mu^2$ , we obtain the simplified dispersion relation:

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = -\frac{\mu^2}{4} \chi_i(\omega, \mathbf{k}) \cdot [1 + \chi_e(\omega, \mathbf{k})] \cdot \left\{ \frac{1}{\varepsilon(\omega + \omega_0, \mathbf{k})} + \frac{1}{\varepsilon(\omega - \omega_0, \mathbf{k})} \right\} \quad (2.7)$$

### 3. Comparison Between the Results of the Two Methods

The difference between the two dispersion relations (1.2) and (2.7), as one can see, lies in the coupling factors:  $[\chi_e(\omega, k)]^2$  for the P.M. and  $-\chi_i(\omega, k) \cdot [1 + \chi_e(\omega, k)]$  for the O.R.F.T.

To determine how this difference in coupling factors affects the solutions  $\omega$  of these relations, we solved them numerically for the case of an isothermal hydrogen plasma ( $T_e = T_i = 1$  keV,  $m_i/m_e = 1840$ ), where the acoustic mode is strongly damped.

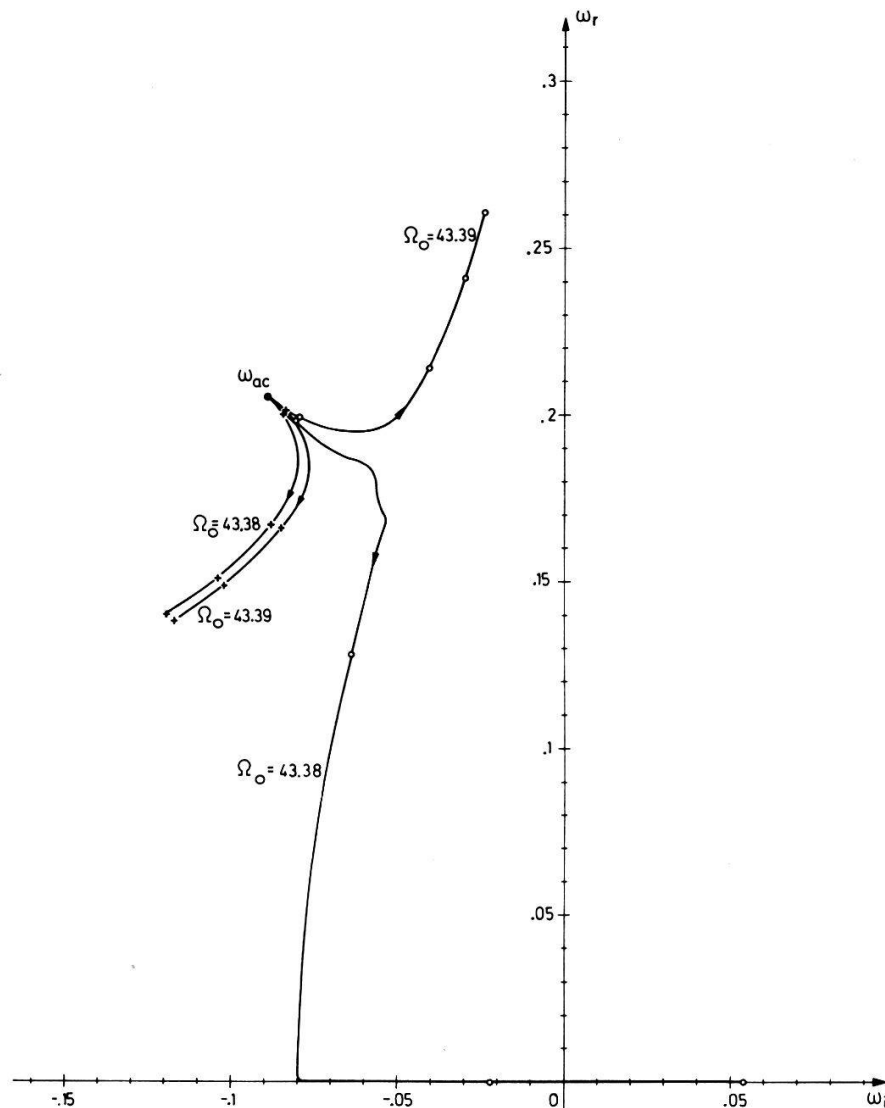


Figure 1

Path of the ion acoustic root for  $k\lambda_{De} = 0.1$  as  $V_D/V_S$  increases from 0 to 10 by step of 2.5. The P.M. results are indicated by + and the O.R.F.T. results by o.

The frequencies are normalized by the ion plasma frequency  $\omega_{pi}$  and the wavelength by the Debye length  $\lambda_{De}$ .

The strength of the pump is represented by the electron drift velocity  $V_D$  normalized to the sound speed  $V_S$ .

We present here typical results for the case where  $k\lambda_{De} = 0.1$ ,  $0 \leq V_D/V_S \leq 10$ , and the normalized pump frequency  $43 \leq \Omega_0 \leq 45$ , the electron wave frequency being  $\Omega_e^r = 43.56$ , and the acoustic one  $\Omega_{ac}^r = 0.2$ .

In Figures 1 and 2 we show the path of the ion acoustic and the down-shifted electronic roots, respectively. The + signs indicate the solutions of the P.M. results (1.2) and the  $\circ$  signs the O.R.F.T. results (2.7). The considered values of  $\Omega_0$  are indicated on the figures. The arrows show the direction of the motion as  $V_D/V_S$  is increased, and each + or  $\circ$  sign corresponds to an increase of 2.5 for  $V_D/V_S$ .

As one can see, there is a large discrepancy between the solutions of the two dispersion relations even for small pump powers.

We performed the same calculation for  $V_D/V_S = 10$ , varying  $\Omega_0$  and looking at the growth rate  $\omega_i$ . The results are shown in Figure 3.

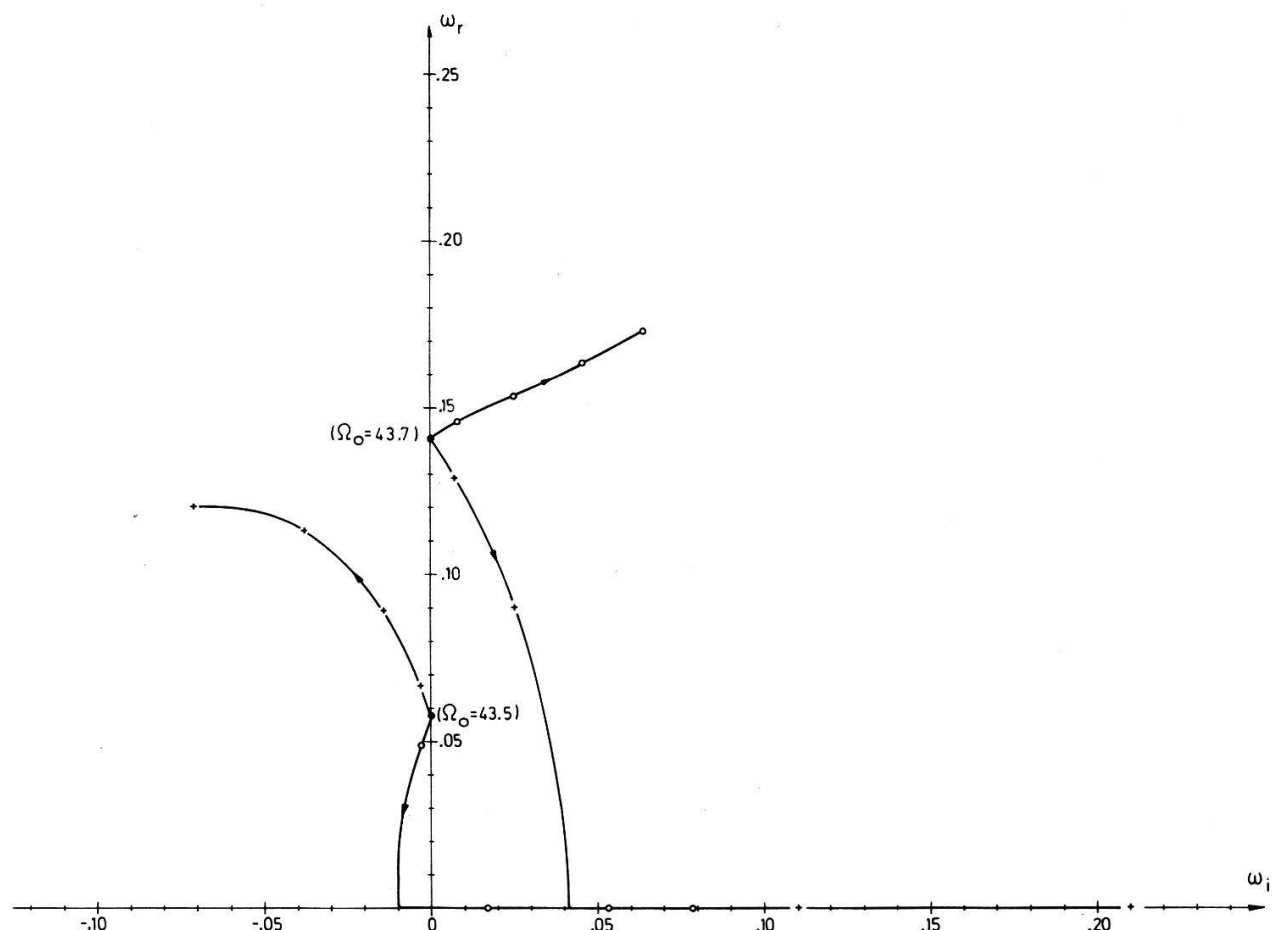


Figure 2

Path of the down-shifted electronic root for  $k\lambda_{De} = 0.1$  as  $V_D/V_S$  increases from 0 to 10 by step of 2.5.

The curves show that: 1) The unstable domains for the non-oscillatory (OTS) and the decay instabilities are not the same for the two types of solutions. 2) For the OTS instability the growth rates are three times as large for the P.M. results than for the O.R.F.T. results, and for the decay instability, they are twice as large.

Furthermore, in general, the growing mode predicted by the P.M. does not arise from the same root (acoustic or down-shifted electronic) as that given by the O.R.F.T. Varying  $k\lambda_{De}$  for  $V_D/V_S = 10$ , we found that the maximum growth rates were obtained in the neighbourhood of  $k\lambda_{De} = 0.06$  for the P.M. results and in the vicinity of  $k\lambda_{De} = 0.18$  for the O.R.F.T., indicating that the unstable spectrum in  $k$  is quite different for the two types of results.

We conclude that the two different coupling factors are responsible for the large discrepancies between the solutions. This is easy to understand. Indeed the two coupling

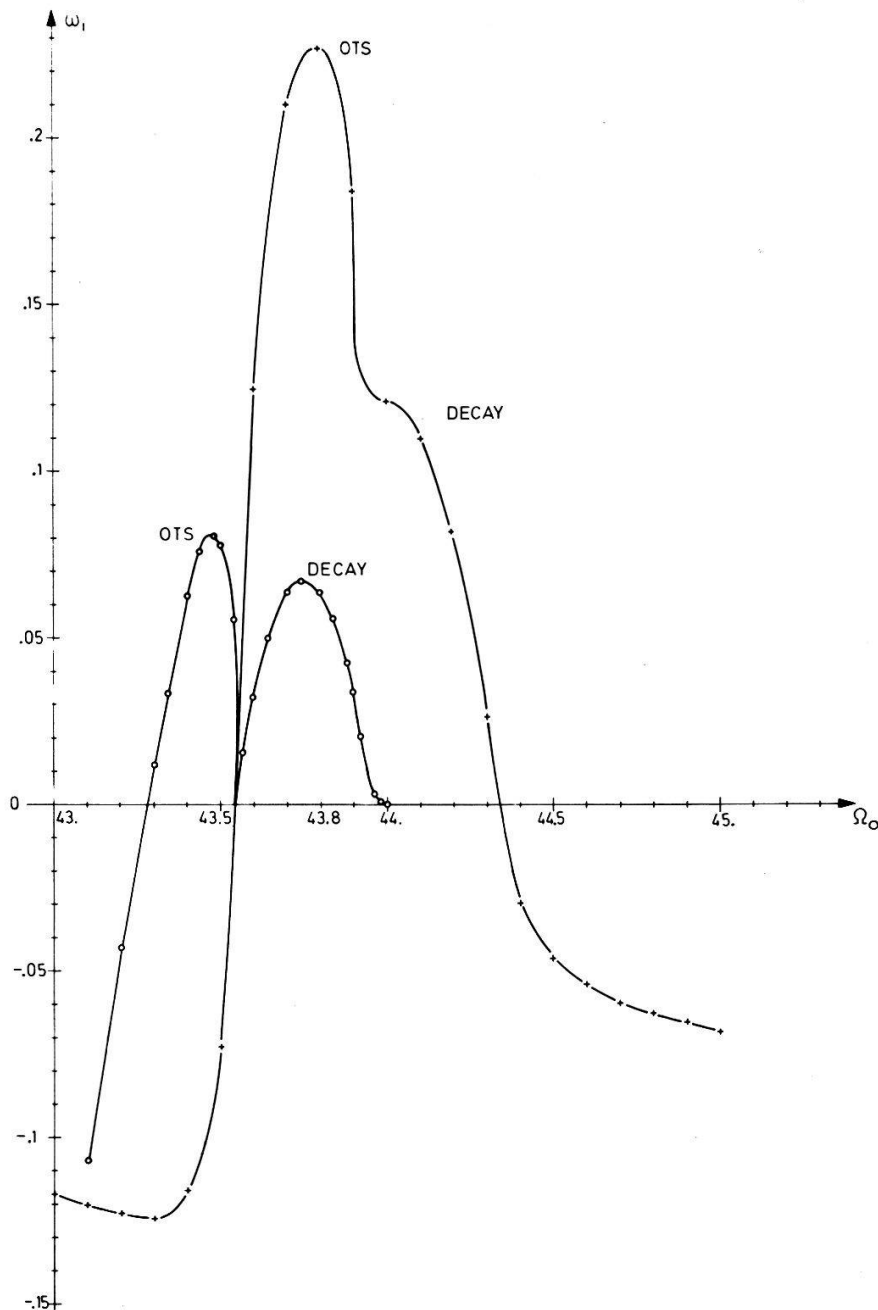


Figure 3

$\text{Im}\omega$  vs.  $\Omega_0$  for  $k\lambda_{De} = 0.1$  and  $V_D/V_S = 10$ .

factors are equal if  $\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = 0$ , which is not true for the down-shifted electron root lying far from the heavily damped acoustic root, and no longer true for the acoustic root when it is shifted too far from its original position. This was verified numerically: Instead of subtracting each other, the ion and electron susceptibilities added when  $\omega$  was far enough from the acoustic root, say of order of  $\text{Im}(\omega_{ac})$ .

#### 4. Validity of the Two Results

The complete dispersion relation (2.6) can be written:

$$\frac{1 + \chi_i^0}{\chi_i^0} = J_0^2(\mu) \frac{\chi_e^0}{1 + \chi_e^0} + J_1^2(\mu) \cdot \left[ \frac{\chi_e^1}{1 + \chi_e^1} + \frac{\chi_e^{-1}}{1 + \chi_e^{-1}} \right] + \sum_{|n| > 1} J_n^2(\mu) \frac{\chi_e^n}{1 + \chi_e^n}. \quad (4.1)$$

For  $|n| > 1$  the  $\chi_e^n$  are given by:

$$\chi_e^n \simeq -\frac{\omega_{pe}^2}{(\omega + n\omega_0)^2} \approx -\frac{1}{n^2} \quad \text{as } \omega \ll \omega_0 \text{ and } \omega_0 \approx \omega_{pe}$$

and the last term of (4.1):

$$\sum_{|n|>1} \frac{J_n^2(\mu)\chi_e^n}{1+\chi_e^n} \approx \sum_{|n|>1} \frac{J_n^2(\mu)}{n^2-1} < \sum_{|n|>1} J_n^2(\mu) = 1 - (J_0^2(\mu) + 2J_1^2(\mu)).$$

If  $\mu < 1$ :

$$J_0^2(\mu) = 1 - \frac{\mu^2}{2} + O(\mu^4)$$

$$J_1^2(\mu) = \frac{\mu^2}{4} + O(\mu^4)$$

and

$$1 - [J_0^2(\mu) + 2J_1^2(\mu)] = O(\mu^4) \ll 1$$

so that the terms dropped to derive the relation (2.7) are negligibly small compared to the resonant terms in  $\mu^2$ . This shows that the O.R.F.T. results are correct as long as  $\mu < 1$ . This condition was fulfilled in our numerical analysis.

We also found that if we truncate the equations (2.4) for the potentials  $\phi(\omega + n\omega_0)$ , retaining only the resonant terms  $\phi^0$ ,  $\phi^1$ ,  $\phi^{-1}$  and terms up to  $\mu$ , we recover the P.M. dispersion relation (1.2). This means that the development of the P.M. does not have the same convergence as the series of Bessel functions in the O.R.F.T. dispersion relation (2.6). The validity of the P.M. in our case can be assessed by comparing the coupling factors as follows.

Let us assume that the frequency  $\omega \ll kV_{te}$ , where  $V_{te}$  is the electron thermal velocity, so that  $\chi_e(\omega, \mathbf{k}) \simeq \chi_e(\omega_{ac}, \mathbf{k})$ .

The ion susceptibility can be written:

$$\chi_i(\omega, \mathbf{k}) = \chi_i(\omega_{ac}, \mathbf{k}) + \Delta\chi_i(\omega, \mathbf{k}).$$

Comparing the two coupling factors, one obtains the condition of validity of the P.M.:

$$\frac{|\Delta\chi_i(\omega, \mathbf{k})|}{|\chi_i(\omega_{ac}, \mathbf{k})|} \ll 1.$$

which is a more stringent condition than  $\mu < 1$ , as we have verified in the numerical results.

## 5. Conclusion

We conclude that the domain of validity of the O.R.F.T. is considerably larger than that of the P.M. Unfortunately this technique cannot be used in every case, especially when the wave vector  $\mathbf{k}_0$  of the pump has to be taken into account.



## Acknowledgments

The authors thank Dr. F. Troyon for many fruitful discussions in the course of this work, and Mr. M. Q. Tran for having read the manuscript. This work was supported by the Fonds National Suisse de la Recherche Scientifique.

## References

- [1] K. NISHIKAWA, *Journal of Phys. Soc. Japan* **24**, 916 (1968).
- [2] D. F. DUBOIS and M. V. GOLDMAN, *Phys. Rev.* **164**, 207 (1967).
- [3] V. P. SILIN, *Soviet Phys. JETP* **81**, 1127 (1965).
- [4] J. R. SANMARTIN, *Phys. Fluids* **13**, 1533 (1970).
- [5] A. A. GALEEV and R. Z. SAGDEEV, *Nucl. Fusion* **13**, 603 (1973).
- [6] M. PORKOLAB, *Phys. Fluids* **17**, 1432 (1974).

## Nonlinear Excitation of Ion Acoustic Waves in a Multi-Species Plasma

by NGUYEN THE HUNG and M. Q. TRAN

(Centre de Recherches en Physique des Plasmas, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland)

*Abstract.* A linear theory shows that more than one type of acoustic wave can propagate in a multi-ion species plasma. At least one of these modes, however, is heavily Landau damped, and can hardly be observed. In this paper we investigate the possibility of exciting this wave by pumping the plasma with a strong H.F. field. It is shown that the heavy ion wave can in fact draw energy from a pump wave and spontaneously grow in time (or space) through the parametric wave-coupling process. Numerical results are obtained for the case of an Argon-Helium plasma.

Recently, much interest has been shown in the interaction of intense radiation with plasmas. One of the fundamental processes in this interaction is the coupling between electron plasma waves and ion acoustic waves by the high frequency field. This coupling mechanism can be resonantly strong and lead to the parametric excitation of both the electron and ion waves. This phenomenon can thus be used for plasma heating as well as for diagnostic purposes.

Although many studies have been devoted to this problem, these works [1] only dealt with two-component plasmas. It is well known, however, that multi-component plasmas occur naturally both in the ionosphere and in the laboratory.

Our purpose is, accordingly, to consider the case of two-ion species plasmas immersed in a high frequency electric field  $\mathbf{E}_0 \sin \omega_0 t$ . In the presence of this field, the equilibrium state of the plasma is characterized by the velocity distributions

$$F_j = \frac{N_j}{\sqrt{\pi} a_j} \exp(\mathbf{v} - \mathbf{v}_{0j})^2 / a_j^2 \quad (1)$$

where  $a_j$  is the thermal velocity of the  $j$ th species,  $\mathbf{v}_{0j}$  is the velocity induced by the pump field.

Small perturbations about this equilibrium are described by the Vlasov–Poisson equations. For the perturbed electron distribution, we have

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_e}{\partial \mathbf{r}} - \frac{e}{m_e} \mathbf{E}_0 \sin \omega_0 t \cdot \frac{\partial f_e}{\partial \mathbf{v}} = \frac{e}{m_e} \mathbf{E} \cdot \frac{\partial F_e}{\partial \mathbf{v}} \equiv S. \quad (2)$$

Following the method of Ref. [2], this equation can be most conveniently solved as follows.

Let

$$\mathbf{u} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_{0e}, \quad (3)$$

and introduce the Fourier transform

$$g^n \equiv g(\mathbf{k}, \omega + n\omega_0) = \int d\mathbf{r} dt g(\mathbf{r}, t) \exp [i(\omega + n\omega_0)t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}]. \quad (4)$$

Equation (2) then becomes

$$(\omega + n\omega_0)f_e^n - \mathbf{k} \cdot \mathbf{u} f_e^n - \frac{1}{2} \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{0e} (f_e^{n+1} + f_e^{n-1}) = iS^n \quad (5)$$

which can be solved exactly using the expansion

$$f_e^n = \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_{n-l}(\lambda) \mathcal{F}^l \quad (6)$$

where  $J_n(\lambda)$  is the Bessel function of order  $n$  and argument  $\lambda = \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{0e} / \omega_0$ .

Substituting (6) into (5), we get

$$\mathcal{F}^l = i(\omega + l\omega_0 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{u})^{-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{n-l} S^n \quad (7)$$

which readily yields the following expression for the perturbed electron charge density

$$\rho_e^n = -e \int d\mathbf{u} f_e^n = -\frac{i\mathbf{k} \cdot}{4\pi} \sum_{p,q} J_{n-p} J_{q-p} \chi_e^p \mathbf{E}_q. \quad (8)$$

For the ions, the pump-induced velocity can be neglected and we simply have

$$\rho_i^n = -\frac{i\mathbf{k} \cdot}{4\pi} \chi_i^n \mathbf{E}^n. \quad (9)$$

Here,  $\chi_e$  and  $\chi_i$  are the usual linear susceptibilities of the electrons and the ions.

Substituting (8) and (9) into Poisson's equation, we finally obtain

$$\mathbf{E}^n = -\sum_{p,q} J_{n-p} J_{q-p} \frac{\chi_1^q + \chi_2^q}{1 + \chi_e^p} \mathbf{E}^q \quad (10)$$

where indices  $e$ , 1 and 2 denote the electrons, the light ions and the heavy ions, respectively.

Equation (10) represents an infinite coupled system for the electric field components  $\mathbf{E}^n$ . The condition for a non-trivial solution of this system is just the desired

dispersion relation of plasma waves in the presence of a H.F. pump field. For the case of interest in which the pump frequency is near the electron plasma frequency, equation (9) yields the dispersion relation

$$1 = -(\chi_1 + \chi_2) \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{J_p^2}{1 + \chi_e^p} \quad (11)$$

To lowest order in  $\lambda$ , we have

$$1 + \chi_e + \chi_1 + \chi_2 = -\frac{\lambda^2}{4} (1 + \chi_e) (\chi_1 + \chi_2) \left[ \frac{1}{1 + \chi_e^-} + \frac{1}{1 + \chi_e^+} \right] \quad (12)$$

with  $\chi_e^\pm = \chi_e(\mathbf{k}, \omega \pm \omega_0)$ .

For a maxwellian plasma, (12) can be written explicitly as

$$\begin{aligned} -2K^2 + Z'_e + \alpha\theta Z'_1 + (1 - \alpha)\theta Z'_2 = & -\frac{\lambda^2 K^2}{4} [-2K^2 + Z'_e][\alpha\theta Z'_1 + (1 - \alpha)\theta Z'_2] \\ & \times \left[ \frac{1}{Z'_- - 2K^2} + \frac{1}{Z'_+ - 2K^2} \right], \end{aligned} \quad (13)$$

where we have used the following normalized variables

$$\alpha = \frac{N_1}{N_e}, \text{ the light ion to the electron density ratio,}$$

$$\theta = \frac{T_e}{T_1} = \frac{T_e}{T_2}, \text{ the electron to the ion temperature ratio,}$$

$$K = \frac{k}{k_D} = k \sqrt{\frac{T_e}{4\pi N_e e^2}}, \text{ the normalized wave number,}$$

$$\bar{\omega} = \omega \sqrt{\frac{m_2}{4\pi N_e e^2}}, \text{ the normalized frequency,}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{eE_0 k_D}{m_e \omega_0^2}, \text{ the pump-induced electron displacement normalized to the Debye length,}$$

$$s = \frac{\bar{\omega}}{K}, \text{ the normalized phase velocity,}$$

$$Z'_1 = Z' \left( \sqrt{\frac{\theta\mu_1}{2}} s \right),$$

$$Z'_2 = Z' \left( \sqrt{\frac{\theta}{2}} s \right),$$

$$Z'_e = Z' \left( \sqrt{\frac{\mu_e}{2}} s \right),$$

$$Z'_\pm = Z' \left[ \sqrt{\frac{\mu_e}{2}} \left( s + \frac{i\bar{\Gamma} \pm \bar{\omega}_0}{K} \right) \right],$$

$Z'$  is the derivative of the Fried and Conte function,

$\bar{\Gamma}$  is the collision damping factor, and  $\mu_{1,e} = m_{1,e}/m_2$  is the mass ratio.

Let us first note that, in the absence of the pump field ( $\bar{\lambda} = 0$ ), equation (13) just reduces to the familiar linear dispersion relation for a three-component plasma. An analysis of this equation reveals that, besides the electron plasma wave which remains unaffected by the presence of light ions, there now exist two low frequency ion acoustic waves: one is due to the presence of the light ions while the other is due to the presence of the heavy ions. A theoretical and experimental study of these waves has been made by Tran and Coquerand [3]. In the practical case of a plasma contaminated by some light ions, it is found that the phase velocity of the usual acoustic wave is mainly determined by the dynamics of the electrons and the heavy ions, but its damping rate is greatly increased by even a very small fraction (1%) of light ions. Our purpose is, accordingly, to investigate the possibility of exciting these heavily damped waves by pumping the plasma with a strong electromagnetic field.

According to equation (13), the pump field will couple the ion waves to the electron plasma waves. This coupling mechanism can be resonantly strong and spontaneously excite both the ion and the electron waves. To study the characteristics of these unstable

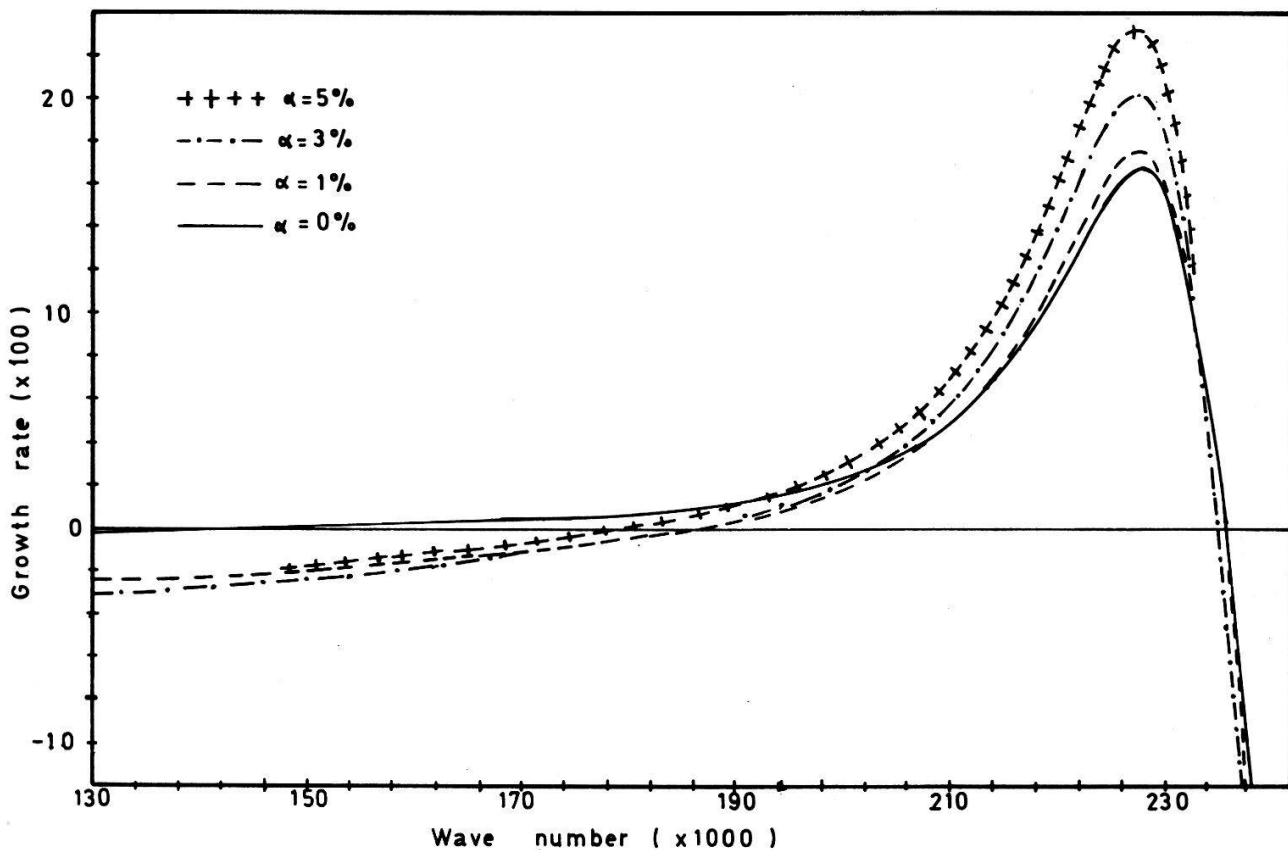


Figure 1

$\text{Im } s$  vs.  $K$  for  $\theta = 30$ ,  $\bar{\Gamma} = 3$ ,  $\bar{\omega}_0 = 292$ ,  $\bar{\lambda} = 0.1$ .

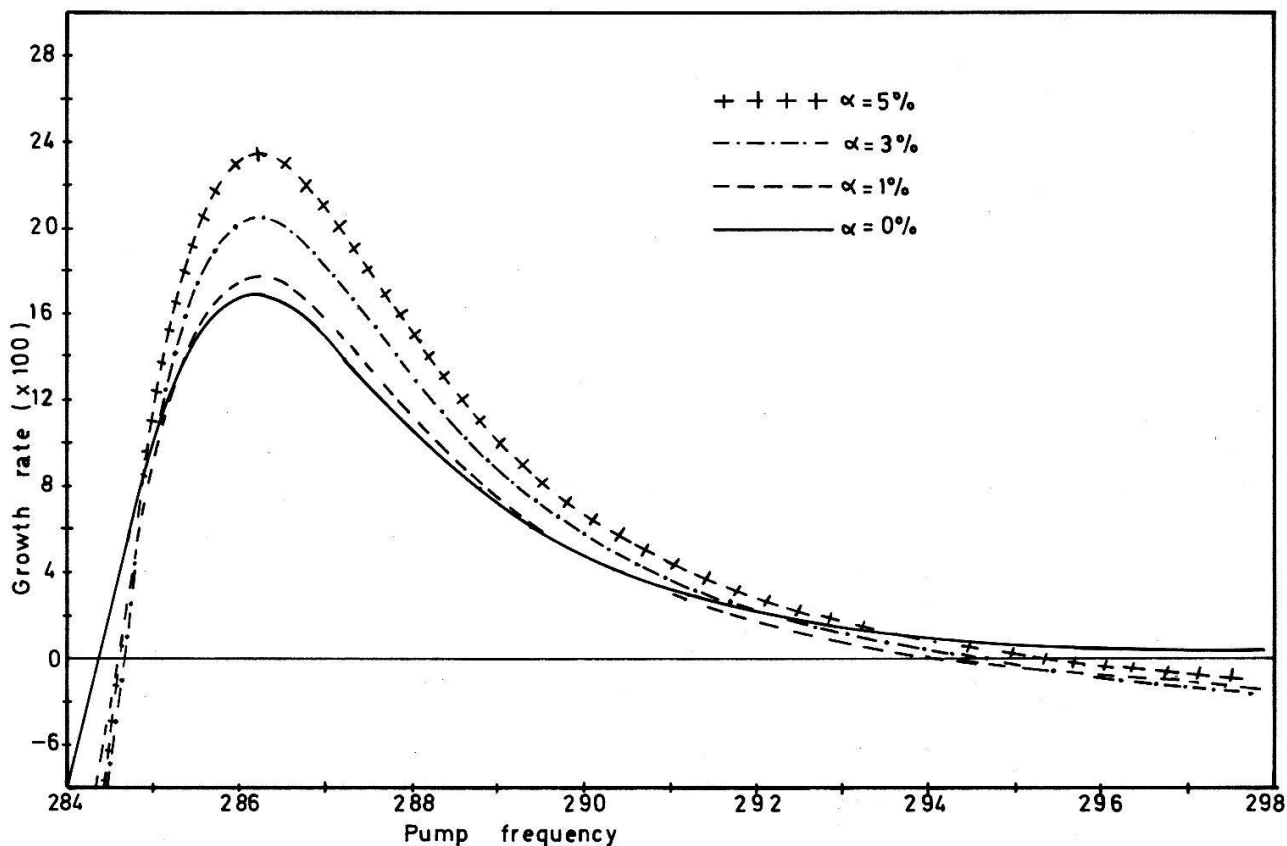


Figure 2  
 $Im s$  vs.  $\bar{\omega}_0$  for  $\theta = 30, \bar{I} = 3, K = 0.2, \bar{\lambda} = 0.1$ .

waves, equation (13) has been solved numerically for the case of an Argon-Helium plasma. Typical results are shown in Figures 1-3. From these results we can draw the following conclusions.

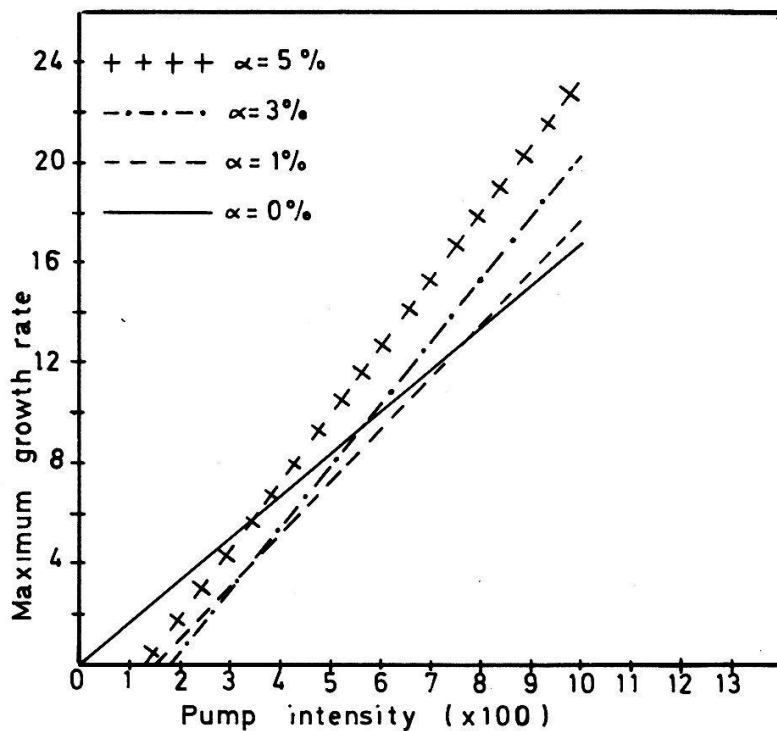


Figure 3  
 $Im s$  vs.  $\bar{\lambda}$  for  $\theta = 30, \bar{I} = 3, K = 0.226, \bar{\omega}_0 = 292$ .

- 1) The perfect matching conditions obtain independently of the light ion concentration. The maximum growth rates are, however, very sensitive to the presence of the light ions.
- 2) For a given pump power, the unstable frequency spectrum is greatly reduced by a few per cent of light ions while its half-width can be increased.
- 3) Well above threshold, the maximum growth rates of the excited acoustic waves are increased by the presence of some light ions. This is in contrast to the stabilizing effect of the light ions in the linear regime.
- 4) In the presence of light ions, the threshold pump power for the excitation of ion acoustic waves increases, but at a much smaller rate than their linear damping.

In conclusion, the present analysis has shown that a small fraction of light ions can significantly change the behaviour of the ion acoustic waves both in the linear and non-linear regimes. In the linear case, light ions strongly damp these waves and make them hardly observable. In the presence of a pump field, light ions can have either stabilizing or destabilizing effects on the parametric excitation of ion waves, depending on the pump power.

Note, finally, that these properties essentially depend on the electron to light ion temperature ratio. Here, we have considered the case in which the ion wave velocity is greater than the light ion thermal velocity. The opposite case is under investigation and will be reported later.

This work was supported by the Swiss National Science Foundation.

## References

- [1] J. R. SANMARTIN, *Phys. Fluids* 13, 1533 (1970) and references therein.
- [2] NGUYEN THE HUNG, Rept. 51/74, CRPP, EPFL, Lausanne.
- [3] M. Q. TRAN and S. COQUERAND, Contributed paper of the 2nd International Congress on Waves and Instabilities, Innsbruck, 1975. Also in *Helv. Phys. Acta*, this volume.

## Spatial Propagation of Ion Acoustic Waves in a Two-Component Plasma

### Part I. Theory

by M. Q. TRAN and S. COQUERAND

(Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland, Centre de Recherches en Physique des Plasmas)

### 1. Introduction

Two ion species plasma presents some interest for basic plasma physics work [1, 2, 3, 4] and for heating schemes [5, 6, 7]. An experimental check of these theories needs the knowledge of the relative concentration of each ion species. Mass spectrometry, the most sensitive and precise method, presents some difficulties due to extraction problems. Following the analysis of the dispersion relation of ion acoustic waves in a two-component plasma [1], the propagation characteristics (phase velocity and damping rate) of these waves can be used to monitor the concentration. The results of Fried et al. show the existence of two ion branches whose damping rates and phase velocities depend greatly on the concentration. However, they cannot be compared

in a straightforward way to experimental results: Fried et al. [1] have considered an initial value problem (real wave vector  $k$  and complex frequency  $\omega$ ) whereas experimentally waves are launched with a given real  $\omega$  and propagate with a complex  $k$  (boundary problem). The well-known relation between  $k_i/k_r$  and  $\omega_i/\omega_r$  ( $k_i/k_r = \omega_i/\omega_r$  for non-dispersive waves) has to be proved since it assumes  $\omega_i \ll \omega_r$ , which may not be fulfilled in our case. Furthermore, as two ion waves propagate with comparable damping rate in a given concentration range, they mix together, the resulting structure depending on the amplitude of each mode. Such information cannot be found from the initial value problem.

In this paper theoretical calculations of the spatial propagation of ion acoustic waves will be presented. The second section is devoted to the analytical analysis of the problem using the model of Gould [8]. Numerical results will be discussed in the last paragraph.

## 2. Response of the Plasma to an Oscillatory Dipole Test Charge

We consider a two ion species plasma with maxwellian distributions. The following notations will be used:

$T_e$  = electron temperature

$T_i$  = ion temperature of both species

$\theta = T_e/T_i$

$\mu = m_2/m_1 = \text{mass ratio} > 1$

$\alpha = n_{10}/(n_{10} + n_{20}) = \text{light ion concentration}$

$$f_j = \left( \frac{m_j}{2\pi k_B T_j} \right)^{1/2} \exp \left\{ -\frac{m_j v^2}{2k_B T_j} \right\} \quad j = 1, 2, e^-$$

= distribution function

$\varphi$  = electric potential

An oscillatory dipole  $\rho_{\text{ext}}(x, t)$  immersed at  $x = 0$  acts as a localized perturbation:

$$\rho_{\text{ext}}(x, t) = \frac{\rho_0 x_0}{2} e^{-i\omega_0 t} [\delta(x - x_0) - \delta(x + x_0)]$$

with  $x_0 \rightarrow 0$

and  $\rho_0 x_0^2 = \text{cte.}$

The plasma response to this test charge will be studied using the following equations:

The Vlasov equation for all components

$$\frac{\partial f_j}{\partial t} + v \frac{\partial f_j}{\partial x} - \frac{e_j}{m_j} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial f_j}{\partial v} = 0 \quad j = 1, 2, e^-.$$

Poisson's equation

$$-\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{\rho_{\text{ext}}}{\epsilon_0} + \sum_j \frac{n_{0j} e_j}{\epsilon_0} \int f_j dv.$$

A Laplace transform in time and a Fourier transform in space gives immediately:

$$\varphi(\omega, k) = -\frac{\rho_0 x_0^2}{\epsilon_0} \frac{1}{k(\omega - \omega_0) D(\omega, k)}. \tag{1}$$

$D(\omega, k)$  is the usual dispersion function defined in terms of the derivative  $Z'$  of the Fried and Conte function:

$$D(\omega, k) = 1 - \frac{1}{2k^2} \left[ \frac{1}{\theta} Z' \left( \frac{\omega}{k} \sqrt{\frac{m_e}{m_2} \frac{1}{\theta}} \right) + \alpha Z' \left( \frac{\omega}{k} \mu^{-1/2} \right) + (1 - \alpha) Z' \left( \frac{\omega}{k} \right) \right]$$

where  $k$  is normalized to  $(n_0 e^2 / \epsilon_0 k T_i)^{1/2}$  and  $\omega/k$  to  $(2k T_i / m_2)^{1/2}$  consequently the distance  $x$  is normalized to  $(\epsilon_0 k T_i / n_0 e^2)^{1/2}$  and the frequency to  $(2n_0 e^2 / \epsilon_0 m_2)^{1/2}$ .

The inverse Laplace transform of (1) gives the temporal dependence of the potential:

$$\varphi(k, t) = -\frac{1}{2\pi} \frac{\rho_0 x_0^2}{\epsilon_0} \frac{1}{k} \int_{-\infty+i\beta}^{\infty+i\beta} d\omega \frac{e^{-i\omega t}}{(\omega - \omega_0) D(\omega, k)}. \tag{2}$$

As  $\text{Im } \omega$  is always positive, one has to define

$$D(\omega, k) = D^+(\omega, k) \quad \text{for } k > 0$$

$$D(\omega, k) = D^-(\omega, k) \quad \text{for } k < 0$$

with the following relation between  $D^+$  and  $D^-$

$$[D^+(\omega, k)]^* = D^-(\omega, k) \quad \text{with } \omega_0/k \text{ is real.} \tag{3}$$

(2) is then integrated using the residue method. The poles due to  $D(\omega, k)$  are neglected since they represent damped waves and only describe transient modes. The only contribution in the long time limit is the residue of the real pole  $\omega = \omega_0$ .

$$\varphi(k, t) = \begin{cases} \frac{i\rho_0 x_0^2}{\epsilon_0} e^{-i\omega_0 t} \frac{1}{k D^+(\omega_0, k)} & k > 0 \\ \frac{i\rho_0 x_0^2}{\epsilon_0} e^{-i\omega_0 t} \frac{1}{k D^-(\omega_0, k)} & k < 0. \end{cases} \tag{4}$$

The inverse Fourier transform gives the spatial dependence of  $\varphi$ :

$$\begin{aligned} \varphi(x, t) &= \frac{i}{2\pi} \frac{\rho_0 x_0^2}{\epsilon_0} e^{-i\omega_0 t} \int_{-\infty}^{+\infty} dk \frac{e^{ikx}}{k D(\omega_0, k)} \\ &= \frac{i}{2\pi} \frac{\rho_0 x_0^2}{\epsilon_0} e^{-i\omega_0 t} \left[ \int_{-\infty}^0 dk \frac{e^{ikx}}{k D^-(\omega_0, k)} + \int_0^{\infty} dk \frac{e^{ikx}}{k D^+(\omega_0, k)} \right]. \end{aligned} \tag{5}$$



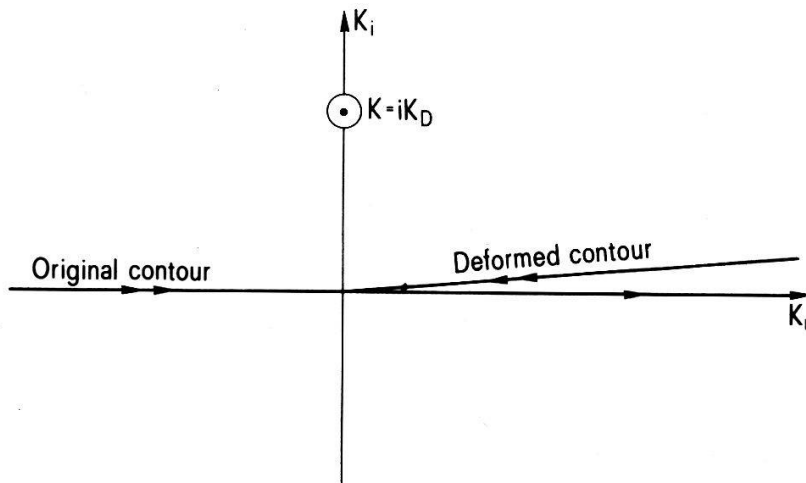


Figure 1

Integration contour in the complex  $k$  plane.

The pole at  $k = 0$  gives only a constant contribution and is thereby neglected. Let us consider the first integral. The integrand has no pole in the upper half-plane [9] except the Debye pole on the imaginary axis

$$k = k_D = i \sqrt{\frac{\theta + 1}{2}}.$$

Its contribution is only a damped term without any wavelike property and will be consequently neglected. We are now at liberty to deform the integration contour (Fig. 1):

$$\int_{-\infty}^0 dk \frac{e^{ikx}}{kD^-(\omega_0, k)} = - \int_0^{\infty} dk \frac{e^{ikx}}{kD^-(\omega_0, k)}$$

and (5) becomes

$$\varphi(x, t) = \frac{i}{2\pi} \frac{\rho_0 x_0^2}{\varepsilon_0} e^{-i\omega_0 t} \int_0^{\infty} dk e^{ikx} \left\{ \frac{1}{kD^+(\omega_0, k)} - \frac{1}{kD^-(\omega_0, k)} \right\}$$

or using (3)

$$\varphi(x, t) = \frac{\rho_0 x_0^2}{\pi \varepsilon_0} e^{-i\omega_0 t} \int_0^{\infty} dk e^{ikx} \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{kD^+(\omega_0, k)} \right\}.$$

Normalizing  $\varphi$  to  $\rho_0 x_0^2 / \pi \varepsilon_0$ , the spatial and temporal dependence of the potential  $\Phi$  is:

$$\Phi(x, t) = e^{-i\omega_0 t} \int_0^{\infty} dk e^{ikx} \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{kD^+(\omega_0, k)} \right\}. \quad (6)$$

$\Phi(x, t)$  is a one side Fourier transform of  $y(k) = \operatorname{Im} \{1/kD^+(\omega_0, k)\}$ . It is well-known that one gets a damped sinusoidal contribution for each peak of  $y(k)$ : the wavelength depends on the position of the peak, the damping on the peak width and the amplitude is proportional to its height.

### 3. Numerical Analysis

Equation (6) has been integrated numerically for different  $\theta$  ( $\theta = 5, 10, 20$ ) and a mass ratio of 10 (He Argon mixture).  $\omega_0$  was chosen to be .2 and  $\alpha$  has been varied from 0% to 100%. The numerical results show clearly three different types of wave structure corresponding to a relatively well defined concentration range.

Starting from  $\alpha = 0\%$ ,  $y(k)$  presents a major peak corresponding to the Argon mode. Increasing  $\alpha$  up to about 5% results only in an increase of the width of this peak and thereby an increase in the damping (Fig. 2a). Above this limit,  $y(k)$  shows a second peak at smaller  $k$  value (longer wavelength) due to light ions (Fig. 2b). Increasing  $\alpha$ , one observes its growth and simultaneously the decrease of the heavy ion peak. The peak positions of the two modes also shift, the He one towards smaller  $k$  and the Argon one towards larger  $k$  value. In this range of concentration, the wave is no longer a pure sinusoidal damped wave but a superposition of two waves corresponding to the Helium and Argon branches. This can be seen on the wave structure (Fig. 3b) or, more pronounced, on the logarithm of the amplitude;  $\ln\|\Phi\|$  is not a smooth function but presents a rather complicated structure (Fig. 4b). Above 20%, the Argon mode is hardly observable and only the Helium mode propagates with a decreasing damping for increasing  $\alpha$  (Figs. 2c, 3c and 4c).

On Figures 5 and 6 have been reported the phase velocities  $\omega/k$  and the damping  $k_i/k_r$  rate of the Helium and Argon branches.  $\omega/k$  was deduced from the peak position of  $y(k)$  and  $k_i/k_r$  was taken from the slope of the logarithm of the wave amplitude. (As  $k_i/k_r$  is only meaningful if the wave amplitude decreases exponentially, we have considered only the cases where one gets a straight line for  $\ln\|\Phi\|$  over more than one wavelength.)  $\omega/k$  is roughly constant for the Argon mode and decreases only slightly for  $\alpha > 10\%$ . The phase velocity of the Helium branch exhibits a more pronounced dependence on  $\alpha$  and can be described by

$$\left(\frac{\omega}{k}\right)^2 = \frac{(1 - \alpha + \alpha\mu)\theta}{2} + \frac{3}{2} \left(\frac{1 - \alpha + \alpha\mu^2}{1 - \alpha + \alpha\mu}\right). \quad (7)$$

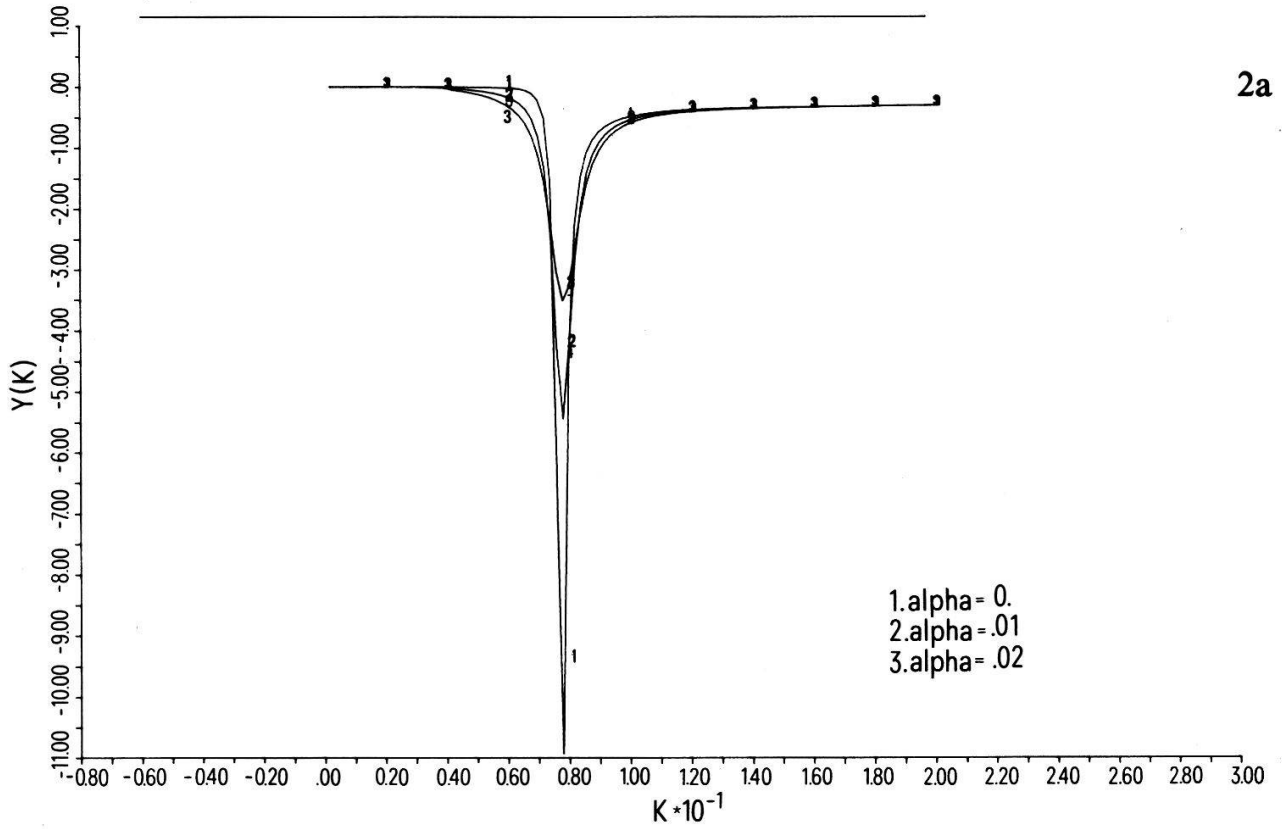
(7) has been obtained using the initial value analysis [1] and the asymptotic expansion of  $Z$  ( $\omega/k \gg v_{th}$ ) for both ion species and the power series of  $Z$  ( $\omega/k \ll v_{th e^-}$ ) for the electrons. Figure 5 shows that the higher the values of  $\alpha$  and  $\theta$  the better the fit between the two curves.

The important feature of Figure 6 is the increase of the damping of the Argon mode as a very little quantity of light ion is added. The thermal velocity of light ions falls in the neighbourhood of the phase velocity of the wave and thus leads to a strong increase in the damping. This effect is clearly shown in Figure 7, where the damping rate  $k_i/k_r$  was reported in dependence on  $\theta$ . For small  $\theta$  ( $\theta < 10$ ) the phase velocity  $\omega/k$  (which is given approximately by  $\omega/k = (\theta + 3/2)^{1/2}$  for small  $\alpha$ ) is still less than the light ion thermal velocity ( $v_{th} = \sqrt{10}$ ) and  $k_i/k_r$  decreases with increasing  $\theta$ . However, above  $\theta = 10$ ,  $\omega/k$  is around  $v_{th}$  and  $k_i/k_r$  starts to increase up to  $\theta = 30$ : for this value of  $\theta$  ( $\theta = 30$ ),  $\omega/k$  falls on the maximum of  $\partial f_0/\partial v$ . Beyond  $\theta = 30$ , the damping decreases again as expected.

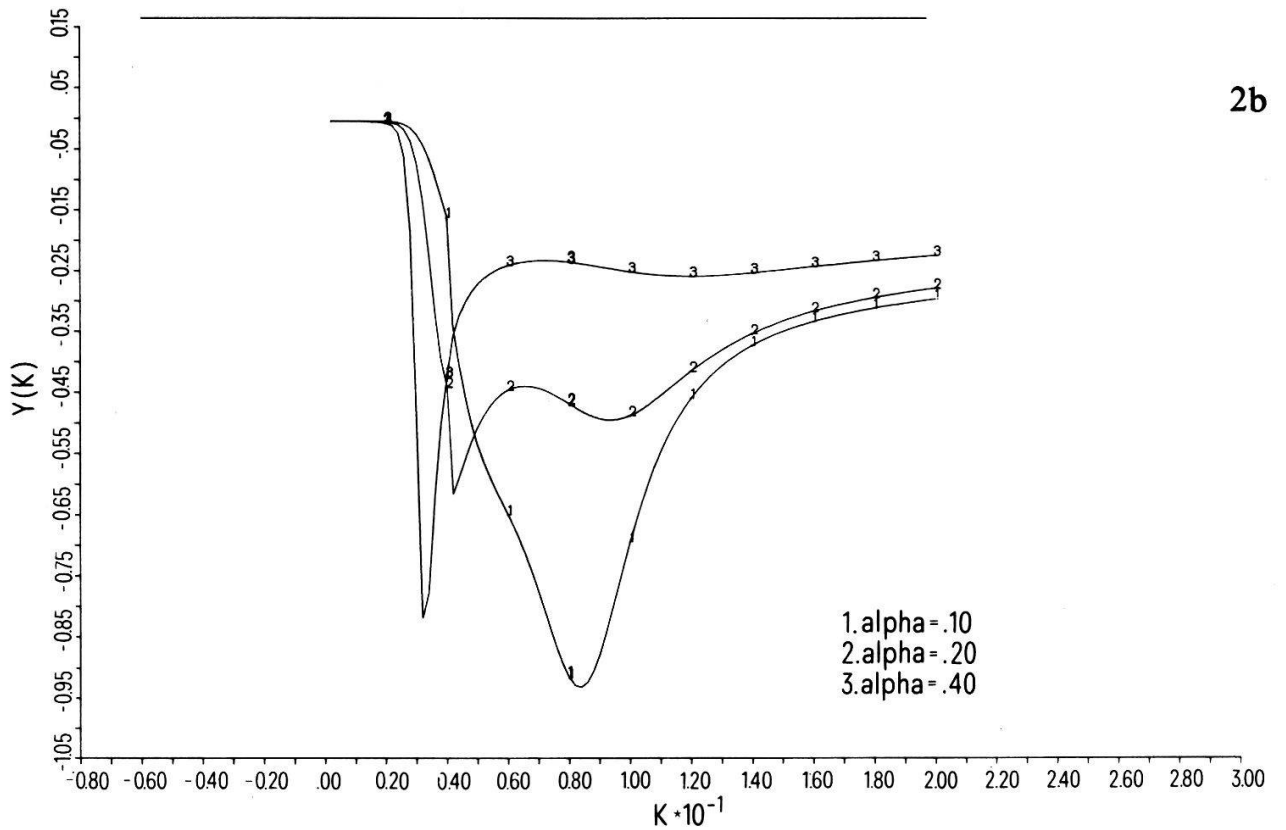
### 4. Conclusion

We have studied the spatial propagation of ion acoustic waves in a two-component plasma and provided evidence of the influence of light ions. The model used is highly

$$Y(K) = \text{IMG}(1./D+)/K$$



$$Y(K) = \text{IMG}(1./D+)/K$$



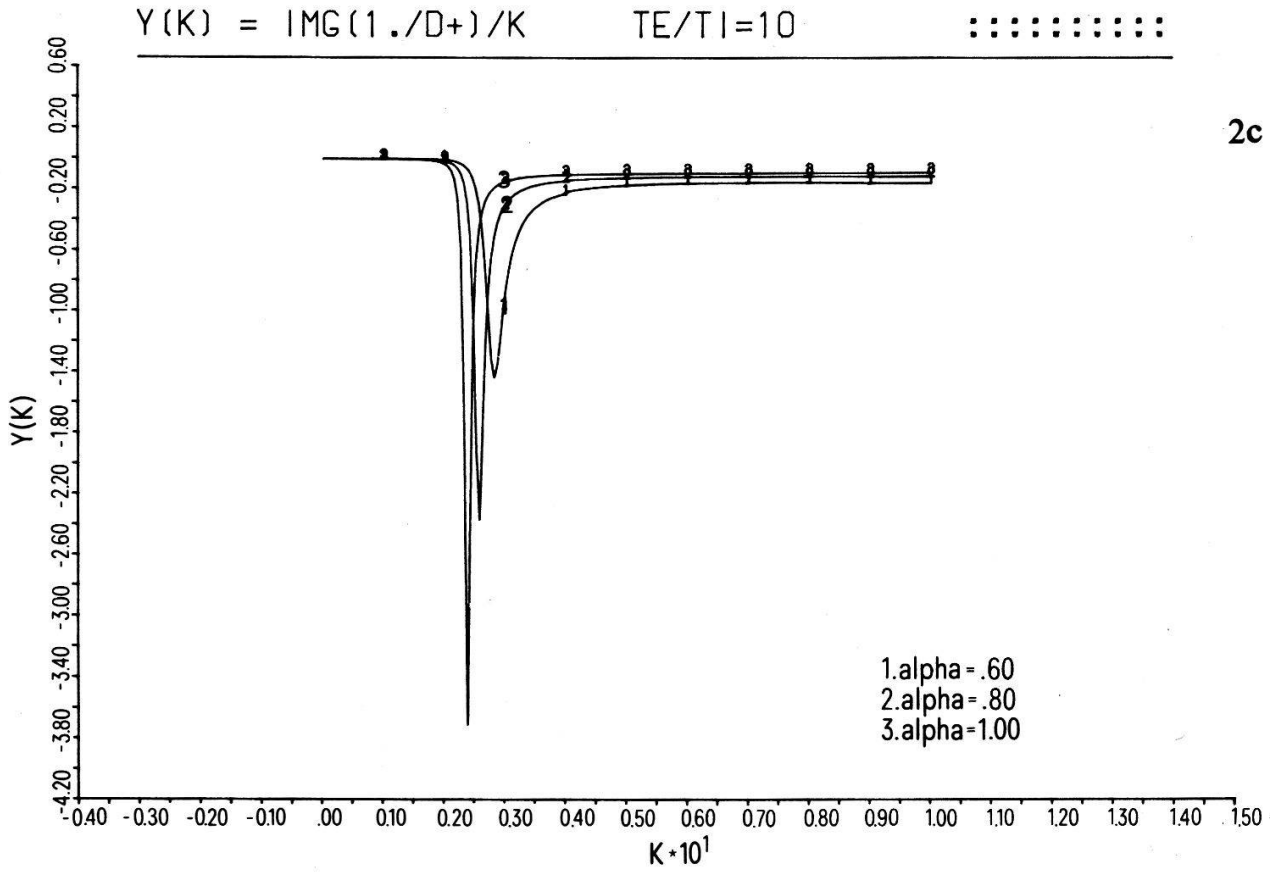
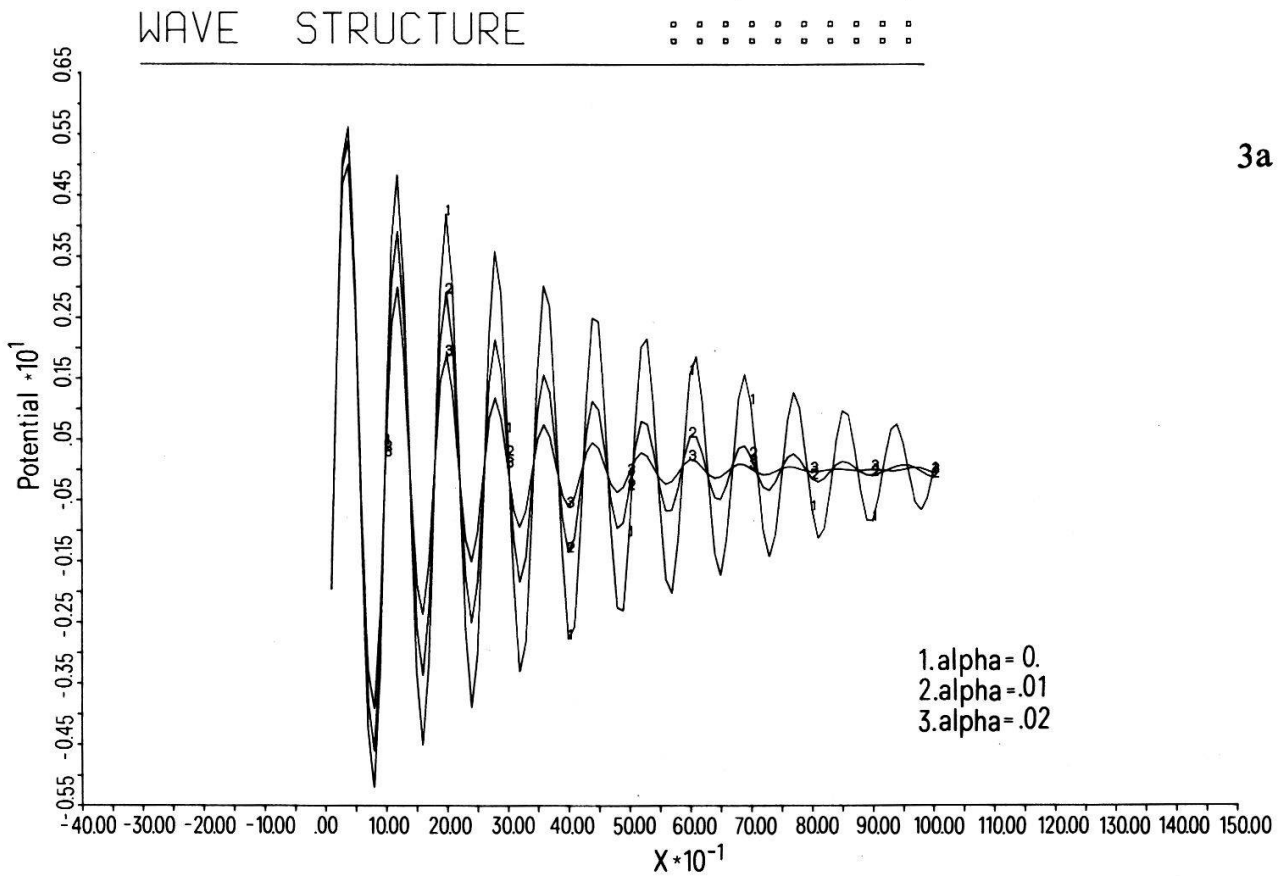


Figure 2  
Variation of  $y(k)$  for different light ion concentration. a:  $\alpha = 0\%$ ,  $1\%$ ,  $2\%$ ; b:  $\alpha = 10\%$ ,  $20\%$ ,  $40\%$ ; c:  $\alpha = 60\%$ ,  $80\%$ ,  $100\%$ . The temperature ratio  $\theta$  is 10.



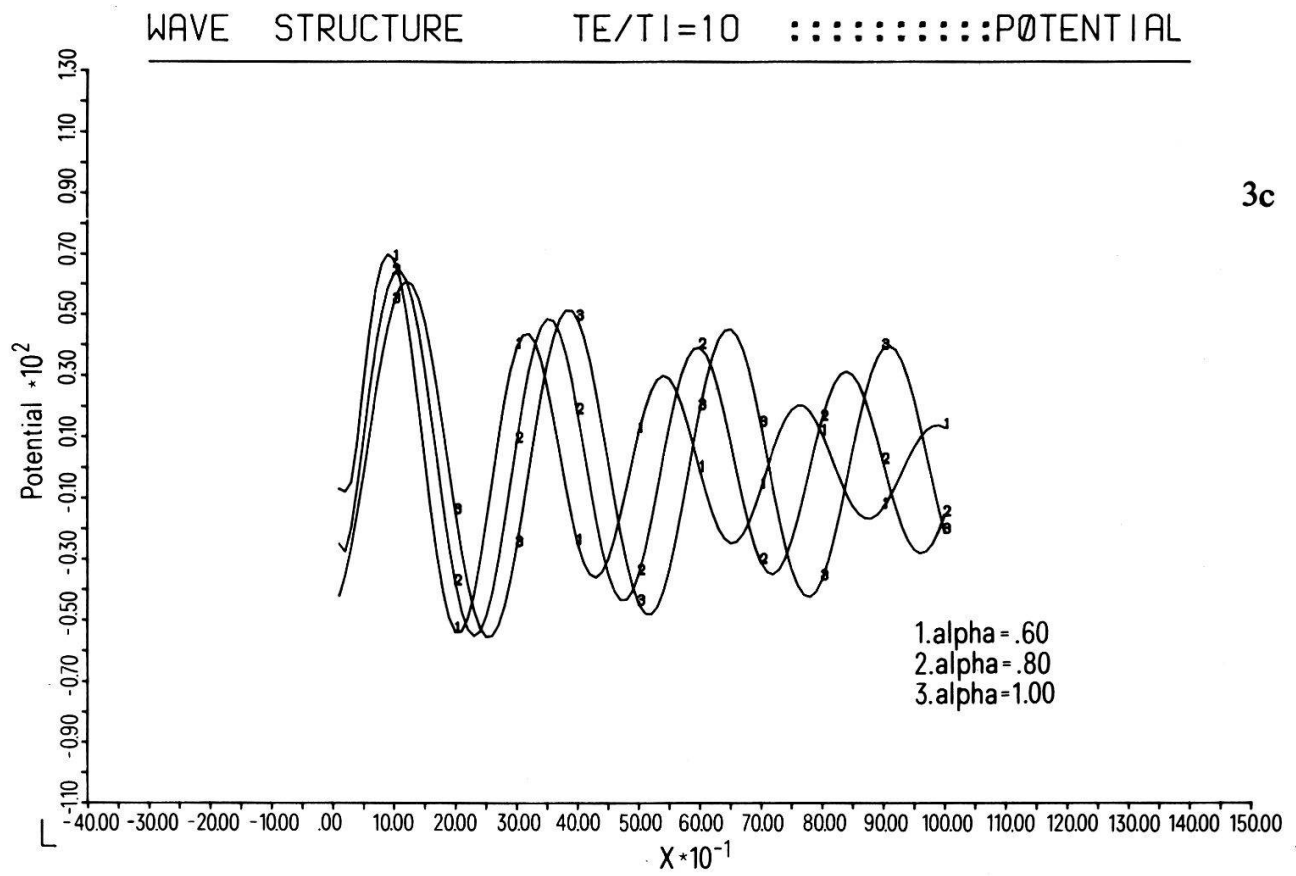
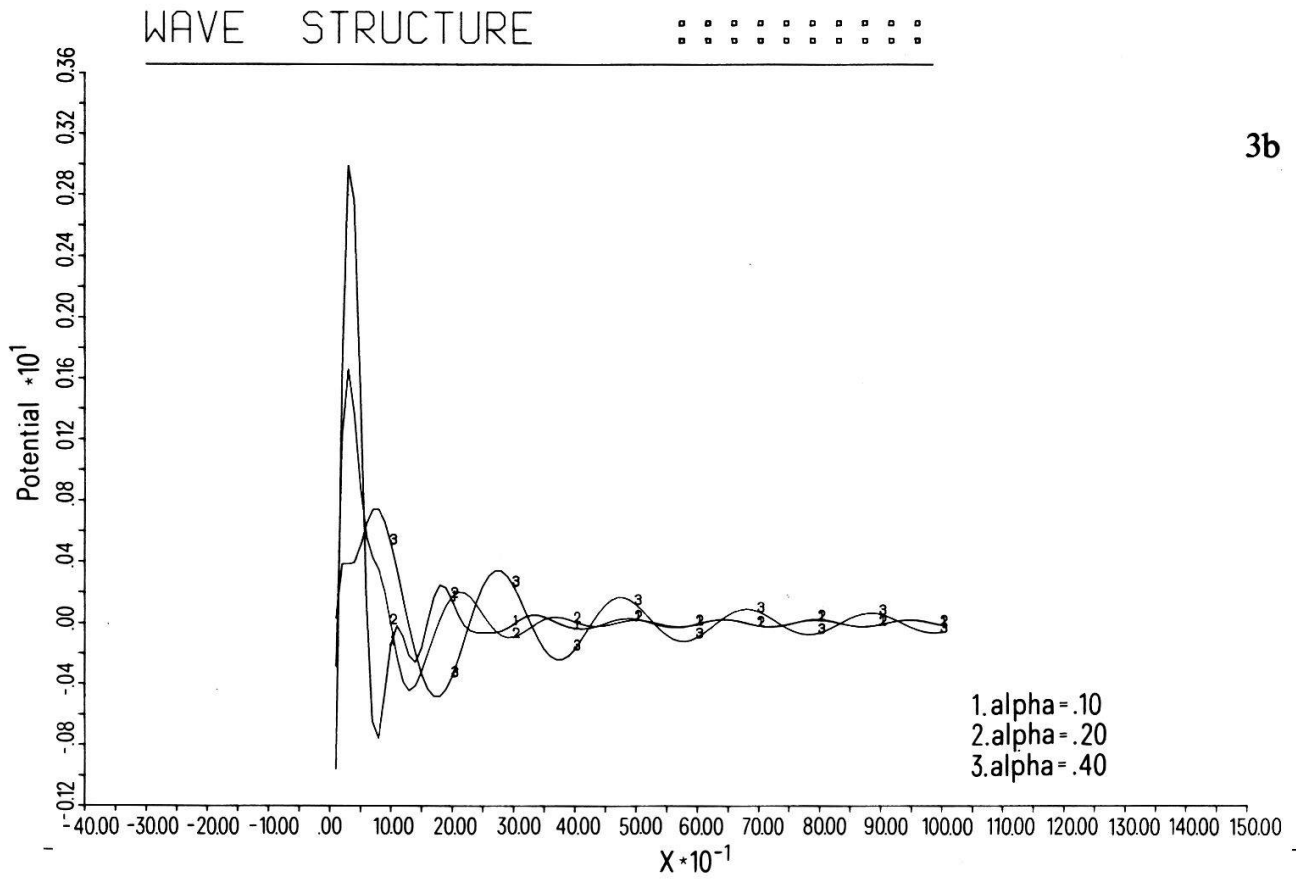
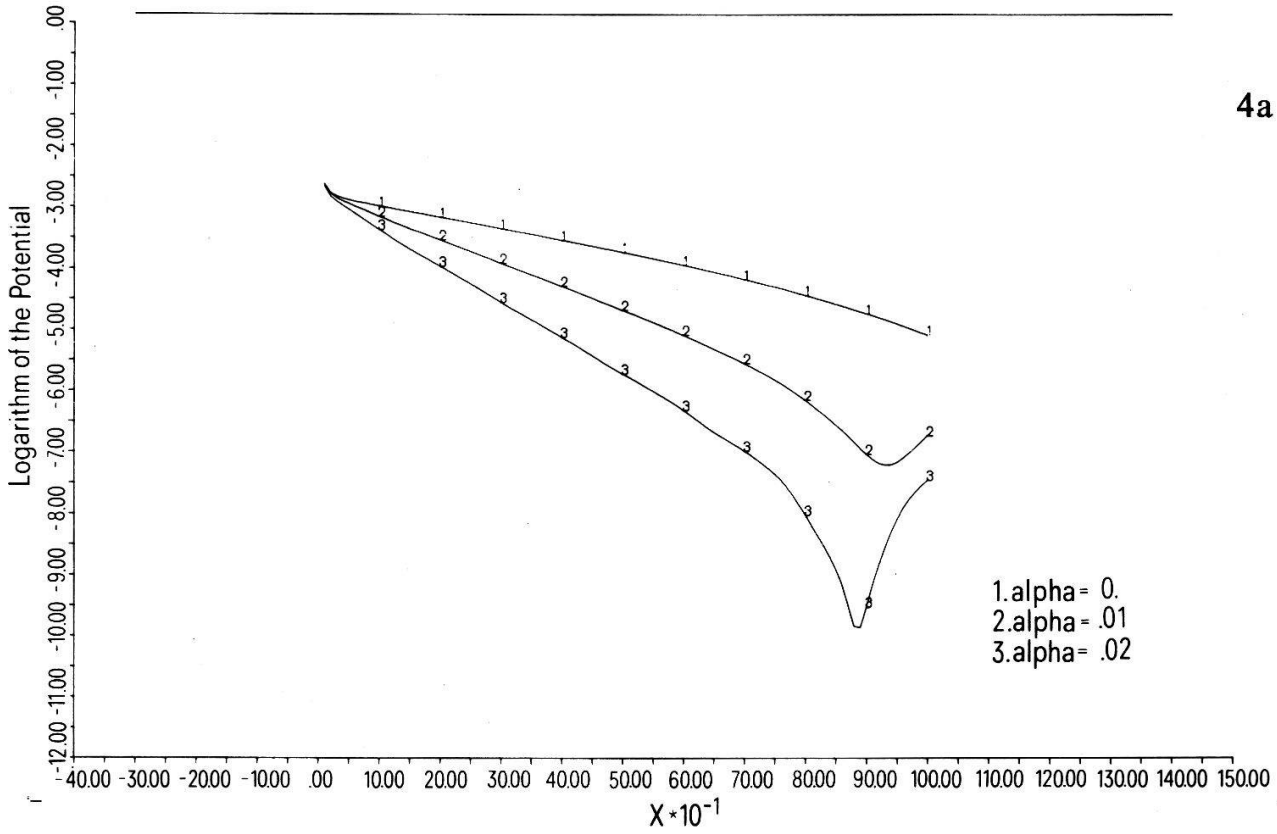


Figure 3  
Variation of the potential  $\Phi(x)$ . The light ion concentrations are the same as in Figure 2.

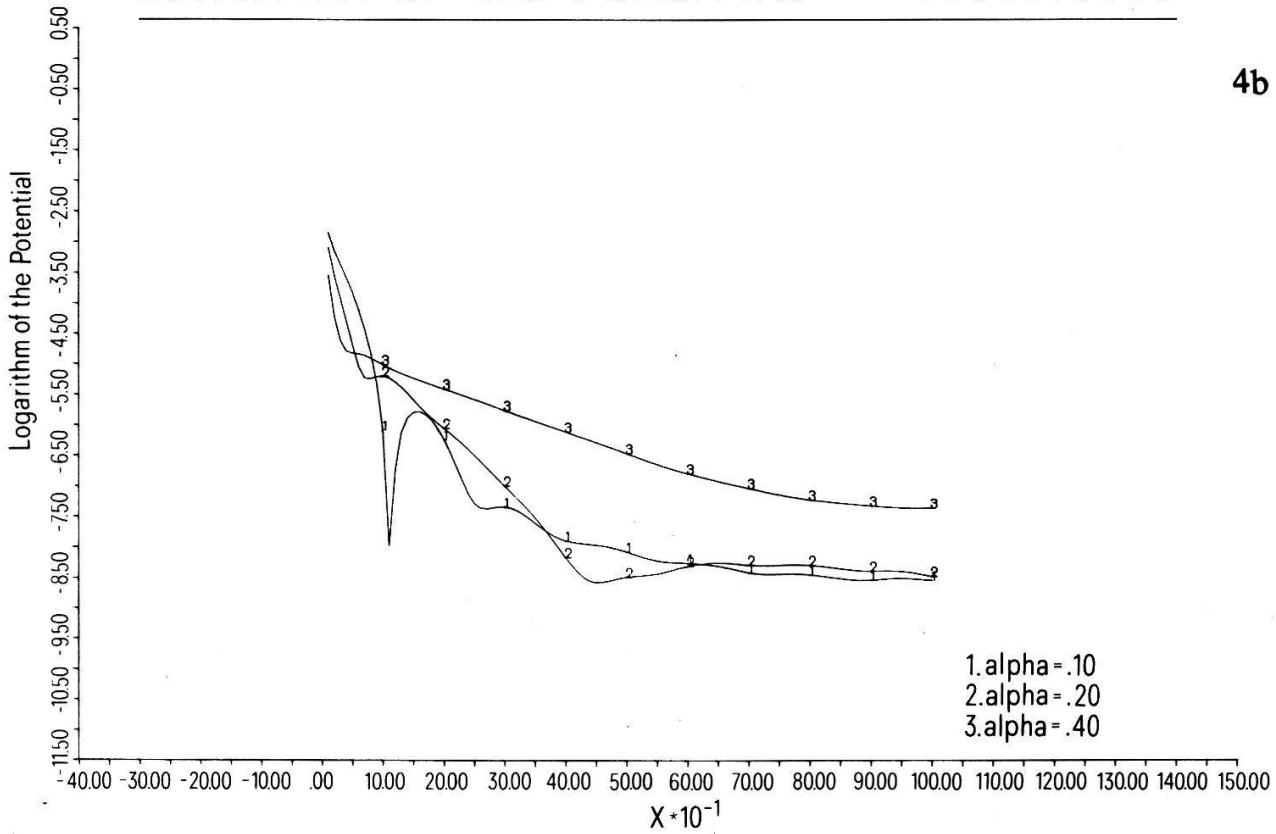
LOGARITHM OF THE POTENTIAL

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □



LOGARITHM OF THE POTENTIAL

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □



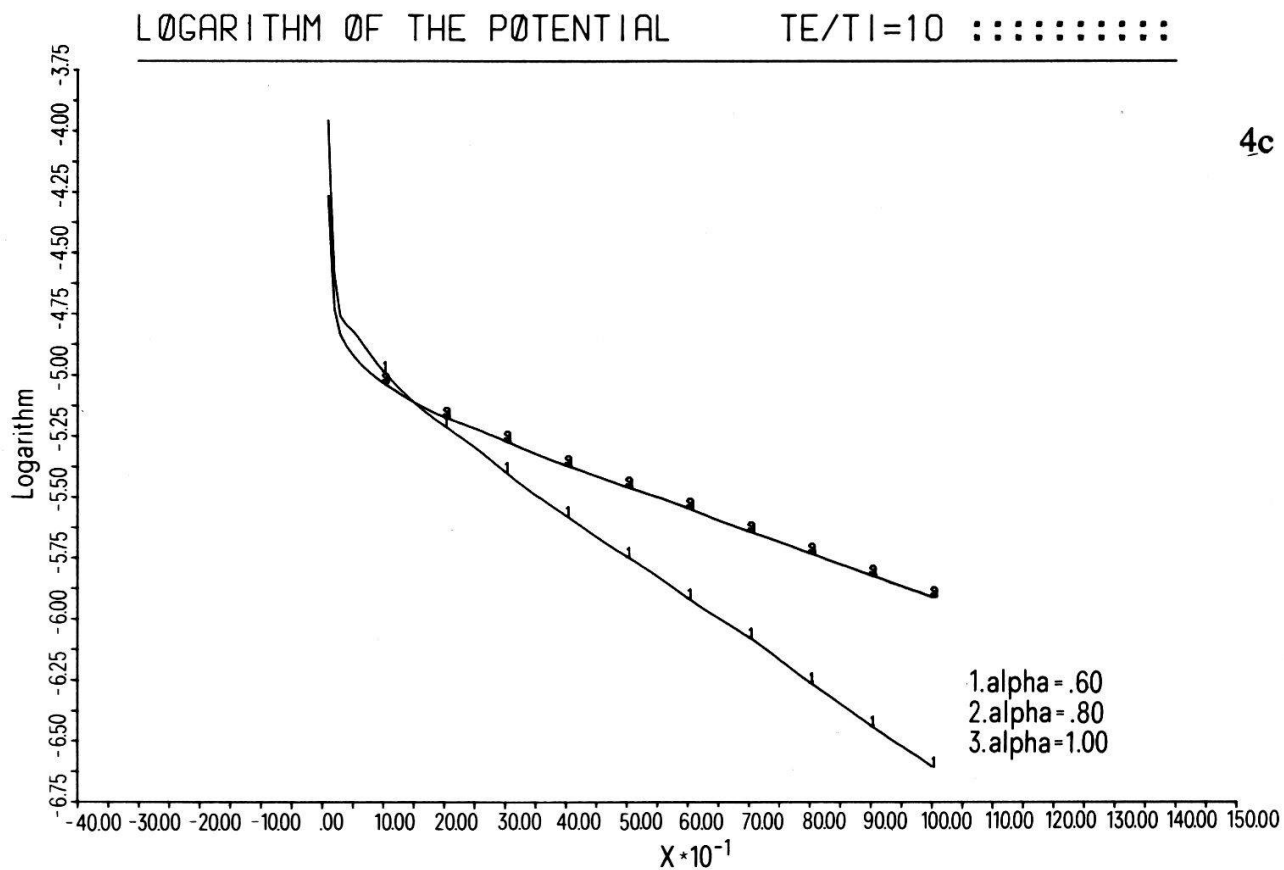


Figure 4  
Variation of  $\ln \|\Phi\|$  for different light ion concentration.

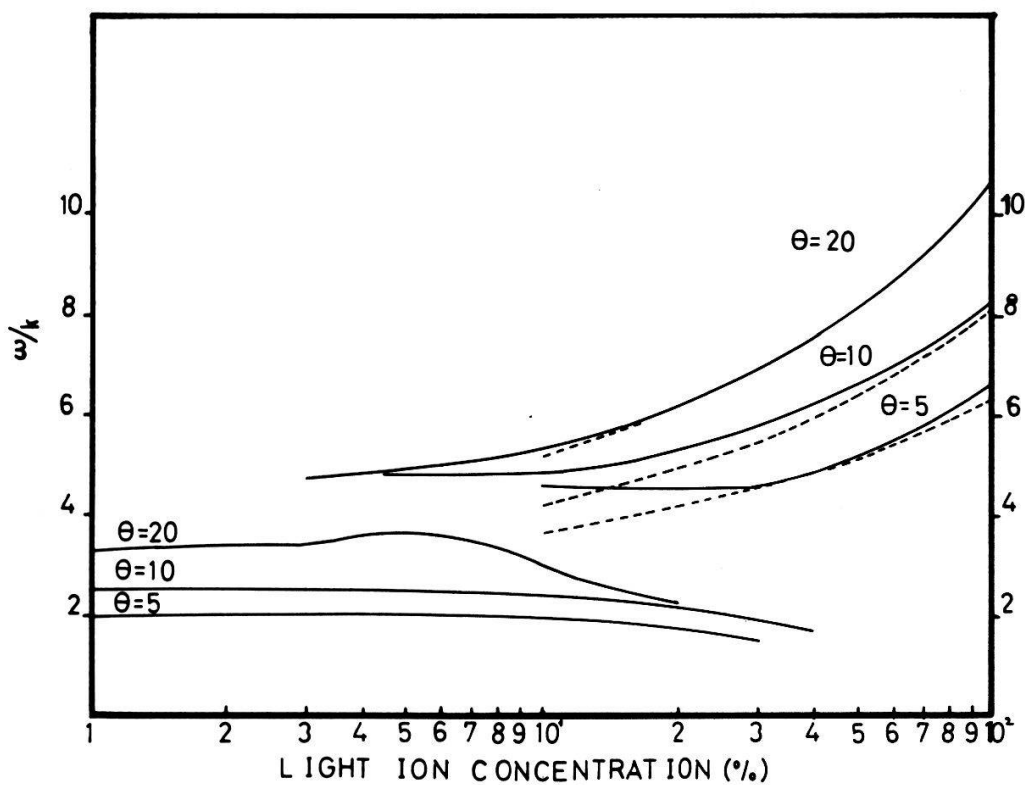


Figure 5  
Variation of the phase velocity  $\omega/k$  in dependence of the light ion concentration for different  $\theta$ . The dashed line is given by formula (7).

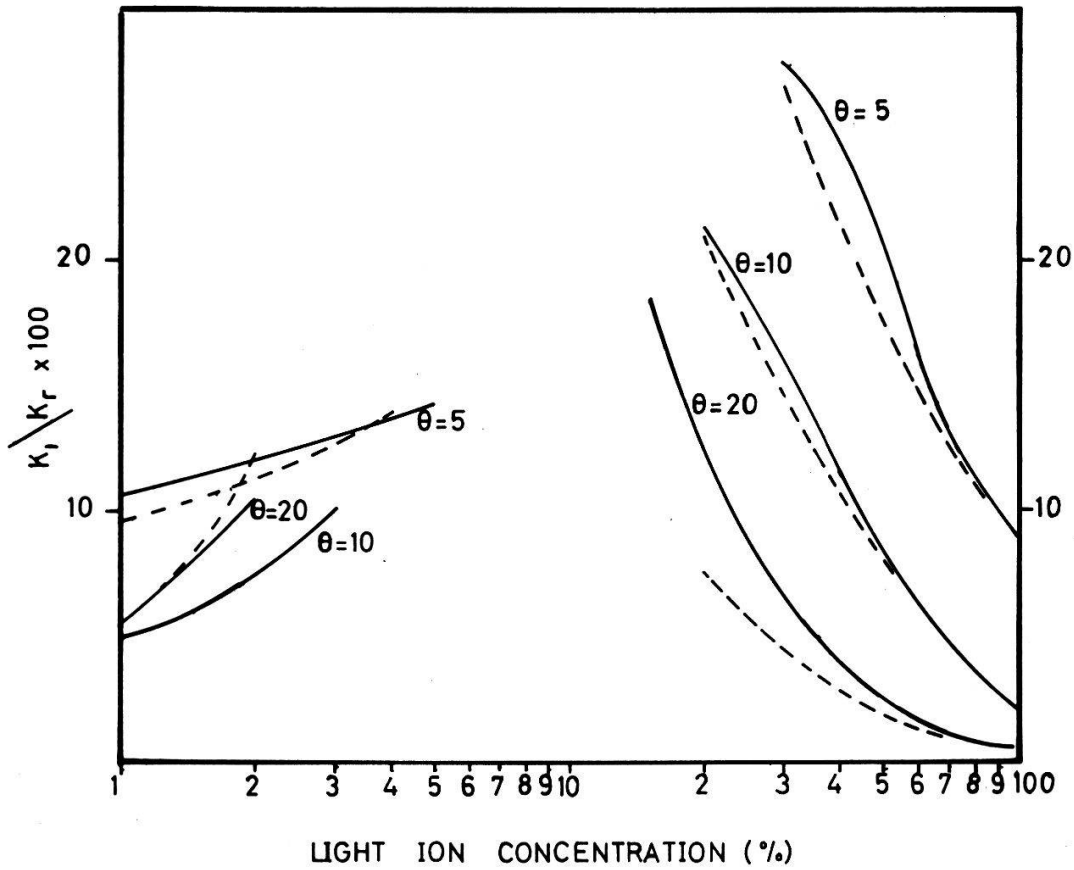


Figure 6  
 Variation of the damping rate  $k_i/k_r$  in dependence of the light ion concentration for different  $\theta$ . The dashed line was taken from the roots of the dispersion relation  $\omega(k) = \omega_r + i\omega_i$ .

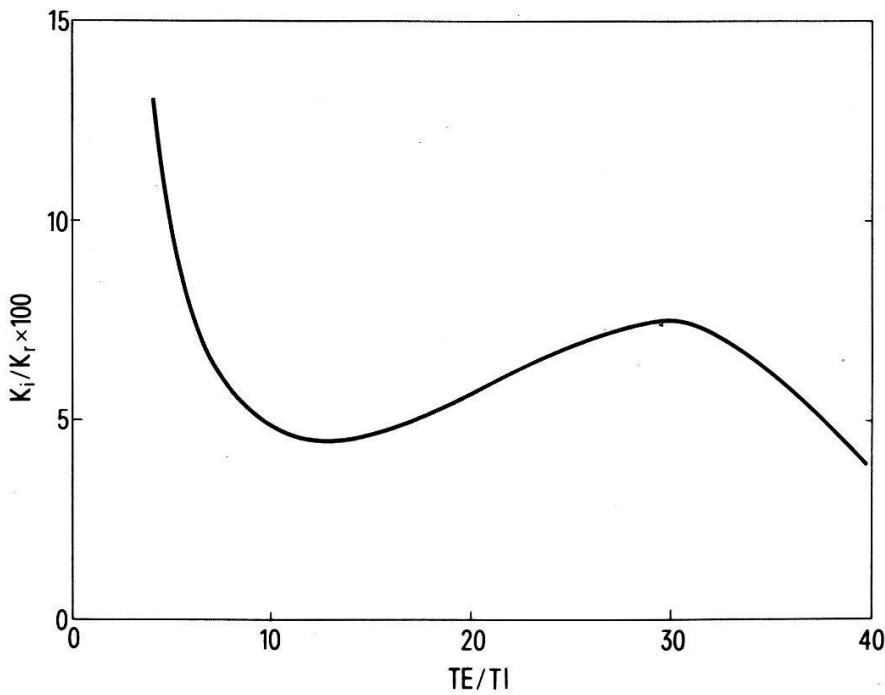


Figure 7  
 Variation of the damping rate  $k_i/k_r$  in dependence of the temperature ratio  $\theta$  with  $\alpha = 1\%$ .



idealized as, experimentally, it corresponds to a pair of perfectly transparent grids and neglects all sheath effect. However, it yields some interesting qualitative features as the beating of the two waves in an intermediate domain of concentration, which agree with the experiment described in the following paper.

### Acknowledgment

We would like to acknowledge fruitful discussions with Professor E. S. Weibel. This work was supported by the Swiss National Science Foundation.

### References

- [1] B. D. FRIED et al., *Phys. Fluids* *14*, 2388 (1971).
- [2] R. B. WHITE et al., *Phys. Fluids* *15*, 1484 (1972).
- [3] M. Q. TRAN and P. J. HIRT, *Plasma Physics* *16*, 617 (1974).
- [4] M. Q. TRAN, *Plasma Physics* *16*, 1167 (1974).
- [5] P. K. KAW and Y. C. LEE, *Phys. Fluids* *16*, 155 (1973).
- [6] E. OTT et al., *Phys. Fluids* *16*, 270 (1973).
- [7] K. D. HARMS et al., *Nucl. Fusion* *14*, 657 (1974).
- [8] R. W. GOULD, *Phys. Rev.* *A136*, 991 (1964).
- [9] L. LANDAU, *J. Phys. USSR* *10*, 45 (1946).

## Spatial Propagation of Ion Acoustic Waves in a Two-Component Plasma

### Part II. Experiment

by M. Q. TRAN and S. COQUERAND

(Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland, Centre de Recherches en Physique des Plasmas)

### 1. Introduction

The propagation of ion acoustic in a quiescent plasma has been well studied by numerous authors, using either continuous wave excitation or time of flight measurement. From the measured wave structure the electron and ion temperatures are easily deduced. However, a very small light ion quantity can drastically modify the damping and thereby gives an erroneous ratio  $T_e/T_i$  [1, 2]. On the other hand, contamination of a light ion plasma by heavy ion changes both the damping rate and the phase velocity.

The experimental results of Hirose et al. [3] confirm the first prediction. However, to our knowledge<sup>1)</sup>, no systematic studies have been done exploring the whole light ion concentration range ( $0\% \leq \alpha \leq 100\%$ ). Aside from this academic interest, the ion waves can also be used as a diagnostic for determining the light ion concentration in a plasma.

In Section 3, measurements of the acoustic wave structure in an He–Ar mixture will be presented. The experimental device will be described in Section 2. Preliminary results will be discussed in the last section.

<sup>1)</sup> An experimental study of ion waves in a two-component plasma by Nakamura et al. [4] has been presented simultaneously with our work at the Second International Congress on Waves and Instabilities in Plasmas (Innsbruck, 1975).

## 2. The Experimental Device

The experiments have been carried in a large volume of magnetically confined plasma. Details of the device, called a plasma box, have been described in an earlier paper [5]. The electron temperature was around 1 eV and the ion temperature .09 eV ( $\theta = T_e/T_i = 9$ ). The neutral gas pressures were below  $2 \cdot 10^{-4}$  Torr for Argon and  $10^{-3}$  Torr for Helium. The plasma density was found to be around  $10^9 \text{ cm}^{-3}$ .

The plasma box has been transformed in a DP device [6] by electrically insulating one part of the plasma from the other. An oscillating voltage applied to the driver plasma excites efficiently plane ion acoustic waves. The detection has been done using a standard interferometric method (Fig. 1).

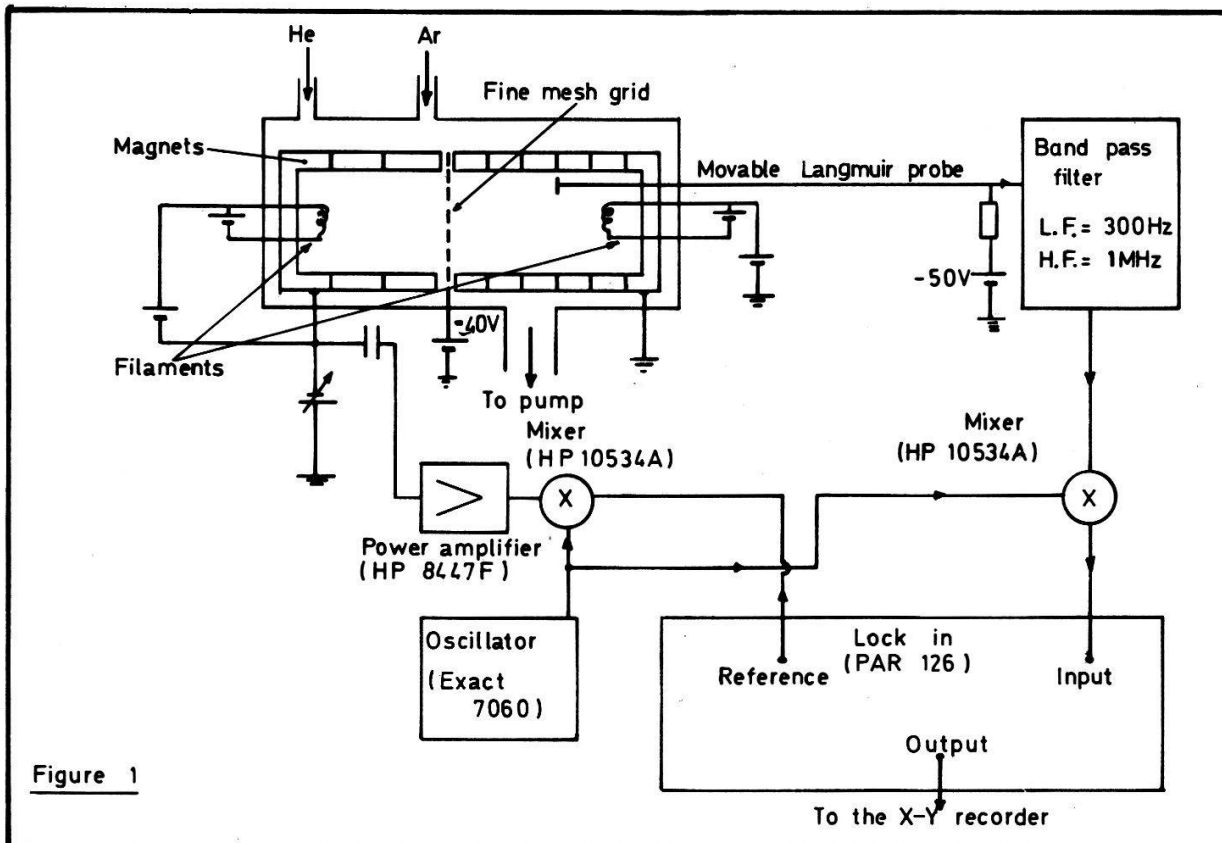


Figure 1

Figure 1  
The experimental device.

The Helium and the Argon were introduced by two separate inlets, thus allowing a relatively simple measurement of partial pressure. The light ion concentration was then deduced from the calibration curves of the plasma density in dependence of pure Ar or pure He pressure.

## 3. The Wave Structure

The wave structure has been measured for relatively low frequency ( $\nu \leq 400$  kHz) thus avoiding all dispersive effects. With increasing light ion concentration from  $\alpha = 0\%$  to  $\alpha = 100\%$ , three types of wave structure can be distinguished (Fig. 2):

- For  $0\% \leq \alpha \lesssim 5\%$ , light ions affect strongly the damping rate, without perturbing the phase velocity.

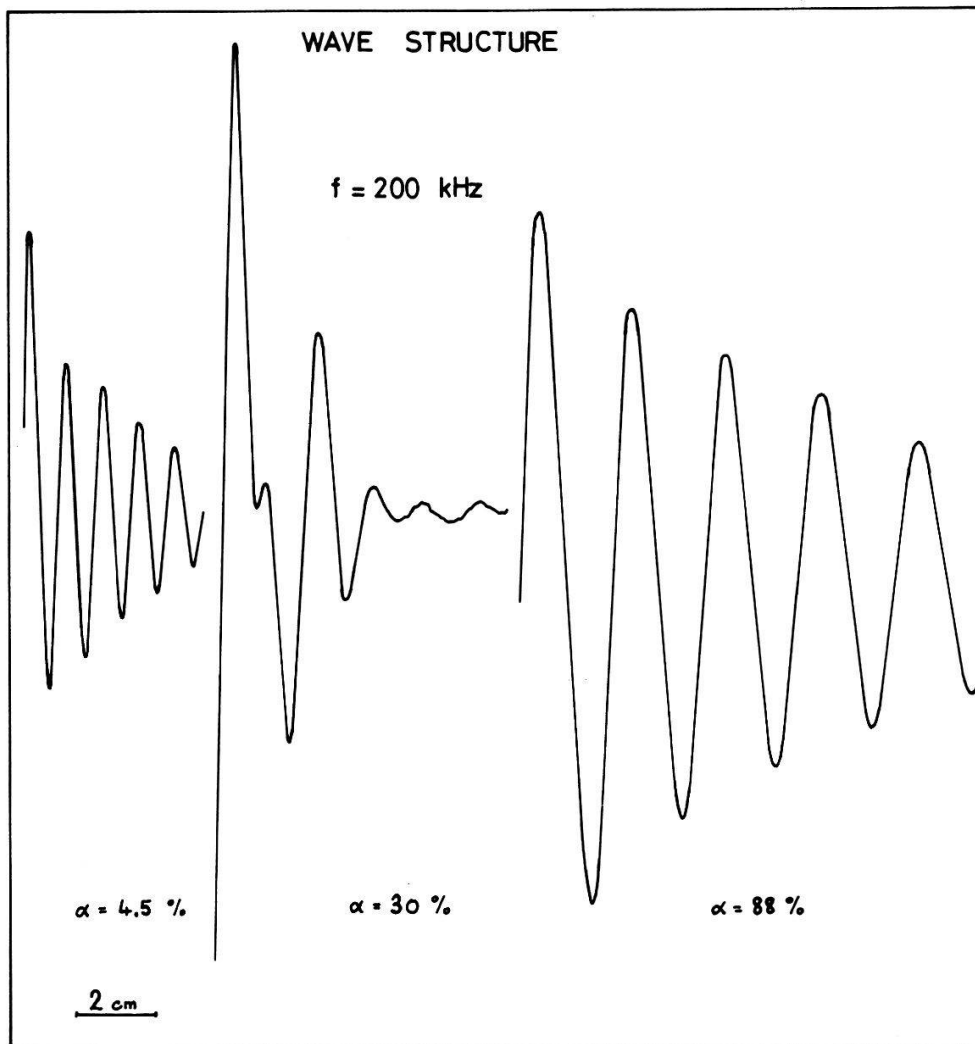


Figure 2

Wave patterns for different light ion concentrations. The relative amplitude of the wave is arbitrary. The light ion concentration was deduced from the partial pressure of neutral gases.

- In the concentration range  $5\% \lesssim \alpha \lesssim 35\%$ , the wave structure results from the beating of two waves. However, these waves have not yet been identified.
- Finally, above  $35\%$  the Helium mode dominates. The phase velocity of the wave increases with the concentration and, consequently, the Landau damping decreases. Physically, the presence of Argon ions introduces a reduced ion mass  $m_{\text{Re}} = m_{\text{Ar}}/[1 - \alpha + \alpha(m_{\text{Ar}}/m_{\text{He}})] \geq m_{\text{He}}$ , which modifies the phase velocity.

From the measurements for  $\alpha = 0\%$  (pure Argon plasma) and  $\alpha = 100\%$  (pure Helium plasma), the ion temperature  $T_i$  is found to be approximately constant ( $kT_i \simeq .09 \text{ eV} - .08 \text{ eV}$ ). In the case of a mixture, the following realistic assumptions are made:

- $T_i$  is the same for both species as the ion energy equipartition time ( $\tau_E = 60 \mu\text{s}$ ) is less than the plasma confinement time ( $\tau_c = 200 \mu\text{s}$ ).
- The ion temperature  $T_i$  does not change with the mixture. On the other hand, no such assumption can be made for the electron temperature. To obtain high He concentration the neutral pressure has to be high ( $\simeq 5 \cdot 10^{-4}$  to  $10^{-3}$  Torr) and  $T_e$  falls down.

Using these assumptions, the best fit value of  $\theta = T_e/T_i$  is found to be 8 for high He concentration ( $\alpha \gtrsim 65\%$ ) and 9 for the other range (Figs. 3 and 4).

The fitting between theoretical curves and experimental points is fairly good for  $\alpha > 30\%$ . For the other branch ( $\alpha \lesssim 5\%$ ), the errors on  $\alpha$  were estimated to be as high as 5%: to get a small concentration of He, a very low partial pressure of He is needed. At these pressures, no direct measurement of the density can be made and extrapolation has been used to find the answer.

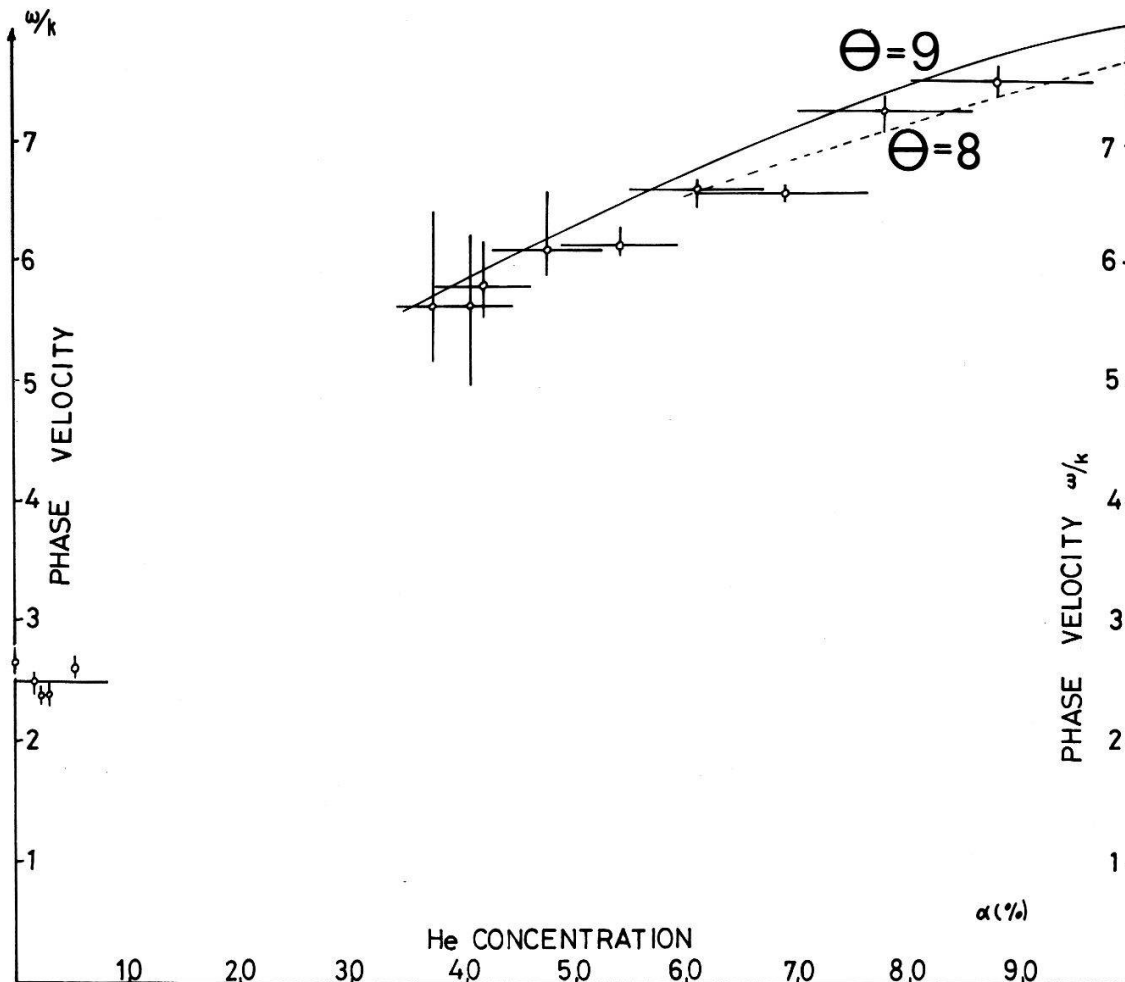


Figure 3

Variation of the phase velocity  $\omega/k$  in dependence of the concentration.  $\omega/k$  has been normalized to  $\sqrt{2kT_i/m_{Ar}}$ . The continuous and dashed lines are theoretical curves corresponding respectively to  $\theta = 9$  and  $\theta = 8$ .

#### 4. Conclusion

Our preliminary results of ion acoustic wave propagation confirm the theoretical predictions with fairly good agreement. It has been clearly shown that both phase velocity and damping rate depends strongly on impurities. Conversely, in the concentration ranges where only one mode propagates, the measurement of the damping rate and phase velocity provides an easy way of determining the light ion concentration.

Aside from laboratory plasma, this study is also connected with ionospheric research [4], where the plasma is always a multi-ion one. The physics of multi-ion plasma waves has to be understood. Ion waves, one of the most fundamental modes in a plasma, is the first step in such a study.

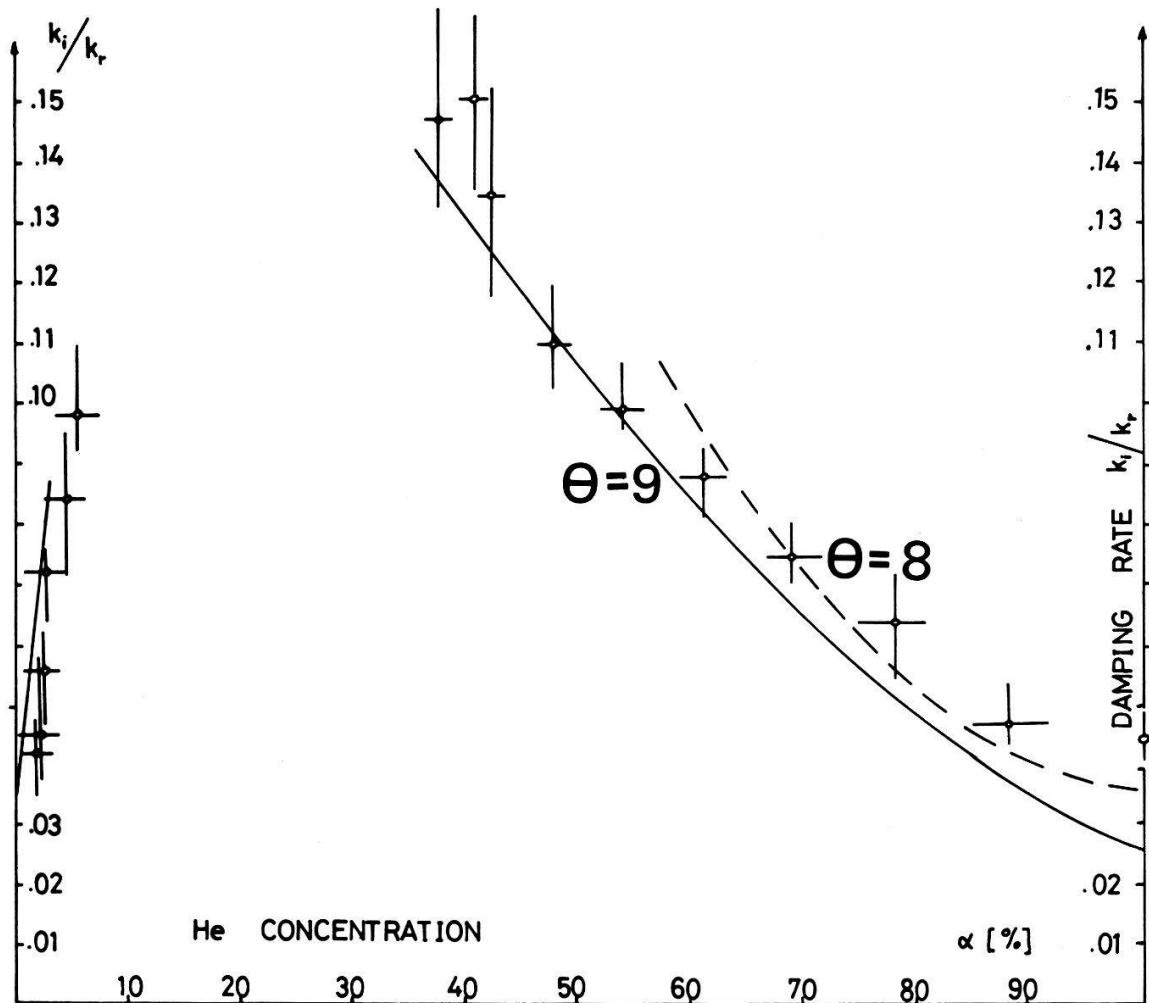


Figure 4

Variation of the damping rate  $k_i/k_r$  in dependence of the concentration. The continuous and dashed lines are theoretical curves.

### Acknowledgments

Stimulating discussions with Doctor M. Bitter, Mr. P. Paris and Professor E. S. Weibel were greatly appreciated. We would like to acknowledge the technical assistance of Mr. H. Ripper in the maintenance of the device. This work has been supported by the Swiss National Science Foundation.

### References

- [1] B. D. FRIED et al., *Phys. Fluids* 14, 2388 (1971).
- [2] M. Q. TRAN and S. COQUERAND. To be published in the Proceedings of the Spring Meeting of the Swiss Physical Society.
- [3] A. I. HIROSE et al., *Phys. Fluids* 13, 1290 (1970).
- [4] M. NAKAMURA et al. Private communication. M. NAKAMURA et al. Contributed paper of the 'Second International Congress on Waves and Instabilities on Plasma', Innsbrück, 1975.
- [5] P. J. HIRT and M. Q. TRAN, *Helv. Phys. Acta* 47, 473 (1974).
- [6] R. J. TAYLOR et al., *Rev. Sci. Instr.* 43, 1675 (1972).

### **Solares Tritium in Mondproben**

VON M. WAHLEN, F. NIEDERER und J. GEISS  
(Physikalisches Institut, Universität Bern)

An einem von der Apollo-15 Mission zurückgebrachten Mondstein wurden mit einem speziell entwickelten Verfahren einige Schichten von *ca.* 1 mm Dicke von der Oberfläche abgetragen, und darin die Tritiumaktivität und der Edelgasgehalt gemessen. Aus den Messungen dieser Tiefenprofile kann ein Wert, bzw. eine obere Grenze für den Fluss energiereicher Tritonen abgeschätzt werden (kinetische Energie 10–100 MeV), die in Sonnenflecken produziert werden. Die Resultate werden mit früheren Tritiummessungen an Mondmaterial und mit den auf Satelliten gemessenen Flüssen energetischer  $^3\text{H}$ - und  $^3\text{He}$ -Teilchen verglichen.

### **Die Verteilung von K und Cl im Apollo 17 'orange soil'**

VON A. STETTLER, P. EBERHARDT, J. GEISS, N. GRÖGLER und P. MAURER  
(Physikalisches Institut, Universität Bern)

Die Anwendung der  $\text{Ar}^{39}$ – $\text{Ar}^{40}$ -Methode auf Korngrößenfraktionen der exotischen Apollo-17-Probe 'orange soil' ermöglichte es, den Zeitpunkt der Abkühlung ( $3,70 \times 10^9$  a) und das Strahlungsalter ( $30 \times 10^6$  a) der Glaskugeln zu bestimmen. Gleichzeitig ergab das Ausgasungsverhalten der im Reaktor durch die Reaktionen  $\text{K}^{39}(n,p)\text{Ar}^{39}$  und  $\text{Cl}^{37}(n,\gamma\beta)\text{Ar}^{38}$  erzeugten Isotope Hinweise darauf, dass die flüchtigen Elemente K und Cl in den äussersten Schichten der Körner deutlich angereichert sind. Eine mögliche Interpretation hierfür ist, dass diese Elemente aus einer heissen Atmosphäre stammen, welche an den bereits abgekühlten Glaskugeln kondensierte. Als Quelle dieser Atmosphäre kommen vulkanische Aktivität oder Verdampfungsprozesse bei Meteoriteneinschlägen in Frage. Die stufenweise Extraktion ergab ferner für  $\text{Ar}^{39}$  und  $\text{Ar}^{37}$  Aktivierungsenergien von 44 und .57 kcal/Mol im Temperaturbereich 700–1000°C. Das Glas verhält sich somit gegenüber thermischer Diffusion im Kristall ebenso retentiv wie lunarer Anorthosit und irdischer Anorthit.

### **Analyse des Fission Xe in Mondgestein zur Untersuchung der Frühgeschichte des Mondes**

VON M. MÖRGELI, P. EBERHARDT, O. EUGSTER, J. GEISS und N. GRÖGLER  
(Physikalisches Institut, Universität Bern)

Informationen über die Frühgeschichte des Mondes in der Zeitspanne zwischen dem Ende der Kernsynthese und der Verfestigung der Mondkruste können durch das Studium der Edelgastochterprodukte von heute zerfallenen radioaktiven Isotopen ( $\text{Pu}^{244}$ ,  $\text{I}^{129}$ ) erhalten werden. Wir haben in der Apollo-14-Breckzie 14305 eine Fissionkomponente nachgewiesen, die vermutlich dem Zerfall von  $\text{Pu}^{244}$  (Halbwertszeit 82

Millionen Jahre) zugeschrieben werden muss. Die Breckzie wurde in mehrere Strukturelemente aufgeteilt, um festzustellen, ob ein Teil des Gesteinsmaterials zur Zeit der Bildung des Mondes entstand und somit das Fission Xe 'in situ' speichern konnte, oder ob andere Einbaumechanismen für das Fission Xe verantwortlich waren. Die Ergebnisse der ersten Analysen sollen diskutiert werden.

(Forschung unterstützt durch den Schweizerischen Nationalfonds.)

### **Ist unser Sonnensystem gut durchmischt?**

VON P. EBERHARDT

(Enrico Fermi Institute, University of Chicago und Physikalisches Institut, Universität Bern)

Aus dem kohligen Chondriten Orgueil konnte eine Phase abgetrennt werden, die eine exotische Neon-Komponente (Neon-E) enthält. Dieses Neon-E ist durch ein gegenüber Luft um mindestens einen Faktor 6 kleineres  $\text{Ne}^{20}/\text{Ne}^{22}$ -Isotopenverhältnis charakterisiert (bei ungefähr atmosphärischem  $\text{Ne}^{21}/\text{Ne}^{22}$ -Verhältnis). Neon-E kann nicht durch in situ Spallationsreaktionen oder Kernprozesse entstanden sein; jedoch kann es während der Elementsynthese beim explosiven Verbrennen von CNO-Schichten gebildet werden. Vermutlich besteht deshalb diese Neon-E-reiche Phase im Meteoriten Orgueil aus interstellaren Körnern, die bei der Bildung des Sonnensystems nicht vollständig mit dem übrigen Material homogenisiert wurden.

### **Transport of Minor Mesospheric Constituents During Winter Days of High Ionospheric Absorption**

M. HIDALGO, P. ZBINDEN, P. EBERHARDT and J. GEISS

(Physikalisches Institut, University of Bern)

The ion composition in the altitude range of 70–150 km was measured with a rocket-borne mass spectrometer during a winter day of high ionospheric absorption. Our data represent the first ion composition measurements during such conditions and show some remarkable deviations from typical D-region conditions.  $\text{H}^+(\text{H}_2\text{O})_2$  is the major ion only up to 77 km. At 80 km altitude the  $\text{NO}^+$  concentration exceeds the total water cluster ion density by almost two orders of magnitude. An increase of the mesospheric NO,  $\text{O}_3$  and O concentrations as well as the O/ $\text{H}_2\text{O}$  ratio could explain the observed ion profiles. The low  $\text{NO}^+/\text{O}_2^+$  ratios of  $\sim 1$  measured in the E-region are in agreement with a strong downward transport of NO and/or O into the mesosphere during the launch day. A simple four-ion model was used to interpret our D-region data. The calculated neutral NO concentration increases from about  $2.7 \times 10^7 \text{ cm}^{-3}$  at 85 km to  $10^8 \text{ cm}^{-3}$  at 80 km. Evidence for an increased  $\text{O}_2^+$  production rate above 83 km was found, probably due to an enhanced  $\text{O}_3$  concentration. We conclude that our data strongly support vertical transport processes of minor neutral constituents as cause of the winter anomaly.

(Research supported by the Swiss National Science Foundation.)

## Sonnenwindionen in der Erdmagnetosphäre

von F. BÜHLER

(Physikalisches Institut, Universität Bern)

und W. I. AXFORD, H. J. A. CHIVERS und K. MARTI

(University of California, San Diego)

Ein einfaches Experiment hat gezeigt, dass Ionen aus dem Sonnenwind trotz der schützenden Magnethülle bis in die Erdatmosphäre gelangen können.

Zwischen 160 und 220 km Höhe wurden während wenigen Minuten dünne Metallfolien der Partikelstrahlung in einem starken Nordlicht ausgesetzt. In den zurückgebrachten Folien konnten die eingefangenen Helium-Atome massenspektrometrisch nachgewiesen werden. Das gemessene Isotopenverhältnis  $\text{He}^3:\text{He}^4$  war *ca.* 250 Mal grösser als im Helium der Erdatmosphäre und stimmte praktisch mit dem im Sonnenwind gemessenen Verhältnis überein.

Aus der Tatsache, dass die Aurorateilchen aus dem Sonnenwind stammen, folgt nach einigen Abschätzungen, dass ein Grossteil des  $\text{He}^3$  der Erdatmosphäre solarer Herkunft ist.

## Zur Luftdruckkorrektur der Neutronenmonitorregistrierungen der Kosmischen Strahlung auf Jungfraujoch

von R. MINI, H. DEBRUNNER und E. FLÜCKIGER

(Physikalisches Institut der Universität Bern)

### 1. Einleitung

Seit dem Internationalen Geophysikalischen Jahr 1957/58 wird ein weltweites Netz von Neutronenmonitorstationen zur Registrierung der kosmischen Strahlungsintensität betrieben. Aus den entsprechenden Messungen ist es möglich, Einblick in die elektromagnetischen Verhältnisse im innern Sonnensystem sowie in die Wechselwirkungen Sonnenwind – kosmische Strahlung einerseits und Sonnenwind – Magnetosphäre – kosmische Strahlung andererseits zu gewinnen. Diese Analysen bedingen jedoch, dass die Messresultate vorerst auf konstante atmosphärische Bedingungen umgerechnet werden. Für die Registrierungen des IGY-Neutronenmonitors [1] besteht diese Umrechnung im wesentlichen aus einer Barometerkorrektur. Hierzu wird die Luftdruckabhängigkeit der kosmischen Strahlungsintensität meistens durch ein Exponentialgesetz beschrieben

$$N(p + \Delta p) = N(p) \exp \{-\alpha \Delta p\}$$

mit

$N$ : Zählrate

$p$ : Luftdruck

$\alpha$ : Barometerkoeffizient



Dabei ist der Barometerkoeffizient  $\alpha$  von der Höhenlage und den geomagnetischen Koordinaten der Messstation sowie vom Energiespektrum der primären kosmischen Strahlung abhängig. Deshalb muss dieser Parameter für jede Beobachtungsstation im Laufe des Sonnenzyklus periodisch neu bestimmt werden.

## 2. Verschiedene Berechnungsmethoden und ihre Ergebnisse

Die einfachste Methode zur Bestimmung des Barometerkoeffizienten besteht in der gebräuchlichen linearen Regressionsrechnung für den Logarithmus der Zählrate in Abhängigkeit des Luftdruckes. Wird diese Rechnung jeweils mit den gesamten Messdaten eines Monats des IGY-Neutronenmonitors auf Jungfrauoch durchgeführt, ergibt sich für die Jahre 1973 und 1974

$$\begin{aligned}\bar{\alpha}_{1973} &= 0,911 \pm 0,004 \text{ \%}/\text{mm Hg} \\ \bar{\alpha}_{1974} &= 0,957 \pm 0,005 \text{ \%}/\text{mm Hg}\end{aligned}$$

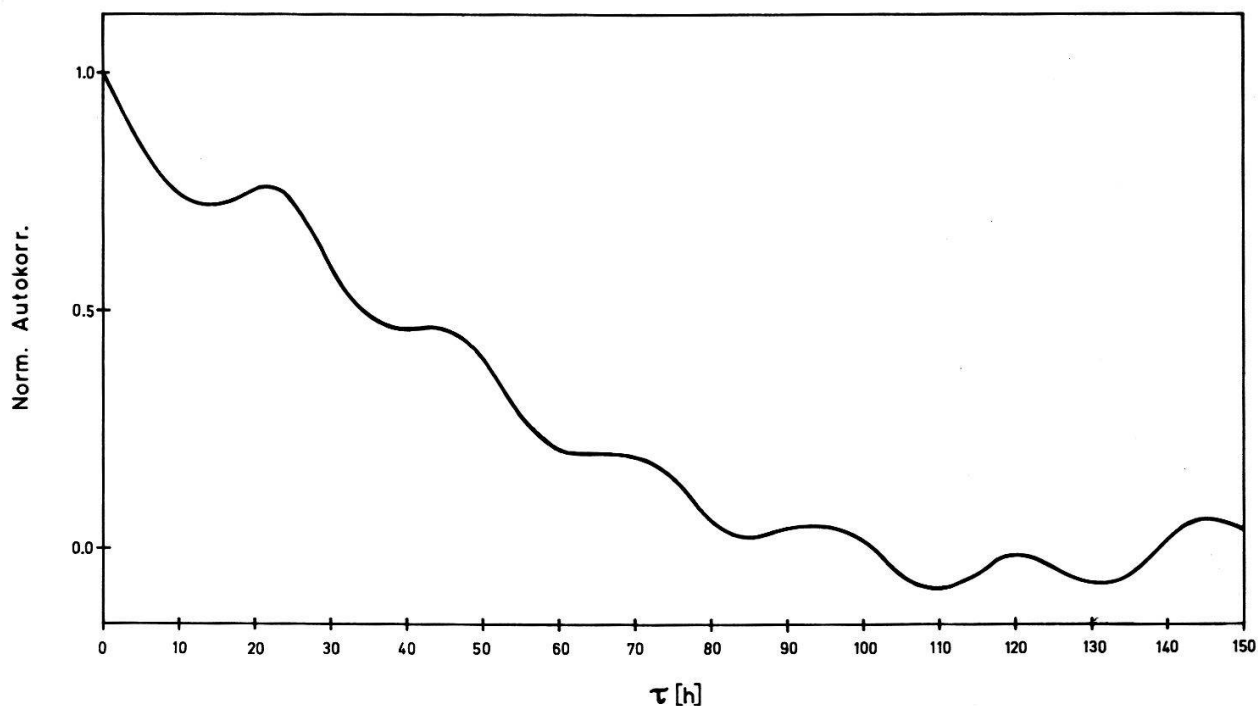
Die beiden Resultate unterscheiden sich signifikant. Dabei lässt sich der grosse Unterschied nur durch Unzulänglichkeiten der Berechnungsmethode erklären. Die einfache lineare Regressionsrechnung setzt nämlich voraus, dass die gemessenen Zählraten stochastische Grössen sind und dass die resultierenden Residuen somit keine Erhaltungsneigung aufweisen. Diese Bedingung ist aber wegen den zeitlichen Variationen der primären kosmischen Strahlung sowie wegen apparativen Schwankungen nur schlecht erfüllt. Ein Mass für die Erhaltungsneigung der Residuen ist durch deren Autokorrelationsfunktion gegeben

$$K(\tau) = \frac{C(\xi = \tau)}{C(\xi = 0)}$$

mit

$$C(\xi) = \frac{1}{T - \xi} \int_{t_0}^{t_0 + T - \xi} [r(t) - \bar{r}] [r(t + \xi) - \bar{r}] dt$$

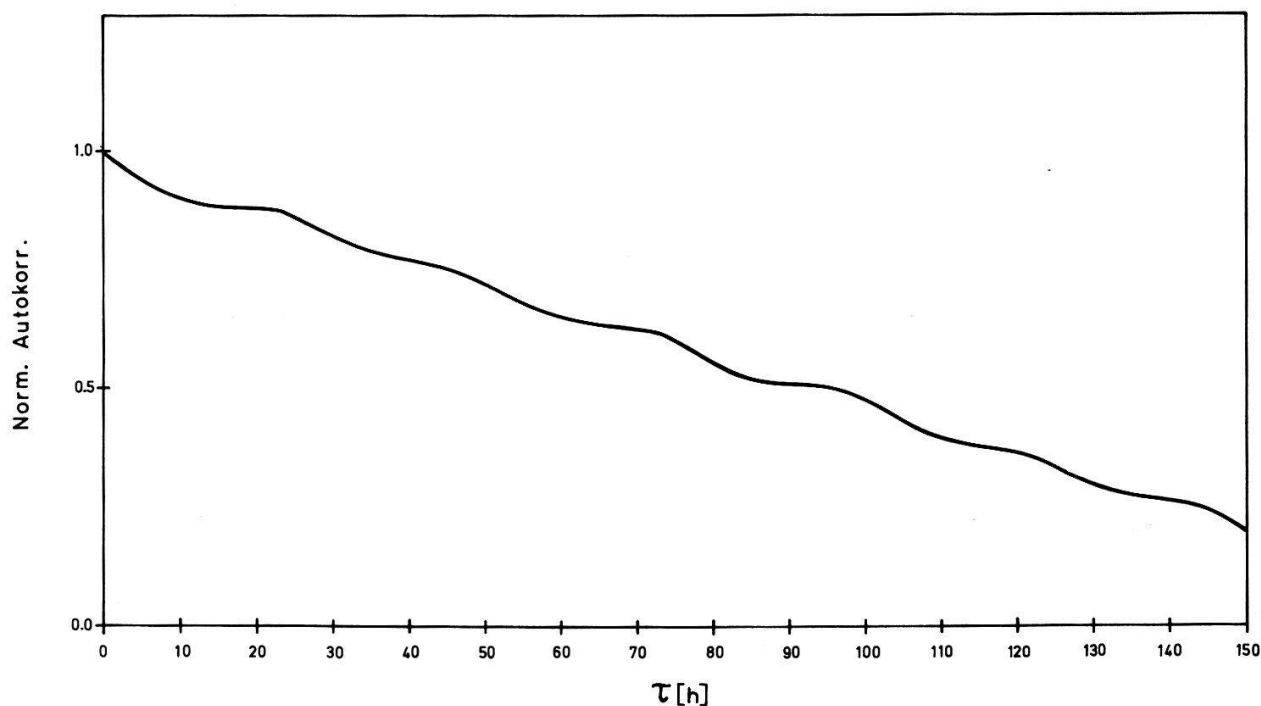
In den Figuren 1–3 sind als Beispiele die Autokorrelationsfunktionen für die Monate Juni, Februar und März 1973 dargestellt. Der Monat Juni 1973 (Figur 1) entspricht in Bezug auf Schwankungen der primären kosmischen Strahlungsintensität sowie in Bezug auf apparative Schwankungen durchschnittlichen Verhältnissen. Für die resultierenden Residuen ergibt sich dann eine Erhaltungsneigung über grössenordnungsmässig drei Tage. Die 24-Stundenperiodizität der Primärstrahlung manifestiert sich durch Maxima bei  $\tau = n \cdot 24 \text{ h}$ ,  $n = 1, 2, \dots$ . Aus Figur 2 ist der Einfluss starker säkularer Primärschwankungen ersichtlich. Am 17.2.1973 begann ein Forbush decrease, und die kosmische Strahlungsintensität blieb bis zum Monatsende um durchschnittlich 3,7% unter dem Intensitätsmittel der ersten Monatshälfte. Entsprechend ergibt sich eine Erhaltungsneigung der Residuen von über sechs Tagen. Auch wird der Einfluss der Tagesperiodizität auf die Autokorrelationsfunktion fast vollständig unterdrückt. In Figur 3 ist am Beispiel des Monats März 1973 die Autokorrelationsfunktion für eine Zeitspanne mit minimalen säkularen Schwankungen der kosmischen Primärstrahlung wiedergegeben. Hier manifestiert sich hauptsächlich der Einfluss des Tagesganges der kosmischen Strahlung. Eine Erhaltungsneigung der Residuen



Figur 1

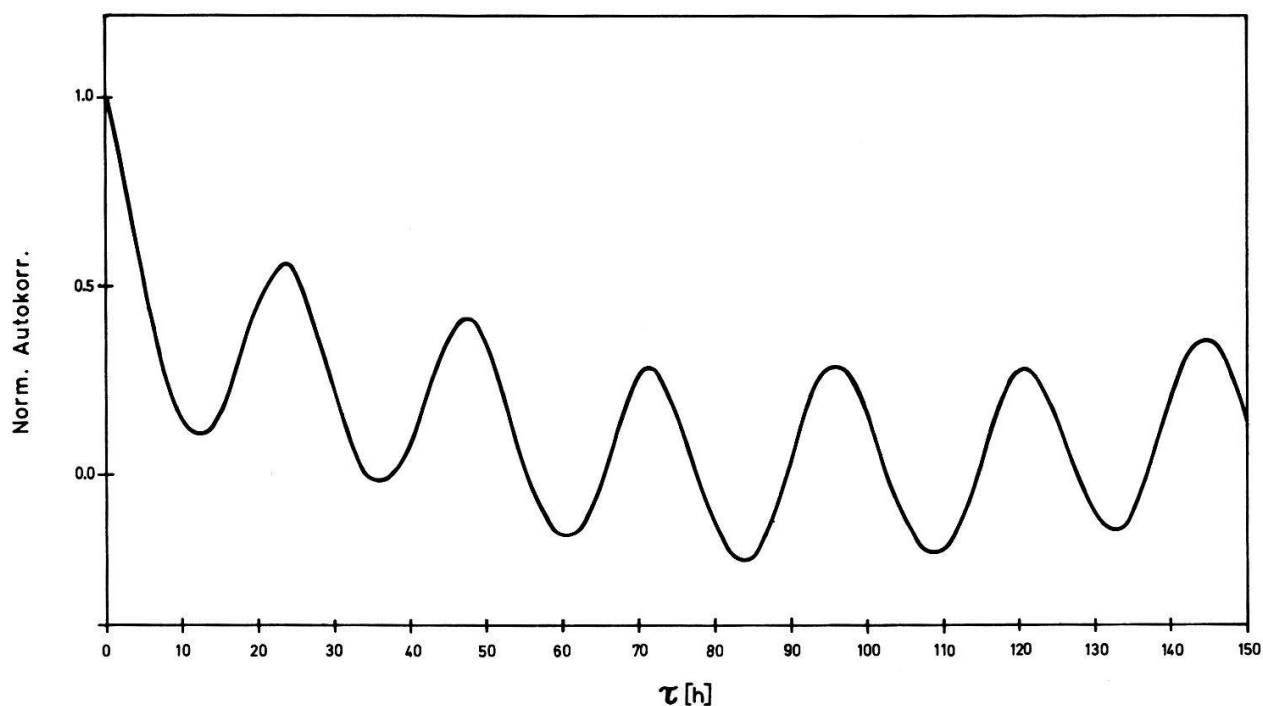
Normierte Autokorrelationsfunktion der Residuen aus der einfachen linearen Regressionsrechnung zur Bestimmung der Barometerkoeffizienten für einen Monat mit durchschnittlichen Schwankungen der kosmischen Primärstrahlung und der apparativen Parameter (Juni 1973).

wegen langzeitigen Veränderungen der kosmischen Primärstrahlung und apparativer Parameter erstreckt sich über weniger als zwei Tage. Zum Vergleich ist in Figur 4 die Autokorrelationsfunktion der im Monat März 1973 aufgetretenen, aber in statistischer Reihenfolge verteilten Residuen aufgezeichnet. Die Erhaltungsneigung der Residuen



Figur 2

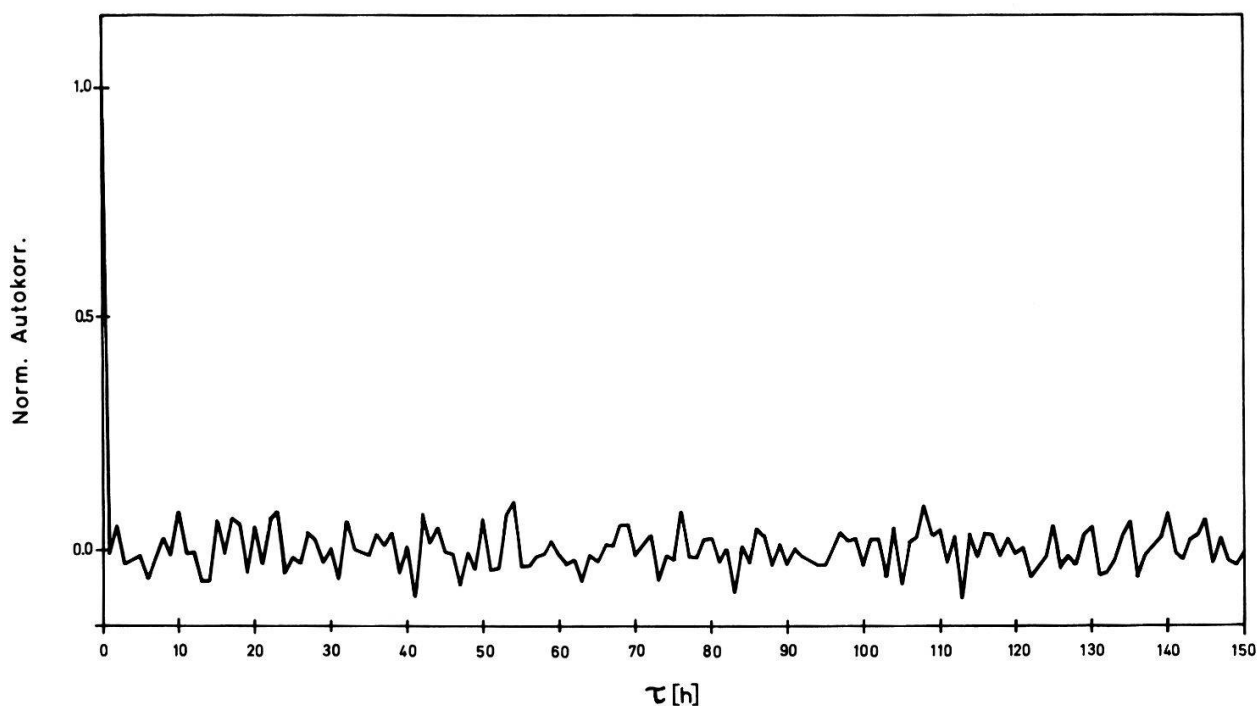
Normierte Autokorrelationsfunktion der Residuen aus der einfachen linearen Regressionsrechnung zur Bestimmung der Barometerkoeffizienten für einen Monat mit ausgeprägten säkularen Primärschwankungen (Februar 1973).



Figur 3

Normierte Autokorrelationsfunktion der Residuen aus der einfachen linearen Regressionsrechnung zur Bestimmung der Barometerkoeffizienten für einen Monat mit minimalen säkularen Schwankungen der kosmischen Primärstrahlung (März 1973).

der kosmischen Strahlungsdaten bedeutet nun, dass der effektive Freiheitsgrad der Messwerte eines Beobachtungsintervalls um mindestens eine Größenordnung kleiner ist als bei einer entsprechenden Stichprobe mit stochastischen Grössen. Dadurch wird bei der erwähnten Regressionsrechnung die Varianz des Barometerkoeffizienten



Figur 4

Normierte Autokorrelationsfunktion der Residuen aus der einfachen linearen Regressionsrechnung zur Bestimmung der Barometerkoeffizienten für einen Monat mit simulierten unkorrelierten Messdaten.

Tabelle I

Mittlere jährliche Barometerkoeffizienten des IGY-Neutronenmonitors auf Jungfrauoch, berechnet auf Grund ausgewählter Beobachtungsintervalle

	arithm. Mittelung	gew. Mittelung
1973	$\bar{\alpha} = 0,952 \pm 0,011 \text{ \%/mm Hg}$	$\bar{\alpha} = 0,960 \pm 0,007 \text{ \%/mm Hg}$
1974	$\bar{\alpha} = 0,963 \pm 0,011 \text{ \%/mm Hg}$	$\bar{\alpha} = 0,975 \pm 0,007 \text{ \%/mm Hg}$

stark unterschätzt. Zusätzlich kann der Barometerkoeffizient selbst mit einem systematischen Fehler behaftet sein.

Eine weitere Analysemethode besteht darin, dass aus einer Beobachtungsperiode kurze Intervalle mit grossen Luftdruckschwankungen herausgesucht werden, in denen sich die primäre kosmische Strahlungsintensität sowie die apparativen Parameter nur wenig verändert haben. Für jedes dieser Intervalle wird dann mittels einfacher linearer Regression der Barometerkoeffizient berechnet. Durch arithmetische oder gewichtete Mittelung und gewöhnliche Fehlerrechnung wird aus diesen Resultaten schliesslich der Barometerkoeffizient der ganzen Beobachtungsperiode bestimmt, wobei für die gewogene Mittelung jeweils der Reziprokwert der Varianz als Gewicht verwendet wird. Die auf diese Weise für den Neutronenmonitor auf Jungfrauoch ermittelten Barometerkoeffizienten der Jahre 1973 und 1974 sind in Tabelle I zusammengestellt. Im Gegensatz zu den Resultaten der einfachsten Berechnungsmethode sind hier die Werte miteinander verträglich. Der Nachteil dieser Methode ist aber, dass die berechneten Barometerkoeffizienten und ihre Fehler wesentlich von den Kriterien zur Auswahl der Intervalle abhängig sind.

Der Erhaltungsneigung kosmischer Strahlungsmessungen, insbesondere derjenigen, die durch die 24-Stundenperiodizität der Primärstrahlung verursacht wird, kann mindestens teilweise Rechnung getragen werden, indem aus den Zählraten und Luftdruckdaten einer Beobachtungsperiode Stichproben von Elementen gebildet werden, deren Beobachtungszeiten um je 48 Stunden auseinander liegen. Für jede Stichprobe kann dann die einfache lineare Regressionsrechnung durchgeführt werden. Die mit dieser Methode für die Jahre 1973 und 1974 erzielten Resultate sind in den beiden ersten Kolonnen der Tabelle II aufgeführt. Dabei wurde einmal aus den 576 Werten eines Jahres, die sich aus den 48 Stichproben der 12 Monate ergeben, das arithmetische Mittel gebildet und die gewöhnliche Fehlerrechnung ausgeführt. Weiter wurden die Jahreswerte auch durch arithmetische Mittelung der 48 Teilresultate eines jeden Monats und anschliessende gewogene Mittelung über das Jahr berechnet. Die

Tabelle II

Mittlere jährliche Barometerkoeffizienten des IGY-Neutronenmonitors auf Jungfrauoch, berechnet auf Grund ausgewählter Stichproben (Beschreibung siehe Text)

	$\bar{\alpha} [\text{ \%/mm Hg}]$			
	einfache lineare Regression		Regression der fortlaufenden Differenzen	
	arithm. Mittelung	gew. Mittelung	arithm. Mittelung	gew. Mittelung
1973	$0,955 \pm 0,007$	$0,945 \pm 0,008$	$0,958 \pm 0,015$	$0,940 \pm 0,014$
1974	$0,962 \pm 0,011$	$0,956 \pm 0,009$	$0,956 \pm 0,010$	$0,965 \pm 0,013$

Auswirkungen längerfristiger Erhaltungsneigungen können zusätzlich vermindert werden, indem die 48 Stichproben einer Beobachtungsperiode nicht auf Grund der einfachen linearen Regression ihrer Elemente, sondern der fortlaufenden Differenzen der Elemente analysiert werden. Die entsprechenden mittleren Barometerkoeffizienten der Jahre 1973 und 1974 sowie ihre Fehler sind in den Kolonnen drei und vier der Tabelle II festgehalten. Diese Werte sind unter sich verträglich und stimmen innerhalb der Fehlergrenzen auch mit den Ergebnissen in den beiden ersten Kolonnen der gleichen Tabelle sowie mit den Resultaten in Tabelle I überein.

Es zeigt sich deshalb, dass der mittlere Barometerkoeffizient einer Beobachtungsperiode durch die auf das gesamte Datenmaterial angewandte einfache lineare Regression nur unzuverlässig bestimmt werden kann. Um die für die Interpretation kosmischer Strahlungsdaten erforderliche Genauigkeit der Luftdruckkorrektur zu erreichen, müssen anspruchsvollere Analysen ausgeführt werden. Die sechs hier diskutierten Verfahren liefern bei den numerischen Auswertungen für die Jahre 1973 und 1974 gleichwertige Resultate und erlauben, den mittleren jährlichen Barometerkoeffizienten des Neutronenmonitors auf Jungfrauoch mit einer Genauigkeit von  $\sim 1\%$  festzuhalten.

### Verdankungen

Wir danken Frau Th. Véron für die Reinschrift des Manuskriptes und die saubere Ausführung der Zeichnungen. Die Arbeit wurde durch den Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung, Kredite NF 2.724.72 und NF 2.073.73, unterstützt.

### Literatur

[1] J. A. SIMPSON, Special Report, Institute for Nuclear Studies, University of Chicago, 1955.

## Zur Analyse von Okkultationsmessungen in der Röntgenastronomie

VON E. BORN, H. DEBRUNNER und E. FLÜCKIGER

(Physikalisches Institut der Universität Bern)

### 1. Einleitung

Im Rahmen des Forschungsprogramms der ESRO (European Space Research Organisation) ist für Ende 1979 der Start des Satelliten EXOSAT (European X-ray Observatory Satellite) vorgesehen. Dieser Satellit wird eine stark exzentrische, polare Erdumlaufbahn aufweisen und wird es ermöglichen, Röntgenquellen ausserhalb der Ekliptik mit Hilfe der Mondokkultationstechnik zu lokalisieren.

Im Energiebereich  $E_x \gtrsim 2$  keV können mit den heutigen Detektoren die Positionen kosmischer Röntgenquellen mit Genauigkeiten von  $\gtrsim 1'$  bestimmt werden. Für sichere Identifikationen mit optischen Objekten oder Radioquellen sind jedoch oft Positionsangaben im Bogensekundenbereich erforderlich. Solche Messgenauigkeiten lassen sich zur Zeit nur mit Hilfe der Mondokkultationstechnik erreichen. Dabei wird die Genauigkeit der Positionsmessungen für starke Quellen namentlich durch die Fehler in den Lagekoordinaten des Satelliten und des okkultierenden Mondrandes



bestimmt. Für schwache Quellen dagegen ist die Zählratenstatistik die limitierende Grösse.

Im folgenden wird nun die Analyse von Okkultationen schwacher Punktquellen konstanter Intensität diskutiert.

## 2. Bestimmung der Okkultationszeit

Theoretische Betrachtungen und die Untersuchung simulierter Okkultationsmessungen haben ergeben, dass die Okkultationszeit am zweckmässigsten durch eine  $\chi^2$ -Analyse der Messresultate und hypothetischer mittlerer Okkultationsdaten bestimmt wird.

Zur Illustration dieses Verfahrens wird die in Figur 1 dargestellte Simulation verwendet, welcher die folgenden Parameter zu Grunde liegen:

Mittlere Zählrate vor der Okkultation:  $\mu_1 = 71.5$  cps

Mittlere Zählrate nach der Okkultation:  $\mu_2 = 70.0$  cps

Okkultationszeit:  $t_0 = 1700$  s

Dauer der Messintervalle:  $T = 5$  s

Zur Bestimmung der Okkultationszeit wird nun ein Zeitintervall  $[t_1, t_2]$  festgelegt, das den Okkultationszeitpunkt  $t_0$  sicher enthält. In diesem Zeitintervall wird dann eine Stufenfunktion

$$f(t, t_{0H}) = \begin{cases} \hat{\mu}_1, & t_1 \leq t \leq t_{0H} \\ \hat{\mu}_2, & t_{0H} < t \leq t_2 \end{cases} \quad (1)$$

festgelegt, wobei  $\hat{\mu}_1$  und  $\hat{\mu}_2$  die aus den Messungen ausserhalb des Intervalls  $[t_1, t_2]$  gewonnenen Schätzwerte der Zählraten  $\mu_1$  und  $\mu_2$  bezeichnen. Für den Vergleich dieser hypothetischen Okkultationsdaten mit den Messwerten wird darauf gemäss dem  $\chi^2$ -Testverfahren die Wahrscheinlichkeit

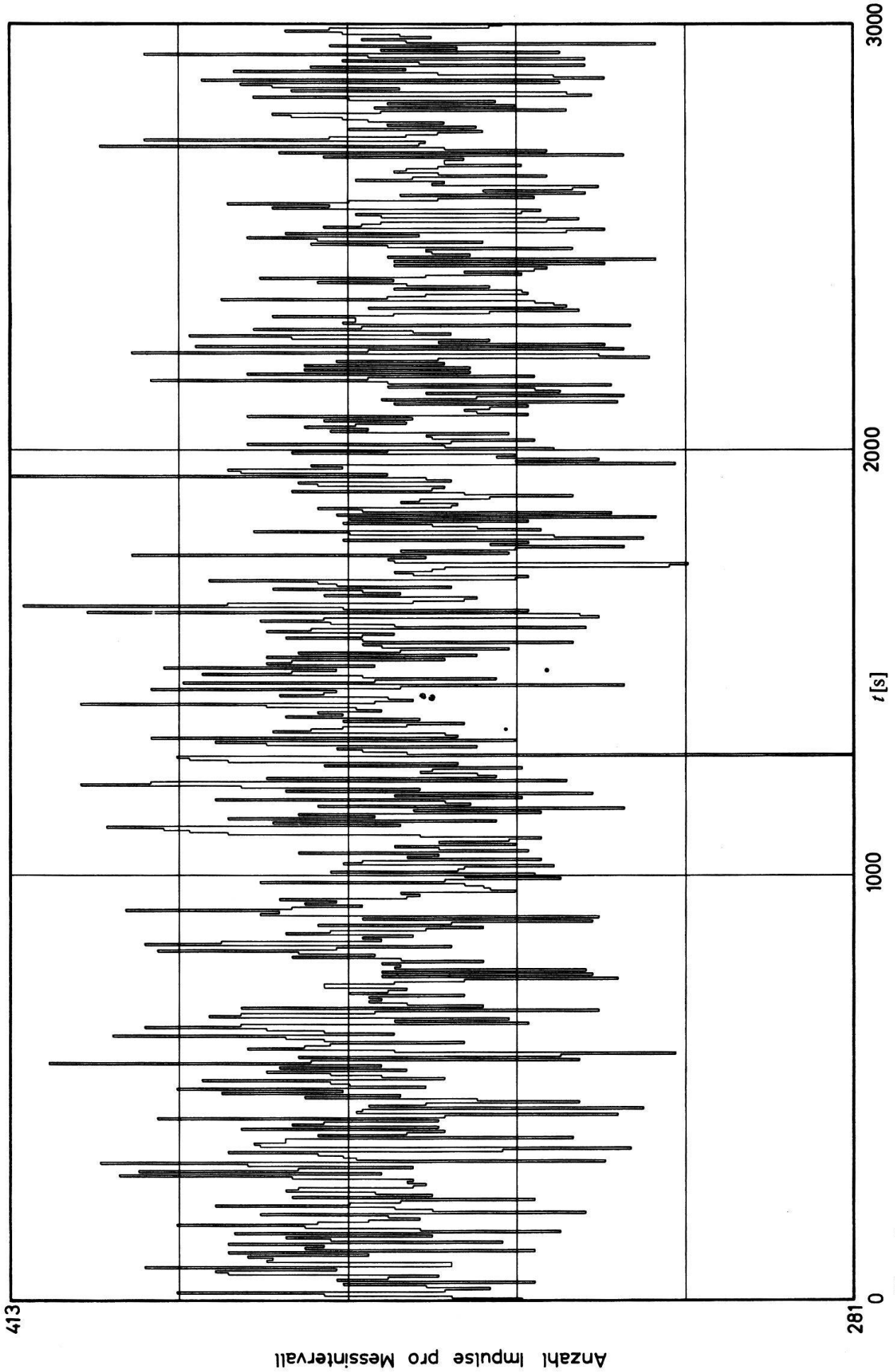
$$\phi(\chi^2) = \int_0^{\chi^2} \varphi(\chi'^2) d\chi'^2 \quad (2)$$

in Abhängigkeit der Okkultationszeit  $t_{0H}$  berechnet. Das Minimum dieser Funktion liefert schliesslich einen Schätzwert der Okkultationszeit,  $\hat{t}_0$ , da der Erwartungswert von  $\phi$  unter der stets erfüllbaren Bedingung  $T(\mu_1 - \mu_2) > 1$  bei  $t_{0H} = t_0$  minimal wird.

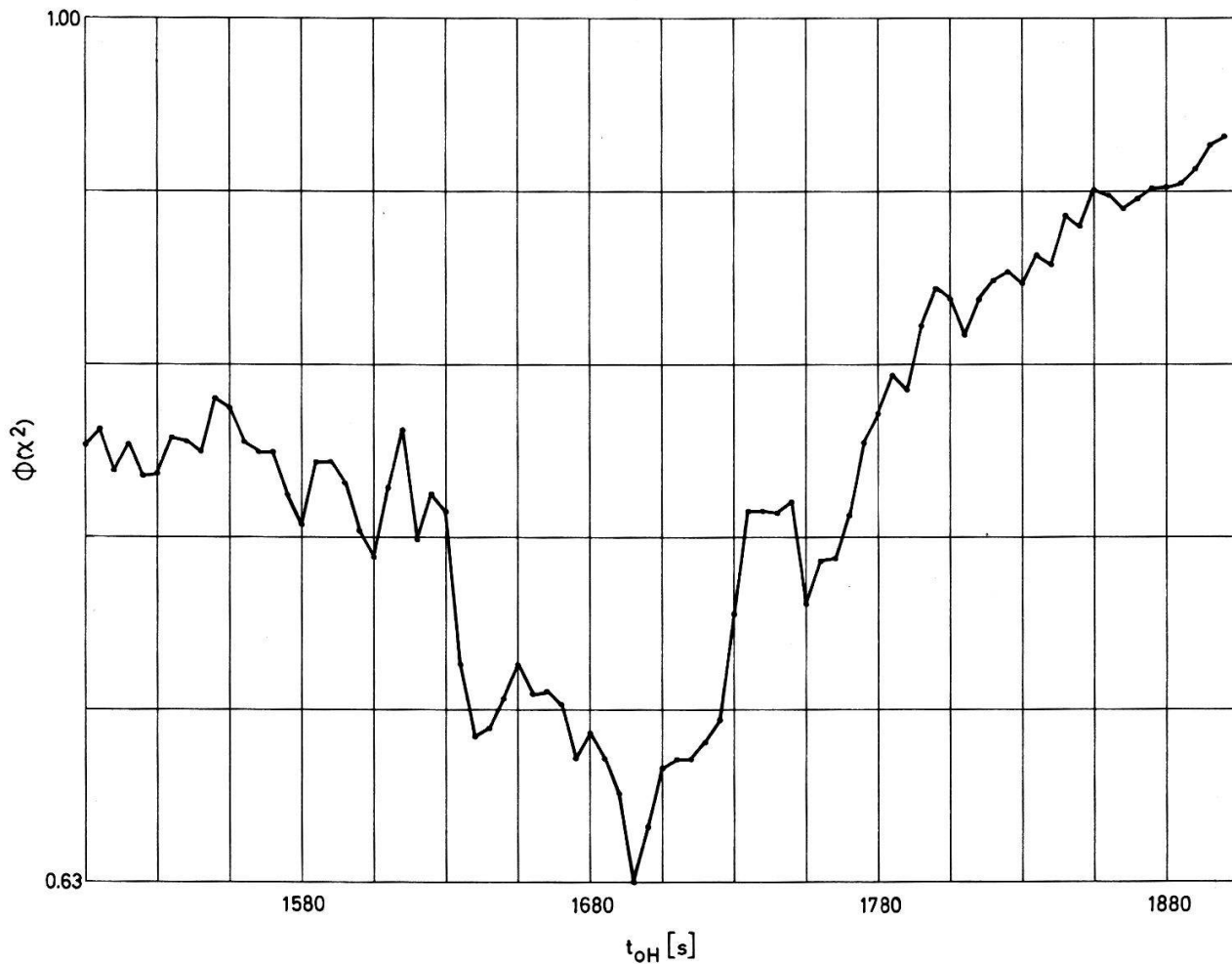
Für unser Beispiel ergibt sich auf diese Weise, wie in Figur 2 dargestellt,  $\hat{t}_0 = 1695$  s.

## 3. Fehler der geschätzten Okkultationszeit

Bei denjenigen Identifikationen von Röntgenquellen, die einzig auf Positionsangaben abgestützt werden können, ist es wichtig, die Wahrscheinlichkeitsverteilung der geschätzten Okkultationszeiten  $\hat{t}_0$  zu kennen. Im allgemeinen ist diese Verteilung asymmetrisch. Die Grössenordnung ihrer charakteristischen Breite entspricht der Länge eines Zeitintervalls  $T_s$ , das je benötigt wird, um die Differenz der Zählraten vor und nach der Okkultation mit einer Signifikanz, die einer Standardabweichung



Figur 1  
Beispiel einer simulierten Okkultationsmessung für eine punktförmige Röntgenquelle (Erläuterungen siehe Text).



Figur 2  
 Resultat der  $\chi^2$ -Analyse der in Figur 1 dargestellten Okkultation.

entspricht, festzuhalten:

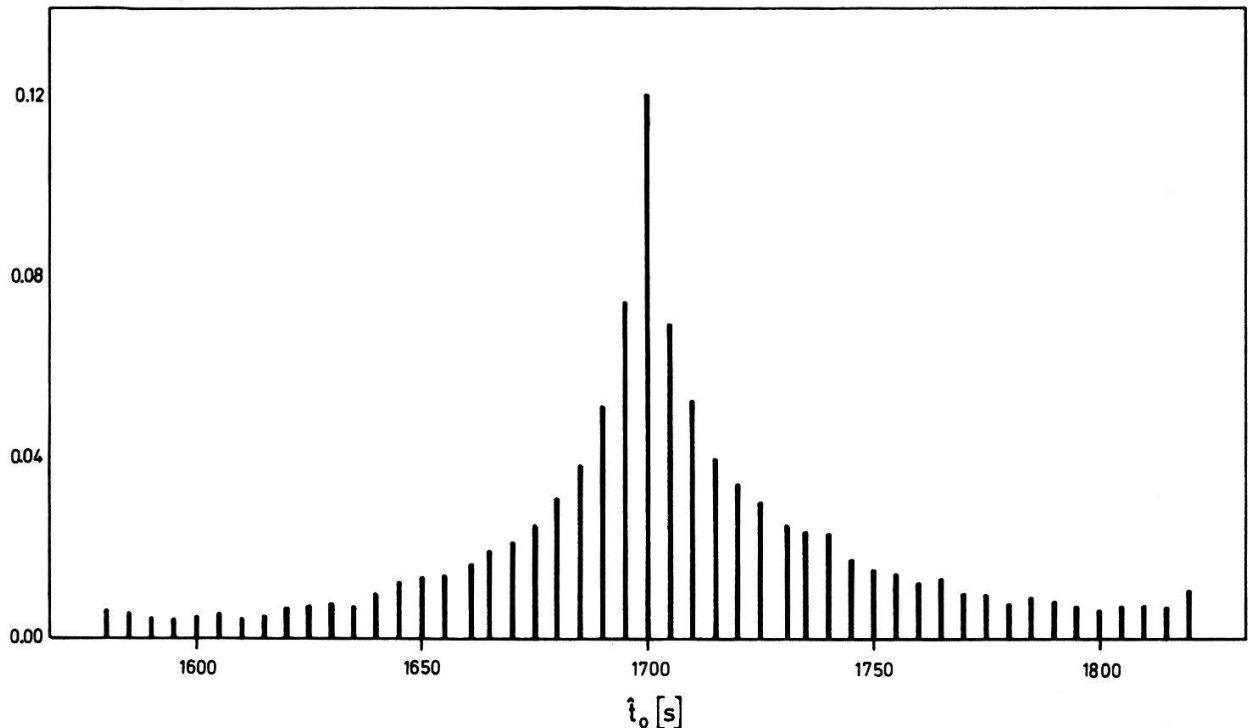
$$T_s = \frac{\mu_1 + \mu_2}{(\mu_1 - \mu_2)^2} \quad (3)$$

Eine genaue analytische Darstellung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der  $\hat{t}_0$  konnte noch nicht erarbeitet werden. Hingegen wurde für unser Beispiel durch wiederholte Simulation der Messwerte im Intervall [1580 s, 1820 s] und anschliessende  $\chi^2$ -Analyse die in Figur 3 dargestellte empirische Wahrscheinlichkeitsverteilung ermittelt, die folgende charakteristische Grössen aufweist:

Wahrscheinlichster Wert:	1700 s
Erwartungswert:	1704 s
Wurzel der Varianz:	46 s
FWHM (full width half maximum):	16 s
70%-Wahrscheinlichkeitsgrenzen:	1660 s, 1750 s
90%-Wahrscheinlichkeitsgrenzen:	1620 s, 1795 s

Demgegenüber ergibt sich nach Gleichung (3)  $T_s = 63$  s.





Figur 3

Wahrscheinlichkeitsverteilung des Schätzwertes für den Okkultationszeitpunkt (Erläuterungen siehe Text).

### Verdankungen

Wir danken Frau Th. Véron für die Reinschrift des Manuskripts und für die sorgfältige Ausführung der Figuren. Die Arbeit wurde durch den Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung, Kredit NF 2.073.73, unterstützt.

### Aufbau eines speziellen Multiplizitätsneutronenmonitors

VON J. KELLER UND H. DEBRUNNER

(Physikalisches Institut der Universität Bern)

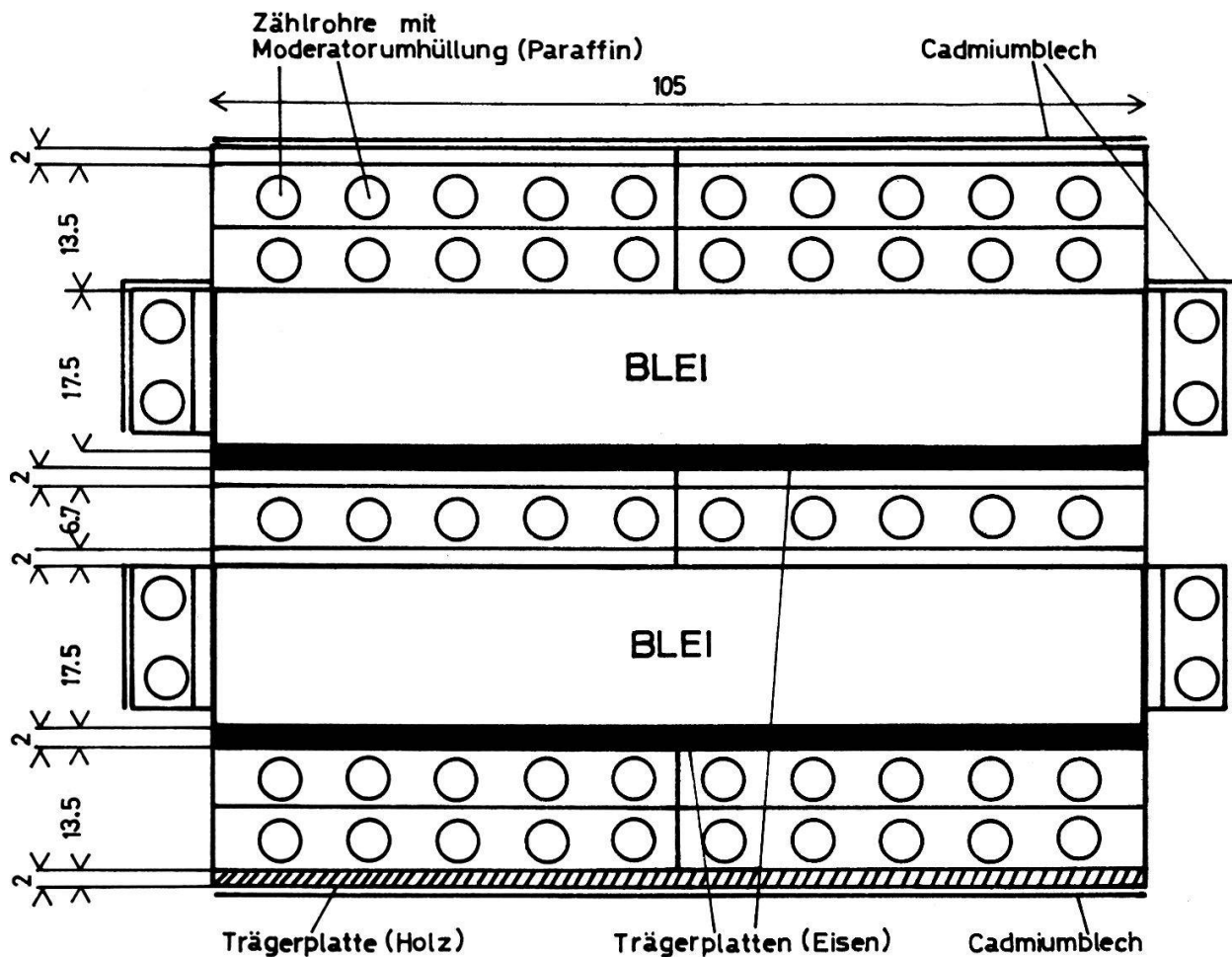
#### 1. Einleitung

Von verschiedenen Autoren [1, 2, 3] wurde festgestellt, dass Multiplizitätsregistrierungen mit Neutronenmonitoren prinzipiell die Möglichkeit bieten, primäre kosmische Strahlungsschwankungen auch bei gestörtem Erdmagnetfeld und oberhalb der äquatorialen Grenzsteifigkeit von 15 GV zu untersuchen. In der Praxis hat sich aber ergeben, dass weder der IGY-Neutronenmonitor noch der Neutronenmonitor-64 optimale Multiplizitätsdetektoren darstellen [2, 4]. Bei beiden Monitoren beträgt die Absorberdicke nur ungefähr  $3/4$  der mittleren freien Weglänge hochenergetischer Nukleonen. Dies bedeutet, dass sich die Nukleonenkaskaden in den Absorbern wenig entwickeln und dass somit die Multiplizitätsregistrierungen nur eine geringe Energieauflösung ermöglichen. Weiter beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass ein niederenergetisches Neutron in einem Zählrohr registriert wird, beim IGY-Neutronen-

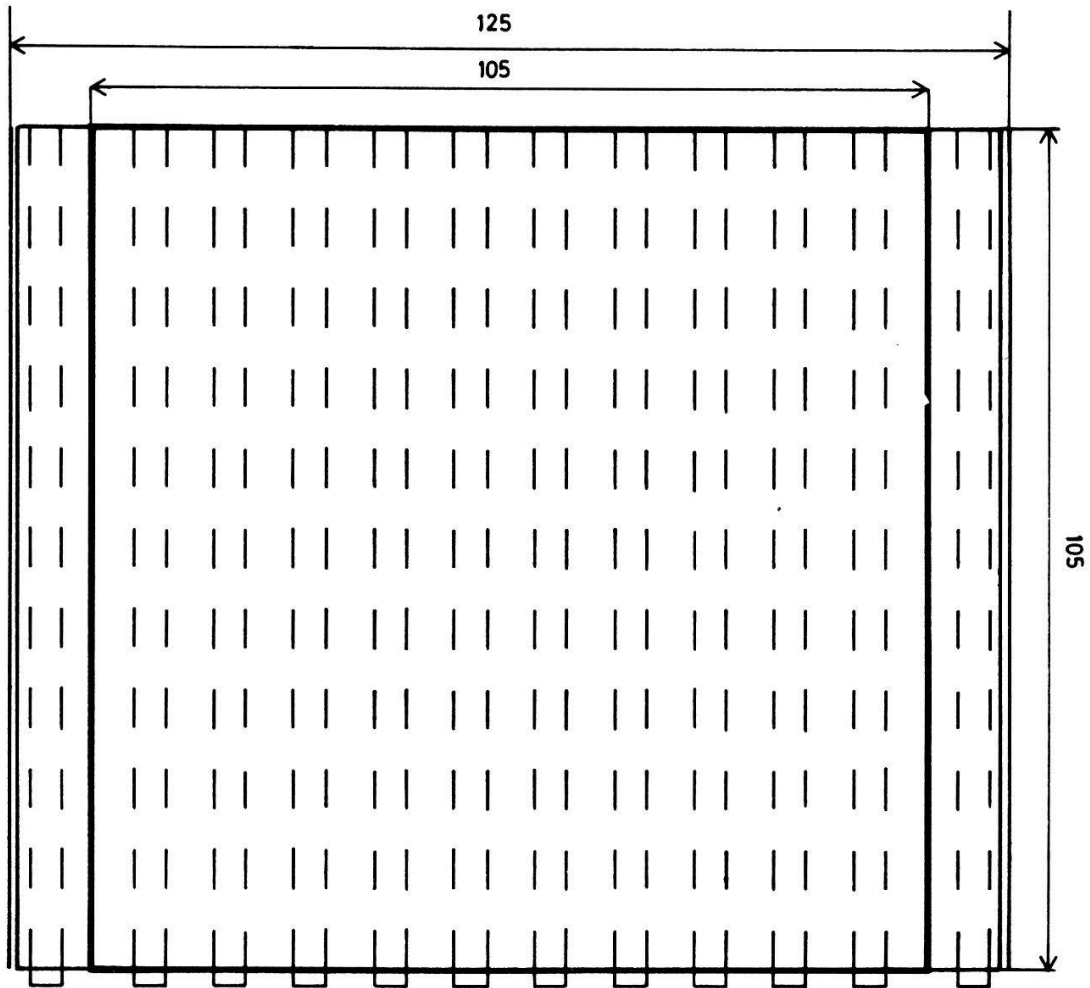
monitor nur 2,1% [5] und beim Neutronenmonitor-64 nur 5,7% [6]. Um nun für Multiplizitätsregistrierungen günstigere Bedingungen zu schaffen, wurde ein spezieller Multiplizitätsneutronenmonitor entwickelt, der eine verbesserte Version des in [7] beschriebenen Prototyps darstellt.

## 2. Aufbau

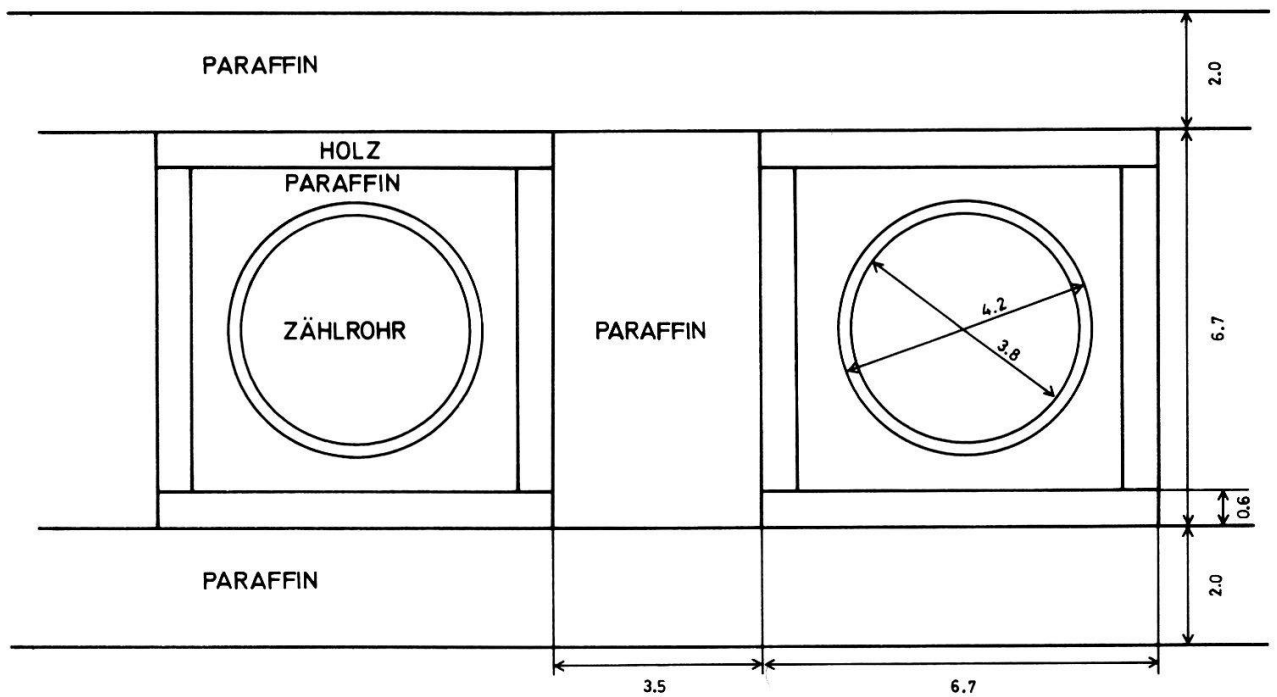
Beim Multiplizitätsneutronenmonitor wurden gegenüber den beiden Standardmonitoren die Dicke des Bleiabsorbers und das Verhältnis Anzahl Neutronenzähler/Masse des Bleiabsorbers vergrößert sowie die Anordnung der Zählrohre im Absorber verändert. In den Figuren 1 und 2 ist der prinzipielle Aufbau des Detektors dargestellt. Der Bleiabsorber ist in zwei Schichten von je 17,5 cm Dicke und quadratischer Grundfläche unterteilt, zwischen denen zwei Zählrohrsektionen zu 5 Neutronenzählrohren liegen. Die totale Absorberdicke entspricht deshalb ungefähr zwei mittleren freien Weglängen. Oberhalb und unterhalb des Bleiabsorbers befinden sich 4 weitere Zählrohrsektionen zu 5 Zählrohren. Zudem sind seitlich 2 Sektionen zu 4 Zählrohren angefügt. Ähnlich wie beim IGY-Neutronenmonitor sind die Zählrohre in mit Paraffin ausgegossenen Holzkasten eingebettet, die durch Paraffinbarren voneinander getrennt sind. Als Moderator wirkende Paraffinplatten der optimalen Dicke 2 cm [7] begrenzen die mittleren beiden Zählrohrsektionen gegen oben und gegen unten (Fig. 3). Bei den



Figur 1  
Aufriß des Multiplizitätsneutronenmonitors (Masse in cm).



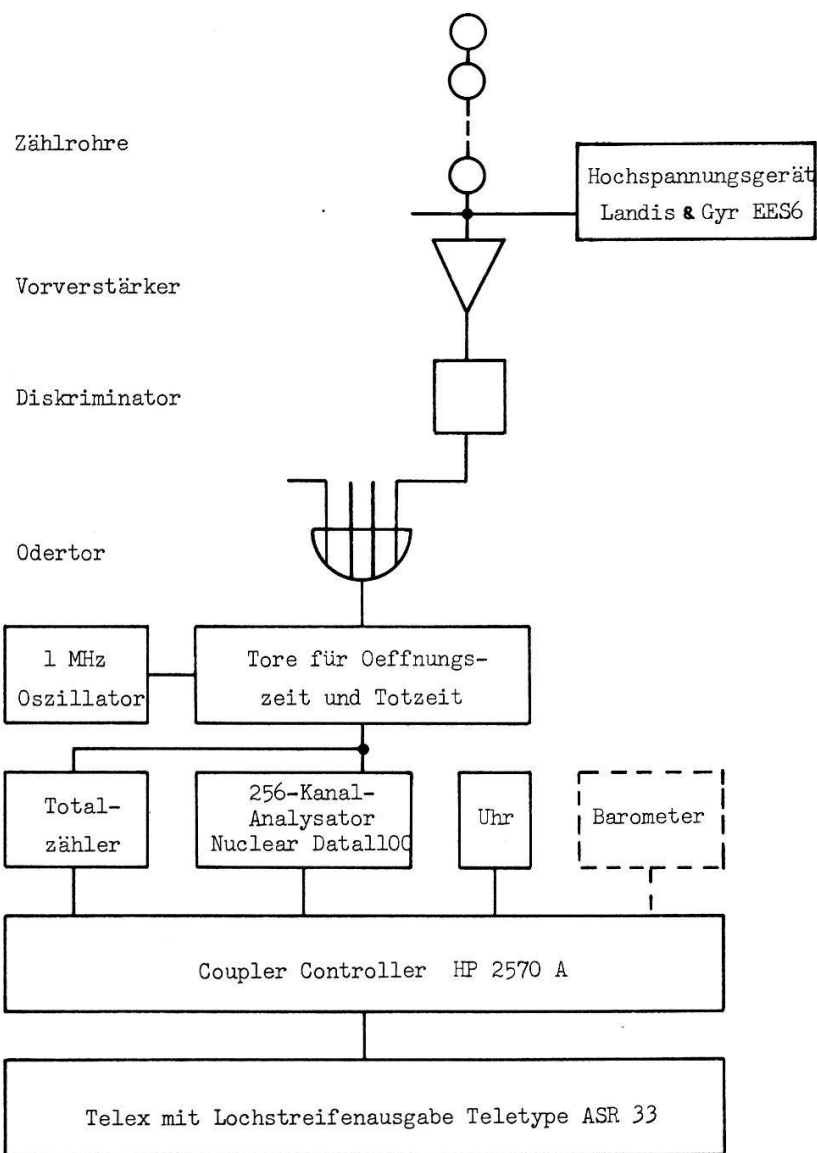
Figur 2  
Grundriss des Multiplizitätsneutronenmonitors (Masse in cm).



Figur 3  
Ausschnitt aus einer mittleren Zählrohrsektion (Masse in cm).

oberen und den unteren Zählrohrsektionen dagegen erübrigt sich wegen der erhöhten Paraffindicke zusätzliches Moderator material. Auf den obersten Zählrohrsektionen liegt weiter eine Reflektorplatte aus Paraffin der Dicke 2 cm. Unter den untersten Zählrohrsektionen wirkt die Trägerplatte aus Holz als Reflektor. Um die thermischen Umgebungsneutronen abzuschirmen, wurden schliesslich die beiden Reflektoren und die Seitenzählrohre mit Cadmiumblech der Dicke 1 mm versehen. Als Zählrohre werden die ebenfalls im IGY-Neutronenmonitor verwendeten  $\text{BF}_3$ -Zählrohre G-15-34A der Firma Wood eingesetzt.

Der Messelektronik des Multiplizitätsdetektors, deren prinzipieller Aufbau aus Figur 4 ersichtlich ist, liegt das Multiplizitätsmeter von Nobles et al. [2] zugrunde. Die Impulse der zu Sektionen zusammengefassten  $\text{BF}_3$ -Zählrohre werden vorerst verstärkt und diskriminiert. Die normierten Ausgangsimpulse der verschiedenen Diskriminatoren werden dann in einem Odertor gemischt und der Logik zugeführt. Ein erster Impuls gibt über zwei Tore den Signalen eines 1-MHz-Oszillators den Weg auf zwei Zähler frei, die die Öffnungszeit,  $T_1$ , und die Totzeit,  $T_2$ , festlegen. Dabei



Figur 4

Blockschema des Multiplizitätsmeters unseres Multiplizitätsneutronenmonitors.

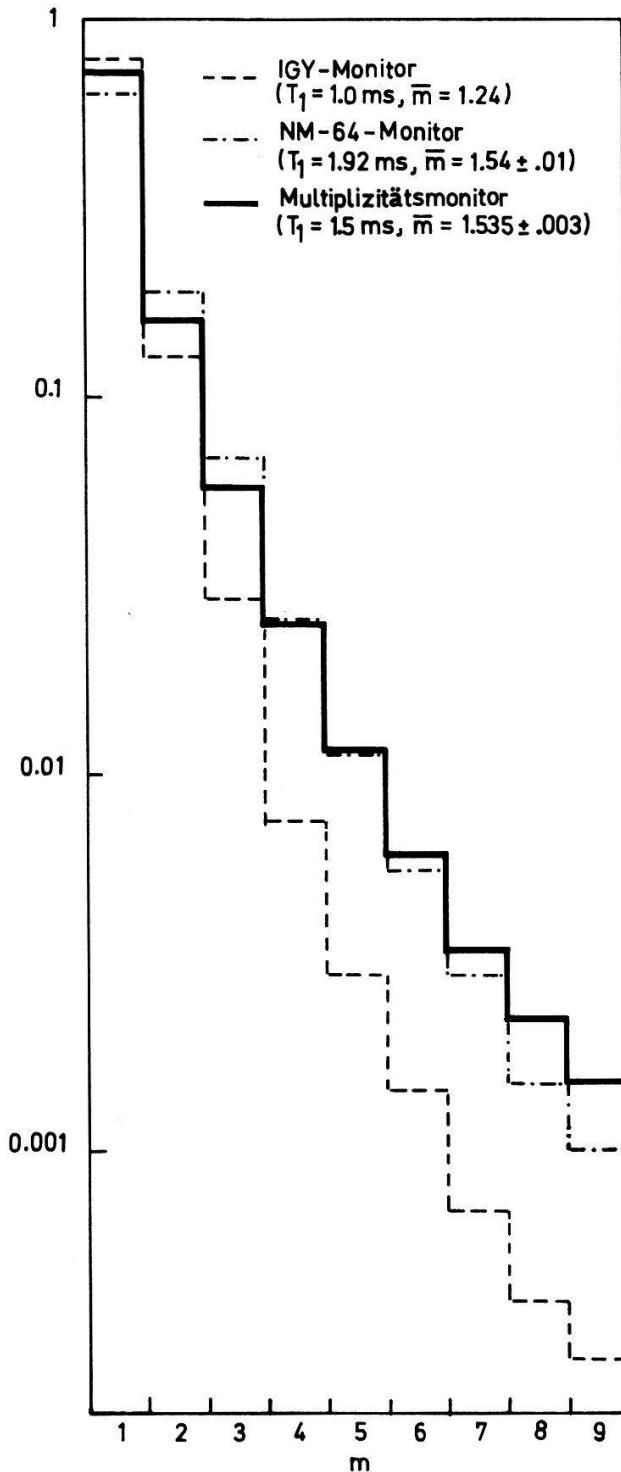
können die Zeiten  $T_1$  und  $T_1 + T_2$  mit Vorwahlschaltern im Bereich  $0 \dots 10$  ms mit einer Genauigkeit von  $1 \mu\text{s}$  vorgegeben werden. Während der Oeffnungszeit schiebt jeder Zählrohrimpuls das Adressregister des modifizierten 256-Kanalanalysators Nuclear Data 1100 um eine Einheit weiter. Während der Totzeit, die sich unmittelbar der Oeffnungszeit anschliesst, wird der Inhalt des durch die momentane Adresse bestimmten Speicherplatzes des Analysators um eins erhöht. Gleichzeitig wird der Eingang für weitere Zählrohrimpulse gesperrt. Nach Ablauf der Totzeit wird das Eingangstor wieder geöffnet und damit die Anlage für einen neuen Messzyklus bereitgestellt. Zur Kontrolle hält ein parallel zum Vielkanalanalysator geschalteter Zähler die Totalzählrate fest. Die Datenausgabe wird durch den Coupler Controller Hewlett Packard 2570A gesteuert. Dabei werden die Zeit, die Totalzählrate und die Multiplizitätszählraten  $1 \leq m \leq 127$  auf einem Teletype ASR33 tabelliert und auf Lochstreifen gestanzt. Zudem ist die Registrierung des Druckes vorgesehen.

### 3. Resultate

Um die Eigenschaften des Multiplizitätsneutronenmonitors mit denjenigen des IGY-Monitors und des Neutronenmonitors-64 zu vergleichen, sind in Tab. I die charakteristischen Daten der drei Monitortypen einander gegenübergestellt. Es zeigt sich, dass die spezifische Totalzählrate im Multiplizitätsneutronenmonitor gegenüber dem IGY-Neutronenmonitor um  $\sim 680\%$  und gegenüber dem NM-64-Monitor um  $\sim 150\%$  gesteigert werden konnte. Um auch die Multiplizitätsverhältnisse und damit die mittleren Multiplizitäten quantitativ miteinander vergleichen zu können, müssten die Multiplizitätsdaten der drei Monitortypen vorerst für Totzeiteffekte und Koinzidenzen korrigiert werden. Da aber die Lebensdauer thermischer Neutronen im Multiplizitätsdetektor noch nicht bestimmt wurde und somit die in [7] und [8] beschriebenen Korrekturen nicht ausgeführt werden können, sind in Figur 5 die unkorrigierten, vom Multiplizitätsmeter registrierten Multiplizitätsverteilungen aufgetragen. Dabei beträgt die Oeffnungszeit für den IGY-Monitor  $T_1 = 1,0$  ms, für den NM-64-Monitor  $T_1 = 1,92$  ms [4] und für den Multiplizitätsmonitor  $T_1 = 1,5$  ms. Die Unterschiede im Multiplizitätsspektrum zwischen dem Multiplizitätsneutronen-

Tabelle I  
Charakteristische Daten des IGY-Neutronenmonitors, des NM-64-Monitors und des Multiplizitätsneutronenmonitors für Multiplizitätsregistrierungen

	IGY	NM-64	Multiplizitätsneutronenmonitor
Monitorfläche ( $\text{m}^2$ )	0,94	6,21	1,1
mittlere Bleidicke (in Einheiten der mittleren freien Weglänge)	0,75	0,78	1,98
Anzahl Zählrohre	6	6	58
Zählgasmenge (Mol)	0,14	2,07	1,34
Zählgasmenge/Monitorfläche ( $\text{Mol}/\text{m}^2$ )	0,15	0,33	1,22
Zählgasmenge/Absorbermasse ( $\text{Mol}/\text{t}$ )	0,10	0,21	0,31
Totalzählrate (cph) (Meereshöhe, hohe magnetische Breite)	12 000	250 000	110 000
Totalzählrate/Monitorfläche ( $\text{cph}/\text{m}^2$ )	12 800	40 300	100 000



Figur 5  
Multiplizitätsverteilung von IGY-Monitor, NM-64-Monitor und Multiplizitätsmonitor.

monitor und dem NM-64-Monitor einerseits und dem IGY-Neutronenmonitor andererseits können grösstenteils durch die unterschiedliche Nachweiswahrscheinlichkeit für die Verdampfungsneutronen erklärt werden. Ein Vergleich der Multiplizitätsspektren des NM-64-Monitors und des Multiplizitätsneutronenmonitors zeigt, dass der Multiplizitätsneutronenmonitor  $\sim 9\%$  mehr Ereignisse der Multiplizität 1 aufweist, was auf die vermehrte Neutronenproduktion durch die im Absorber gestoppten negativen Müonen zurückzuführen ist. Der relative Beitrag der Multiplizitäten

$m = 2$  und  $m = 3$  ist beim NM-64-Monitor grösser, wogegen im Multiplizitätsneutronenmonitor die Multiplizitäten  $m \geq 6$  überwiegen. Der Unterschied der beiden Monitore zeigt sich ebenfalls in der mittleren Multiplizität  $\bar{m}$ , welche bei Berücksichtigung sämtlicher Multiplizitäten für den NM-64-Monitor  $\bar{m} = 1,54$  und für den Multiplizitätsmonitor  $\bar{m} = 1,53$  beträgt. Ohne Einer-Ereignisse berechnen sich die mittleren Multiplizitäten zu  $\bar{m}_{\geq 2} = 2,45$  resp. zu  $\bar{m}_{\geq 2} = 2,97$ . Inwieweit die verschiedenen Oeffnungszeiten diese Resultate beeinflussen, kann aus der Abhängigkeit der mittleren Multiplizität des NM-64-Monitors von  $T_1$  [4] abgeschätzt werden. Für eine Oeffnungszeit  $T_1 = 1,5$  ms, wie sie für den Multiplizitätsmonitor gewählt wurde, reduziert sich die mittlere Multiplizität auf  $\bar{m} = 1,50$ . Wir glauben deshalb, einen optimalen Multiplizitätsneutronenmonitor für Energieanalysen primärer kosmischer Strahlungsschwankungen entwickelt zu haben.

Diese Arbeit wurde durch den Schweizerischen Nationalfonds mit den Krediten NF 2.724.72 und NF 2.073.73 unterstützt.

### Literatur

- [1] F. BACHELET, P. BALATA, E. DYRING und N. IUCCI, *Nuovo Cim.* 31, 1126 (1964).
- [2] R. A. NOBLES, R. A. ALBER, E. B. HUGHES, L. L. NEWKIRK und M. WALT, *J. Geophys. Res.* 72, 3817 (1967).
- [3] U. WALTHER, Lizentiatsarbeit, Universität Bern (1967).
- [4] C. J. HATTON, *Progress in Elementary Particle and Cosmic Ray Physics*, Vol. 10, Chap. 1 (1971).
- [5] C. V. HARMAN und C. J. HATTON, *Can. J. Phys.* 46, 1052 (1968).
- [6] C. J. HATTON und H. CARMICHAEL, *Can. J. Phys.* 42, 2443 (1964).
- [7] J. KELLER, Lizentiatsarbeit, Universität Bern (1974).
- [8] H. DEBRUNNER, E. FLÜCKIGER und J. KELLER, *Helv. Phys. Acta* 47, 463 (1974).
- [9] S. B. TREIMAN und W. FONGER, *Phys. Rev.* 85, 364 (1952).

### Quasimolecular X-Rays from Heavy-Ion Collisions

W. WÖFLI, G. BONANI, CH. STOLLER, M. STÖCKLI and M. SUTER

(Laboratorium für Kernphysik ETHZ)

The X-ray spectra emitted during the collision of high energetic Iodine ions (25–50 MeV) with Gold, Iodine and Silver targets were measured with a high resolution 30-mm<sup>2</sup> Si(Li)-detector system (160 eV FWHM at 5.9 keV). In all cases broad non-characteristic bands of X-rays were observed which must be interpreted as radiative transitions between molecular orbitals in the transiently formed superheavy systems.

### Lifetime of the 2<sup>3</sup>S<sub>1</sub>-state in He-like Ions

by CH. STOLLER, W. WÖFLI, G. BONANI, M. STÖCKLI and M. SUTER

(Laboratorium für Kernphysik ETHZ)

Discrepancies between predicted and observed lifetimes of the 2<sup>3</sup>S<sub>1</sub>-state in some He-like ions induced us to investigate these metastable states in S<sup>14+</sup>, Cl<sup>15+</sup> and Ca<sup>18+</sup>. The incident ions which an energy of about 1 MeV/amu were additionally stripped and exited in a thin carbon foil (~15 μg/cm<sup>2</sup>). The number of X-rays emitted by the projectiles were measured as a function of the foil-detector separation. Significant deviations from the theoretical predictions were observed.

## **Photoablösung an negativen Ionen**

von M. STÖCKLI und R. BALZER

(Laboratorium für Kernphysik ETH Zürich)

Die Möglichkeit, negative Atom- oder Molekülonen in Gasen bei Atmosphärendruck durch Photoablösung des Elektrons nachzuweisen, wurde untersucht.

Die Vorzüge und Nachteile dieser Methode sowie experimentelle Probleme werden diskutiert.

## **Restoration of Noise-Contaminated Neutron Flux Distributions in Nuclear Reactors**

by LJ. KOSTIĆ

(Eidg. Institut für Reaktorforschung, Würenlingen)

A basic problem in the field of real-time parameter identification and estimation is the processing of digitized data on which random disturbances are superimposed. In a power reactor the most important sources of these random disturbances (noise) are: instrument noise, electrical pick-up, 50 or 60 Hz hum, and inherent noise generated by the actual process (e.g., neutron flux fluctuations due to intrinsic reactivity driving forces: temperature and velocity fluctuations of a coolant fluid, etc.).

Since these additional noise conditions to the 'clean' signals of the system can affect the inaccuracy of estimated parameters, the successful analysis of such noise-ridden data in an on-line process computer requires a good noise-rejection technique. Therefore, additional numerical procedures, based on the use of a digital filtering technique in the time domain, have been developed with the help of algorithms based on low-pass filters and on combinations of two low-pass filters.

## **Sensitivity in Trace Element Analysis Using Heavy Ion Induced X-Ray Spectroscopy**

by G. BONANI, W. WÖFLI, CH. STOLLER and M. SUTER

(Laboratorium für Kernphysik ETHZ)

For protons and heavier ions with energies in the MeV range the K and L X-ray emission yields for different elements between Ca and Au and the background radiation from carbon matrices were measured with a high resolution Si(Li) spectrometer. The results were used to calculate the minimum detection limit for trace elements. It is shown that this method is about three orders of magnitude more sensitive than the electron-induced X-ray analysis method.

## **Protonen-Mikrosonde für die Röntgen-Elementenanalyse**

VON M. SUTER, W. WÖFLI, H. JUNG, G. BONANI und CH. STOLLER

(Laboratorium für Kernphysik, ETH Zürich)

### **1. Einleitung**

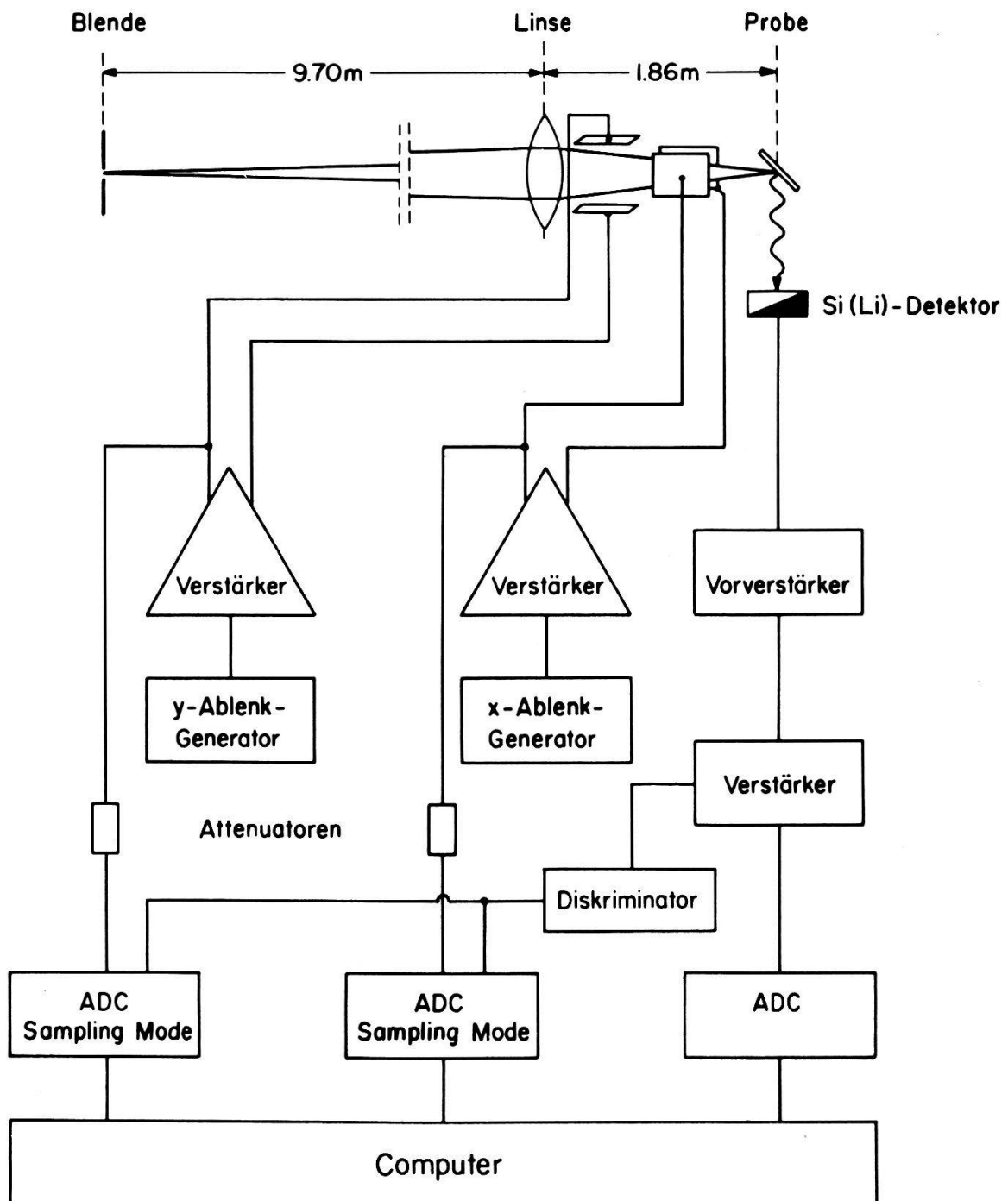
Die Nachweisempfindlichkeit bei der Röntgen-Elementenanalyse hängt stark von der Art der Anregung ab. Sie ist bei Anregung mit Protonen wesentlich grösser



als bei Anregung mit Elektronen [1]. Jedoch erfordert die Erzielung einer guten Ortsauflösung bei einer Protonensonde einen bedeutend grösseren Aufwand als bei einer Elektronensonde. Mit einem Elektronenmikroskop lassen sich Röntgenanalysen von dicken Proben mit einer örtlichen Auflösung in der Grössenordnung  $1 \mu\text{m}$  durchführen. Cookson und Pilling erreichten mit einer Protonen-Mikrosonde (Protonenenergie 3 MeV) eine Auflösung von etwa  $3 \mu\text{m}$  [2].

In der vorliegenden Arbeit soll untersucht werden, welche Ortsauflösung mit Protonen aus dem Tandem-Beschleuniger der ETH Zürich und dem vorhandenen Strahlführungssystem erreicht werden kann.

## 2. Versuchsanordnung (Fig. 1)



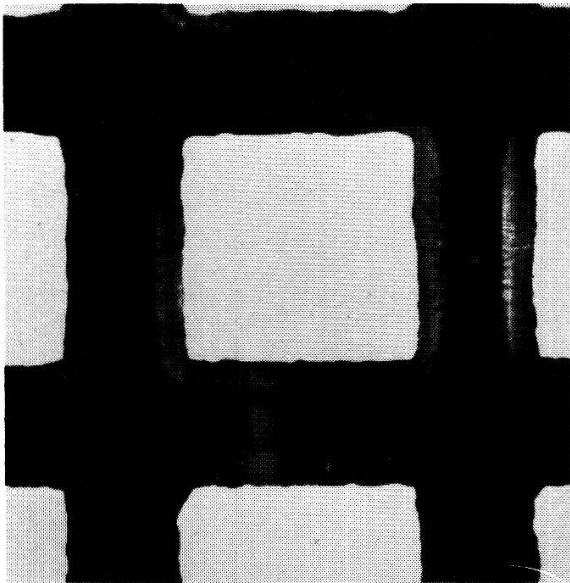
Figur 1  
Versuchsanordnung.

Ein weitgehend parallel gebündelter Protonenstrahl trifft auf eine Lochblende, deren Durchmesser wahlweise 50 oder 100  $\mu\text{m}$  beträgt. Der austretende Strahl wird mit einer Quadrupollinse auf der Probe fokussiert. Aus dem Abstandsverhältnis Blende-Linse/Linse-Probe ergibt sich eine etwa 5fache Verkleinerung des Strahldurchmessers.

Der Strahl lässt sich durch ein vertikales und ein horizontales Paar von Ablenkplatten über die Probe bewegen. Die Ablenkspannung, welche maximal  $\pm 500$  V beträgt, wird von zwei Verstärkern geliefert, die von Dreiecksgeneratoren mit verschiedenen, unabhängigen Frequenzen angesteuert werden.

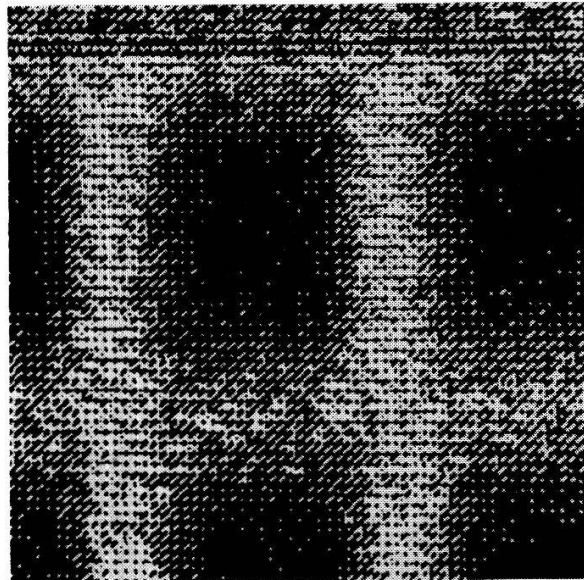
Die aus der Probe austretende Röntgenstrahlung wird von einem Si(Li)-Detektor registriert. Zur Aufnahme der Intensitätsverteilung als Funktion des Ortes werden gleichzeitig mit der Registrierung eines Röntgenquants die beiden Ablenkspannungen gemessen. Die Energieinformation aus dem Detektor und die beiden Spannungsinformationen werden über Analog-Digitalwandler (ADC) dem Computer zugeführt, der aus diesen Informationen ein zweidimensionales Ortsspektrum aufbaut. Dabei können simultan die Intensitätsverteilungen für vier verschiedene Elemente aufgenommen und auf dem Bildschirm dargestellt werden. Die Angabe der Intensität erfolgt in 10 Helligkeitsstufen (0–9 Bildpunkte).

Für die Bestimmung der Ortsauflösung wurden feine Metallnetze mit Maschenweiten von 10 bis 125  $\mu\text{m}$  als Proben eingesetzt und mit einem optimal fokussierten Protonenstrahl abgetastet. Aus der mit einem Lichtmikroskop gemessenen Maschenweite und der örtlichen Intensitätsverteilung der Röntgenstrahlung lässt sich die Ortsauflösung ermitteln (Fig. 2 bis 4).



Figur 2

Kupfernetz, aufgenommen mit einem Lichtmikroskop. Maschenweite ca. 125  $\mu\text{m}$ .

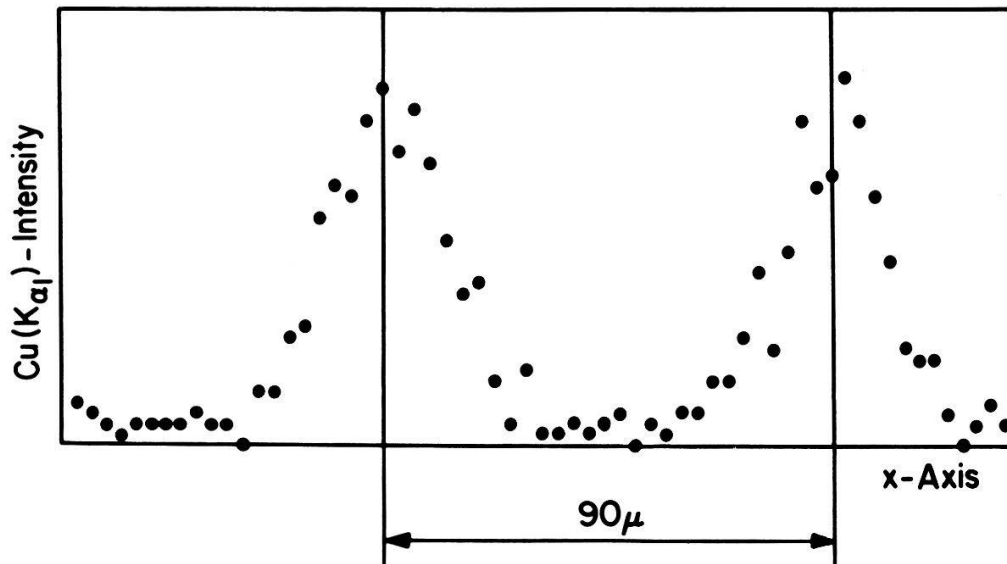


Figur 3

Kupfernetz von Figur 2, aufgenommen mit der Protonen-Mikrosonde. Protonenenergie 7 MeV. Messdauer 6 min. Das Netz ist gegenüber der Strahlachse um  $45^\circ$  geneigt; der effektive Gitterabstand in horizontaler Richtung beträgt ca. 90  $\mu\text{m}$ .

### 3. Resultat

Die Auswertung der Intensitätsverteilung längs eines horizontalen Schnittes (Fig. 4) ergibt sowohl für 5-MeV-Protonen als auch für 7-MeV-Protonen eine Ortsauflösung von ca. 20  $\mu\text{m}$ . Die bei einer Blendenöffnung von 50  $\mu\text{m}$  erwartete Auflösung von



Figur 4  
Intensitätsverteilung längs eines horizontalen Schnittes.

10  $\mu\text{m}$  konnte mit den vorhandenen Einrichtungen nicht erreicht werden. Zur Erzielung eines grösseren Auflösungsvermögens müssen wesentlich bessere Linsen eingesetzt und Massnahmen zur Erhöhung der Strahlstabilität getroffen werden.

### Literatur

- [1] G. BONANI, W. WÖFLI, CH. STOLLER und M. SUTER, Jahresbericht 1974, Laboratorium für Kernphysik ETHZ, Seite 206.  
[2] J. A. COOKSON and F. D. PILLING, AERE - R 6300, Harwell (1970).

### Rapport signal/bruit d'une détection de photoélectrons

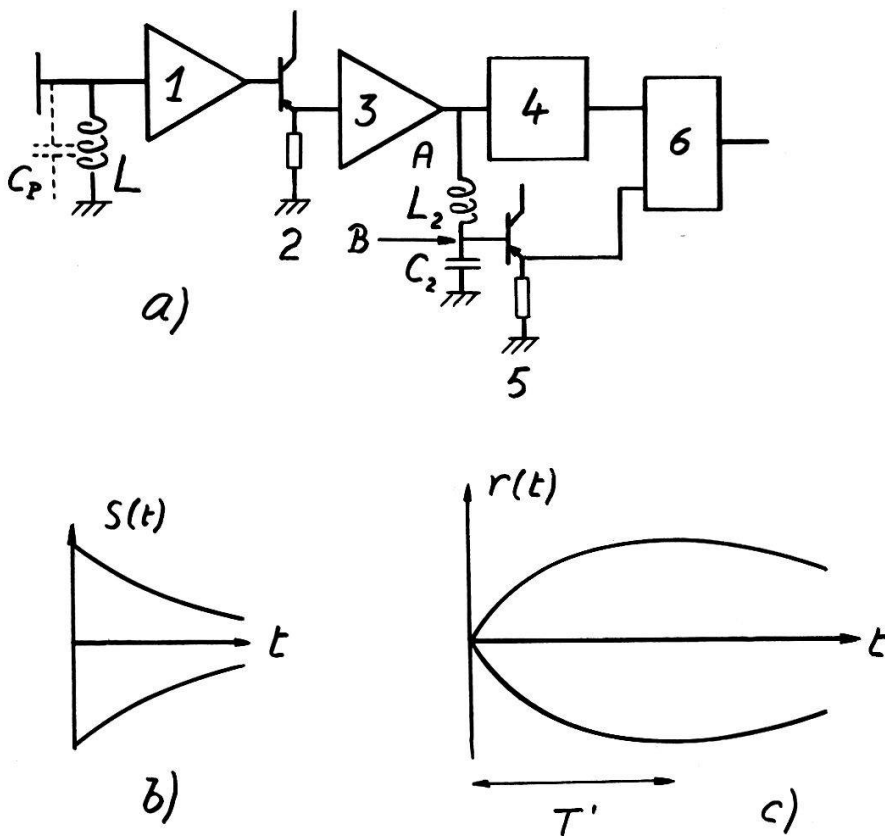
par E. GENEUX

(Laboratoire de physique atomique EPF-Lausanne)

Le spectre d'amplitude des impulsions provenant de photoélectrons et amplifiés par un multiplicateur d'électrons (M.E.) est caractérisé par: une durée de quelques nanosecondes et par un nombre élevé d'impulsions de faible amplitude.

Lorsque l'on abaisse la tension du M.E. le nombre d'impulsions provenant du courant d'obscurité décroît plus rapidement que le nombre de celles provenant du signal lumineux. Dans le cas de faibles signaux (compte-photons) on a intérêt à travailler avec une basse tension du M.E. Mais le bruit de la chaîne électronique utilisée pour l'enregistrement limite le niveau inférieur des impulsions encore détectable, diminuant ainsi le rendement quantique du système qui n'est plus celui de la photocathode.

L'impédance de charge de l'anode du M.E. est en général une résistance  $R$ . Les impulsions observées ont l'allure d'une décharge exponentielle (la capacité parasite  $C_p$  se chargeant pendant qq. nsec. et se déchargeant avec une constante de temps de  $RC_p$ ). On peut faire  $RC_p$  assez grand de manière qu'en intégrant durant un temps du même ordre de grandeur on puisse éliminer une partie du bruit. Mais une telle impulsion a un spectre de fréquence centré principalement vers 0 et un amplificateur a un bruit d'entrée plus élevé que le bruit thermique de la résistance  $R$  vers ces basses fréquences.



- 1) Preamplificateur Harris 2000
- 2) et 5) Emetteur suiveur 2N 2904
- 3) Amplificateur Hew. Pack. 462 2X
- 4) ligne de retard  $2\mu\text{sec}$
- 6) Mixer Hew. Pack. 10514

Pour se déplacer dans une zone de fréquences plus favorable, on prend comme impédance d'entrée un circuit parallèle  $LC_p$ ,  $C_p$  est constitué de la capacité parasite de la self  $L$  et de l'environnement. L'impulsion de courte durée provenant du M.E. charge  $C_p$  et crée une oscillation amortie de pulsation  $(LC_p)^{1/2}$ ; sa durée dépendra du facteur de qualité  $Q$  du circuit. Cette oscillation amortie  $s(t)$  est appliquée à un amplificateur rapide et à haute impédance d'entrée afin de minimiser l'amortissement. On fait l'autocorrélation de ce signal en introduisant  $s(t)$  aux entrées référence et signal d'un mixer H.F. On intègre avec une constante de temps de l'ordre de  $Q \cdot 1/\omega$ . Le bruit est ramené à celui de l'impédance ohmique d'un circuit  $LC$ .

L'avantage d'avoir une sinusoïde amortie par rapport à l'impulsion provenant d'un circuit  $RC$  peut être encore exploité en faisant la corrélation entre  $s(t)$  et  $s(t + T)$  ( $T$ : 1, 2, 3 ... périodes) afin de diminuer encore la bande passante de bruit. Une optimisation possible de cette corrélation consiste à créer à partir de  $s(t)$  un train d'onde  $r(t)$  obtenu en excitant un second circuit  $L_2C_2$  de même fréquence et de facteur de qualité  $Q_2$ .

La figure ci-jointe donne en a) un schéma d'un appareillage réalisé. La bobine  $L$  est constituée par dix tours de fil de Cu de 0,3 mm de diam. enroulé sur un noyau de ferrite type 3C3. La fréquence est de 9,5 Mhz et le facteur de qualité est d'environ 30. Les parties b) et c) donnent les enveloppes des signaux apparaissant aux points A et B. Le temps  $T'$  est de l'ordre de  $Q_2 \cdot 1/\omega$ . La corrélation se fera entre  $r(t)$  et  $s(t + T')$ , diminuant encore la bande passante de bruit.

Un premier résultat a été de pouvoir abaisser la tension du photomultiplicateur (type EMI 6256) de 630 à 580 V. tout en conservant un nombre suffisant d'impulsions de faible amplitude. L'amélioration du rapport signal/bruit, pour un comptage d'environ 100 photoélectrons par seconde est de l'ordre de 1,5, quoique l'utilisation de la ligne de retard n'aie pas été optimisée.

### Fonction de corrélation et profil spectral d'une raie optique

par E. GENEUX et P. R. FONTANA

(Laboratoire de physique atomique EPF-Lausanne)

Les propriétés des fonctions de corrélations de diverses sources optiques ont été traitées par différents auteurs [1]. Les sources chaotiques sont décrites, soit par une superposition incohérente de modes du champ électrique (modèle classique), soit par un mélange statistique d'états à un photon (modèle 2<sup>ème</sup> quantification). Indépendamment du profil spectral, ces sources ont la propriété suivante:

$$g^{(2)} = [g^{(1)}]^2 + 1$$

$g^{(1)}$ : fonction de corrélation du 1<sup>er</sup> ordre que l'on mesure dans des expériences du type Young et Michelson.

$g^{(2)}$ : fonction de corrélation du 2<sup>nd</sup> ordre que l'on mesure dans des expériences du type Handbury-Brown et Twiss ou d'autocorrélation d'intensité: comparaison de l'intensité au temps  $t$  à celle au temps  $t + T$  (les détecteurs doivent avoir une réponse temporelle dont la bande passante doit être supérieure à la fréquence maximale des fluctuations de l'intensité de la source). Young et Michelson sont sensibles à l'effet Doppler de la fréquence optique, l'autocorrélation d'intensité n'est sensible qu'à l'effet Doppler des fréquences de fluctuations de l'intensité. Cette situation est analogue à celle des expériences de doubles résonances et de croisements de niveaux d'états atomiques excités dans lesquelles la raie de résonance magnétique, observée comme un changement du taux de polarisation de la lumière, a une largeur proche de la largeur naturelle des niveaux, alors que la raie optique utilisée a l'élargissement Doppler du à la vitesse des atomes de la vapeur ou du jet.

On montre que  $g^{(1)}$  est la transformée de Fourier du profil spectral  $S(\omega)$ :

$$g^{(1)}(\tau) = \frac{1}{2\pi i} \int S(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$$

un profil lorentzien a une fonction  $g^{(1)}$  exponentielle décroissante un profil gaussien a une fonction  $g^{(1)}$  gaussienne.

P. R. Fontana et coll. [2] ont calculé, en utilisant la méthode de Heitler-Ma, le profil spectral émis par des atomes soumis à une perturbation statique qui couple un état instable 1 à un état métastable 2. Un trou apparait dans la raie d'émission à une fréquence déplacée de la différence d'énergie entre les états 1 et 2 par rapport à la raie centrale.

Dans le cas où les atomes sont pompés continuellement dans l'état instable 1, le profil spectral est donné par l'expression:

$$S(\omega) = \left| \frac{(\omega - \omega_0 - \Delta)}{\left(\omega - \omega_0 - \frac{i}{2}\gamma\right)(\omega - \omega_0 - \Delta) - |V|^2} \right|^2$$

$\omega_0$ : fréquence centrale émise à partir du niveau 1  
 $\gamma$ : constante de décroissance exponentielle de 1  
 $\Delta$ : séparation d'énergie entre 1 et 2  
 $V$ : intensité du couplage mesuré en unité de  $\gamma$

Le trou qui apparait peut avoir une largeur plus faible que la largeur naturelle (donnée par  $\gamma$ ) de l'état 1 lorsque  $V$  est petit;  $g^{(1)}$  et  $g^{(2)}$  sont calculées dans les cas particuliers suivants:

- 1)  $\Delta = 0$ ,  $V = 0,66\gamma/4$ . Le couplage est trop faible pour lever la dégénérescence, Fig. 1.
- 2)  $\Delta = \gamma$ ,  $V = 0,1\gamma$ , Fig. 2.

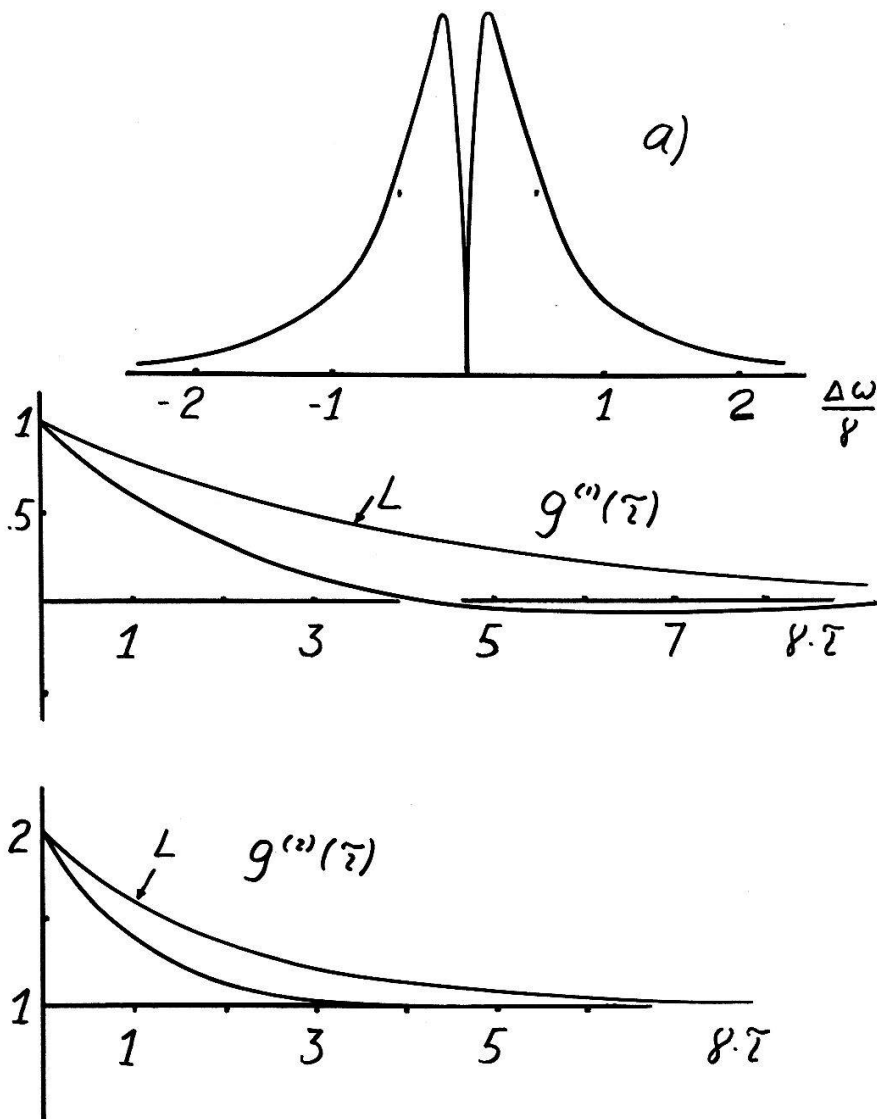


Figure 1

Dans les deux cas, on a donné  $g^{(1)}$  et  $g^{(2)}$  pour une lorentzienne de largeur  $\gamma$  (lettre  $L$  sur les figures). Le différence est sensible et cette méthode d'autocorrélation peut être envisagée comme méthode de haute résolution optique. Cette note constitue un début de travail d'analyse des propriétés des fonctions de corrélations.

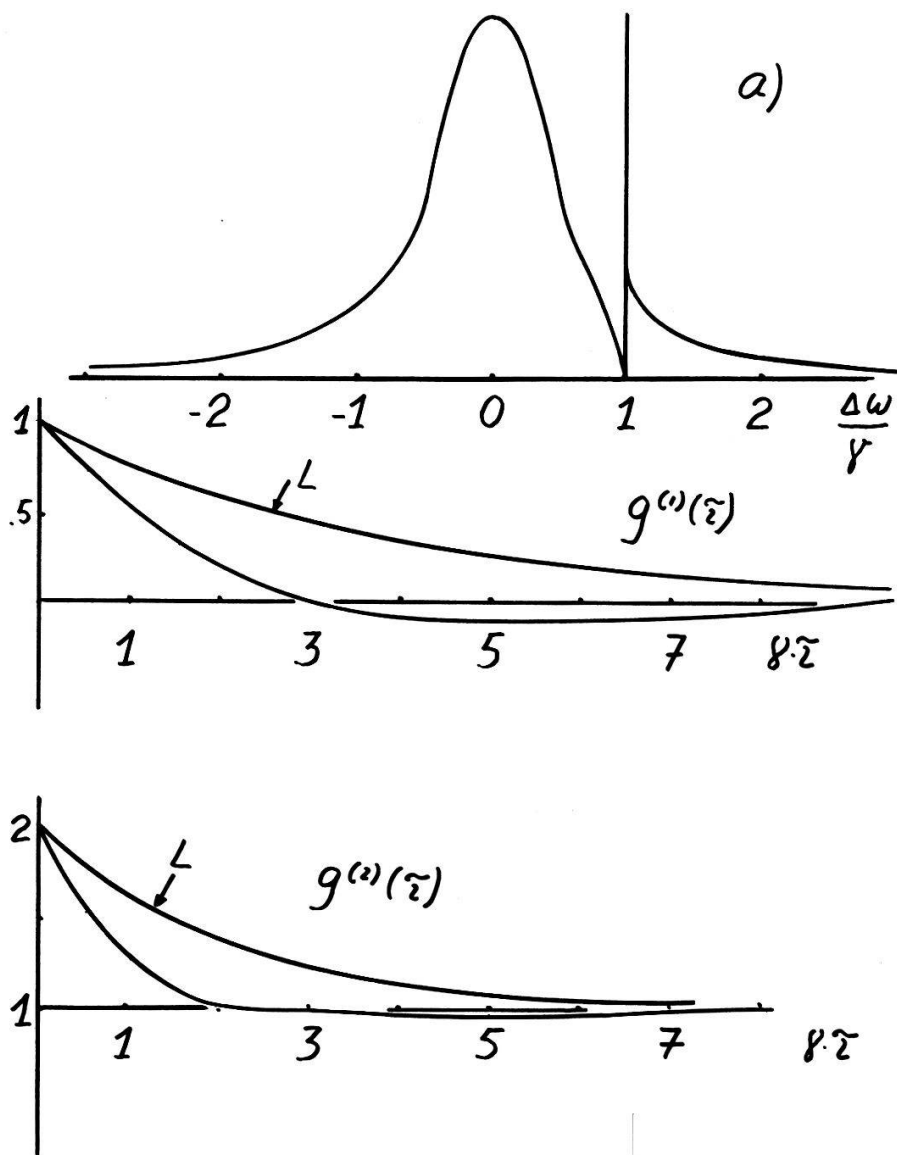


Figure 2

### Références

- [1] BORN et WOLF, *Principles of Optics*. R. J. GLAUBER, *Optique et Electronique quantique les Houches* (1964).  
 [2] P. R. FONTANA et coll., *Jour. Phys.* A7, 911 (1974); *Phys. Rev.* A7, 1866 (1973).

### Geschichtete positive Säule und Schlauchentladung im Sauerstoff

von P. KOCIAN

(Laboratoire de Physique Appliquée, EPF-Lausanne)

Das Niederdruckplasma im Sauerstoff wurde untersucht. Je nach der Konzentration der im Entladungsrohr anwesenden negativen Ionen ist dieses Plasma geschichtet oder hat die Form einer Schlauchentladung. Strom-Spannungs-Charakteristiken des Plasmas wurden gemessen und das Existenzgebiet der Schlauchentladung im Strom-Druck-Diagramm ermittelt. Aufgrund von elektrischen Längsfeldstärke-

Messungen werden die Reaktionen zwischen den Plasmateilchen für beide Entladungsformen diskutiert.

Die Arbeit wird vom Schweizerischen Nationalfonds unterstützt.

### Supraleitende Verbundwerkstoffe auf Niob-Kupferbasis

VON W. RINNERTHALER UND L. RINDERER

(Institut de Physique Expérimentale de l'Université de Lausanne, CH-1015 Lausanne-Dorigny)

Supraleitende Materialien, bestehend aus Niobfasern in einer Kupfermatrix, wurden durch Induktionsschmelzen und anschliessende Kaltverformung hergestellt. Nach dem Schmelzen liegt das Niob in ziemlich unregelmässigen Ausscheidungen vor. Durch die Kaltverformung werden die primären Niob-Partikel ausgerichtet und verlängert. Es wurden Legierungen mit Niobgehalten zwischen 20 und 35 a/o untersucht. Sie zeigen einen scharfen Übergang zwischen 7 und 8 K. Die kritischen Stromdichten bei 4,2 K liegen in der Grössenordnung von  $10^4$  A/cm<sup>2</sup>, das kritische Magnetfeld wurde zu *ca.* 3 kG extrapoliert.

### Messungen von Schwefelverbindungen am Myonenkanal des SIN

VON T. DUBLER, R. ENGFER<sup>1)</sup>, F. J. HARTMANN<sup>2)</sup>, K. KAESER, W. LINDT, B. ROBERT-TISSOT, L. A. SCHALLER, L. SCHELLENBERG UND H. SCHNEUWLY

(Physikalisches Institut der Universität Fribourg, 1700 Fribourg)

Negative Myonen werden in Atom- und Molekülbahnen [1] eingefangen und gehen dann durch Augereffekt oder Aussendung elektromagnetischer Strahlung in den *1s*-Zustand über. Man erwartet, dass die chemische Struktur über die Elektronendichteverteilung hauptsächlich den eigentlichen Einfangprozess und den Augereffekt beeinflusst. Änderungen in diesen Prozessen wirken sich dann auf die Intensitäten der Strahlungsübergänge aus.

Unsere ersten Messungen am Myonenkanal des SIN sollten zeigen, ob an zwei verschiedenen Verbindungen gleicher Atome ein Einfluss der chemischen Struktur auf die relativen Einfangraten nachweisbar sei und ob Unterschiede in den relativen Intensitätsverhältnissen der myonischen K-, L- und M-Serien auftreten. Um die Zahl freier Parameter klein zu halten, wurden die beiden Verbindungen Na<sub>2</sub>SO<sub>3</sub> und Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> untersucht, welche sich hauptsächlich in der Bindung des Schwefelatoms unterscheiden. Die Verbindungen waren kristallwasserfrei, um H-Transfereffekte [1] auszuschliessen.

Die Messungen wurden mit der in Ref. [2, 3] beschriebenen Teleskop- und Detektoranordnung durchgeführt. Die Auswertung der Spektren lässt folgende vorläufige Schlüsse zu:

- a) Die Unterschiede in den Intensitätsverhältnissen desselben Elements in den beiden Verbindungen sind mit der bis jetzt vorliegenden Statistik kleiner als 10%.
- b) Das relative Einfangverhältnis [(O/Na) in Na<sub>2</sub>SO<sub>3</sub>] zu [(O/Na) in Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>] stimmt mit dem stöchiometrischen Verhältnis der Sauerstoffatome von 0,75 überein. Hingegen liegen die O/S-, bzw. Na/S-Einfangraten um etwa 13% tiefer

<sup>1)</sup> Laboratorium für Hochenergiephysik, ETH Zürich.

<sup>2)</sup> Physik-Department der Technischen Hochschule München.



als die stöchiometrischen Werte von 0,75, resp. 1. Da die Elektronendichten um die Na- und O-Atome in den beiden Verbindungen ähnlich sind, um die S-Atome aber verschieden (die S-Valenz in der Sulfatverbindung ist positiver), ist die gemessene geringere Einfangrate im Schwefel der Sulfatverbindung qualitativ verständlich.

## Literatur

- [1] L. I. PONOMAREV, Ann. Rev. Nucl. Sci. 23, 395 (1973).
- [2] H. BACKE et al., Nucl. Phys. A189, 472 (1972).
- [3] Interner Bericht Universität Fribourg, IPF-ME-75-02.

## Correlation Analysis of the Environmental Influences on the Radioactive Argon Releases from the Plume of the Reactor Diorit

by K. BEHRINGER, D. FEUERMANN, LJ. KOSTIĆ and W. SEIFRITZ

(Eidg. Institut für Reaktorforschung, Würenlingen)

During a one-month period the influence of meteorological variables (e.g., wind speed, wind direction, vertical temperature gradient) on the gamma dose rate – emitted from the plume of the 25 MW heavy water reactor DIORIT – was studied. Stochastic methods and multiple regression analysis were used. A simple model which consists of a linear superposition of the various effects on the dose rate was assumed. The time records of the dose rate, wind speed, wind direction and vertical temperature gradient show typical characteristics of a non-stationary process. Therefore, a corresponding analysis technique had to be applied. Mean values, standard deviations, covariance functions, partial and multiple correlation coefficients were calculated using the ensemble averaging technique.

## Supraleitende Eindringtiefe in Niobium und Niobiumlegierungen

VON J. LAMMER und L. RINDERER

(Institut de Physique Expérimentale de l'Université de Lausanne, CH-1015 Lausanne-Dorigny)

*Abstract.* Durch Erhöhung der Empfindlichkeit der Messanordnung nach Schawlow und Devlin [1] konnte an oberflächenbehandelten Nb-Ti Proben eine Änderung von  $d\lambda/dy$  bei tiefen Temperaturen nachgewiesen werden.

By increasing the sensitivity of Schawlow and Devlin [1] apparatus we observed variations of the superconducting penetration depth in Niobium-Titanium samples having undergone surface treatment.

### 1. Einleitung

Bei hohen Temperaturen  $T \rightarrow T_c$  konnte keine Abweichung vom  $\lambda = \lambda_0 y$  Temperatugesetz, mit  $y = 1/(1 - t^4)^{1/2}$  und  $t = T/T_c$  beobachtet werden. Die Abweichung bei tiefen Temperaturen von der geraden Linie  $\lambda = f(y)$  aufgrund des zunehmenden Gap nach der BCS-Theorie [2] konnte wegen der Empfindlichkeit unserer Messanordnung von  $\pm 1 \text{ \AA}$  gut studiert werden.

## 2. Messmethode

Die Probe ist ein langer polykristalliner Draht ( $l = 80$  mm,  $d = 2$  mm), welcher der Kern einer Spule ist. Die Induktivität der Spule ist proportional der Fläche, welche vom Fluss durchdrungen wird, d.h. der Fläche zwischen Spule und Probe, und dem Querschnitt, den der Fluss in die Probe eingedrungen ist.

Wenn die Temperatur variiert, variiert die Induktivität der Spule mit der Veränderung der Eindringtiefe.

Eine zur Messspule parallel geschaltete Kapazität stellt den Resonator eines HF-Oszillators dar, dessen Frequenzänderungen mit einem Digitalfrequenzmesser, einem Digital-Analogwandler und  $x$ - $y$  Schreiber gemessen werden.

Wenn die Induktivität der Messspule sich mit der Eindringtiefe verändert, beobachtet man folgende Frequenzänderung:

$$\frac{\partial f}{f} = \frac{1}{2} \frac{\partial L}{L}$$

$$\frac{2\pi r \partial \lambda}{A} = \frac{\partial L}{L} = \frac{2\partial f}{f}$$

$$\partial \lambda = \frac{A}{\pi r} \frac{\partial f}{f}$$

Der geometrische Faktor  $A$  wurde aus Messungen bei verschiedenen Frequenzen, mit und ohne Probe, bestimmt. Aus der gegebenen Frequenzstabilität des Oszillators wurde ein Auflösungsvermögen von  $\pm 1$  Å berechnet.

## 3. Resultate

Die Ergebnisse für reines Niobium stimmen mit den Werten, mit denen man nach der BCS-Theorie rechnen kann, gut überein (Abb. 1).

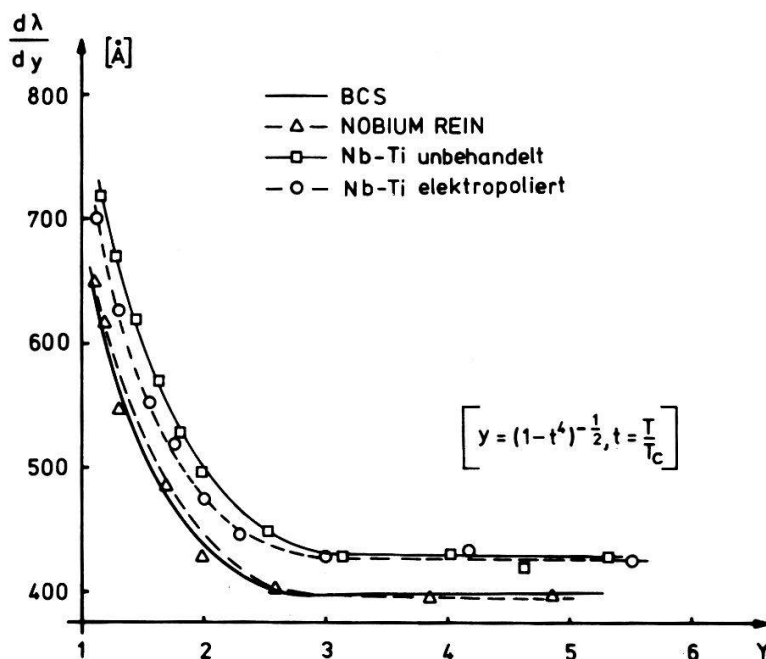


Abb. 1

$d\lambda/dy$  als eine Funktion von  $y$ . a) Niobium rein  $\Delta$ ; b) Nb-Ti unbehandelt  $\square$ ; c) Nb-Ti elektropoliert  $\circ$ .

Die Niobium–Titanium Proben (60% Ti) zeigen global eine erhöhte Eindringtiefe verglichen mit der reinen Niobium-Probe. Für die elektrolytisch polierte Probe wurde bei tiefen Temperaturen eine Abweichung von 15 Å gegenüber der unbehandelten Niobium–Titanium Probe gemessen. Da die ‘bulk’-Eigenschaften der beiden Proben identisch sind (siehe Abb. 1 bei hohen  $\gamma$ -Werten), können diese Abweichungen nur den geänderten Oberflächenverhältnissen zugesprochen werden. Die Zustandsdichte nahe der Oberfläche, die von deren Geometrie beeinflusst werden kann, könnte für die beobachtete Anomalie verantwortlich sein.

### Literatur

- [1] SCHAWLOW und DEVLIN, *Phys. Rev.* *113*, 1 (1959).  
 [2] BARDEEN, COOPER und SCHRIEFFER, *Phys. Rev.* *108*, 1175 (1975).

### Détermination du libre parcours Moyen près de la surface dans le Cd

par W. M. MACINNES, P. A. PROBST, B. COLLET et R. HUGUENIN  
 (Institut de Expérimentale de l'Université de Lausanne)

On a observé dans plusieurs métaux ou semi-métaux que l'impédance de surface en radio-fréquence varie brusquement dans un champ magnétique au voisinage de  $H = 0$ : bien que le phénomène présente certaines singularités qui n'ont pas encore été complètement expliquées, on admet qu'il est dû à l'existence d'états de surface [1]. Ce sont des états quantiques induits par le potentiel magnétique à l'interface vide-métal. L'électron, maintenu sur son orbite par le champ magnétique, doit être réfléchi spéculairement à la surface à laquelle il reste lié. Ces ‘skipping orbits’ ne devraient donc en principe exister que si les réflexions spéculaires à la surface sont possibles. Ces électrons ‘de surface’ participent ainsi à l'écrantage d'un champ électrique haute fréquence dans la profondeur de peau. Sans champ magnétique, les courants d'écran sont constitués par les électrons qui se déplacent à peu près parallèlement à la surface, sous un angle inférieur à  $\delta/l$  par rapport à la surface, où  $\delta$  est la profondeur de peau et  $l$  le libre parcours moyen.

Par un argument d'efficacité on montre que le courant d'écran

$$j_s \sim \left( \frac{\delta}{R} \right)^{1/2} l$$

dépend du champ magnétique [1]; ainsi la dérivée de l'impédance de surface par rapport au champ, qui est la grandeur mesurée dans l'effet dimensionnel dépendra aussi du champ. Si  $j_s \ll$  densité totale du courant d'écran, on a

$$\frac{dZ}{dH} \sim \frac{dj_s}{dH} \sim H^{-1/2} l$$

ce qui entraînerait une divergence en  $H^{-1/2}$  pour  $H \rightarrow 0$ . La divergence n'apparaît pas car quel que soit  $l$  la contribution des ‘skipping orbits’ au courant d'écran est supprimée pour un champ tel que la distance parcourue sur la trajectoire est égale au libre parcours moyen des électrons. L'expression du champ à partir duquel se trouve supprimée la divergence peut se mettre sous la forme [1]

$$B_n^{2/3} = \text{Cte} (n - \frac{1}{4})^{1/3} (K_F)^{1/3} \cdot \frac{1}{l}$$

Nous avons observé cet effet dans le Cd pur (5 N) où mesurant l'effet dimensionnel en radio-fréquence pour déterminer le libre parcours moyen à l'aide des résonances Gantmakher, nous avons aussi suivi la position du champ de quelques pics dont l'origine pourrait être l'effet mentionné plus haut; ceci pour les deux directions du champ magnétique qui permettent d'observer les orbites circulaires et quasi elliptiques de la lentille de la 3e bande.

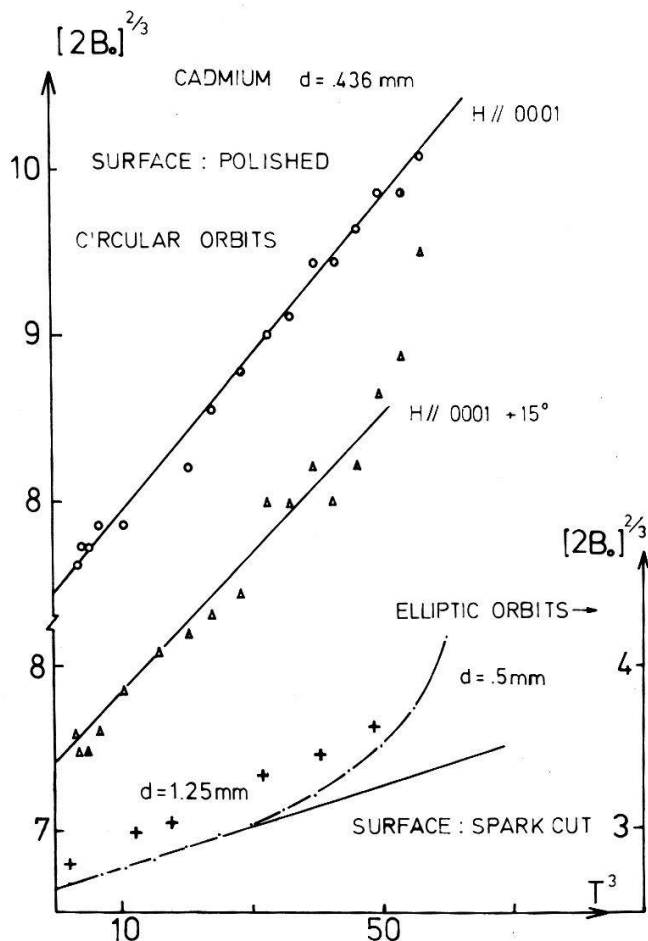


Figure 1

Les résultats obtenus sont résumés sur la figure montrant  $(2B_0)^{2/3}$  en fonction de  $T^3$  pour des échantillons d'épaisseurs différentes et pour les deux types d'orbites. Nous voyons qu'à basse température en tout cas,  $(2B_0)^{2/3}$  donc, dans l'interprétation ci-dessus  $1/l$ , est bien linéaire en  $T^3$  comme on peut l'attendre pour des processus de diffusion 'catastrophique', c'est à dire pour lesquels toute collision est efficace. Les libres parcours moyens déterminés à partir de ces résultats peuvent se mettre sous la forme  $1/l = (1/l_0) + \alpha T^3$  où  $l_0$  et  $\alpha$  ont les valeurs indiquées sur le tableau suivant

Type d'orbite	Epaisseur de l'échantillon (mm)	$l_0$ (mm)	$\alpha$ mm <sup>-1</sup> (°K) <sup>-3</sup>
Circulaire	0,44	0,057	$11,1 \cdot 10^{-2}$
Elliptique	0,50	0,195	$2,5 \cdot 10^{-2}$
	1,25	0,090	$3,4 \cdot 10^{-2}$

Les caractéristiques essentielles de ces résultats sont les valeurs faibles du libre parcours moyen des électrons en surface par rapport à un libre parcours moyen 'bulk' et l'anisotropie du libre parcours moyen qui apparaît aussi pour les électrons non liés à la surface (résonance Gantmakher). D'autre part c'est la première fois qu'on observe un  $l_{\text{ph}}^{-1} \sim T^3$  pour ces électrons du Cd.

Ces résultats indiquent que l'effet des 'skipping orbits' pourraient être à l'origine des anomalies d'impédance de surface en champ voisin de zéro dans le Cd. Il est cependant étonnant que cet effet se manifeste même dans des échantillons pour lesquels la surface n'a pas été particulièrement soignée, ainsi lorsque les rugosités dues à la coupe par électro-érosion n'ont pas été supprimées. Il se pourrait qu'il apparaisse une charge superficielle qui serait responsable de collisions spéculaires quelle que soit l'état de la surface.

### Référence

- [1] K. E. SIBBALD, A. L. MEARS et J. F. KOCH, Phys. Rev. Letters 27, 14 (1971).

### A Note on the Erosion of the 'First Wall' in the Next Generation of Tokamak's

S. VEPŘEK and M. R. HAQUE

(Institute of Inorganic Chemistry, University of Zürich, Switzerland)

The presence of relatively small amounts of impurity ions in a hot plasma constitutes one of the most severe impediments towards achieving ignition conditions. These impurities are released by plasma-wall interactions such as sputtering, blistering, chemical interaction and thermal shocks.

Since low  $z$  impurities are less undesirable than high  $z$  ones, pyrolytical carbon, carbides and nitrides of light elements are proposed as construction materials for the first wall and limiter, in the large dimension TOKAMAK machines like JET (Joint European Torus) which are now being planned.

In this paper, preliminary results on the chemical attack of several carbon materials by hydrogen plasma will be presented.

### Dédoublément et Déplacement de la Fréquence de Larmor d'un Système de Moments Nucléaires soumis à une Excitation RF non-résonante

par E. HILTBRAND, B. BORCARD, R. SÉCHEHAYE et G. J. BÉNÉ

(Département de Physique de la Matière Condensée, Station de Jussy – Section de Physique – Université de Genève (Suisse))

*Abstract.* We have shown in some past papers a shift of the Larmor frequency in nuclear systems outside the direct field resonant condition.

Recent experiments, made in the vicinity of the resonance condition, show:

- 1) the splitting of the Larmor frequency in two components (well known in resonance),
- 2) a shift of these components, which agrees with
  - a) the rotating field approximation,
  - b) a slight Bloch-Siegert effect directly shown by separate excitation of the two rotating components of the alternative RF field.

The intensity of these two transitions goes rapidly to zero (parabolic low in first approximation) for large values of the frequency shift.

Il est bien connu qu'une excitation RF non-résonante modifie la position des sous-niveaux magnétiques d'un système de moments nucléaires soumis à un champ constant  $H_0$ , lorsqu'une telle excitation a lieu dans un plan approximativement perpendiculaire à la direction de  $H_0$ . Un tel effet peut aussi bien être interprété en utilisant le concept de noyau 'habillé' par les photons RF non-résonants [1] que celui de champ 'efficace', résultante des champs extérieurs auquel est soumis le système et du champ fictif de Coriolis introduit par l'emploi du référentiel tournant [2].

L'analyse d'un tel système a été entreprise dans notre station de Jussy, dans les conditions suivantes :

- Le système de moments nucléaires est constitué par les protons de substances liquides (eau, benzène purs, à la température ordinaire).
- Le champ constant  $H_0$  auquel sont soumis les noyaux est le champ magnétique terrestre (correspondant à une fréquence de Larmor  $\nu_0 = 1973$  Hz).
- L'excitation a lieu à l'aide d'un champ alternatif d'amplitude  $2H_1$  ou tournant d'amplitude  $H_1$  dont la fréquence couvre la bande 0–5 KHz et dont l'amplitude dans les cas envisagés ici, est telle que  $\gamma H_1 (=2\pi\nu_1)$ , avec  $\gamma =$  rapport gyromagnétique des protons) soit compris entre 50 et 100 Hz.

L'aimantation nucléaire d'équilibre des protons de l'échantillon dans le champ de polarisation  $H_p$  de direction appréciablement différente de celle du champ magnétique terrestre  $H_T$  est considérablement amplifiée par polarisation dynamique [3]. On observe la précession libre des protons après coupure du champ  $H_p$  et on analyse le spectre de fréquences du signal ainsi obtenu.

1) En l'absence d'excitation RF, la fréquence de précession libre est la fréquence  $\nu_0$  des protons dans le champ magnétique terrestre.

2) En présence de l'excitation RF, notons d'abord qu'à la précision de nos expériences ( $\pm 1$  Hz) une excitation par champ alternatif, ou une excitation par champ tournant dans le même sens que la précession des protons en l'absence d'excitation conduisent aux mêmes phénomènes qualitativement ou quantitativement, à condition de ne considérer que la composante tournante convenable du champ alternatif (d'amplitude moitié de celle appliquée).

- A la résonance, on observe le phénomène de Torrey [4], c'est à dire deux composantes, d'égale intensité, et de fréquences  $\nu_0 \pm \nu_1$ .
- A l'extérieur de la zone de résonance (c'est-à-dire entre 0 et 1900 Hz et entre 2050 Hz et 4 ou 5000 Hz pour  $\nu_0 = 1973$  Hz), comme nous l'avons montré antérieurement [5] on observe une seule fréquence, en excellent accord soit avec le calcul approché en champ alternatif, soit avec l'expression exacte de Rabi pour le champ tournant, ce qui donne pour la fréquence propre des protons si  $\nu < \nu_0$ , un écart donné par

$$\Delta\nu_0 = \nu + [(\nu_0 - \nu)^2 + \nu_1^2]^{1/2} - \nu_0$$

si  $\nu > \nu_0$

$$\Delta\nu_0 = \nu - [(\nu_0 - \nu)^2 + \nu_1^2]^{1/2} - \nu_0$$

Nous proposons ici une analyse théorique et expérimentale du phénomène dans la plage de fréquences  $1900 \text{ Hz} < \nu < 2050 \text{ Hz}$  par excitation en champ alternatif ou tournant d'amplitude telle que  $\nu_1 = 50$  ou  $100$  Hz.

Résumons brièvement nos résultats:

### I. Excitation en champ alternatif

1. Les valeurs obtenues pour les fréquences propres du système sont, expérimentalement, en parfaite continuité avec les résultats obtenus à la résonance ou hors de la zone de résonance (Fig. 1).

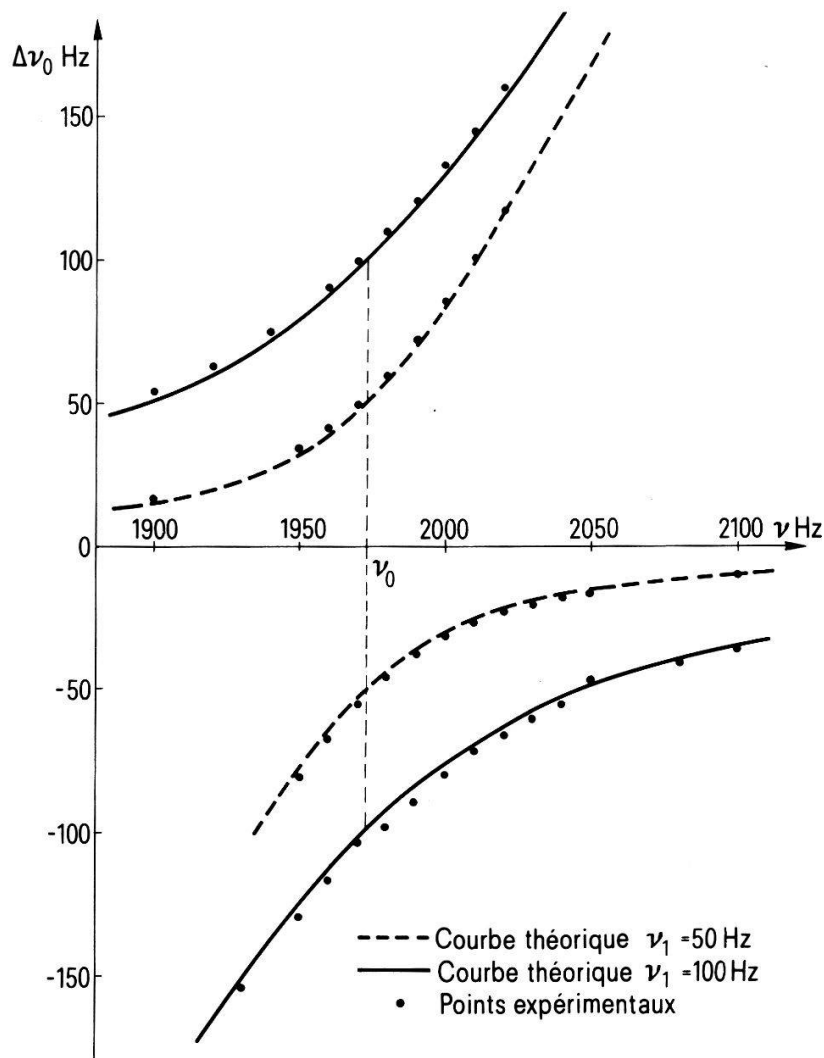


Figure 1

$\Delta\nu_0$  pour  $1000 \text{ Hz} < \nu < 3000 \text{ Hz}$ .

2. La grandeur des deux fréquences observées est très convenablement décrite par l'expression de Rabi

$$\Delta\nu_0 = \nu \pm [(\nu_0 - \nu)^2 + \nu_1^2]^{1/2} - \nu_0 \quad (\text{Fig. 2})$$

3. L'amplitude de la composante dont la fréquence tend vers  $\nu_0$  lorsqu'on s'écarte de la résonance croît de façon monotone jusqu'à prendre une valeur limite (pour  $\nu \rightarrow 0$  ou  $\nu \rightarrow \infty$ ) de grandeur double de l'amplitude à la résonance.

4. L'amplitude de la composante dont le fréquence s'écarte en valeur absolue de  $\nu_0$  tend rapidement vers 0 lorsqu'on s'écarte de la zone de résonance.

L'analyse théorique confirme ces résultats préliminaires.

### II. Excitation en champ tournant

1. Si l'on utilise la composante qui tourne dans le même sens que la précession de Larmor des noyaux dans le champ constant seul, les résultats obtenus confirment les mesures en champ alternatif.

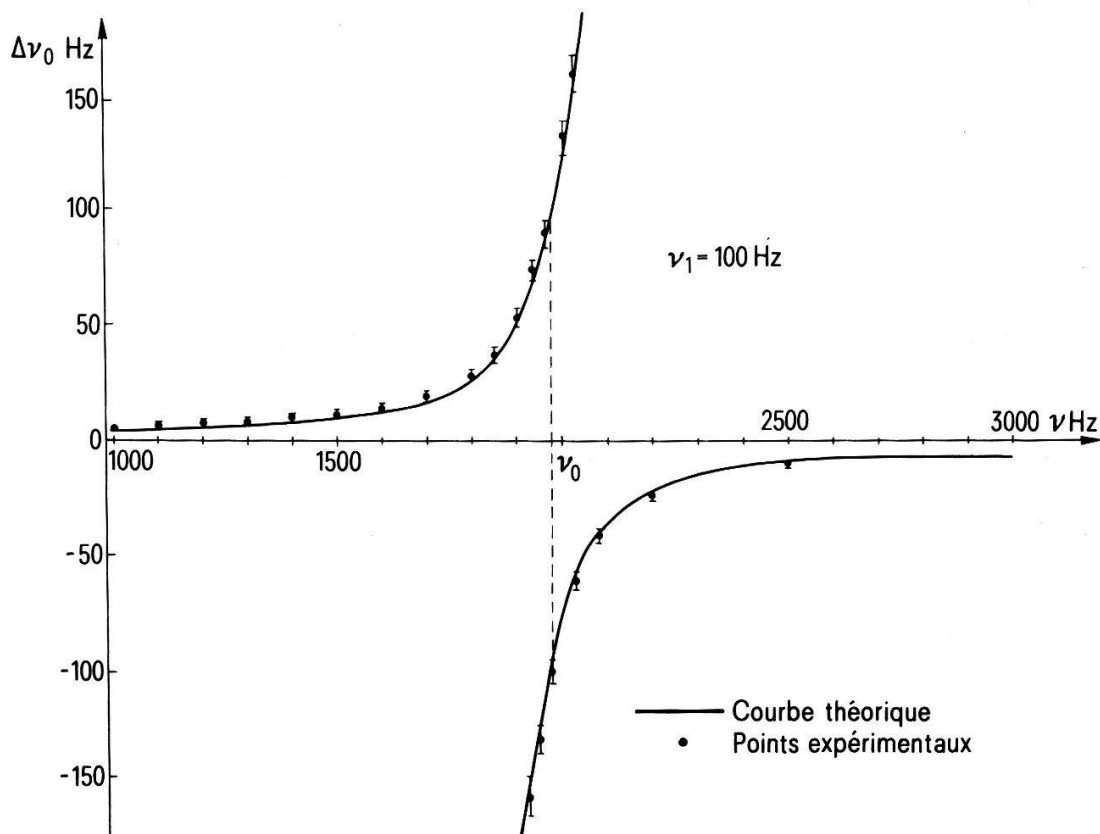


Figure 2

$\Delta\nu_0$  entre 1900 et 2100 Hz pour  $\nu_1 = 50$  et 100 Hz.

2. L'emploi de la composante tournant en sens inverse met en évidence l'effet Bloch-Siegert [6] dont l'amplitude dans les cas considérés ne dépasse pas l'ordre de grandeur de 1 Hz.

## Références

- [1] A. KASTLER, *Pulsed Magnetic and Optical Resonance*. Proceed. Ampère Summer School Basko Polje, Septembre 1971, pp. 1-19. C. COHEN-TANNOUDJI et S. HAROCHE, *Comptes rendus série B*, 262, 37 (1966); *J. Phys.* 30, 153 (1969). S. HAROCHE, C. COHEN-TANNOUDJI, C. AUDOIN et J. P. SHERMANN, *Phys. Rev. Lett.* 24, 861 (1970).
- [2] Pour les données de base sur la résonance magnétique, voir par exemple A. ABRAGAM, *The Principles of Nuclear Magnetism* (Clarendon Press, Oxford 1961).
- [3] A. W. OVERHAUSER, *Phys. Rev.* 89, 689 (1953); 92, 411 (1953). R. BRIERE, H. LEMAIRE et A. RASSAT, *Bull. Soc. Chim. France* 11, 3273 (1965). A. LANDESMAN, *J. Phys. Rad.* 20B, 937 (1959).
- [4] H. C. TORREY, *Phys. Rev.* 75, 1326 (1949).
- [5] G. J. BENE et al., 18th Ampere Congress, Nottingham 1974. *Magnetic Resonance and Related Phenomena*, Vol. I, pp. 185-186.
- [6] F. BLOCH et A. SIEGERT, *Phys. Rev.* 57, 522 (1940).

## Propriétés quasi quantiques d'un système classique en interaction avec un milieu extérieur

par P. CORNAZ

(Lab. Optique Phys. EPF-Lausanne)

*Abstract.* A system formed by two coupled classical oscillators has two eigenmodes with eigenfrequencies  $\omega_1$  and  $\omega_2$ . A special coupling to an outside medium is described and it is shown that this



coupling makes the higher frequency eigenmode unstable and the system decays spontaneously to the lower frequency mode (or ground state). During this transition a fixed amount of energy is emitted at frequency  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ . When excited by the medium at this same frequency energy is absorbed and the system makes a transition from the low frequency mode to the high frequency mode. Stimulated emission is also shown.

## 1. Introduction

Il existe une analogie formelle entre la solution de l'équation de Schroedinger pour un atome isolé et les solutions d'un système vibrant sans pertes avec plusieurs degrés de libertés. Dans les deux cas on a affaire à une série d'états stationnaires ou états propres, avec des fréquences propres associées. Dans les deux cas une combinaison linéaire de ces solutions stationnaires constitue la solution générale. Une telle combinaison n'est généralement pas stationnaire car il y a battement entre les composantes de fréquences différentes, mais elle est permanente, c'est à dire que les coefficients restent constants.

Toutefois un atome n'est pas en réalité isolé: il est entouré d'un espace susceptible de contenir un champ électromagnétique et il est lui-même capable d'en créer, d'où un couplage avec le milieu extérieur qui confère à l'atome les propriétés bien connues d'un atome quantique: durée de vie limitée dans les états excités, émission spontanée accompagnée d'un changement d'état, absorption et émission stimulées.

Pour pousser l'analogie plus loin nous avons étudié dans un cas particulier l'effet sur un système vibrant classique à deux mouvements propres d'un couplage avec un milieu extérieur pouvant contenir des ondes. La particularité du couplage choisi est qu'il n'affecte pas, en première approximation, les mouvements propres mais devient effectif dans un état de superposition, tout comme le couplage dipolaire électrique de l'atome avec son entourage.

Nous avons trouvé que ce couplage confère au système vibrant des propriétés analogues à celles de l'atome couplé à l'espace: instabilité des mouvements propres de fréquence supérieure, émission spontanée à la fréquence différence de celles des mouvements propres, accompagnée d'un changement d'état. On observe également les phénomènes d'absorption et d'émission stimulées. Fontana [1] a récemment examiné un autre type d'analogie dans laquelle le mouvement lui-même du système classique est amorti par le couplage. Dans notre approche ce mouvement n'est pas amorti mais il change de mode sous l'effet du couplage.

## 2. Le système étudié

Il s'agit de deux oscillateurs harmoniques couplés pouvant vibrer dans un plan (Fig. 1). Ils sont de même fréquence, définie par leur masse et la tension des fils fournie par les ressorts  $\beta$ , le point  $M$  étant pour le moment considéré comme fixe. Les deux oscillateurs sont couplés faiblement entre eux par le ressort  $\alpha$  (ceci n'est pas encore le couplage avec le milieu extérieur!).

On sait qu'un tel système possède deux mouvements propres de fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$ :

- $\omega_1$  mouvement symétrique;  $x_1$  et  $x_2$  de même amplitude et en phase;
- $\omega_2$  mouvement assymétrique  $x_1$  et  $x_2$  de même amplitude et en opposition de phase.  $\omega_2 = \omega_1 + \Delta\omega$  avec  $\Delta\omega \ll \omega_1$ .

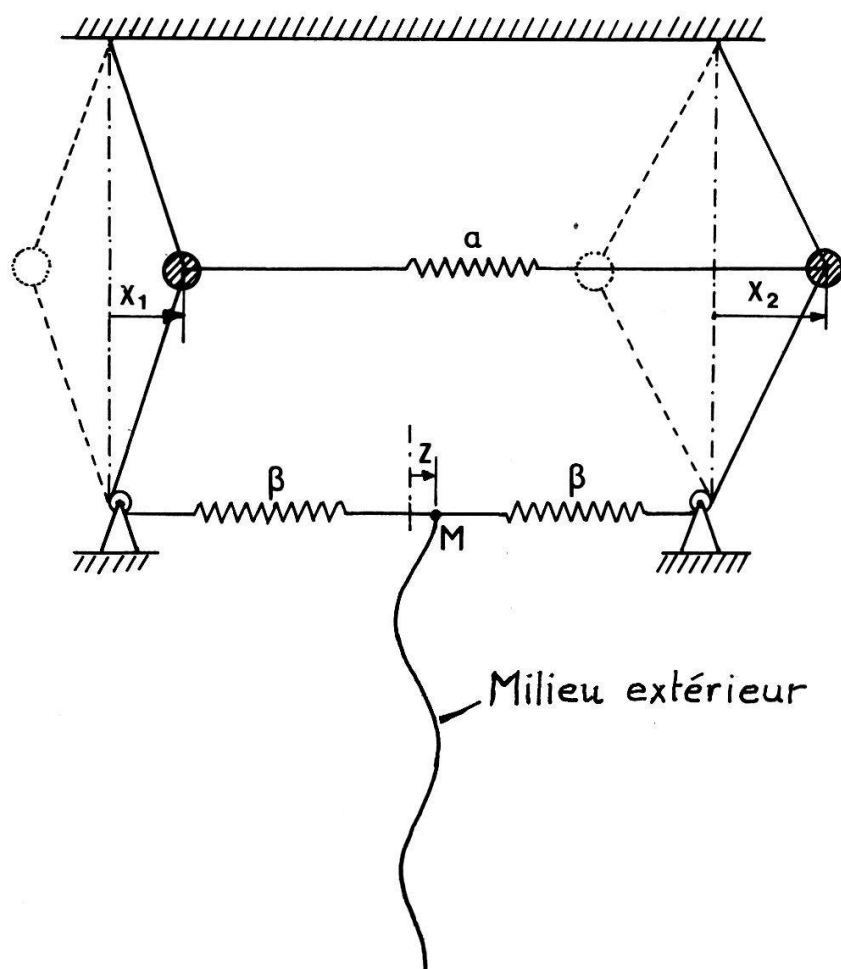


Figure 1

Le système étudié: deux oscillateurs couplés; le milieu extérieur est représenté par une corde fixée au point  $M$ .

L'aspect pour l'oeil de ces deux mouvements est le même; seule une observation stroboscopique pourrait déceler la différence de phase. Les deux modes sont stationnaires. Le mouvement général du système est une superposition linéaire à coefficients constants et donne lieu au mouvement caractéristique où alternativement l'un ou l'autre des oscillateurs est fortement excité, l'alternance étant à la fréquence  $\Delta\omega$ .

Le milieu extérieur est, par exemple, une corde tendue infiniment longue fixée au point  $M$ . Si ce point se déplace une onde peut se propager le long de la corde. Celle-ci réagit sur le point  $M$  par la résistance d'onde  $-fdz/dt$  caractéristique pour tout milieu ondulatoire.

La force qui agit sur le point  $M$  est due aux allongements des deux fils pendant les oscillations, allongements proportionnels à  $x^2$  pour les petites amplitudes. La force sur  $M$  est donc proportionnelle à  $x_2^2 - x_1^2$ . En appelant  $r_1 = -1$  et  $r_2 = 1$  les abscisses des deux oscillateurs on a  $F_M = c \sum_i r_i x_i^2$ , formule qui rappelle le moment dipolaire électrique.

On constate que ce couplage est inefficace dans chacun des modes propres, car dans ce cas les amplitudes  $x_1$  et  $x_2$  sont égales. Il devient actif dans tout état de superposition ou les deux amplitudes sont inégales et varient à la fréquence  $\Delta\omega$ .

Les équations du mouvement s'écrivent facilement: Avec  $X = x_1 + x_2$ ,  $Y = x_1 - x_2$  les variables normales décrivant les deux mouvements propres,  $\omega_1$  et  $\omega_2$  les deux fréquences propres,  $Z = b \cdot z$  une variable proportionnelle au déplacement  $z$  du point

$M$ , et  $k$  et  $c$  des combinaisons de constantes qui caractérisent respectivement la résistance d'onde du milieu et la force du couplage, on obtient :

$$\ddot{X} + \omega_1^2 X = ZY$$

$$\ddot{Y} + \omega_2^2 Y = ZX$$

$$k\dot{Z} + Z = cXY$$

### 3. Solution par calcul analogique

Nous avons étudié les propriétés des solutions sur un calculateur analogique pour une situation où  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \ll \omega_1$ .

Figure 2a: Les mouvements  $X(t)$ ,  $Y(t)$  et  $Z(t)$  sont représentés. Ils sont de la forme  $X(t) \cong \hat{X}(t) \cdot \sin \omega_1 t$ ,  $Y(t) \cong \hat{Y}(t) \sin \omega_2 t$ ,  $Z(t) = \hat{Z}(t) \sin \Delta\omega t$  où  $\hat{X}(t)$ ,  $\hat{Y}(t)$  et  $\hat{Z}(t)$  sont des amplitudes lentement variables. Les oscillations de  $X$  et  $Y$  ne sont pas résolues par l'oscilloscope. Condition initiale très voisine du mode propre supérieur  $\hat{Y} = 1$  (contamination avec 6% de  $\hat{X}$ ). Le système évolue spontanément vers  $\hat{X} = 1$ ,  $\hat{Y} = 0$  et pendant cette évolution une onde de fréquence  $\Delta\omega$  est transmise sur la corde. La forme du pulse émis ressemble aux pulses en  $\text{sech } \gamma (t - t_m)$  prévus par la théorie semi-classique de l'émission atomique [2] et contraste avec l'émission exponentielle bien connue. Toutefois cette émission exponentielle est observée en optique dans des situations où la préparation d'un état initial sous forme d'état propre peu contaminé ne peut pas être garantie, l'état préparé étant généralement analogue à  $\hat{X} = 1$ ,  $\hat{Y} \cong 0,1$ ; dans ce cas on observe la queue quasi exponentielle du pulse. L'analogie étudiée par Fontana et al. [1] fournit une décroissance exponentielle indépendamment des conditions initiales.

Figures 2b et c. Comparaison de deux conditions initiales: en 2c départ plus proche de l'état propre supérieur ( $\hat{Y}(0) = 1$ ,  $\hat{X}(0) = 0,006$ ). Le phénomène est le même mais la phase de démarrage est plus longue.

Figures 2d et e. Lorsque le couplage augmente (coefficient  $c$ , analogue du moment dipolaire atomique) la transition évolue plus vite mais l'énergie émise (intégrale de la fonction  $\hat{Z}(t)$ ) est la même.

Figure 2f. Application d'une force extérieure accordée à la fréquence  $\Delta\omega$ . Le système, initialement dans le mode inférieur  $\hat{X} = 1$ ,  $\hat{Y} = 0$ , commence à faire des transitions induites qui l'amènent plusieurs fois dans l'état supérieur et retour dans l'état fondamental. Il s'agit ici de l'analogie de la nutation ou du 'Rabi-flipping'. A la fin de la perturbation le système est laissé dans l'état supérieur d'où il commence immédiatement une transition spontanée. Remarquons que celle-ci est beaucoup plus lente qu'une transition stimulée pendant le pulse: celui-ci était largement saturant.

Figure 2g. Application d'un pulse  $2\pi$  (une période de nutation) et de deux pulses  $\pi$  (une demi-période, changement d'état, suivi par la transition spontanée). Ces pulses n'ont pas rigoureusement la bonne durée.

### 4. Conclusion

Un système classique vibrant avec deux modes propres peut acquérir, par un couplage adéquat avec un milieu extérieur, des propriétés très analogues à celles d'un atome quantique couplé à l'espace électromagnétique. Il montre notamment les phénomènes d'émission spontanée et d'absorption et émission stimulées.

Figure 2a  
Transition spontanée à partir d'un état proche de l'état propre supérieur  $X(0) = 0,06$ ,  $Y(0) = 1$ . Evolution des modes propres  $X$  et  $Y$  et du point de couplage  $Z$ .

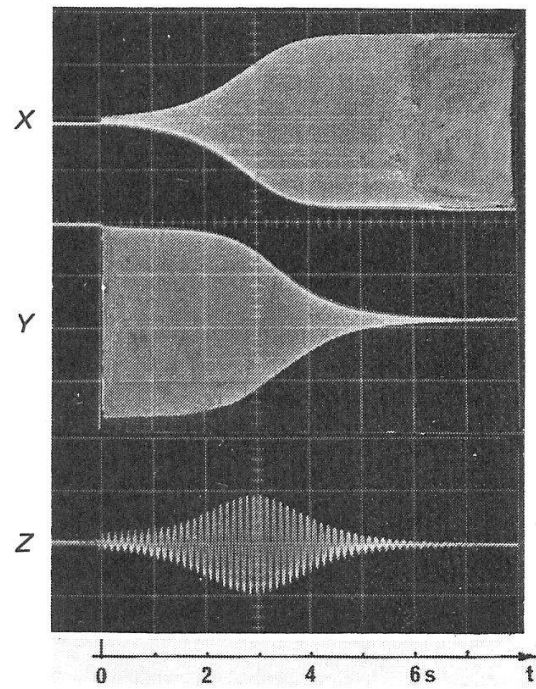


Figure 2b  
Effet des conditions initiales:  
 $X(0) = 0,06$ .  
 $Y(0) = 1$ .

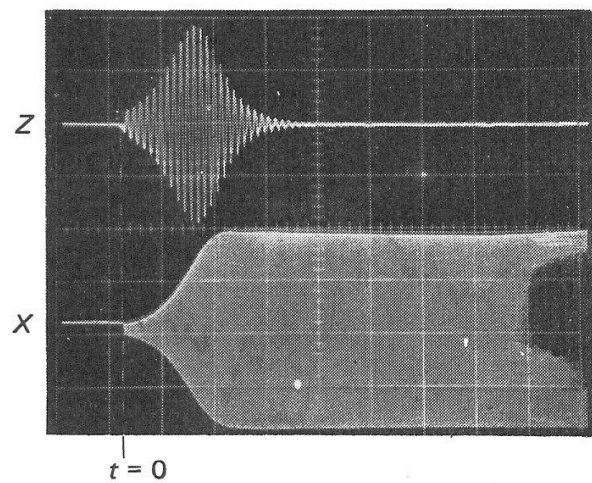


Figure 2c  
Effet des conditions initiales:  
 $X(0) = 0,006$ .  
 $Y(0) = 1$ .

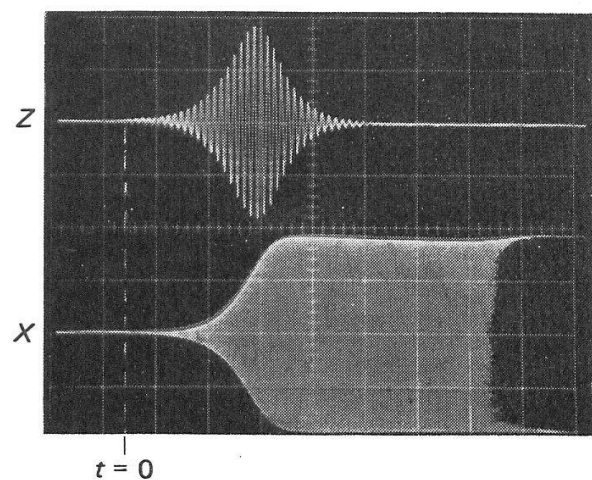


Figure 2  
Solutions par calcul analogique. Les traces larges correspondent à des oscillations rapides non résolues par l'oscilloscope à trace persistante.

Figure 2d  
Effet de la force du couplage:  
 $c = 50$  unités.

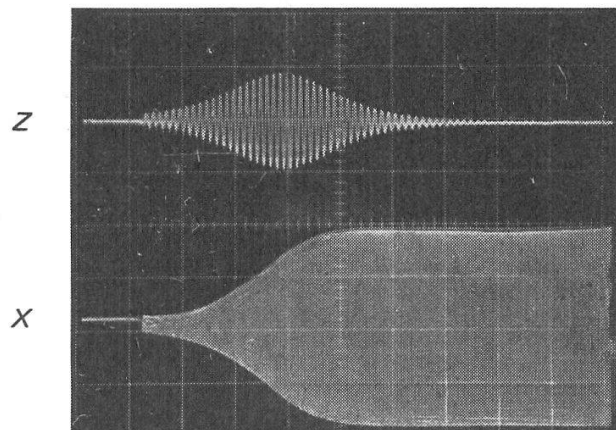


Figure 2e  
Effet de la force du couplage:  
 $c = 200$  unités.

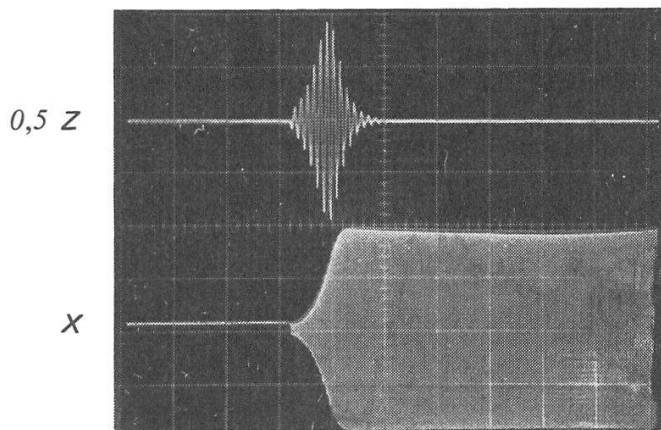


Figure 2f  
Nutation induite par une perturbation extérieure  
accordée à  $\Delta\omega$  appliquée pendant la durée de la  
barre blanche.

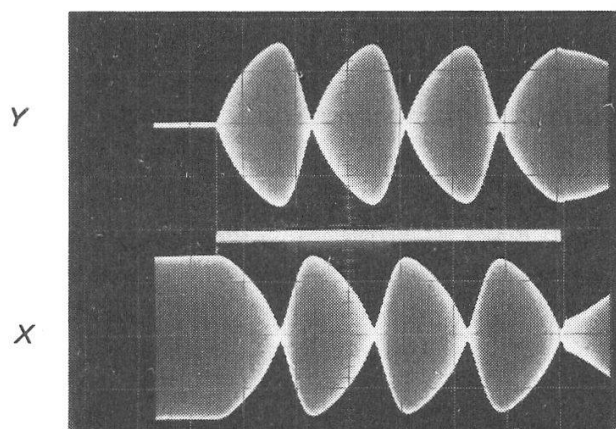


Figure 2g  
Pulses  $\pi$  et  $2\pi$ .

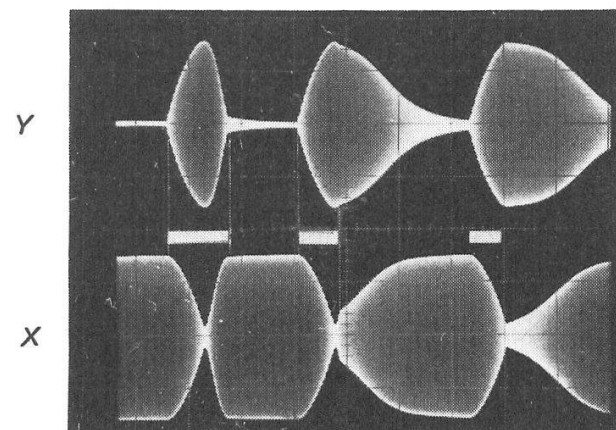


Figure 2  
Solutions par calcul analogique. Les traces larges correspondent à des oscillations rapides non résolues par l'oscilloscope à trace persistante.

## Remerciements

Nous remercions le Professeur A. Roch pour la mise à disposition du calculateur analogique.

## Références

- [1] P. R. FONTANA et R. P. SRIVASTAVA, Am. J. Phys. (1975), en voie de publication.  
 [2] C. R. STROUD et E. T. JAYNES, Phys. Rev. A1, 106 (1970); M. D. CRISP et E. T. JAYNES, Phys. Rev. 179, 1253 (1969).

## Physique Théorique

### Zur Thermodynamik nichthomogener Systeme

von H. R. TSCHUDI

(Institut für theoretische Physik der ETH-Z Zürich)

Ein Ausdruck für die freie Energie von Nebel (Wassertröpfchen in Luft) wird hergeleitet und die Gleichgewichtsverteilung der Nebeltröpfchen diskutiert. Es wird gezeigt, dass die freie Energie eines Systems kleiner wird, wenn man Nebelbildung zulässt. Reiner Nebel tritt jedoch praktisch nicht auf. Um Schmutzkeime bildet sich Nebel nur sehr nahe der Sättigung. Für Nebel um lösliche Keime gilt bei Sättigung die Beziehung

$$j = \left(\frac{3s}{2\gamma}\right)^{3/2} \quad \gamma = 3 \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3} \frac{\sigma v_{fl}}{kT} \simeq 8 \quad T = 300^\circ\text{K}$$

$j$ : Anzahl der Wassermoleküle in einem Tropfen mit  $s$  Schmutzmolekülen (-Ionen). Dies ist in vernünftiger Uebereinstimmung mit der Erfahrung.

### Zur Dynamik struktureller Phasenübergänge

von H. BECK

(IBM Forschungslaboratorium, 8803 Rüschlikon)

Strukturelle Phasenumwandlungen können durch den Hamiltonoperator

$$H = \sum_{n=1}^N \frac{P_n^2}{2M} + \frac{A}{2} \sum_{n=1}^N x_n^2 + \frac{B}{4} \sum_{n=1}^N x_n^4 - \frac{1}{2} C \sum_{n,d} x_n x_{n+d} \quad (1)$$

beschrieben werden. Wenn  $A - zC < 0$  kann eine geordnete Tieftemperaturphase mit  $\langle x_n \rangle \neq 0$  auftreten ( $z$  = Anzahl Nachbarn). Computersimulationen [1, 2] haben gezeigt,

dass der dynamische Strukturfaktor in der Nähe von  $T_c$  nebst den üblichen Phononresonanzen auch einen 'zentralen Peak' aufweist, der bisher mit den Mitteln anharmonischer Störungsrechnung nicht befriedigend erklärt werden konnte. Um die kollektiven Anregungen von (1) besser zu verstehen, wurde die Dynamik für kleine Teilchenzahl  $N$  mit quantenmechanischen Methoden exakt untersucht. Ausgehend von einer kleinen Anzahl der niedrigsten Eigenzustände der Einzeloszillatoren wurden die Eigenwerte des gekoppelten Systems berechnet.

### Resultate

a)  $A < 0$  (Doppeltopf-Oszillatoren, Ordnungs-Unordnungsübergang): Die Auslenkungs-Responsefunktion zeigt Resonanzen bei 'normalen' Phononfrequenzen und solche bei  $\Omega \simeq 0$ . Während bei Phononanregungen die Teilchen zwischen den Einteilchenniveaux auf- und absteigen, stellen die langsamen Bewegungen eine Art Spin-Flip dar, indem die Teilchen von einem Topf in den anderen springen.

b)  $A > 0$  (Eintopf-Oszillatoren, displaziver Uebergang): Solange  $A - zC > 0$ , gibt es nur Phononschwingungen. Für  $A - zC < 0$  spaltet sich wiederum eine langsame Komponente ab. Wenn durch lineare Kombination von Einteilchenzuständen effektive Doppeltopfstände gebildet werden, kann die langsame Bewegung wiederum als Spin-Flip interpretiert werden.

In beiden Fällen geht bei abnehmender Temperatur das spektrale Hauptgewicht auf die langsame Bewegung über. Aufgrund dieser Beobachtungen sollte es möglich sein, diese 'Cluster-Dynamik', welche gemäss Computerrechnungen zum zentralen Peak Anlass gibt, auch analytisch zu untersuchen.

### Literatur

- [1] T. SCHNEIDER und E. STOLL, Phys. Rev. Lett. 31, 1254 (1973).  
 [2] T. SCHNEIDER und E. STOLL, J. Phys. C8, 283 (1975).

## Einige Anwendungen stochastischer Differentialgleichungen<sup>1)</sup>

VON U. TELLENBACH

(Institut für Reaktortechnik ETHZ, E.I.R., 5303 Würenlingen)

Wir diskutieren eine bekannte Methode zur Behandlung stochastischer Dgl. [1] und berechnen dann mit ihrer Hilfe die Korrelationsfunktion eines Heisenberg-Ferromagneten.

### Literatur

- [1] M. LESIEUR, U. FRISCH und A. BRISSAUD, Ann. Geophys. 27, 151 (1971).

<sup>1)</sup> Unterstützung dieser Arbeit durch den Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung.

## Der 1-Dimensionale Heisenberg Ferromagnet und Bethes Hypothese

VON S. DENOTH

(Institut für theoretische Physik ETH Zürich)

Betrachte den Hamilton operator

$$H = - \sum_{i=-N}^{N-1} [\frac{1}{2}(S_i^+ S_{i+1}^- + S_i^- S_{i+1}^+) + \text{Ch } \phi (S_i^3 S_{i+1}^3 - \frac{1}{4})], \quad \phi > 0$$

### a) Periodische Spinkette ( $S_{-N}^z = S_N^z$ )

Bethes Ansatz für Eigenfunktionen (in den Eigenräumen  $\mathcal{H}_L$  von  $S^3 = \sum_i (S_i^3 + \frac{1}{2})$ ) führt auf eine Periodizitätsbedingung für die Wellenzahlen  $k_j$ ,  $j = 1, \dots, L$ . Es wird gezeigt, dass komplexe  $k_j$  existieren (die die Periodizitätsbedingung erfüllen) von der Form  $k_{L-j+1} = \bar{k}_j$ ,  $j = 1, \dots, L$ . Die dazugehörigen Energieeigenwerte  $E(\mathbf{k})$  konvergieren für  $N \rightarrow \infty$  exponentiell gegen  $\text{Sh}\phi / \text{Sh}L\phi$  ( $\text{Ch}L\phi - \cos p$ ),  $p = \sum_{j=1}^L k_j$ . Bethes Hypothese wird bewiesen für 2 Spin-deviationen.

### b) Unendliche Spinkette ( $N = \infty$ )

Mit Hilfe des Ansatzes von Bethe wird für 2 und 3 Spindeviationen ein vollständiges System von ein- und auslaufenden stationären Streuzuständen angegeben (3 freie, 1 freies 2 gebundene, 3 gebundene Magnonen). Die  $S$ -Matrix wird berechnet.

## Functional Integration Formulation of the Statistical Mechanics of One-Dimensional Coulomb Systems

by PHILIPPE CHOQUARD

(Laboratoire de Physique Théorique, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne)

The method of functional integration is applied to classical one-dimensional Coulomb systems. The eigenvalues of the interaction matrix are given explicitly. One (and only one) negative eigenvalue is found as required by a theorem established by Kac. This feature is expressed in a modified Kac–Siegert inversion formula and in an appropriate representation of the Grand Partition Function of a multi-component system in a box. The one-component system (the jellium) is studied next. A new generating function is obtained for this model and a brief comparative analysis is made between its transfer matrix, diffusion equations and euclidean field theory formulations. This is effected with a view to investigating the occurrence of uni-axial periodic density oscillations in the two- and three-dimensional versions of the jellium model.

Another model is proposed for studying periodic charge and spin density oscillations, namely the 'Ising-Jellium'. This model consists of an assembly of particles of charge  $q_p$ , of classical spin  $s = \pm 1$ , enclosed in a box  $A$  and immersed in a uniform background of opposite charge, of charge density  $q_b \rho$ . With  $\beta = 1/k_B T$  designating the natural temperature,  $z$ , the particle fugacity ( $\rho = \rho(z)$  for a neutral system in the mean),  $v(x)$  the random field variable and  $\psi_A(x)$  the particle background potential, the free energy density of this model reads, in one dimension

$$f = \frac{1}{4} \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 + \frac{1}{2} \rho q_b \psi_A(x) - \kappa_B T z^2 \cos \beta q_p (v + i\psi_A)$$

It is noticed that, in the absence of  $\psi_A$ , we would have the free energy density of a one-dimensional two-component Coulomb system, a model about which we know that its equilibrium density is homogeneous. The complex character of the interaction term is responsible for the spatially inhomogeneous densities. The interesting feature of the field theoretic formulation which, in one dimension is equivalent to the well-known diffusion equation formulation, is that it can be generalized to higher dimensions. A detailed understanding of the properties of one-dimensional models is, however, always valuable.



## Effective-Medium Theories for Site-Disordered Lattice Systems

by J. BERNASCONI and H. J. WIESMANN

(Brown Boveri Research Centre, 5401-Baden)

Calculations of the conductivity of disordered resistance networks (or, equivalently, the spin-stiffness coefficient of a disordered Heisenberg ferromagnet) have been performed within various Effective-Medium Theories (EMT's) that take into account at least part of the correlations between the values of bonds with a common site. In particular, we discuss a 'low concentration cluster-EMT' and a certain straightforward cluster extension of the usual Single Bond EMT, and finally develop the method of 'disturbed neighborhoods'. Comparison is made with exact results for limiting situations and with Monte Carlo calculations.

## On the Binding Energy of Wigner Lattices

by PH. CHOQUARD

(Laboratoire de Physique Théorique de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne)

A rigorous derivation of the binding energy  $U$  per particle of a Wigner Lattice is given. It is shown that there are no surface effects. Numerical values of the binding energies for cubic and hexagonal lattices are obtained by a new method. A critical analysis of the work by Coldwell-Horsfall and Maradudin<sup>1)</sup> reveals furthermore:

- a) an incorrect definition  $U_{C-H, M}$  of  $U$ ,
- b) an incorrect method of calculation of  $U_{C-H, M}$ ,
- c) an *exact* compensation of the above errors for the binding energies of s.c., b.c.c. and f.c.c. lattices,
- d) a *diverging* result for  $U_{C-H, M}$  when applied to a h.c.p. lattice.

<sup>1)</sup> J. Math. Phys. 1, 395, Appendix A (1960).

## Lattice Distortions in Dilute Simple Metal Alloys

by A. BARATOFF

(IBM Zurich Research Laboratory, 8803 Rüschlikon)

Diffuse elastic neutron scattering has recently been used to probe distortions induced by point defects in metals. Assuming small displacements, the scattering structure factor can be calculated once defect-host and host-host force constants are known. Data have conventionally been fitted with nearest neighbour models. We have instead relied on effective pair interaction computed from a carefully screened non-local pseudo-potential. The underlying second-order perturbation theory reproduces well the phonon spectra of many simple metals and should be adequate for impurities with valences and core radii close to those of the host. Results for impurities

in aluminium and for alkalis in alkalis reflect the importance of long-range interactions and/or of incipient instabilities of the host lattice.

Work done in part at the Kernforschungsanlage Jülich.

## The Two-Dimensional One-Component Classical Plasma: New Results

by R. R. SARI and D. MERLINI<sup>1)</sup>

(Laboratoire de Physique Théorique, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland)

and R. CALINON

(Département de Physique, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland)

Recent investigations on the one-component classical plasma model [1, 3] have shown that this model is H-stable in any dimension  $\nu$ , the thermodynamic limit for the canonical free energy density exists and that the thermodynamic stability is fulfilled at least in some range of the dimensionless plasma parameter  $\gamma$ , even for  $\nu > 1$ .

In this note, we present some results on the two-dimensional case.

Consider a two-dimensional domain  $\Lambda$ , taken to be circular for simplicity, and of volume  $|\Lambda| = \pi R^2$ . The  $N$  point charged particles (electrons) are immersed in a uniform neutralizing background of positive charge density  $\rho = N/|\Lambda|$ . The Hamiltonian is given by [1]:

$$H_A = -\frac{e^2}{2} \sum_{i \neq j}^N \ln \left( \frac{|x_i - x_j|}{R} \right) + \frac{e^2 N}{2} \sum_{i=1}^N \left( \frac{x_i}{R} \right)^2 - e^2 \left( \frac{3N^2}{8} + \frac{N}{4} \ln \left( \frac{\pi \rho}{N} \right) \right) \quad (1)$$

The following results have been obtained:

### 1. The H-Stability Bound

One has

$$\frac{H_A}{N} \geq -B \equiv -e^2 \left( \frac{3}{8} + \frac{1}{4} \ln \pi \rho \right) \quad (2)$$

where  $B$  is the ground-state energy of the model at density  $\rho$  for  $N = 1$  particle. Therefore, the model is H-stable. Moreover, it must be remarked that ( $N \neq 1$ ) the above bound  $B$  can never be reached. On the other hand, the configuration of minimum energy is expected to be realized by the most symmetric arrangement of particles, i.e. by an ordered crystalline configuration of particles.

### 2. The Ground-State Energy

To investigate how the stability bound (2) is approached, the binding energy of various lattices have been computed numerically, as well as estimated theoretically by a careful application of the Onsager Lemma. The results indicate that the configuration of particles of minimum energy corresponds to the triangular crystal lattice; moreover, numerically we have observed that, for large  $N$ , this lattice covers the whole

<sup>1)</sup> Present address: Centre de Recherches en Physique des Plasmas.

domain  $\Lambda$ . Using this fact, we find by applying the Onsager Lemma [1]:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left( \frac{H_\Lambda}{N} \right)_{\text{lattice}} \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} u(N) \sim -v_0 - \frac{e^2}{4} \quad (3)$$

where  $v_0$  is the self-energy of the corresponding Wigner-Seitz cell of volume  $1/\rho$ , and total charge  $e$ . A plot of  $u(N)$  computed numerically, a comparison of  $u(N)$  with our H-stability bound (2) and with our theoretical estimation (3) are presented in Figure 1 and Table I for the triangular lattice. It should be remarked that both the bound and the estimation are very close to the numerical asymptotic limit of  $u(N)$ , indicating that this configuration should be the ground state of the model. Small oscillations of  $u(N)$ , due to the sensitivity of the symmetry of the ordered configuration of particles, are observed.

Table I  
Comparison of the bound (2), the estimation (3) and the numerical result for the triangular lattice

Numerical result	Estimation (3)	Bound (2)
$-B + 0.003$	$-B + 0.001588$	$-B$

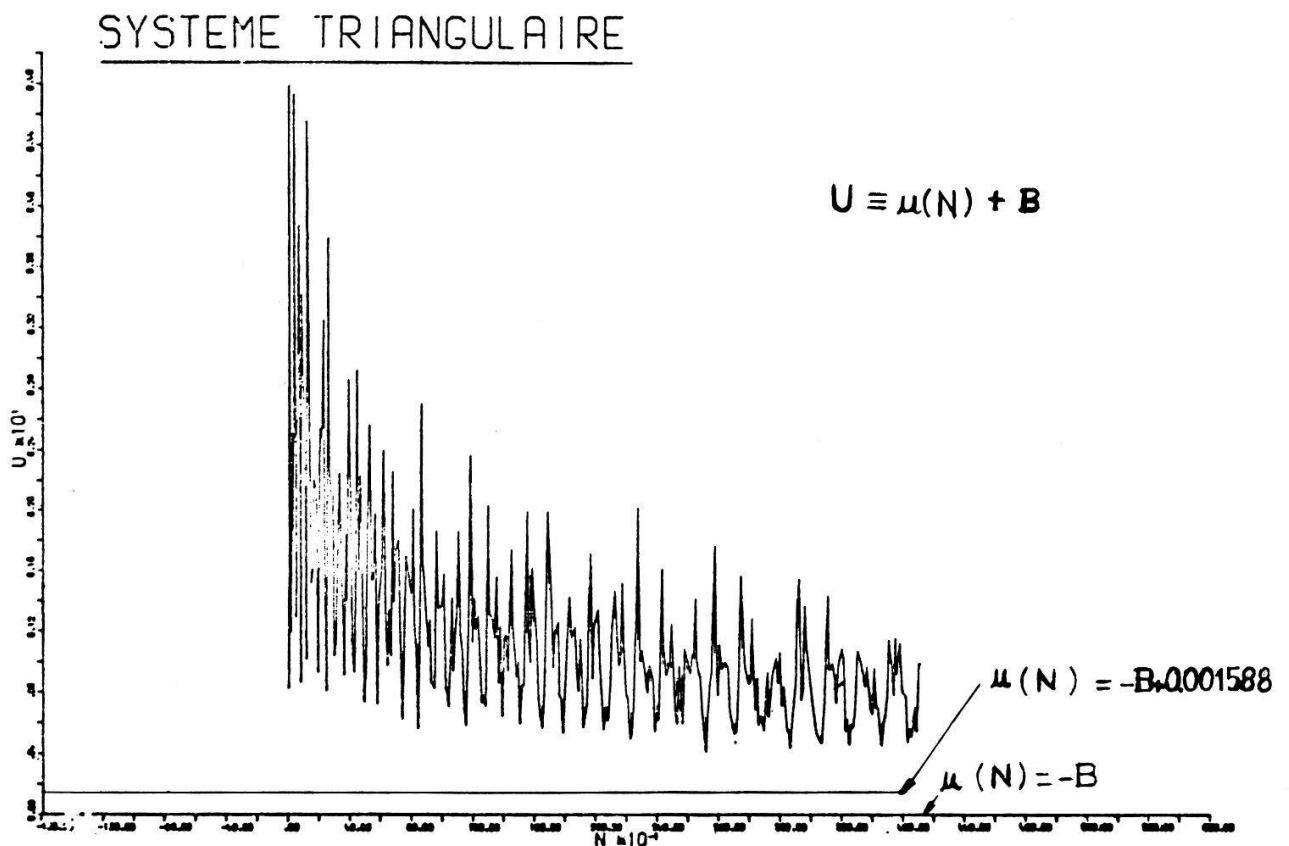


Figure 1

### 3. Existence of the Thermodynamic Limit of the Free Energy Density

Upper and lower extensive bounds on the canonical free energy are found explicitly in any dimension  $\nu$ , [1]. In particular, for  $\nu = 2$  (electron charge  $e = 1$ ), we have:

$$\rho(v_0 - \ln \rho) \leq -\beta f \equiv \lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ |A| \rightarrow \infty \\ N/|A| = \rho}} \frac{\ln Z}{|A|} \leq \rho(1 + B - \ln \rho)$$

where  $v_0$  can be chosen to be the self-energy of the Wigner-Seitz cell of the triangular lattice (hexagonal dual cell), i.e. [1]:

$$v_0 = \frac{1}{8} \ln \left( \frac{27}{4\pi^2 e^3} \right) - \frac{2}{27} \times 2.307165 + B$$

$$\simeq B - 0.253$$

Thus:

$$-0.253 + B \leq -\frac{\beta f}{\rho} + \ln \rho \leq 1 + B$$

These bounds indicate that the usual thermodynamic limit may exist. This is in fact the case as one shows it using the 'Cheese Theorem' of Lieb and Lebowitz [2], adapted to the one-component case. Notice that a recent rigorous investigation of the three-dimensional case has been given in Ref. [3].

In conclusion, the two-dimensional model is H-stable, the ground-state should be given by the triangular configuration of particles and the thermodynamic limit of  $\ln Z/|A|$  exists for a sequence of circular domains. The model is thermodynamically unstable for  $\beta e^2/4 > 1$  (the pressure and the isothermal compressibility then become negative), regardless of the density  $\rho$ , and therefore one must restrict the study to the region  $\gamma \equiv \beta e^2 \leq 4$ . In fact, the equation of state is given by

$$\beta p = \left( 1 - \frac{\gamma}{4} \right) \cdot \rho$$

which looks like the ideal gas law. It should be interesting to investigate the nature of the equilibrium state of the system for  $\gamma \leq 4$ ; in particular to prove (or to disprove contrary to the one-dimensional case) the existence of an inhomogeneous state.

### References

- [1] R. R. SARI, D. MERLINI and R. CALINON, *Some Equilibrium Properties of the  $\nu$ -Dimensional One Component Classical Plasma*. Preprint February 1975.
- [2] E. H. LIEB and J. L. LEBOWITZ, *Adv. Math.* 9, 316 (1972).
- [3] E. H. LIEB and H. NARNHOFER, *The Thermodynamic Limit for Jellium*. Preprint December 1974.

## An Imperfect Bose Gas: A Treatment in Coherent States

by S. P. OHANESSIAN

(Laboratoire de Physique Théorique de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne)

The model Hamiltonian introduced by K. Huang et al. [1]

$$H = \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}} + \frac{4\pi a \hbar^2}{mV} \left[ \left( \sum_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}} \right)^2 - \frac{1}{2} n_0^2 \right]$$

is treated in the formalism introduced by us previously [2]. The grand partition function is evaluated in the coherent states representation in the limit  $\beta z \cdot (4\pi a \hbar^2 / mV) \ll 1$ , where  $z$  is the activity. The equation of state  $p = p(T, v)$  in our approximation shows a second-order phase transition, while the exact calculation in the canonical ensemble indicates a first-order transition.

### References

- [1] K. HUANG, C. N. YANG and J. M. LUTTINGER, *Phys. Rev.* **105**, 776 (1957).  
 [2] S. P. OHANESSIAN and A. QUATTROPANI, *Helv. Phys. Acta* **46**, 475 (1973).

## The Bloch Equation and the $T^5$ -Law

by W. R. SCHNEIDER

(BBC Forschungszentrum, Dättwil)

The Bloch equation (Boltzmann equation for electrons) is discussed in suitable Hilbert spaces. Sufficiently detailed information on the spectra of the operators involved is obtained permitting the conclusion that the electrical resistivity behaves like  $T^5$  as  $T$  tends to zero.

## The Influence of Spin-Fluctuations on the Transition-Temperature of a Two-Band Superconductor

by P. ENTEL, Ø. FISCHER and G. BONGI

(D.P.M.C. Université de Genève)

The superconducting transition temperature  $T_c$  of a two-band superconductor in the presence of magnetic and non-magnetic impurities as well as exchange fields is calculated using a new  $(8 \times 8)$ -matrix formalism for the electron Green's function. In particular we investigate the influence of spin-correlations on  $T_c$  near a magnetic phase transition. It is shown that in the strong interband-phonon coupling limit the system behaves essentially as a one-band superconductor. In the weak-coupling limit we find typical deviations from one-band theories.<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Numerical results can be found in *Z. Physik B*, **21**, to be published, 1975.

## The One-Component Plasma in One Dimension – Outline of the Quantitative Analysis

by R. R. SARI

(Laboratoire de Physique Théorique, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland)

The exact solution of the 1-D one-component plasma [1, 2] (density  $\rho$  and  $\beta^{-1} = KT$ ), reduces by the transfer-matrix technique the computation of the partition function to the following eigenvalue problem:

$$(\mathbb{K}\psi)(x) \equiv \int_{x-1}^{\infty} d\mu(y) \psi(y) = z\psi(x)$$

where  $\psi(x) \in \mathcal{L}^2(\mathbb{R}; d\mu(x))$  the Hilbert space of square integrable functions with respect to the gaussian measure:  $d\mu(x) \equiv \exp(-\pi\lambda^2 x^2) dx$  ( $\lambda^2 \equiv \beta e^2/\rho$ ,  $e$  being the electron charge). It is clear that  $z$  and  $\psi(x)$  are functions of  $\lambda$ .

A numerical method has been developed to solve this integral equation, and in particular to find the (positive) largest eigenvalue  $z_0$  and the corresponding eigenvector  $\psi_0(x)$  for  $10^{-2} \leq \lambda \leq 10^2$ . This method which uses the technique of the spline functions will be described elsewhere. The results indicate that  $\phi_0(x) \equiv \psi_0(x)\psi_0(-x)$  is a log-concave function of  $x$  in agreement with a theorem of Brascamp and Lieb [3]. The knowledge of  $z_0$  allows the computation of the all thermodynamic functions (pressure, entropy, isothermal compressibility, etc.).

On the other hand, for the system with *free boundary conditions*, the essential ingredient of the one-point distribution function  $\rho(x)$  which represents the local density is the quantity [2]

$$n(x) = c^{-1}(\lambda) \sum_{k=-\infty}^{\infty} n_k(x)$$

where:

$$n_k(x) = n_0(x + k)$$

$$n_0(x) = \exp(-\pi\lambda^2 x^2) \phi_0(x)$$

$c(\lambda)$  being the normalization constant  $\int_{-\infty}^{\infty} d\mu(x) \phi_0(x)$ . It was proven [2] that  $\rho(x)$  is a non-trivially periodic function of period  $1/\rho$  (i.e. the average distance between the particles). This point was numerically confirmed. However, contrary to what was suspected,  $n(0) - n(0.5)$  is not an increasing function of  $\lambda$  for any  $\lambda$ . This is certainly true for  $\lambda \geq 0.45$ . But in the weak coupling region ( $\lambda < 0.45$ ) a new phenomenon has been observed: the structure of the function  $n(x)$  changes on the period  $[0, 1]$ . This remarkable phenomenon gives a new light on the long-range ordering in the system; it shows how the microscopic ordered state approaches in the limit  $\lambda \rightarrow 0$  to the homogeneous state.

All the results of the quantitative analysis will be published later.

### References

- [1] R. BAXTER, Proc. Camb. Phil. Soc. 59, 779 (1963).
- [2] H. KUNZ, Ann. Phys. 25, 303 (1974).
- [3] H. J. BRASCAMP and E. H. LIEB, *Some Inequalities for Gaussian Measures*. Preprint 1974.

## Dynamics of a One-Dimensional Anharmonic Chain

by E. STOLL and T. SCHNEIDER

(IBM Zurich Research Laboratory, 8803 Rüschlikon)

Using the molecular-dynamics technique we studied the dynamic properties of a one-dimensional chain with quartic anharmonicity. Our results include: 1) The formation and the dynamics of clusters by approaching  $T = 0$ . 2) The appearance of new excitations (solitons?) close to the displacive limit and close to  $T = 0$ . 3) The appearance of central peaks.

## Universality Hypothesis and the Critical Behaviour of the 2-D Three-Spin Interaction Model

by D. MERLINI<sup>1)</sup>

(Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland, Laboratoire de Physique Théorique)

*Abstract.* Using the partial trace transformation, recent results for the eight-vertex model and careful application of the universality and the scaling idea, we derive values of the critical exponents  $\beta$  and  $\gamma$  for the 2-D three-spin interaction model, whose solution gives the value  $\alpha = 2/3$  for the indice describing the specific heat anomaly. A comparison with several numerical results is also presented.

Recent advances towards the investigation of phase transitions and exact solutions for some spin lattice models with many-body interactions have been obtained of late; in particular, attention has been devoted by some people to the study of the 2-D three-spin interaction Ising model defined by a triangular lattice  $\mathbb{Z}^2$  and the Hamiltonian

$$\beta H = - \sum_{(x_1, x_2, x_3)} \beta J(x_1, x_2, x_3) \sigma_{x_1} \sigma_{x_2} \sigma_{x_3}, \quad (1)$$

where the three-body *nearest* neighbour interaction  $J(x_1, x_2, x_3)$  is assumed to be translationally invariant. In the following discussion we restrict our study to the ferromagnetic isotropic case, such that  $K(x_1, x_2, x_3) = K = \beta J, \forall (x_1, x_2, x_3)$ .

Some general results on phase transitions in such generalized Ising models of type (1) can be found in Refs. [1, 2]. The perturbation series results, using the Padé approximation technique, have first been given in Ref. [3]; moreover the existence of a phase transition in the non-zero magnetic field case has been proved only recently by Sinai [4].

Numerical results of the model (1), as well as its thermodynamic equivalence with a 'generalized' Baxter model (to be discussed below), strongly suggest that this model has a different critical behaviour than the usual Ising model; this is in fact the case, as has been confirmed by Baxter and Wu [5], with their exact solution, giving the free energy density, and obtained by the transfer-matrix method: the exact value of  $\alpha$ , the indice describing the specific heat anomaly, is found to be equal to  $2/3$ . Moreover,

<sup>1)</sup> Present address: Centre de Recherches en Physique des Plasmas, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne 21, avenue des Bains - 1007 Lausanne.

Baxter [6] has found that the coherence length behaves as  $(T - T_c)^{-2/3}$  and thus the scaling relation  $d\nu = 2 - \alpha$  is fulfilled. Note that for a diluted case of this model,  $\beta = 1/8$  and  $\alpha = 0$ , as for the usual Ising model [2]. This indicates that the indices of the model (1) vary with the anisotropic character of the coupling constants  $J(x_1, x_2, x_3)$ , like the eight-vertex model.

Nevertheless, the knowledge of the critical behaviour is incomplete even in the isotropic case, and the aim of the following analysis will be to give a theoretical derivation of the values of the remaining indices  $\beta$  and  $\gamma$ . In this connection it should be remarked that the partial transformation method first considered by Fisher [7] and worked in [2], like the duality transformation, usually define a class of thermodynamic equivalent models and this in some cases can suggest the choice of the renormalization group.

Let the lattice  $\mathbb{Z}^2$  be partitioned into three triangular sublattices  $\mathbb{Z}_i^2$  ( $i = 1, 2, 3$ ) in such a way that the sites of each three-body force  $J(x_1, x_2, x_3)$  belongs to a different sublattice. Application of the partial transformation technique on a sublattice yields the new hamiltonian:

$$-\beta' H' = \text{const.} + \sum_{\text{cells}} \frac{1}{16} \ln \left( \frac{\text{Ch}6K}{\text{Ch}2K} \right) \cdot (\sum \sigma_{x_i} \sigma_{x_j} + 1) \cdot (\sum \sigma_{x_k} \sigma_{x_l} + 1) \quad (2)$$

where the indices  $(ij)$  resp.  $(kl)$  refer to the points of the remaining two sublattices in each hexagonal cell. The model (2) can be considered as a particular case of a thirty-two-vertex model with Boltzmann factors either 1 or  $\exp(\ln(\text{Ch}6K/\text{Ch}2K))$ ; it can also be considered as a generalized Baxter model on an hexagonal lattice, i.e. a model consisting of two Ising models on two triangular lattices interacting through an energy-energy coupling, as explained first by Kadanoff and Wegner [8] for the eight-vertex model; now, the scaling idea is valid for the class of Baxter models on the square lattice with coupling parameters  $(J_1, J_2, \chi)$ ; Kadanoff and Wegner have in fact shown, that the Baxter model is just a case in which this idea allows the continuous variation of the critical indices because of the special scaling properties of the hamiltonian.

We thus expect that the general anisotropic case of the model (2) bares the same relationship with the Baxter model  $(\chi, J_1, J_2)$  (in the sense of critical behaviour), as the hexagonal Ising model for the usual Ising-Onsager model on the square lattice. In this latter case, only the lattice structure is changed but the critical behaviour is the same. From the universality hypothesis, all phase transitions can be divided into a small number of different classes depending upon the dimensionality of the system and the symmetry of the ordered state; moreover, within each class all phase transitions have identical behaviour in the critical region.

In this context it should be remarked that some recent results on the eight-vertex model have been obtained by Barber and Baxter [9]. They have shown that it appears very likely that the three exponent scaling is in fact valid for the eight-vertex model; a very interesting observation in Ref. [9] is that  $\eta$  and  $\delta$ , respectively, the exponents for the decay of correlations and the critical isotherm, both defined at  $T_c$ , appear to be *independent* of the coupling parameters  $(J_1, J_2, \chi)$  and always possess their Ising values  $\delta = 15$  and  $\eta = 1/4$ . From these results and the above discussion, there is no physical reason for believing that the three exponent scaling is not correct for the model (1), since it is equivalent to a generalized Baxter model (2) on a hexagonal lattice. Moreover, applying the universality hypothesis,  $\delta$  and  $\eta$ , for the model (2), have their Ising values  $\delta = 15$  and  $\eta = 1/4$ .



We know that  $\alpha = 2/3$  for both models (1) and (2). From their equivalence we conclude that the scaling relations are valid for the model (1), i.e.

$$\left. \begin{aligned} \delta = 15 = 1 + \gamma/\beta \\ \alpha = 2\beta + \gamma = 2 \end{aligned} \right\} \text{with } \alpha = 2/3$$

The critical behaviour of the model (1) is then given completely by:

$$\alpha = 2/3 \quad \beta = 1/12 = 0.0833 \quad \gamma = 7/6 = 1.166$$

We now compare our values with the numerical results first given in Ref. [3], using the Padé approximants, i.e.

$$0.6 < \alpha < 0.8$$

$$0.07 < \beta < 0.071$$

$$1.25 < \gamma < 1.4$$

Except the value of  $\alpha$ , these results disagree with ours. Notice that the value  $\alpha = 2/3$  was proposed in Ref. [3] on the basis of the above-mentioned numerical results before the Baxter and Wu results were known.

Further refined techniques [10] have been used recently to improve, numerically, the values of  $\beta$  and  $\gamma$  using the exact solution of Baxter and Wu. These results are:

$$\beta = 0.080 \pm 0.005$$

$$\gamma = 1.15 \pm 0.15$$

Thus our values  $\beta = 0.0833$  and  $\gamma = 1.1666$ , derived theoretically on the basis of the universality hypothesis and from the status quo of results on the eight-vertex model [9], are not too far from these improved numerical results.

Finally, a new 'Ansatz' for the spontaneous order of this model has been given very recently in Ref. [11]. This Ansatz involves elliptic function, and the first few terms of the expansion in the low temperature parameter  $x = e^{-2K}$  agree with those computed by the perturbation method using graphs [2]; moreover the value  $\beta = \frac{1}{12}$  is obtained, in agreement with the above value. It is interesting to note that the Baxter model ( $J_1 = 0, J_2 = J, \chi = J$ ) has the same critical behaviour as well as the same critical point  $\text{Sh } 2\beta J = 1$  as model (1).

In conclusion, the three-spin interaction model provides another example of a non-trivial soluble model of statistical mechanics and possesses a different critical behaviour than the Ising model.

## References

- [1] D. MERLINI, *Lettere al Nuovo Cimento* 8, 623 (1973).
- [2] D. MERLINI, Thesis EPFL (1974). To be published.
- [3] H. P. GRIFFITHS and D. W. WOOD, *J. Phys. C*, 6, 2533 (1973).
- [4] SINAI. Preprint 1974.
- [5] R. J. BAXTER and F. Y. WU, *Phys. Rev. Lett.* 31, 1294 (1973).
- [6] R. J. BAXTER, *Aust. J. Phys.* 27, 357 (1974).
- [7] M. FISHER, *Phys. Rev.* 113, 969 (1959).
- [8] L. P. KADANOFF and F. J. WEGNER, *Phys. Rev.* B4, 3989 (1971).
- [9] M. N. BARBER and R. J. BAXTER, *J. Phy. Solid State* 6, 2913 (1973).
- [10] M. G. WATTS, *J. Phys.* A7, L85, No. 7 (1974).
- [11] R. J. BAXTER, M. F. SIKES and M. G. WATT, *J. Phys. A*, 1975. To be published.

## An Exactly Soluble Model with Tricritical Points for Structural-Phase Transitions

by S. SARBACH and T. SCHNEIDER

(IBM Zurich Research Laboratory, 8803 Rüschlikon)

We present and study a lattice-dynamical model whose static and dynamic properties can be described exactly for all dimensions  $d \geq 3$  and which, in addition, exhibits tricritical points. For certain model parameters, the tricritical behaviour is found to be identical to that of the spherical model. By changing the model parameters continuously, however, the transition suddenly becomes of first order at a tricritical point (TCP). The order parameter and the susceptibility are given explicitly for  $d \geq 3$ . The tricritical exponents are Gaussian. The critical dynamics is also discussed.

## Changement de phase dans des modèles de champ classique sur un réseau

par H. KUNZ et B. PAYANDEH

(Laboratoire de Physique Théorique, EPF-Lausanne)

Le problème consiste à savoir si l'approximation discrète d'un modèle de champ à une composante montre un changement de phase. Deux cas sont à distinguer :

- 1) Cas d'une transition ordre-désordre (KDP par ex.). Le potentiel anharmonique  $V(x) = V(-x)$  est concave dans un voisinage de l'origine. Dans ce cas, on montre qu'il existe toujours une transition de phase.
- 2) Cas d'une transition de déplacement (ex.:  $\text{Ba TiO}_3$ )  $V(x) = V(-x)$  est convexe. Dans ce cas, on montre qu'il y a création d'un moment dipolaire spontané à basse température, seulement dans le cas où l'interaction entre les particules est suffisamment forte par rapport à la courbure de  $V(x)$  à l'origine.

## L'énergie gravitationnelle relativiste est probablement localisable

par J. CHEVALIER

(Section de Physique théorique, Université de Genève)

Une publication détaillée paraîtra plus tard.

## Bornes pour les diagrammes en échelles de la théorie $g\phi^3$

par G. WANDERS

(Institut de Physique Théorique, Université de Lausanne)

Les diagrammes en échelles de la théorie  $g\phi^3$  sont réexaminés. L'on montre que la somme de ces diagrammes converge pour  $g^2 < g_{\text{crit}}^2$ ; la technique utilisée permet de voir comment la somme  $T(s, t)$  doit être définie pour  $g^2 > g_{\text{crit}}^2$ . L'on établit des bornes supérieures et inférieures exactes pour  $|T(s, t)|$  valables si  $s < 0$  et  $t < 4 m^2$  (canal  $s$  = canal des particules échelons). Ces bornes confirment des estimations asymptotiques antérieures et sont en accord avec l'hypothèse des pôles de Regge. Les bornes inférieures montrent que  $T(s, t)$  présente des pôles (ghosts) à  $t < 0$  lorsque  $g^2$  est suffisamment grand.

## Sur les séries asymptotiques sommables selon Borel

par B. HIRSBRUNNER et J.-J. LOEFFEL

(Institut de Physique théorique, Université de Lausanne)

Les développements en puissances de  $\lambda$  de grandeurs telles que la valeur propre minimum de l'oscillateur anharmonique  $p^2 + x^2 + \lambda x^4$ , les fonctions de Schwinger convenablement moyennées du modèle de bosons interagissant par  $\lambda:\phi^4$ : dans un espace-temps à deux dimensions, etc., sont des développements asymptotiques qui sont sommables selon Borel. Nous attirons l'attention sur une méthode de resommation qui permet d'obtenir des séries convergeant vers la somme borélienne de la série pour certains  $\lambda \neq 0$ . Nous donnons des indications sur la rapidité de la convergence et nous présentons quelques applications numériques.

## Oscillateur linéaire amorti quantique

par P. HUGUENIN

(Institut de Physique, Université de Neuchâtel)

Les systèmes amortis ne sont pas hamiltoniens et on ne trouve pas d'indications dans la littérature sur l'évolution quantique de tels systèmes. Grâce à la correspondance de Weyl et Wigner, on peut s'appuyer sur l'intuition dynamique que l'on a du mouvement classique et proposer une équation du type Fokker-Planck pour la matrice densité. Le résultat est une évolution déterministe pour les états de Glauber tandis que les états propres de l'hamiltonien du mouvement non amorti donnent lieu à un mélange statistique dépendant du temps.

## Relativistic Dynamics for the Spin $\frac{1}{2}$ Particle<sup>1)</sup>

by L. P. HORWITZ

(Dept. of Physics and Astronomy, Tel-Aviv University, Israel)

and C. PIRON and F. REUSE

(Dépt. de Physique Théorique, CH-1211 Genève 4)

In our article *Relativistic Dynamics* [1], we proposed a model for the spin zero relativistic particle and a quantization method free from the usual difficulties associated with the Klein-Gordon equation. In this note we shall reformulate our model for study of the spin  $\frac{1}{2}$  case. The scheme we propose for the construction of such models is in every way analogous to what we developed for the Galilean particle [2]. According to our point of view in [1], the observables characterizing the relativistic particle are the position in space-time ( $\vec{q}$ ,  $q^4 = ct$ ) and the energy momentum ( $\vec{p}$ ,  $p^4 = E/c$ ). Under these conditions, the group we must consider, which replaces the passive Galilei group, is the 14 parameter group

$$T = SO(3, 1) \wedge (\mathbb{R}^4 \oplus \mathbb{R}^4) \quad (3)$$

<sup>1)</sup> Supported by the Swiss National Foundation.

If  $a_1, a_2 \in R^4$  are space-time translations,  $w_1, w_2 \in \mathbb{R}^4$  are energy momentum translations and  $\Lambda_1, \Lambda_2 \in SO(3, 1)$  are Lorentz transformations, then the product in  $T$  is defined to be

$$(a_2, w_2, \Lambda_2)(a_1, w_1, \Lambda_1) = (a_2 + \Lambda_2 a_1, w_2 + \Lambda_2 w_1, \Lambda_2 \Lambda_1)$$

A model of a relativistic particle is a solution of the generalized systems of imprimitivity [4] with respect to the group  $T$  and based on the observables  $p^\mu$  and  $q^\mu$ . If we further impose an irreducibility condition, such a model will describe a spin zero particle. It is easy to verify that the classical and quantum models that we described in [1] are in fact two such solutions. It is important to notice that in the quantum case the model is described by a single Hilbert space and the 'representation' of  $T$  is really a projective representation whose phase is determined by the one constant, Plank's constant  $\hbar$ . We thus once again find and justify the commutation relations

$$i[p^\mu, q^\nu] = \hbar g^{\mu\nu}$$

and hence the correspondence principle.

To obtain a model for the spin  $\frac{1}{2}$  case we must abandon the irreducibility condition, thus allowing the existence of independent observables commuting with  $p^\mu$  and  $q^\mu$ .

Moreover, in view of the non-compact nature of the Lorentz group, any representation induced by a representation of this group corresponds to an infinite spin. That is why we must postulate the existence of a superselection rule for spin  $\frac{1}{2}$ . We are thus given a family of Hilbert spaces indexed by a time-like unit four-vector  $n^\mu$  and we define the following projective representation of  $T$ 's covering group:

$$(U(a)\Psi)_n(x) = \Psi_n(x - a)$$

$$(U(w)\Psi)_n(x) = e^{i\hbar^{-1}w_\mu x^\mu} \Psi_n(x)$$

$$(U(\Lambda)\Psi)_n(x) = L^{-1}(n) \Lambda L(\Lambda^{-1}n) \Psi_{\Lambda^{-1}n}(\Lambda^{-1}x)$$

where, by abuse of language, we have written elements of  $SO(3, 1)$  and the corresponding elements of  $SL(2, \mathbb{C})$  in the same way. Also

$$L(n)n_0 = n, \quad n_0 = (0, 0, 0, 1)$$

defines a 'boost' and  $\Psi_n(x)$  has two components and is in  $L^2(\mathbb{R}^4, d^4x) \otimes \mathbb{C}^2$ .

In the Hilbert space of index  $n_0$ , the spin observable is defined in the usual way by the Pauli matrices  $\sigma_i$ . Physically, in the Stern-Gerlach experiment the gradient of the magnetic field defines a time direction  $n$  and an orthogonal direction  $z$ .

## References

- [1] L. P. HORWITZ and C. PIRON, *Relativistic dynamics*, Helv. Phys. Acta 46, 316 (1973).
- [2] C. PIRON, *Survey of general quantum physics*, paragraph 5, Foundations of Physics 2, 287 (1972).
- [3] S. HORCHANI, Ann. Inst. H. Poincaré 15, 321 (1971).
- [4] See (2), paragraph 4.

## Hydrodynamique de la composante superfluide dans une étoile de très haute densité

par F. ROTHEN

(Université de Lausanne)

Les observations de la variation de la vitesse de rotation des pulsars conduisent à admettre que ces étoiles renferment un gaz neutronique dégénéré dans un état analogue

à celui de  ${}^4\text{He}$  superfluide à température nulle. Dans ce travail, on cherche à analyser quelle influence les champs gravifiques et les pressions intenses régnant dans ces étoiles exercent sur l'hydrodynamique du superfluide neutronique.

### The Solar Self-Gravity-Induced Electrostatic Redshift

by A. L. SMITH-HÄNNI

(Alpenstr. 51, 3072 Ostermundigen, Switzerland)

*Abstract.* The possibility of electrostatic redshifts produced by self-gravity-induced electric fields, as a mechanism for explaining residual shifts remaining in solar spectral lines after gravitational redshift corrections have been made, is considered.

The problems raised in the interpretation of astrophysical redshifts are well known. Quasi-stellar objects create difficulties [1] should their large redshifts be due solely to the expansion of the universe; the existence of anomalous redshifts has been upheld by several researchers, notably Arp [2]. In addition, the interpretation of even gravitational redshifts is not consistent with current theory. The shift of the lines of B-stars in the Orion Nebula group, relative to the lines of the spectrum of the Nebula itself, is about 10 times the shift predicted by general relativity [3]. A similar discrepancy is found for the O-stars [3]. Furthermore, solar spectral lines exhibit shifts considerably larger than that predicted by Einstein's theory [3–9]. Then, finally, there is the anomalous redshift of the central frequency of the 2292 MHz band, emitted by Pioneer-6 during its 1968 solar occultation [10], and found by Merat et al. [11]. Thus it is necessary to search for some new redshift mechanism to account for these excess redshifts.

Finlay-Freundlich [3] suggested, possibly, a photon–photon interaction to explain the anomalous redshifts, but ter Haar [12] and Adam [7] showed that this hypothesis was unsatisfactory. Fürth [13] proposed a gravitational effect on photons as an explanation, but his proposal was ruled out by results from the observation of the 21 cm absorption line from the direction of Taurus A during a solar occultation [14]. Crawford [15] has recently revived the idea of interactions between photons and gravitational fields. Pecker et al. [16], on the other hand, revived the idea of photon–photon interactions and attempted [11] to explain the Pioneer-6 results [10]. Their hypothesis assumes a non-zero photon rest-mass, and has already been criticized [17–19]. In any case, alternative explanations of the perturbations of the Pioneer-6 telemetry signal have been offered [20, 21]. Despite this, astrophysical redshifts still require some new, intrinsic, redshift mechanism to be invoked to explain the anomalous results.

Now, as well as gravitational redshifts, it is feasible for electrostatic redshifts to occur [22]. Thus it is worthwhile considering whether or not these could be responsible for the excess redshifts. The redshift predicted by general relativity, in terms of frequency, is

$$z_\nu = \Delta\nu/\nu = 1 - (g_{00}/g'_{00})^{1/2} \quad (1)$$

where  $\nu$  is the frequency of the source,  $\Delta\nu$  the frequency shift of the source measured at the location of the observer, and  $g_{00}$  and  $g'_{00}$  are the coefficients of the time-like coordinate of the differential line element corresponding to the appropriate metric at the position of the source and observer respectively. If there is an *external* surface electric field of magnitude  $E$  surrounding a spherical body and which, by Gauss's

Theorem, can be regarded as being produced by a point charge  $Q$  situated at the centre of the sphere,  $g_{00}$  is then the coefficient of the time-like coordinate of the Reissner-Nordström differential line element. Hence

$$g_{00} = 1 - (2GM_0/Rc^2) + (4\pi GQ^2/R^2 c^4) \quad (2)$$

where  $G$  is the universal constant of gravitation,  $M_0$  the mass of the object of radius  $R$  and  $c$  is the speed of light. Assuming observations are made in a region of zero electrostatic potential (i.e.  $g'_{00} = 1$ ), and ignoring the second, non-electrostatic term on the right,  $z_\nu$  may be expressed as

$$z_\nu = -2\pi GQ^2/R^2 c^4 \quad (3)$$

where  $Q = R^2 E$ . This is the electrostatic redshift produced by an external field of magnitude  $E$ .

Should  $E$  be an *internal* surface field, the analysis is complicated by the lack of a solution analogous to the Reissner-Nordström solution in the external case. Nevertheless, the energy of this field will make a contribution to the mass of the object, thereby still modifying the standard prediction for the gravitational redshift. Such a modification may also be regarded as an electrostatic contribution to the redshift. Fields which could give rise to electrostatic redshifts might be charge-separated electric fields, which are known to exist in plasmas. In addition, self-gravity-induced electric fields also exist inside and possibly outside bodies [23–35]. These fields have magnitude  $\sim Mg/e$ , where  $M$  is the mass of the atom in question, of the body,  $g$  is the gravitational field intensity and  $e$  is the electron charge. As self-gravity-induced electric polarization also needs to be taken into account, certainly in the *internal* field case [35], the magnitude of the surface field must then be expressed as [36]

$$E = 4\pi\chi_G Mg/e, \quad (4)$$

where  $\chi_G$  is the 'gravitational susceptibility', and  $g$  the gravitational field intensity.

White dwarfs have large redshifts, but are unsuitable for an analysis of the sort envisaged here because of uncertainties in their data. An interpretation of their redshifts is further complicated by atomic Stark broadening [37] due to the high densities involved. The most suitable object for analysis is the Sun, where values of spectral redshifts are known with considerable accuracy [38], and where high resolution profiles of various lines exist, e.g. [39, 40]. As well as exhibiting anomalous redshifts, the Sun also displays a 'limb-effect' whereby the redshift increases towards the limb [3–9]. In fact, the shift at the centre for most, though not all lines [41], is less than that predicted by Einstein's theory [41]. Such behaviour has been interpreted in terms of 'radial currents' within the photosphere [42]. Although this interpretation has been challenged by Adam [41], and the redshift varies erratically from line to line, at the extreme limb a definite excess over the Einstein gravitational redshift ( $\Delta\lambda/\lambda = 2.12 \times 10^{-6}$ ) is observed. See table.

If electric fields giving rise to electrostatic redshifts exist at the solar surface, they will also give rise to additional Stark broadening,  $\Delta\nu_S$ , of the spectral lines, where

$$\Delta\nu_S \sim neE/4Zm\alpha. \quad (5)$$

$n$  is the principle quantum number of the atomic state from which the transition, producing the photon giving rise to the line of frequency  $\nu$ , takes place,  $Z$  is the atomic number of the atom or ion to which the electron is bound and  $\alpha$  is the fine structure

Table

Mean excess limb redshift  $\pm 25\%$ : in terms of wavelength  $0.88 \times 10^{-6}$ , in terms of frequency  $-0.88 \times 10^{-6}$ . Mean value of  $\chi'_G$ :  $2.0 \times 10^{18}$

Observer	Excess limb redshift ( $\times 10^{-6}$ )	Line and wavelength (Å)	Corrected linewidth† ( $\text{Å} \pm 5\%$ )	$\chi_G$ ( $\times 10^8$ )
Evershed (mean from Table IV) [5]	1.29	SrI <sup>39</sup> 4607.3	0.04	0.2
Finlay-Freundlich [3]	0.42	HeI <sup>40</sup> 584	0.09	1.5
Adam [7]	0.66	HeI <sup>40</sup> 537	0.07	0.8
Higgs [9]	1.15	HeII <sup>40</sup> 304	0.05	0.4

†) Linewidth at half maximum intensity corrected for thermal Doppler broadening and solar rotation. Sr value for solar limb. He values averages over entire Sun.

constant. So, from (4) and (5),  $\chi_G$  may be estimated:

$$\chi_G \sim \Delta v_s Z m c \alpha / n \pi M g. \quad (6)$$

Such estimates from the lines Strontium I (4607.3 Å), Helium I (584 Å), Helium I (537 Å) and Helium II (304 Å), observed in absorption in the photosphere, are given in the table. These are upper bounds, the lines having only been corrected for thermal Doppler broadening, this being the dominant linewidth mechanism in the photosphere, and for solar rotation. The values of  $\chi_G$  could be used in (4) and (3) to obtain an estimate of  $z_v$  to compare with the mean excess redshift for the solar limb given in the table. However, it is not known whether the electric field which could be responsible for the electrostatic redshift is internal or external. In the former case, (3) is not necessarily valid; in the latter, (4) is not necessarily valid. So, instead, *assuming* the field to be external, and writing  $\chi_G$  in (4) as  $\chi'_G$ , before substitution into (3),  $\chi'_G$  may be evaluated:

$$\chi'_G = (|z_v| e^2 c^4 / 32 \pi^3 G R^2 M^2 g^2)^{1/2} \quad (7)$$

where  $g$  is expressed in the Schwarzschild metric, and the excess solar limb redshift  $|z_v|$  is *assumed* to be an electrostatic redshift produced by a self-gravity-induced electric field.

The fact that the mean value of  $\chi'_G$  (see table) approximates neither  $\chi_G$  nor unity, is evidence *against* the possibility of *external* electric fields giving rise to electrostatic redshifts of the magnitude required to account for the solar limb excess. The possibility of *internal* fields producing self-gravity-induced electrostatic redshifts of the required magnitude is not, however, excluded, expression (3) obviously not being valid in this case. Also not excluded is the general phenomenon of solar electrostatic redshifts resulting from internal or external self-gravity-induced, or other, electric fields, such redshifts being masked by the 'limb effect'. Further investigation of these phenomena is necessary.

## References

- [1] A. L. SMITH-HAENNI, S. Afr. J. Sci. 71, 40 (1975).
- [2] H. ARP, in *The Redshift Controversy*, edited by G. B. FIELD (W. A. Benjamin, 1973).
- [3] E. FINLAY-FREUNDLICH, Phil. Mag. Ser. 7, 45, 303 (1954).
- [4] J. EVERSLED, Mon. Not. R. Astron. Soc. 91, 260 (1931).
- [5] J. EVERSLED, Mon. Not. R. Astron. Soc. 96, 152 (1936).
- [6] M. G. ADAM, Mon. Not. R. Astron. Soc. 108, 446 (1948).
- [7] M. G. ADAM, Mon. Not. R. Astron. Soc. 119, 460 (1959).

- [8] L. A. HIGGS, Mon. Not. R. Astron. Soc. *121*, 421 (1960).
- [9] L. A. HIGGS, Mon. Not. R. Astron. Soc. *124*, 51 (1962).
- [10] R. M. GOLDSTEIN, Science *166*, 598 (1969).
- [11] P. MERAT et al., Astron Astrophys. *30*, 167 (1974).
- [12] D. TER HAAR, Phil. Mag. Ser. 7, *45*, 320 (1954).
- [13] R. FÜRTH, Phys. Lett. *13*, 221 (1964).
- [14] D. SADEH et al., Science *159*, 307 (1968).
- [15] D. F. CRAWFORD, Nature *254*, 313 (1975).
- [16] J. C. PECKER et al., Nature *237*, 227 (1972).
- [17] R. L. COHEN and G. K. WERTHEIM, Nature *241*, 109 (1973).
- [18] J. F. WOODWARD and W. YOURGRAU, Nature *241*, 338 (1973).
- [19] R. ALDROVANDI et al., Nature *241*, 340 (1973).
- [20] A. A. CHASTEL and J. F. HEYVAERTS, Nature *249*, 21 (1974).
- [21] Cs. FERENCZ and GY. TARCSAI, Nature *252*, 615 (1974).
- [22] J. F. WOODWARD and R. J. CROWLEY, Nature Phys. Sci. *246*, 41 (1973).
- [23] L. I. SCHIFF and M. V. BARNHILL, Phys. Rev. *151*, 1067 (1966).
- [24] F. C. WITTEBORN and W. M. FAIRBANK, Phys. Rev. Lett. *19*, 1049 (1967).
- [25] A. J. DESSLER et al., Phys. Rev. *168*, 737 (1968).
- [26] C. HERRING, Phys. Rev. *171*, 1361 (1968).
- [27] D. S. TANNHAUSER, Phys. Rev. Lett. *20*, 1123 (1968).
- [28] F. C. MICHEL, Phys. Rev. Lett. *21*, 104 (1968).
- [29] J. W. BEAMS, Phys. Rev. Lett. *21*, 1093 (1968).
- [30] P. P. CRAIG, Phys. Rev. Lett. *22*, 700 (1969).
- [31] M. PESHKIN, Phys. Lett. A *29*, 181 (1969).
- [32] W. A. HARRISON, Phys. Rev. *180*, 1606 (1969).
- [33] T. J. RIEGER, Phys. Rev. B *2*, 825 (1970).
- [34] M. C. LEUNG, Il Nuovo Cimento *7B*, 220 (1972).
- [35] W. DAVIDSON and H. J. EFFINGER, Nature *249*, 431 (1974).
- [36] A. L. SMITH-HAENNI. In preparation.
- [37] W. L. WIESE and D. E. KELLEHER, Astrophys. J. *166*, L59 (1971).
- [38] M. G. ADAM and S. NICHOLS, Mon. Not. R. Astron. Soc. *118*, 97 (1958).
- [39] J. E. BLAMONT and F. RODDIER, Phys. Rev. Lett. *7*, 437 (1961).
- [40] G. A. DOSCHECK et al., Astrophys. J. *190*, L141 (1974).
- [41] M. G. ADAM, Mon. Not. R. Astron. Soc. *118*, 106 (1958).
- [42] E. H. SCHRÖTER, Z. Astrophys. *41*, 141 (1957).

## Networks of Coherent States for Electron in Magnetic Field

by M. H. BOON

(Inst. for Theoretical Physics, Toernooiveld, Nijmegen, Holland)

The quantum mechanical system of an electron in a uniform magnetic field was analyzed by Landau many years ago. It is essentially a harmonic oscillator system, and so it is natural to introduce coherent states into its description. This has been done by several authors [1, 2]; in this communication we wish to make some remarks about the construction of basis sets of coherent states spanning the Hilbert space of states, and particularly their connection with the Pippard networks of functions used in various problems of quantum solid-state physics where a uniform magnetic field is present [3].

For each point  $z$  in the complex plane we can define a coherent state as a function in  $L^2(x)$ :

$$z(x) = \pi^{-1/4} e^{-1/2(x-q)^2} e^{ipx} e^{-ipq/2} \quad z = (q + ip)/\sqrt{2}$$



which is (in this representation) a minimal wave packet with expected position and momentum of  $q$  and  $p$  respectively. The many properties of these states are described in the literature, and it is well known that they form a total but overcomplete set for  $\mathbf{L}^2(x)$  [4]. A question one can ask is: how can we find a subset forming a basis (i.e. a total but not overcomplete set) for  $\mathbf{L}^2(x)$ ? Bargmann *et al.* and Perelomov [12] have shown that if we imagine a regular lattice of points  $z_{nm}$  in the  $z$ -plane, in vector notation  $\vec{z}_{nm} = n\vec{a}_1 + m\vec{a}_2$  ( $n, m$  over all integers) where  $\vec{a}_1$  and  $\vec{a}_2$  are not colinear, then there are two distinct cases. Let  $\mathcal{A}$  be the area of the lattice unit cell. Then

$\mathcal{A} \leq \pi \Rightarrow$  the  $z_{nm}(x)$  are a total set in  $\mathbf{L}^2(x)$ ;

$\mathcal{A} > \pi \Rightarrow$  the  $z_{nm}(x)$  are incomplete.

In the limiting case of the von Neumann lattice at  $\mathcal{A} = \pi$  Perelomov [12] proves that the  $z_{nm}(x)$  form precisely a basis when just one (but any one) state is removed from the set.<sup>1)</sup> Physically, the von Neumann lattice provides us with one (coherent) state per Planck cell in phase space ( $p$ - $q$  space) of area  $h$ .

The Hamiltonian for an electron in a uniform magnetic field of magnitude  $\mathbf{B}$  directed along the  $z$ -axis is

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2m} \left( \vec{p} + \frac{e\vec{\mathbf{A}}}{c} \right)^2; \quad \vec{\mathbf{A}} = (-\mathbf{B}y, 0, 0)$$

where  $\vec{p} = (p_x, p_y, p_z)$  is the momentum operator and  $\vec{\mathbf{A}}$  is taken in the Landau gauge (the choice of gauge is of no importance). Ignoring the simple translational motion in the  $z$ -direction we have

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2m} (p_x - \beta y)^2 + \frac{1}{2m} p_y^2; \quad \beta = e\mathbf{B}/c.$$

We can make a canonical transformation to throw  $\mathbf{H}$  into manifestly harmonic oscillator form

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2m} (\mathbf{P}^2 + \beta^2 \mathbf{Q}^2)$$

if we take

$$\mathbf{Q} = -(p_x - \beta y)/\beta; \quad \mathbf{P} = p_y; \quad \bar{\mathbf{Q}} = -(p_y - \beta x)/\beta; \quad \bar{\mathbf{P}} = p_x.$$

The quantum mechanical transformation between the state spaces  $\mathbf{L}^2(x, y)$  and  $\mathbf{L}^2(\mathbf{Q}, \bar{\mathbf{Q}})$  corresponding to this can be fairly easily established [6].

The infinitely degenerate Landau energy levels  $l$  ( $=0, 1, 2, \dots, \infty$ ) have the harmonic oscillator energies  $(\beta/m)(l + \frac{1}{2})$ , and the  $l$ th level is spanned by the functions

$$u_l(\beta^{1/2} \mathbf{Q}) \psi_\alpha(\bar{\mathbf{Q}})$$

where  $u_l$  is the  $l$ th Hermite function and the  $\psi_\alpha$  go over any set whatever spanning the space of functions of  $\bar{\mathbf{Q}}$ . For fixed  $l$ , we choose the coherent states  $z_{nm}(\bar{\mathbf{Q}})$  defined on the von Neumann lattice. Then the corresponding functions

$$u_l(\beta^{1/2} \mathbf{Q}) z_{nm}(\bar{\mathbf{Q}}) \quad (z_{mn} \in \text{v. Neumann lattice})$$

<sup>1)</sup> The writer is grateful to Professor H. Bacry for drawing his attention to this result of Perelomov.

can be shown to transform back into  $x$ - $y$  space as a regular two-dimensional network of circular orbit functions with network unit cell area (in real space)

$$\mathbf{A} = 2\pi\hbar/\beta.$$

This network is precisely the network of so-called Dingle functions that Pippard introduced as a basis set for his calculations of magnetic energy bands in metals [3]. We can see now that the results of Refs. [5] and [12] imply what has only been hitherto supposed, namely the Pippard network provides a basis (on removing any one Dingle function) just when the magnetic flux through a unit cell is

$$\mathbf{BA} = hc/e = \text{quantum unit of flux.}$$

A further consequence of this relation is that the number of states in a level  $l$  per unit area is

$$1/\mathbf{A} = e\mathbf{B}/hc,$$

in agreement with the standard result. Here we have avoided the procedure of quantizing in a box, however.

The flux criterion above first appeared in the related problem of establishing the symmetry group for the Hamiltonian of a Bloch electron (i.e. electron in a crystal) in a magnetic field [7, 8]. When the unit cell of the crystal matches the natural area  $\mathbf{A}$  such that the fluxes through the three faces of the crystal cell are integer multiples of  $hc/e$  (or zero), then the symmetry group obtains a simple abelian structure.

A more detailed discussion of these questions will be given elsewhere. One further point worth mentioning: if the coherent state basis  $z_{nm}(\bar{\mathbf{Q}})$  is Fourier transformed, we obtain a new basis

$$\Phi_{\kappa\kappa'}(\bar{\mathbf{Q}}) = \sum_{nm} (-1)^{mn} e^{2\pi i \kappa n} e^{2\pi i \kappa m} z_{nm}(\bar{\mathbf{Q}}), \quad 0 \leq \kappa, \kappa' < 1.$$

In the case where the von Neumann lattice is rectangular, and the cell side along the imaginary axis is  $=2\pi/\sqrt{2}$ , the  $\Phi_{\kappa\kappa'}$  are the Zak-Cartier functions [9, 10]

$$\Phi_{\kappa\kappa'}(\bar{\mathbf{Q}}) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} e^{2\pi i \kappa j} \delta(\kappa' + j - \bar{\mathbf{Q}}), \quad 0 \leq \kappa, \kappa' < 1$$

(apart from a normalization factor). Relationships between these types of functions and the Pippard network functions have been noted before in particular cases [11].

## References

- [1] I. MALKIN and V. MAN'KO, Phys. Stat. Sol. 31 K15 (1969); Soviet Physics JETP 28, 527 (1969).
- [2] A. FELDMAN and A. KAHN, Phys. Rev. B 1, 4584 (1970).
- [3] A. PIPPARD, Phil. Trans. Roy. Soc. (London) A256, 317 (1963).
- [4] J. KLAUDER and E. SUDARSHAN, *Fundamentals of Quantum Optics* (Benjamin, N.Y. 1968).
- [5] V. BARGMANN, P. BUTERA, L. GIRARDELLO and J. KLAUDER, Rep. on Math. Phys. 2, 221 (1971).
- [6] M. BOON and T. SELIGMAN, J. Math. Phys. 14, 1224 (1973).
- [7] J. ZAK, Phys. Rev. 134A, 1602 and 1607 (1964).
- [8] E. BROWN, Phys. Rev. 133A, 1038 (1964).
- [9] J. ZAK, Phys. Rev. 168, 686 (1968).
- [10] P. CARTIER, Am. Math. Soc. Symposia on Pure Mathematics 9, 361 (1966).
- [11] F. BENTOSELA, El Nuovo Cimento 16B, 115 (1972).
- [12] A. PERELOMOV, Theor. and Math. Physics 6, 156 (1971).

## Experimental Facts and Theoretical Fancy on the Newly Discovered $\psi$ -Particles

by B. HUMPERT

(Dept. of Theoretical Physics, University of Geneva)

We present the experimental results on the newly discovered  $J$  and  $\psi$ -particles in  $e^+e^-$  annihilation and discuss the determination of their parameters and decay channels. The dynamical speculations concerning their extremely small widths and the consequences of the higher symmetry approaches will be discussed.

## Physique Nucléaire et Corpusculaire

### Zeitumkehr-Verletzung in den Kernkräften und mögliche Tests in der Streuung polarisierter Nukleonen

VON M. SIMONIUS

(Laboratorium für Kernphysik ETH Zürich)

Zeitumkehrverletzung im Nukleon-Nukleon-System wird diskutiert mit Schwergewicht auf mögliche Bosonenaustauscheffekte. Einschränkungen für Spin und Parität der ausgetauschten Systeme werden bewiesen und ihre Konsequenzen beschrieben. Für Ein-Meson Austausch zeigt es sich, dass  $\rho$ -Austausch den Anteil mit der grössten Reichweite liefern würde. Dieser kann nur zu singlet-triplet Uebergängen im  $n$ - $p$ -System beitragen.

Einige allgemeine Eigenschaften von Zeitumkehr-Tests in der Streuung polarisierter Teilchen werden diskutiert. Besonders günstige Eigenschaften der  $p$ - $^3\text{He}$  Streuung werden hervorgehoben und die Sensitivität dieser Reaktion auf  $T$ -Verletzung in den Kernkräften wird diskutiert.

### Inkonsistenzen in $p + D$ Streuphasen bei niederen Energien

VON M. BORNAND, G. R. PLATTNER UND K. ALDER

(Institut für Physik, Univ. Basel)

Die Vorwärts-Dispersionsrelation wurde auf Coulomb-modifizierte Streuamplituden für  $p + D$  Streuung angewendet. Damit wurde für verschiedene experimentell bestimmte Phasensätze das Residuum des Neutronen-Austauschpoles berechnet, welches direkt mit der asymptotischen Wellenfunktion des Deuterons verknüpft ist. Für die spingemittelte Amplitude ergibt sich gute Uebereinstimmung mit anerkannten Werten. Für die Quartett- resp. Dublett-Amplitude allein erhalten wir hingegen widersprüchliche Resultate.

## Der Spektroskopische Faktor des Deuterons im ${}^6\text{Li}$ -Grundzustand

von G. R. PLATTNER, M. BORNAND und K. ALDER

(Institut für Physik, Univ. Basel)

Wir bestimmen die asymptotische Normierung  $N$  der Deuteronen-Cluster-Wellenfunktion im Grundzustand von  ${}^6\text{Li}$  mittels einer Vorwärts-Dispersionsrelation, welche wir auf experimentell bestimmte Phasensätze der  $d + {}^4\text{He}$  Streuung anwenden. Wir diskutieren die Resultate und den sich daraus ergebenden spektroskopischen Faktor  $S$  des Deuterons im  ${}^6\text{Li}$ .

## Comparaison de trois modèles pour la diffusion quasi-libre $n-n$

par F. FOROUGHI et E. BOVET

(Institut de Physique de l'Université, Rue A.-L. Breguet 1, 2000 Neuchâtel)

Cahill [1] a calculé le résidu au pôle de l'état lié du deuton, des opérateurs  $Q_{ij}$  décrivant la réaction de fracture pour trois nucléons. Le modèle de Cahill consiste à ne considérer que la terme de Born et cette contribution.

Nous comparons pour la diffusion quasi-libre  $n-n$ , les résultats obtenus au moyen de ce modèle, avec ceux de l'approximation d'impulsion et ceux du code d'Ebenhöh [2].

### Références

- [1] R. T. CAHILL, Phys. Lett. 49B (2), 150 (1974).
- [2] W. EBENHÖH, Nucl. Phys. A191, 97 (1972).

## Die Schalenstruktur der ${}^{58}\text{Ni}$ Ladungsdichte

von I. SICK

(Institut für Physik, Universität Basel)

und J. B. BELLICARD, B. FROIS, PH. LECONTE, PHAN XUAN HO und S. TURCK

(CEN Saclay)

Am 600 MeV Beschleuniger von Saclay wurde die elastische Streuung von  $e^-$  an  ${}^{58}\text{Ni}$  untersucht. Durch Messung extrem kleiner Wirkungsquerschnitte gelang es, einin maximalen Impulsübertrag von 800 MeV/c zu erreichen, was ermöglicht, die im Schalenmodell erwartete Struktur der Dichte zuverlässig zu messen. Die aus den  $(e, e)$  und  $\mu$ -Atom Daten ermittelte modellunabhängige Dichte zeigt im Vergleich zu HF-Rechnungen eine überraschend schwach ausgeprägte Struktur. Der Vergleich mit verschiedenen theoretischen Rechnungen deutet darauf hin, dass der Einfluss der kurzreichweitigen Nukleon-Nukleon Korrelationen noch nicht genügend berücksichtigt ist.

### Diffusion élastique $\bar{p}p$ vers l'arrière entre 1,50 et 2,04 GeV/c

par B. JAYET et PH. ROSSELET

(Inst. de Physique nucléaire, Univ. de Lausanne)

Les résultats présentés sont basés sur l'étude d'environ 300 000 clichés de chambre à bulles, répartis entre les laboratoires de Liverpool, Glasgow et Lausanne/Neuchâtel. Les sections efficaces différentielles trouvées ont été confrontées aux prévisions de plusieurs modèles théoriques. L'ajustement d'une somme de polynômes de Legendre montre qu'il faut inclure des termes jusqu'au degré 11. Huit paramètres sont nécessaires pour obtenir un bon fit par le modèle diffractif de Frahn et Venter. Enfin, le modèle optique du 'halo' (Glory Model) a été utilisé pour tenter d'attribuer une valeur au spin de l'éventuelle résonance  $\bar{p}p \rightarrow \chi \rightarrow p\bar{p}$ .

### Etude des réactions $\bar{p}p \rightarrow 3\pi^-3\pi^+$ et $3\pi^-3\pi^+\pi^0$ entre 1,1 et 1,4 GeV/c

par J. B. GAY<sup>1)</sup>, J. B. JEANNERET, M. BOGDANSKI et E. JEANNET

(Institut de Physique de l'Université, Neuchâtel)

et PH. ROSSELET, M. GAILLOUD et R. WEILL

(Institut de Physique Nucléaire de l'Université, Lausanne)

380 000 clichés de chambre à bulles ont été étudiés en collaboration avec les Universités de Liverpool et de Paris VI. Nous présentons les résultats obtenus concernant la production de résonances. Le canal  $\bar{p}p \rightarrow 3\pi^-3\pi^+$  est caractérisé par un effet important de l'onde *S* du système  $\pi\pi$  dans l'état final; cet effet permet un choix parmi plusieurs solutions proposées pour les déphasage  $\delta_0^0(m_{\pi\pi})$ . Le canal  $\bar{p}p \rightarrow 3\pi^-3\pi^+\pi^0$  est dominé par la production de  $\omega^0$ ; les résonances  $\eta$ ,  $\eta'$  et  $\delta(975)$  sont clairement mises en évidence par la méthode de vraisemblance de canal.

<sup>1)</sup> Actuellement au CERN.

### Etude des réactions $\bar{p}p \rightarrow K^0 K m \pi$ ( $m = 1$ à $4$ ) entre 1,5 et 2,0 GeV/c

par V. VUILLEMIN, M. GAILLOUD et P. ROSSELET

(Institut de Physique Nucléaire de l'Université de Lausanne)

et R. BRENZIKOFER, E. JEANNET, M. BOGDANSKI et S. VALLET<sup>1)</sup>

(Institut de Physique de l'Université de Neuchâtel)

400 000 clichés de chambre à bulles (15 évt/ $\mu$ b) ont été étudiés en collaboration avec les Universités de Liverpool, Glasgow et Paris VI. Les canaux présentés sont caractérisés par une forte production de résonances ( $K^*$ ,  $\rho$ ,  $\omega$ , ...), leurs proportions sont ajustées par la méthode du maximum de vraisemblance. La limite inférieure de la polarisation du  $K^*$  dans  $\bar{p}p \rightarrow K^{*\pm} K^\mp$  a été déterminée. Dans les canaux  $\bar{p}p \rightarrow K_1^0 K^0 \pi^+ \pi^- (\pi^0)$  l'effet au seuil  $K_1^0 K^0$  peut être expliqué comme étant une conséquence de l'inélasticité de la diffusion  $\pi\pi$  au seuil  $K\bar{K}$ .

<sup>1)</sup> Actuellement à l'Université du Québec, Montréal.

## Datenerfassung für Niederenergieexperimente am SIN

von W. REICHART

(Physik-Institut der Universität Zürich)

Für die vielseitigen Bedürfnisse der vorgeschlagenen Experimente wurde ein flexibles Datenerfassungssystem aufgebaut.

Als Hardware stehen 8 analog. Digital Wandler zur Verfügung, die ihre Information über ein CAMAC Interface an einen Rechner PDP 11/45 einzeln oder korreliert übertragen. Das Computerprogramm hat die Aufgabe, diese Daten simultan in Spektren zu sammeln, auf einem K. O. Schirm sichtbar zu machen (Live Display) und bei Bedarf auf Peripheriegeräten zur Ausgabe zu bringen.

Zur Erhöhung der Flexibilität lässt sich der zur Verfügung stehende Speicherplatz in beliebiger Weise aufteilen. Es können daher Daten gleichzeitig in ein- oder zweidimensionalen Spektren unterschiedlicher Grösse abgespeichert werden, wobei der maximale Kanalinhalt ebenfalls vorgewählt werden kann.

## Negative Ionen schwerer Elemente

VON R. BALZER UND D. BALZER

(Laboratorium für Kernphysik ETH Zürich)

Durch den Einbau einer Middleton-Ionenquelle (Universal Negative Ion Source, Extrion Corp.) können am Tandembeschleuniger nun von den meisten Elementen Ionenstrahlen produziert werden. Bisher wurden unter anderm beschleunigt:

Schwefel:	7+	neg. Ionenstrom	3 $\mu\text{A}$	$\text{S}^-$
Kalzium:	9+	neg. Ionenstrom	0,3 $\mu\text{A}$	$\text{CaO}^-$
Eisen:	8+/9+	neg. Ionenstrom	0,7 $\mu\text{A}$	$\text{FeO}^-$
Nickel:	9+	neg. Ionenstrom	2 $\mu\text{A}$	$\text{NiO}^-$
Kupfer:	9+	neg. Ionenstrom	0,8 $\mu\text{A}$	$\text{CuO}^-$
Wismut:	—	neg. Ionenstrom	2 $\mu\text{A}$	$\text{BiO}^-$

Der angegebene Ladungszustand des positiven Ions entspricht dem Maximum im Ladungsspektrum, welches bei der Umladung von neg. Ionen bei 6 MeV in einer C-Stripperfolie erhalten wird.

## Die Quelle für polarisierte Wasserstoffionen zum Tandembeschleuniger der ETHZ

VON R. RISLER, W. GRÜEBLER, V. KÖNIG UND P. A. SCHMELZBACH

(Laboratorium für Kernphysik, ETH, Zürich)

In den  $1\frac{3}{4}$  Jahren seit dem Anbau an den Beschleuniger stand die polarisierte Quelle bisher rund 1100 Stunden in Betrieb, wobei praktisch ausschliesslich polarisierte Deuteronen produziert wurden. Mit einer Atomstrahlintensität von  $1,8 \cdot 10^{16}$  Atomen pro Sekunde lassen sich nach der Ionisation und Umladung 80–90 nA negativer Deuteronenstrahl am Eintritt zum Beschleuniger erreichen. Je nach Energie erhält man damit zwischen 10 und 60 nA Targetstrom. Die Vektorpolarisation des Deuteronenstrahls beträgt typisch  $p_z = \pm 0,54$  ( $\hat{l}_{10} = \pm 0,66$ ), die Tensorpolarisation  $p_{zz} = \pm 0,85$  ( $\hat{l}_{20} = \pm 0,60$ ). Mit drei Hochfrequenzübergängen und zwei Wienfiltern lassen sich alle erforderlichen Polarisationszustände und Spineinstellungen herstellen.

### Ein Detektionssystem zum Nachweis von zerfallenden Reaktionsprodukten

J. UNTERNÄHRER, J. LANG, A. BUTA und R. MÜLLER

(Laboratorium für Kernphysik ETH Zürich)

Um  $^8\text{Be}$  als Produkt einer Kernreaktion nachzuweisen, wurde ein Detektionssystem gesucht, das die beiden  $\alpha$ -Teilchen des zerfallenen  $^8\text{Be}$ -Kerns in Koinzidenz registriert. Eine günstige Anordnung besteht aus zwei positionsempfindlichen Zählern, aus deren Signalen Energie und Emissionsrichtung der  $^8\text{Be}$ -Kerne gewonnen werden. Das System hat trotz guter Ansprechwahrscheinlichkeit (grosse Zählerflächen) eine ausgezeichnete Winkelauflösung.

### Untersuchung von ungebundenen Zuständen durch Winkelkorrelationsmessungen von $(d, pn)$ -Reaktionen an $^{40}\text{Ca}$

VON P. VIATTE, S. MICEK, L. JARCYK, J. LANG, R. MÜLLER, C. SIMIONESCU und J. UNTERNÄHRER

(Laboratorium für Kernphysik, ETH Zürich)

Beim Deuteronenaufbruch an  $^{40}\text{Ca}$  können in den Spektren der auslaufenden Protonen ungefähr 20 Resonanzen festgestellt werden, die proton-instabilen Zuständen im  $^{41}\text{Sc}$  entsprechen. Für 7 Resonanzen wurde die Winkelkorrelation Proton-Neutron und die Neutronenwinkelverteilung bestimmt. Die Analyse erfolgt im Rahmen der DWBA, wobei Stripping Prozesse zu resonanten Endzuständen nach der Methode von Vincent und Fortune behandelt werden. Sie gibt Information über Spin und Parität der Zwischenkernzustände und liefert Resonanzbreiten, die mit denjenigen aus der elastischen Streuung verglichen werden können.

### Elastische Streuung von polarisierten Deuteronen an $^3\text{He}$ Kernen

VON B. JENNY, W. GRÜEBLER, V. KÖNIG, P. A. SCHMELZBACH, R. RISLER, D. O. BOERMA und W. G. WEITKAMP

(Laboratorium für Kernphysik, ETH Zürich)

Es wurden der differentielle Wirkungsquerschnitt und Winkelverteilungen der Analysationsvermögen  $iT_{11}$ ,  $T_{20}$ ,  $T_{21}$  und  $T_{22}$  der  $^3\text{He}(d, d)^3\text{He}$  Streuung bestimmt. Gemessen wurde bei 10 Energien der einlaufenden Deuteronen zwischen 2,0 und 11,5 MeV in Schritten von 1,0 MeV. Ausser bei 2,0 MeV, wo die Analysationsvermögen alle klein sind und nur eine schwache Winkelabhängigkeit zeigen, wurden pro Energie bis zu 45 verschiedene Streuwinkel zwischen  $\theta_{c.m.} = 12,5^\circ$  und  $\theta_{c.m.} = 165^\circ$  untersucht. Die Daten stimmen mit unseren früheren Messungen gut überein, sind aber bedeutend genauer und umfangreicher. Sie liegen einer Phasenanalyse zugrunde, welche zur Zeit durchgeführt wird.

## Tensorpotentiale im optischen Modell der elastischen Deutronstreuung

VON H. R. BÜRGI, W. GRÜEBLER, P. A. SCHMELZBACH, V. KÖNIG UND R. RISLER

(Laboratorium für Kernphysik, Eidg. Techn. Hochschule, Zürich)

Differentielle Wirkungsquerschnitte, Vektor- und Tensoranalysationsvermögen von elastisch gestreuten Deutronen wurden mit Hilfe des optischen Modells analysiert. Untersucht wurde die elastische Streuung an  $^{40}\text{A}$ ,  $^{40}\text{Ca}$  und  $^{60}\text{Ni}$  mit Deutronenenergie von 10,75 MeV bzw. 9 MeV und 15 MeV. Besonderes Gewicht wurde auf die Bestimmung der Tensorpotentiale des optischen Modells gelegt. Diese Terme sind notwendig, um die Tensoranalysationsvermögen durch die Theorie richtig wiederzugeben. Als Resultat der Untersuchung zeigt sich, dass insbesondere die Observable  $T_{20}$  in der Nähe von  $180^\circ$  ausserordentlich empfindlich auf die Art und Grösse von optischen Tensorpotentialen ist. Da in diesem Bereich bis heute keine Messdaten vorliegen und die Resultate mit den vorhandenen Daten ermutigend sind, sollen weitere Messungen durchgeführt werden, wobei spezielle Sorgfalt auf diese empfindlichen Bereiche gelegt werden soll.

## $\vec{p} + ^{12}\text{C}$ Streuung zwischen 12 MeV und 18 MeV

VON H. O. MEYER

(Institut für Physik, Universität Basel)

W. G. WEITKAMP

(Physikalisches Institut ETH, Hönggerberg, Zürich)

und J. S. DUNHAM

(University of Washington, Seattle, USA)

Winkelverteilungen des Wirkungsquerschnitts und des Analysatorvermögens der elastischen Streuung von Protonen an  $^{12}\text{C}$  wurden bei 40 Protonenenergien zwischen 12 MeV und 18 MeV gemessen. Die experimentellen Daten wurden mit Partialwellen-Verschiebungen parametrisiert und damit die Niveaustuktur von  $^{13}\text{N}$  bei entsprechenden Anregungsenergien untersucht. (Die Arbeit wurde teilweise unterstützt durch die US AEC und durch den Schweiz. Nationalfonds.)

## Study of the Reaction $\bar{p}p \rightarrow \bar{n}n$ between 700 and 750 MeV/c

by M. BOGDANSKI and E. JEANNET

(Institut de Physique de l'Université, Neuchâtel)

We have studied the differential angular distribution of the charge exchange reaction  $\bar{p}p \rightarrow \bar{n}n$ , on 1.5 million 81-cm HBC pictures, in collaboration with groups of workers from Bombay, CERN and Tokyo.



Preliminary results based on one-third of our entire statistics may be summarized as follows:

- a) The  $\bar{p}p \rightarrow \bar{n}n$  differential cross-section exhibits a sharp peak in the forward direction and a secondary maximum at  $\cos\theta^* \simeq 0.8$ .
- b) A diffraction model developed by Daum et al. [1] fits our data quite well, as well as data in the same momentum range on the differential cross-section and the polarization for the  $\bar{p}p$  elastic scattering.

### References

- [1] C. DAUM et al., Nucl. Phys. B6, 617 (1968).

### Chambres à fils avec systèmes de lecture interchangeables

par U. BART, R. CORFU, J.-L. DUPORT, P. GRETILLAT, C. LUNKE, J. PIFFARETTI et E. SCHWARZ

(Institut de Physique, Université de Neuchâtel)

Des chambres à fils de  $10 \times 10$ ,  $20 \times 20$ , et  $40 \times 40$  cm ont été construites. Deux systèmes de lecture ont été développés et peuvent être utilisés à volonté:

1. Un système utilisant des lignes de retard sur circuits imprimés. L'information est alors transmise à un ordinateur en ligne grâce à des convertisseurs temps-digitaux CAMAC.
2. Un système rapide effectuant une lecture de chaque fil par l'intermédiaire de registres à coïncidence. L'information codée est envoyée à l'ordinateur à travers un buffer CAMAC.

Les performances et potentialités de cet appareillage, qui est actuellement utilisé au SIN, seront exposées.

### $\pi$ -Induzierte Kernspaltung

von A. FLÜCKIGER, B. HAHN, E. HUGENTOBLER, H. KASPAR, U. MOSER, R. REDWINE und G. VIERTTEL

(Physikalisches Institut, Abt. Hochenergie, Universität Bern)

BÜHRER, W., und BRÜESCH, P.: Gitterdynamik von $\beta$ -Silber-Iodid . . . . .	394
BRÜESCH, P., BÖSCH, M., und KÄNZIG, W.: Gitterdynamik von $\text{NaO}_2$ . . . . .	394
GRISEL, A.: Modes phononiques et polytypisme du $\text{PbI}_2$ . . . . .	394
OEHLER, O.: Vibrationsrelaxation in festem Stickstoff . . . . .	395
MÜLLER, K.A.: Die ESR-Konversionsraten-Methode zur Bestimmung von optischen Ladungstransferbanden . . . . .	395
BURKARD, H., und KÄNZIG, W.: Defektbedingte Elektrostriktion dotierter Alkalihalogenide . . . . .	396
THOMANN, P.: Un système à deux niveaux dans le domaine des fréquences optiques . . . . .	396
FURRER, A.: Magneto-elastische Effekte in $\text{NdSb}$ . . . . .	397
HULLIGER, F., LANDOLT, M., SCHMELCZER, R., und ZARBACH, I.: Phasenübergänge in Nd-Monochalkogeniden . . . . .	397
SENN, W., HÖCK, K.H., und THOMAS, H.: Lokalisierte Schwingungen bei strukturellen Phasenübergängen . . . . .	397
HÄNGGI, P., und THOMAS, H.: Master-Gleichung und Fluktuationstheoreme . . . . .	398
MORF, R., und THOMAS, H.: Kritisches Verhalten eines eindimensionalen Kristalls an der displaziven Grenze . . . . .	398
GÜTTINGER, H., BILGRAM, J.H., SERRALLACH, E., und KÄNZIG, W.: Lichtstreuung an der Phasengrenze fest-flüssig . . . . .	399
GÜNTHERODT, G., and HOLTZBERG, F.: Resonant Scattering in Intermediate Valence SmS-YS Alloys. . . . .	402
RUDAZ, S.: Etude de la transition semiconducteur-métal dans les composés lamellaires $\text{Mo}_{1-x}\text{Nb}_x\text{Se}_2$ . . . . .	403
KRIEMENT, O.: Thermodynamics of One-Dimensional Hubbard Systems . . . . .	403
PIETRONERO, L., and STRÄSSLER, S.: Comment on the Pinning of the Fröhlich Charge Density Wave. . . . .	414
MASCHKE, K., und SCHMID, PH.: Einfluss von Stapelfehlern auf die Bandstruktur von Schichtkristallen . . . . .	415
NAGEL, S.: Berechnung von Ladungsdichte und statischer Dielektrizitätskonstante für $\text{NaCl}$ mit Hilfe der Pseudopotentialmethode . . . . .	415
BAERISWYL, D., und CZAJA, W.: Phasendiagramm zur Bose-Einstein-Kondensation. . . . .	415
CHABR, M., und ZSCHOKKE-GRÄNACHER, I.: Magnetfeldabhängigkeit der verzögerten Fluoreszenz in Naphthalinkristallen bei niedrigen und hohen Exzitonendichten . . . . .	416
BÖSCH, M.: Exziton-Vibron-Wechselwirkung in $\text{KCN}$ . . . . .	416
QUATTROPANI, A., FORNEY, J.J., and BASSANI, F.: Biexciton in Indirect Gap Semiconductors: Applications to $\text{GaSe}$ and $\text{AgBr}$ . . . . .	417
BALDERESCHI, A.: Exciton States in a Uniform Magnetic Field. Application to $\text{GaSe}$ . . . . .	417
DEPEURSINGE, C., et THANH, LE CHI: Absorption optique des cristaux mixtes $\text{GaS}_x\text{-Se}_{1-x}$ . . . . .	417
MARTINOLI, P., DALDINI, O., LEEMANN, C., and STOCKER, E.: A. C. Quantum Interference in Superconducting Films with Periodically Modulated Thickness. . . . .	418
JONES, H., FISCHER, Ø., and BONGI, G.: Some Properties of Thin Films of Niobium Nitride . . . . .	418
BONGI, G., FISCHER, Ø., et JONES, H.: Un modèle phénoménologique décrivant les propriétés supraconductrices des alliages de structure A-15 . . . . .	419
YAMASHITA, T., and RINDERER, L.: Magnetization and Pinning Phenomena of a Josephson Junction (Analog Model Method to Solve Josephson Equation) . . . . .	419
LAENG, P., ZWEIACKER, P., and RINDERER, L.: Flux Flow Velocity Measurements in the Intermediate State . . . . .	423
SUTER, J.-M., et RINDERER, L.: Conductivité thermique des supraconducteurs dans l'état intermédiaire: Effet de dimension dans une structure lamellaire longitudinale . . . . .	426
ROUYET, J.P., et FIVAZ, R.: Opérateurs effectifs d'un électron de Bloch dans un champ magnétique . . . . .	429
ACKER, F., et HUGUENIN, R., Susceptibilité magnétique en champ élevé d'alliages dilués $\text{NiCr}$ et $\text{NiV}$ . . . . .	429
WEJGAARD, W., und VAN DER MARK, W.: Messung der Relaxationszeit von Elektronen in Aluminium . . . . .	429
VAN DER MARK, W., and WEJGAARD, W.: Dingle Temperatures in Pure Aluminum and in Dilute Aluminum Alloys . . . . .	431

KNECHT, B.: de Haas-van Alphen Effect in the Presence of Eddy Currents/de Haas-van Alphen Measurements of the G-Factor in K, Rb and Cs . . . . .	435
MAC INNES, W. M., PROBST, P. A., COLLET, B., et HUGUENIN, R.: Pénétration d'un champ magnétique basse fréquence dans le Cadmium . . . . .	435
VITINS, J., and WACHTER, P.: Inelastic Light Scattering in the Eu and Yb Chalcogenides. . . . .	435
HOLMES, L. M., WACHTER, P., and GUGGENHEIM, H. J.: Optische Untersuchungen des Ising-Ferromagneten LiTbF <sub>4</sub> . . . . .	437
BATLOGG, B., KALDIS, E., SCHLEGEL, A., und WACHTER, P.: Optische Eigenschaften des metamagnetischen Isolators Eu <sub>3</sub> O <sub>4</sub> . . . . .	437
ALVARADO, S. F., EIB, W., SIEGMANN, H. C., and REMEKA, J. P.: Electronic Structure of Mg-Ferrite . . . . .	437
MERCIER, A., et SCHMID, PH.: Recombinaisons de paires donneur-accepteur dans GaS <sub>x</sub> Se <sub>1-x</sub> . . . . .	438
JURYSKA, R.: The Coloration of MoO <sub>3</sub> Single Crystals . . . . .	438
RYS, F., und BABERSCHKE, K.: Magnetische Suszeptibilität in antiferromagnetischen Schichtstrukturen . . . . .	438
v. KÄNEL, H., AREND, H., und WACHTER, P.: Optische Messungen am 2-dimensionalen Antiferromagneten (CH <sub>3</sub> NH <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> MnCl <sub>4</sub> . . . . .	440
LINKE, R., und RYS, F.: Temperaturabhängigkeit der Absorptionslinie des 2-dimensionalen Antiferromagneten (CH <sub>3</sub> NH <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> MnCl <sub>4</sub> . . . . .	440
HAGEN, H., REIMANN, H., WALDNER, F., BERLINGER, W., und AREND, H.: ESR-Messungen an den Schichtstrukturen (NH <sub>3</sub> CH <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> CuCl <sub>4</sub> und (NH <sub>3</sub> C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> ) <sub>2</sub> CuCl <sub>4</sub> : Phasenübergang und magnetostatische Anregungen . . . . .	441
HAGEN, H., REIMANN, H., WALDNER, F., und AREND, H.: Elektronenspinresonanz am quasi-zweidimensionalen Paramagneten [NH <sub>3</sub> -(CH <sub>2</sub> ) <sub>4</sub> -NH <sub>3</sub> ] MnCl <sub>4</sub> . . . . .	441
KAMMER, H.: Kernresonanzuntersuchungen an den perowskitartigen Schichtstrukturen NH <sub>3</sub> (CH <sub>2</sub> ) <sub>2</sub> NH <sub>3</sub> MnCl <sub>4</sub> und NH <sub>3</sub> (CH <sub>2</sub> ) <sub>2</sub> NH <sub>3</sub> CuCl <sub>4</sub> . . . . .	442
BRÜESCH, P.: Ionenleitung und dielektrische Eigenschaften von Supraionenleitern . . . . .	443
BEYELER, H. U., BRÜESCH, P., und SCHÜLER, C.: Optische Eigenschaften und Ionenleitfähigkeit von Hollandit (K <sub>1.6</sub> Mg <sub>0.8</sub> Ti <sub>7.2</sub> O <sub>1</sub> ) . . . . .	443
BRINKMANN, D., und FREUDENREICH, W.: <sup>127</sup> J-Kernresonanz in AgJ . . . . .	443
MUHEIM, J. T.: Kristallstrukturabhängige Fragmentation von Verunreinigungskohlenwasserstoffen in Festkörper-Funkenmassenplasmen . . . . .	444
MUHEIM, J. T., und SURBECK, H.: Korrelation zwischen Positronen-Annihilation-Lebensdauer und Struktur des Funkenmassenplasmas von AgBr . . . . .	446
HUBMANN, M.: Druck- und Temperaturabhängigkeit der elektrischen Eigenschaften von NH <sub>3</sub> -dotiertem Eis . . . . .	449
HUBMANN, M.: Diffusion von Fremdstanz in Eis. Beispiel NH <sub>3</sub> . . . . .	449
ACKERMANN, K.-P., GÜNTHERODT, H.-J., HAUSER, E., und KÜNZI, H. U.: Elektrischer Widerstand flüssiger Legierungen von Metallen der Seltenen Erden . . . . .	450
MILLHOUSE, A. H., and FURRER, A.: Crystal Field Splitting in $\gamma$ -Ce, $\delta$ -Ce, and Liquid Ce . . . . .	450
FISCHER, P., SCHOBINGER-PAPAMANTELLOS, P., und KALDIS, E.: Neutronenbeugungsuntersuchung von TbS, TbTe und HoTe. . . . .	451
FURRER, A., and TELLENBACH, U.: J-Admixture Effects in Rare Earth Systems . . . . .	451
HEER, H.: Bestimmung der Kristallfeld- und Austausch-Wechselwirkungen in den Cerpnictiden . . . . .	457
MILLHOUSE, A. H., and HAEFELI, R.: The Growth of Single Crystals of Rare Earth Metals and Alloys at the EIR . . . . .	458
EVERS, J., KALDIS, E., MUHEIM, J., und ZÜRCHER, CH.: Gadolinium-Reinigung durch reaktive Destillation . . . . .	462
FLÜCKIGER, U., und AREND, H.: Chemische Probleme bei der Züchtung von KNbO <sub>3</sub> -Kristallen . . . . .	464
NGUYEN THE HUNG: Nonlinear Modulation of a Strong Electromagnetic Wave in Plasmas . . . . .	465
NGUYEN THE HUNG and WERSINGER, J. M.: On the Validity of Different Approaches to the Problem of Parametric Instabilities . . . . .	465
NGUYEN THE NUNG and TRAN, M. Q.: Nonlinear Excitation of Ion Acoustic Waves in a Multi-Species Plasma . . . . .	472
TRAN, M. Q., and COQUERAND, S.: Spatial Propagation of Ion Acoustic Waves in a Two-Component Plasma. Part I. Theory. . . . .	477
Part II. Experiment . . . . .	488
WAHLEN, M., NIEDERER, F., und GEISS, J.: Solares Tritium in Mondproben . . . . .	493

STETTLER, A., EBERHARDT, P., GEISS, J., GRÖGLER, N., und MAURER, P.: Die Verteilung von K und Cl im Apollo 17 'orange soil' . . . . .	493
MÖRGELI, M., EBERHARDT, P., EUGSTER, O., GEISS, J., und GRÖGLER, N.: Analyse des Fission Xe in Mondgestein zur Untersuchung der Frühgeschichte des Mondes . . . . .	493
EBERHARDT, P.: Ist unser Sonnensystem gut durchmischt? . . . . .	494
HIDALGO, M., ZBINDEN, P., EBERHARDT, P., and GEISS, J.: Transport of Minor Mesospheric Constituents During Winter Days of High Ionospheric Absorption . . . . .	494
BÜHLER, F., AXFORD, W.I., CHIVERS, H.J.A., und MARTI, K.: Sonnenwindionen in der Erdmagnetosphäre . . . . .	495
MINI, R., DEBRUNNER, H., und FLÜCKIGER, E.: Zur Luftdruckkorrektur der Neutronenmonitorregistrierungen der kosmischen Strahlung auf Jungfrauojoch. . . . .	495
BORN, E., DEBRUNNER, H., und FLÜCKIGER, E.: Zur Analyse von Okkultationsmessungen in der Röntgenastronomie. . . . .	500
KELLER, J., und DEBRUNNER, H.: Aufbau eines speziellen Multiplizitätsneutronenmonitors	504
WÖFLI, W., BONANI, G., STOLLER, CH., STÖCKLI, M., and SUTER, M.: Quasimolecular X-Rays from Heavy-Ion Collisions . . . . .	510
STOLLER, CH., WÖFLI, W., BONANI, G., STÖCKLI, M., and SUTER, M.: Lifetime of the $2^3\text{Si}$ -state in He-like Ions . . . . .	510
STÖCKLI, M., und BALZER, R.: Photoablösung an negativen Ionen . . . . .	511
KOSTIĆ, LJ.: Restoration of Noise-Contaminated Neutron Flux Distributions in Nuclear Reactors . . . . .	511
BONANI, G., WÖFLI, W., STOLLER, CH., and SUTER, M.: Sensitivity in Trace Element Analysis Using Heavy Ion Induced X-Ray Spectroscopy . . . . .	511
SUTER, M., WÖFLI, W., JUNG, H., BONANI, G., und STOLLER, CH.: Protonen-Mikrosonde für die Röntgen-Elementenanalyse . . . . .	511
GENEUX, E.: Rapport signal/bruit d'une détection de photoélectrons . . . . .	514
GENEUX, E., et FONTANA, P.R.: Fonction de corrélation et profil spectral d'une raie optique	516
KOCIAN, P.: Geschichtete positive Säule und Schlauchentladung im Sauerstoff . . . . .	518
RINNERHALER, W., und RINDERER, L.: Supraleitende Verbundwerkstoffe auf Niob-Kupferbasis . . . . .	519
DUBLER, T., ENGFER, R., HARTMANN, F.J., KAESER, K., LINDT, W., ROBERT-TISSOT, B., SCHALLER, L.A., SCHELLENBERG, L., und SCHNEUWLY, H.: Messungen von Schwefelverbindungen am Myonenkanal des SIN . . . . .	519
BEHRINGER, K., FEUERMAN, D., KOSTIĆ, LJ., and SEIFRITZ, W.: Correlation Analysis of the Environmental Influences on the Radioactive Argon Releases from the Plume of the Reactor Diorit. . . . .	520
LAMMER, J., und RINDERER, L.: Supraleitende Eindringtiefe in Niobium und Niobiumlegierungen . . . . .	520
MACINNES, W.M., PROBST, P.A., COLLET, B., et HUGUENIN, R.: Détermination du libre parcours Moyen près de la surface dans le Cd . . . . .	522
VEPŘEK, S., and HAQUE, M.R.: A Note on the Erosion of the 'First Wall' in the Next Generation of Tokamak's . . . . .	524
HILTBRAND, E., BORCARD, B., SÉCHEHAYE, R., et BÉNÉ, G.J.: Dédoublément et déplacement de la fréquence de Larmor d'un système de moments nucléaires soumis à une excitation RF non-résonante . . . . .	524
CORNAZ, P.: Propriétés quasi quantiques d'un système classique en interaction avec un milieu extérieur . . . . .	527
TSCHUDI, H.R.: Zur Thermodynamik nichthomogener Systeme . . . . .	533
BECK, H.: Zur Dynamik struktureller Phasenübergänge . . . . .	533
TELLENBACH, U.: Einige Anwendungen stochastischer Differentialgleichungen . . . . .	534
DENOTH, S.: Der 1-dimensionale Heisenberg-Ferromagnet und Bethes Hypothese. . . . .	534
CHOQUARD, PH.: Functional Integration Formulation of the Statistical Mechanics of One-Dimensional Coulomb Systems . . . . .	535
BERNASCONI, J., and WIESMANN, H.J.: Effective-Medium Theories for Site-Disordered Lattice Systems . . . . .	536
CHOQUARD, PH.: On the Binding Energy of Wigner Lattices . . . . .	536
BARATOFF, A.: Lattice Distorsions in Dilute Simple Metal Alloys. . . . .	536
SARI, R.R., MERLINI, D., and CALINON, R.: The Two-Dimensional One-Component Classical Plasma: New Results. . . . .	537
OHANESSIAN, S.P.: An Imperfect Bose Gas: A Treatment in Coherent States . . . . .	540

SCHNEIDER, W.R.: The Bloch Equation and the $T^5$ -Law . . . . .	540
ENTEL, P., FISCHER, Ø., and BONGI, G.: The Influence of Spin-Fluctuations on the Transition-Temperature of a Two-Band Superconductor . . . . .	540
SARI, R.R.: The One-Component Plasma in One Dimension – Outline of the Quantitative Analysis . . . . .	541
STOLL, E., and SCHNEIDER, T.: Dynamics of a One-Dimensional Anharmonic Chain . . . . .	542
MERLINI, D.: Universality Hypothesis and the Critical Behaviour of the 2-D Three-Spin Interaction Model . . . . .	542
SARBACH, S., and SCHNEIDER, T.: An Exactly Soluble Model with Tricritical Points for Structural-Phase Transitions . . . . .	545
KUNZ, H., et PAYANDEH, B.: Changement de phase dans des modèles de champ classique sur un réseau . . . . .	545
CHEVALIER, J.: L'énergie gravitationnelle relativiste est probablement localisable. . . . .	545
WANDERS, G.: Bornes pour les diagrammes en échelles de la théorie $g\Phi^3$ . . . . .	545
HIRSBRUNNER, B., et LOEFFEL, J.-J.: Sur les séries asymptotiques sommables selon Borel . . . . .	546
HUGUENIN, P.: Oscillateur linéaire amorti quantique . . . . .	546
HORWITZ, L.P., PIRON, C., and REUSE, F.: Relativistic Dynamics for the Spin $1/2$ Particle . . . . .	546
ROTHEN, F.: Hydrodynamique de la composante superfluide dans une étoile de très haute densité . . . . .	547
SMITH-HÄNNI, A.L.: The Solar Self-Gravity-Induced Electrostatic Redshift . . . . .	548
BOON, M.H.: Networks of Coherent States for Electron in Magnetic Field . . . . .	551
HUMPERT, B.: Experimental Facts and Theoretical Fancy on the Newly Discovered $\psi$ -Particles . . . . .	554
SIMONIUS, M.: Zeitumkehr-Verletzung in den Kernkräften und mögliche Tests in der Streuung polarisierter Nukleonen . . . . .	554
BORNAND, M., PLATTNER, G.R., und ALDER, K.: Inkonsistenzen in $p + D$ Streuphasen bei niedrigen Energien . . . . .	554
PLATTNER, G.R., BORNAND, M., und ALDER, K.: Der spektroskopische Faktor des Deuterons im ${}^6\text{Li}$ -Grundzustand . . . . .	555
FOROUGHI, F., et BOVET, E.: Comparaison de trois modèles pour la diffusion quasi-libre $n-n$ . . . . .	555
SICK, I., BELLICARD, J.B., FROIS, B., LECONTE, PH., PHAN XUAN HO and TURCK, S.: Die Schalenstruktur der ${}^{58}\text{Ni}$ -Ladungsdichte . . . . .	555
JAYET, B., et ROSSELET, PH.: Diffusion élastique $\bar{p}p$ vers l'arrière entre 1,50 et 2,04 GeV/c . . . . .	556
GAY, J.B., JEANNERET, J.B., BOGDANSKI, M., JEANNET, E., ROSSELET, PH., GAILLOUD, M., et WEILL, R.: Etude des réactions $\bar{p}p \rightarrow 3\pi^-3\pi^+$ et $3\pi^-3\pi^+\pi^0$ entre 1,1 et 1,4 GeV/c. . . . .	556
VUILLEMIN, V., GAILLOUD, M., ROSSELET, P., BRENZIKOFER, R., JEANNET, E., BOGDANSKI, M., et VALLET, S.: Etude des réactions $\bar{p}p \rightarrow K^0 K m \pi$ ( $m = 1 \text{ à } 4$ ) entre 1,5 et 2,0 GeV/c. . . . .	556
REICHART, W.: Datenerfassung für Niederenergieexperimente am SIN . . . . .	557
BALZER, R., und BALZER, D.: Negative Ionen schwerer Elemente . . . . .	557
RISLER, R., GRÜEBLER, W., KÖNIG, V., und SCHMELZBACH, P.A.: Die Quelle für polarisierte Wasserstoffionen zum Tandembeschleuniger der ETHZ . . . . .	557
UNTERNÄHRER, J., LANG, J., BUTA, A., und MÜLLER, R.: Ein Detektionssystem zum Nachweis von zerfallenden Reaktionsprodukten . . . . .	558
VIATTE, P., MICEK, S., JARCZYK, L., LANG, J., MÜLLER, R., SIMIONESCU, C., und UNTERNÄHRER, J.: Untersuchung von ungebundenen Zuständen durch Winkelkorrelationsmessungen von $(d, pn)$ -Reaktionen an ${}^{40}\text{Ca}$ . . . . .	558
JENNY, B., GRÜEBLER, W., KÖNIG, V., SCHMELZBACH, P.A., RISLER, R., BOERMA, D.O., und WEITKAMP, W.G.: Elastische Streuung von polarisierten Deuteronen an ${}^3\text{He}$ -Kernen. . . . .	558
BÜRGI, H.R., GRÜEBLER, W., SCHMELZBACH, P.A., KÖNIG, V., und RISLER, R.: Tensorpotentiale im optischen Modell der elastischen Deuteronstreuung. . . . .	559
MEYER, H.O., WEITKAMP, W.G., und DUNHAM, J.S.: $\bar{p} + {}^{12}\text{C}$ -Streuung zwischen 12 MeV und 18 MeV . . . . .	559
BOGDANSKI, M., and JEANNET, E.: Study of the Reaction $\bar{p}p \rightarrow \bar{n}n$ between 700 and 750 MeV/C . . . . .	559
BART, U., CORFU, R., DUPORT, J.-L., GRETILLAT, P., LUNKE, C., PIFFARETTI, J., et SCHWARZ, E.: Chambres à fils avec systèmes de lecture interchangeables . . . . .	560