Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 55 (1982)
Heft: 5

Artikel: Daniel Bernoulli (1700-1782)
Autor: Speiser, D.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-115297

Helvetica Physica Acta, Vol. 55 (1982) 504–523 0018–0238/82/050504–20$1.50 + 0.20/0

Daniel Bernoulli (1700–1782)

Von D. Speiser, Institut de Physique Théorique, Université Catholique de Louvain, B-1348 Louvain-La-Neuve, Belgique*)

Im Jahre 1686 veröffentliche der damals 40 Jahre alte Gottfried Wilhelm Leibniz in den von ihm gegründeten Acta Eruditorum in Leipzig eine Arbeit, in der er einen neuen Kalkül, den er entwickelt hatte, mitteilte [1]. Es war ein nachgelassenes Manuskript Pascals gewesen, das ihn auf diese Spur geführt hatte. Die Arbeit war schwierig zu lesen und fand kaum viel Verständnis, und es ist erlaubt zu fragen, ob Leibniz selbst Zeit und Lust gefunden hätte, seine Untersuchungen so fortzusetzen, wie sie es verdienten. Allein schon kurze Zeit darauf stürzte sich ein noch fast unbekanntes Brüderpaar mit Angriffslust und Energie auf diese Arbeit, dem sich nun die in einer neuen mathematischen Sprache verfassten Geheimnisse zum grossen Teil enthüllten.

Der ältere Bruder, Jacob, hatte auf Geheiss des Vaters an der Universität Theologie studiert und sich daneben die damals neue Cartesianische Mathematik angeeignet. Ausserdem hatte er sich mit Astronomie befasst und u.a. eine Theorie ausgearbeitet, nach der der grosse Komet des Jahres 1680 der Mond eines noch unbekannten äusseren Planeten war, gerade ein Jahr bevor der deutsche Pfarrer Georg Samuel Doerfel aus Plauen vorschlug, Kometen bewegten sich auf parabolischen Bahnen um die Sonne. Er hatte einen Aufenthalt in Frankreich, eine zweite Reise nach diesem Land und nach England hinter sich und hielt nun gratis öffentliche physikalische Vorlesungen, die Erfolg hatten, so dass er, Jacob Bernoulli, bald darauf an der Universität Basel zum Professor für Mathematik ernannt wurde [2].

Nun war ihm und seinem jüngeren Bruder Johann freilich vieles von Leibniz's Ideen dunkel geblieben, und er wandte sich deshalb brieflich an ihn. Umsonst, Leibniz war auf Reisen und erhielt den Brief erst drei Jahre später. Das Fehlen einer Antwort zwang die beiden Brüder, die ganze Methode von Leibniz neu herzuleiten und sie zugleich auf neue Probleme anzuwenden. Meist waren dies Probleme der Differentialgeometrie, aber auch solche der Mechanik sind darunter. So gelang es Jacob in der Folge, die Form eines gekrümmten Balkens zu berechnen. Allen "Geometern" hatte er das Problem vorgelegt, und erst nachdem er drei Jahre keine Antwort erhalten hatte, veröffentlichte er seine Lösung. Diese hat, wie wir sehen werden, die Arbeit seines Neffen Daniel Bernoulli nicht wenig beeinflusst. Auch sein grosses Hauptwerk, die "Ars Coniectandi" [3], nach seinem Tod von seinem ältesten Neffen und Schüler Nicolaus I herausgegeben, hat in Daniels Werk Früchte getragen. Aber sein Haupteinfluss war indirekter Art.

---

*) Vortrag zum 200. Todestag von Daniel Bernoulli, gehalten am 7. Oktober 1982 im Bernoullianum Basel anlässlich der Herbsttagung der Schweizerischen Physikalischen Gesellschaft.

Jakobs wichtigster Schüler war sein 12 Jahre jüngerer Bruder, Johann, mit dem zusammen er Leibniz' Arbeit studiert hatte. Johann war ein weniger tiefer und schöpferischer Mathematiker als Jacob, aber er war rascher und brillanter, und er besass in höherem Mass die Gabe der Darstellung.

Waren Jacobs Anfänge in der Wissenschaft langsam, mühselig und hart, so waren die Johanns schnell und scheinbar mühelos. Der ältere Bruder, nach Newton und Leibniz der Dritte, der den neuen Infinitesimalkalkül erfasste, hatte ihn als den Vierten eingeführt. Mit Leichtigkeit ergriff er die neuen Ideen, und mit grosser Eleganz wandte er sie auf die neuen Probleme an. Die längst gesuchte Entdeckung der Form der Kettenlinie begründete seinen Ruhm; die Entdeckung, dass die Cycloide die Kurve sei, auf der ein Gewicht in der kürzesten Zeit von einem Punkt zu einem tieferen hinabgleitet, erhob seinen Namen unter die ersten der Wissenschafter. Dem Marquis de l'Hôpital erteilte er Privatstunden, und dieser veröffentlichte das erste Lehrbuch der Inifinitesimalrechung, das, wie O. Spiess zeigte, auf diesen Vorlesungen beruhte. Ueber den berühmten und oft geschilderten Streit der beiden Brüder brauchen wir uns hier nicht zu kümmern. Er wurde auf dem Gebiet der Variationsrechnung, das Daniel nie betrat, ausgekämpft, und überdies hat Daniel seinen Onkel nie gekannt.

Der grosse Huygens, damals der erste Physiker auf dem Kontinent, hatte im Jahr 1695 Johanns Berufung nach Groningen vermittelt, wo ihm 1700 sein zweiter Sohn Daniel, von dem ich hier berichten werde, geboren wurde, und als 1699 nach einer Neuorganisation die Académie Royale des Sciences de Paris ausländische Mitglieder ernannte, da waren die ersten vier: Newton, Leibniz, Jacob Bernoulli, Johann Bernoulli! 1705 kehrte Johann auf das Drängen seines Schwiegervaters, des Bürgermeisters Falckner, nach Basel zurück. Dort angekommen, wurde ihm sofort der Lehrstuhl des einige Wochen vorher verstorbenen Bruders angeboten, den er nun bis zu seinem Tod im Jahr 1748 innehatte. Für einige Jahrzehnte hat er ihn zum Ersten Europas gemacht. Unter seinen Schülern in Basel finden sich Clairaut, Maupertuis, Gabriel Cramer, Albrecht von Haller, Samuel Koenig und natürlich Leonhard Euler. Und auch der Autodidact d'Alembert, von dem wir noch hören werden, sagte einmal: was ich in der Mathematik gelernt habe, verdanke ich Johann Bernoulli.

*   *

*

Ich bin auf alle diese Dinge so ausführlich eingetreten, weil ohne ihre Kenntnis Daniel Bernoullis Leben und Wirken nur schwer zu verstehen und kaum zu würdigen ist [4]. Er wurde, mindestens äusserlich, buchstäblich ins Zentrum der mathematischen Wissenschaft geboren. Aus dem vorherigen geht hervor, dass die Infinitesimalrechnung während einiger Jahrzehnte fast so etwas wie ein Bernoullisches Familiengeheimnis war; mindestens war Basel dank Johann Bernoulli damals das Mecca der Mathematiker. Und nun war es ja das ausgesprochene Ziel der Zeit, die Welt "more geometrico" zu verstehen. Selbst die Medizin, wie wir sehen werden, beugte sich diesem Anspruch. Allerdings war es nicht "more geometrico" sondern vielmehr, wie nun neben Huygens und Newton vor allem die Bernoullis zeigten, "more mechanico".

* *

*

Seine ersten fünf Jahre verbrachte Daniel Bernoulli, wie gesagt, in Groningen in Holland. Dann ging er hier in Basel zur Schule und lernte zu Hause, nicht vom Vater, sondern vom älteren Bruder, Nicolaus II, die Mathematik, insbesondere die Infinitesimalrechnung. Der Vater selbst war anspruchsvoll und dachte eher geringschätzig von ihm. So wollte er ihn zuerst auch nicht studieren lassen, sondern wünschte, dass er Kaufmann werde, aber der Sohn gelangte doch ans Ziel, zwar nicht ans Mathematikstudium, wie er wohl wünschte, sondern wie einst der Vater, zu dem der Medizin, das er dann in Basel und Heidelberg absolvierte. Es wurde Daniel also nichts geschenkt: er musste sich schon zu Hause durchsetzen.

Auf dem Gebiet der Medizin, genauer: der Jatrophysik, wie man damals sagte, schrieb er seine ersten Arbeiten. Galileis Schüler, Borelli, hatte versucht, die neue Wissenschaft des Lehrers auf den menschlichen Körper anzuwenden, und Vater und Sohn Bernoulli waren ihm gefolgt. Daniel reiste zu diesem Zweck nach Padua, wo er mit Michelotti und Poleni arbeitete [5]. Friedrich Rintelen, dem hier gedankt sei, hat angefangen, Daniels Jugendschriften im Rahmen der Gesamtausgabe zu edieren, muss nun aber aus Gesundheitsgründen diese Arbeit seinem Schüler Ulrich Troehler aus Bern, der sich dafür freundlichst zur Verfügung stellte, übergeben. Dieser Band, der auch Daniels mathematische Jugendschriften enthalten wird, wird in wenigen Jahren vorliegen. In Padua nämlich hat sich Bernoulli auch der Mathematik zugewandt; Differentialgleichungen und Fragen der Wahrscheinlichkeitsrechnung galt sein erstes Interesse. Louis Bouckaert aus Löwen wird diesen Teil der Jugendwerke im ersten Band übernehmen. Diese Arbeit hat er z.T. in kleinen Bändchen in Venedig gedruckt, [6] und sie haben ihn sofort berühmt gemacht. Die Republik Genua offerierte ihm das Präsidium ihrer neugegründeten Akademie, das er aber ablehnte, denn zusammen mit dem älteren Bruder Nicolaus erhielt er 1725 einen Ruf an die Kaiserliche Akademie von St. Petersburg, wo schon sein Landsmann Jacob Hermann arbeitete, und wohin ihm einige Jahre später sein Freund Leonhard Euler nachfolgte. Die Petersburger Jahre sind ein erster Höhepunkt in seinem Schaffen. In diese Zeit fallen die ersten wichtigen Arbeiten auf dem Gebiet der Mechanik, die ersten Entdeckungen in der Schwingungslehre, und die Grosszahl der Arbeiten auf dem Gebiet der Hydrodynamik, inclusive der ersten Niederschrift der Hydrodynamica, von dem allem nun zu berichten sein wird.

* *

*

Von seinen Arbeiten auf dem Gebiet der Mechanik aus dieser Zeit möchte ich nur zwei erwähnen. In beiden ist er nicht der Nachfolger Newtons, sondern der Huygens' und Jacob Bernoullis, und zum Teil auch der seines Vaters. In der einen führt er das Trägheitsmoment ein, das nun in der Form, die Euler ihm kurz darauf geben wird, die Huygens'sche Oszillationslänge ersetzen und die Mechanik der starren Körper beherrschen wird. Bernoulli dringt sogar bis zu einem Spezialfall des berühmten Satzes von Steiner vor [7].

In der anderen untersucht er den Stoss zweier unsymmetrischer Körper [8]. Es ist dies eines der Probleme, welches später die Wissenschaft selbst vergessen hat, und zwar sowohl das Problem selbst, wie auch dessen Lösung! Nur Euler, und später Poisson haben es erwähnt und die Formeln angegeben; sonst scheint es nirgends in den Büchern zu sein. Erst kürzlich ist es wieder ausgegraben und in neueren Arbeiten auf Fragen der kinetischen Gastheorie angewandt worden [9].

* *
*

Allein, nach einigen glücklichen Jahren in Petersburg starb der ältere Bruder Nicolaus, an dem er sehr hing, unerwartet an einer Darminfektion, und Daniel sehnte sich mehr und mehr in die Heimat zurück. Er erhielt 1733 einen Ruf nach Basel als Professor der Anatomie. (Erst später erhielt er den Lehrstuhl für Physik, den er annahm, konnte es aber erreichen, dass er mit der Petersburger Akademie verbunden blieb). Sein jüngerer Bruder Johann II holte ihn in Petersburg ab, die Rückreise führte die beiden durch Norddeutschland, Holland, wo sie in Groningen mit allen Ehren empfangen wurden, und Paris, wo sie einer Sitzung der Académie des Sciences beiwohnten. Es war auf dieser Reise, dass ein Reisender, dem er sich als Daniel Bernoulli vorstellte, aufgebracht antwortete: und ich bin Isaac Newton. Bernoulli musste Newton seinen Reisepass zeigen, um ihn zu beschwichtigen. Auf dies Vorkommnis, das das Ausmass des Ruhmes, den er schon damals genoss, zeigt, ist er noch als alter Herr stolz gewesen.

Hier in Basel hat er von da an sein ganzes Leben verbracht. Zuerst war er Professor für Anatomie, dann für Botanik, und erst ab 1750 Professor für Physik.

* *
*

Ich möchte im folgenden vor allem über vier Tätigkeitsgebiete Bernoullis sprechen:

- über die Hydrodynamik, wo Bernoulli Newtons Programm mit Hilfe von Ideen Huygens' und seines Vaters fortsetzte,
- über die Lehre von der universellen Gravitation, wo Bernoulli Newtons Lehre auf dem Kontinent an 1. Stelle zum Siege führte,
- über die Elastizitätstheorie, wo er fast völlig original arbeitete und fast ganz auf eigenen Füssen stand,
- endlich über Magnetismus und Elektrizität, wo er ein Vorläufer der Physik des 19. Jahrhunderts ist.

Die Hydrodynamik: Verknüpfung von Hydrostatik und Hydraulik

Für die Hydrodynamik hatte Newton im 7. Kapitel des 2. Buches der Principia ein geniales Programm entworfen, das, wie Truesdell sagt, für über 50 Jahre der Stimulus für alle seine Nachfolger wurde [10]. Man muss erwähnen, dass diese erste Weiterführung von Newtons Werk nicht auf dem Gebiet geschah, für das Newton eine dauernde Grundlage geschaffen hatte, nämlich der Punktmechanik, sondern auf einem sozusagen erst angeschnittenen Gebiet, wo die physikalische Erfahrung weiter helfen musste.

Daniel Bernoullis Ruhm beruhte zu seinen Lebzeiten zum grossen Teil und nach seinem Tod fast ausschliesslich auf seinem Buch der "Hydrodynamica". Dieses Buch enthält Resultate dessen, was er auf diesem Gebiet in St. Petersburg gearbeitet hatte. Einiges hatte er schon früher publiziert, so z.B. 1727 die korrekte Berechnung der Kraft, die ein ausfliessender Strahl ausübt. In St. Petersburg hat er schon eine erste Fassung redigiert, doch scheint sie ihn nicht befriedigt zu haben, denn nach Basel zurückgekehrt schrieb er sie völlig neu. Der Vergleich beider Fassungen ist für die Entstehung seiner Ideen aufschlussreich, aber bis jetzt ist er noch nie bis in alle Einzelheiten durchgeführt worden. Mit umso grösserem Interesse dürfen wir deshalb das Erscheinen beider Fassungen und deren Vergleich durch Clifford A. Truesdell in der geplanten Gesamtausgabe erwarten.

Zunächst der Titel "Hydrodynamica", der etwa: "Die Lehre vom Verhalten des Wassers unter dem Einfluss von Kräften" bedeuten soll. Dies Wort ist von Bernoulli geprägt worden. Früher trennte man die Hydrostatik, d.h. die Lehre von den ruhenden Flüssigkeiten, d.h. ihrem Gleichgewicht, ihrem Druck usw., von der Hydraulik, der Lehre von den bewegten Flüssigkeiten. Bernoulli wünschte nun ein Wort, das beide umspannte. Heute denkt man in der Physik beim Wort Dynamik meist an Bewegung, zu Unrecht, denn auch die Statik fragt nach Kraftgesetzen (Dynamis, griechisch = Kraft), und auch wenn Newton in den Principia meist nur von Bewegungsabläufen spricht, so hatte Bernoulli ihn doch richtig verstanden: Die Kraft steht im Zentrum von Newtons Mechanik. Die Lektüre des Buches zeigt das Interesse für konkrete Probleme, das Bernoulli bei seinen Forschungen leitete. Sie zeigt auch sofort, dass das Buch nur zum Teil eine systematische Darstellung ist. Eine solche würde von einfachen Grundgleichungen zu immer komplizierteren Theoremen und Anwendungen fortschreiten. Dies wäre aber damals nicht möglich gewesen, denn die eigentlichen Grundgleichungen wurden erst 15 Jahre später von Euler entdeckt, der aber auf Daniel Bernoullis Resultaten aufbaute. Einigen Kapiteln sind zahlreiche, konkrete, durchgerechnete Beispiele angefügt und wir dürfen annehmen, dass er durch das Lösen solcher Aufgaben den Weg zu seinen Resultaten fand.

Bernoullis Theorie ist auf einem speziellen Energieprinzip aufgebaut, das Huygens so formuliert hatte: der Schwerpunkt einer Masse kann nicht höher steigen, als er fiel, und wenn keine Reibung im Spiel ist, so steigt er genau so hoch. Johann I hatte in einem an Daniel gerichteten Brief, den dieser in den Petersburger Commentarii veröffentlichte, den Geltungsbereich von Huygens' Prinzip bedeutend erweitert, und der Sohn hat denn auch den Anteil des Vaters an diesen Sätzen gebührend unterstrichen.

Die beiden Glanzpunkte des Buches, die bis heute mit Bernoullis Namen verknüpft bleiben, finden sich im 10. und 12. Kapitel. Am Anfang des 10. Kapitels "Von den Drucken und Bewegungen elastischer (d.h. compressibler) Flüssigkeiten, vor allem der Luft" befindet sich seine berühmte Herleitung der Gesetze von Townley-Boyle-Mariotte und von Amontons

$$\text{Druck} \times \text{Volumen} = \text{const.} \times \text{Temperatur}$$

aus den Gesetzen der Mechanik und der Annahme, dass die Luft aus kleinen Teilchen bestehe. Bernoullis Formulierung des Gesetzes ist gleichbedeutend mit

$$\begin{aligned}\text{Druck} &= \tfrac{1}{3} \times \text{Dichte} \times \text{mittleres Geschwindigkeitsquadrat der Teilchen}\\ &= \tfrac{1}{3} \times \text{mittlere Energiedichte der Teilchen.}\end{aligned}$$

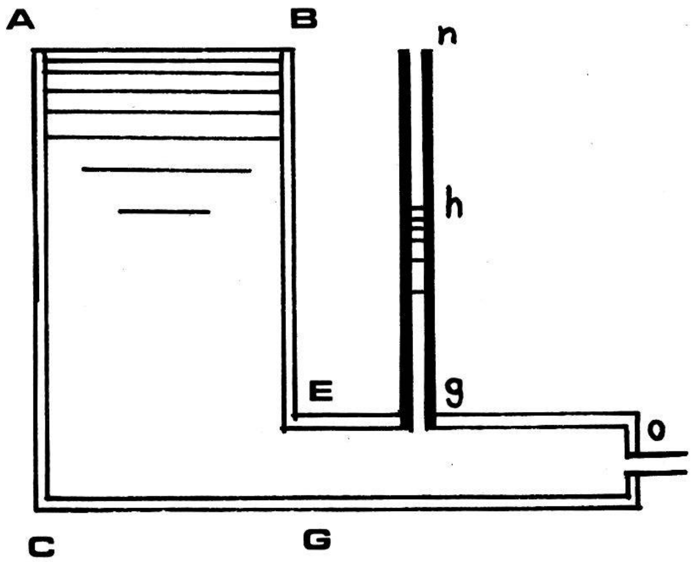
Noch heute findet sich Bernoullis Ableitung in modernisierter Form in allen Büchern. Laut Truesdell war dies im 18. Jahrhundert die einzige erfolgreiche Anwendung atomistischer Vorstellungen auf die Mechanik. Sonst scheinen alle ihre Erfolge auf der Vorstellung der Materie als eines Kontinuums zu beruhen [12]. Bernoulli bemerkt auch, dass seine Formel für tiefe Temperaturen, d.h. beim Kondensationspunkt, nicht gilt. Diese Herleitung Bernoullis wird auch noch heute als eine Glanzleistung ersten Ranges bewertet.

Für die Physik des 18. Jahrhunderts wurden vor allem die Resultate des 12. Kapitels wichtig. "Es handelt", so Bernoulli, "von der Statik bewegter Flüssigkeiten, die ich Hydraulicostatik nenne". Hier findet sich die "Bernoullische Gleichung". Diese besagt in moderner Form, dass in einer wirbelfreien, stationären Strömung die Summe der kinetischen Energiedichte, des inneren Drucks und der Potentialdichte der äussern Kraft konstant ist. In dieser Form konnte Bernoulli das Gesetz nicht aussprechen, schon darum nicht, weil er den Begriff des inneren Drucks noch nicht kannte; erst Euler hat ihn zehn Jahre später entwickelt.

Bernoulli geht etwa so vor: man betrachte ein volles Gefäss, an dem ein waagrechtes Rohr angebracht ist, das mit einer Sonde versehen ist, aus dem das Wasser ausströmen kann. So lange das Rohr verschlossen ist, wird das Wasser in der Sonde bis auf die Höhe des Wasserspiegels im Gefäss steigen. Oeffnet man aber den Abfluss, so sinkt das Wasser in der Sonde, d.h. der Druck im Rohr ist kleiner geworden [31].

Bernoullis Verdienst, und es ist ein grosses, besteht darin, die Steighöhe des Wassers, die, wie wir heute sagen, von seinem Druck abhängt, als Funktion von dessen Geschwindigkeit bestimmt zu haben. Damit hatte er Hydrostatik und Hydraulik endgültig zusammengefügt, so wie das vor ihm keiner gekonnt hatte, und diese Synthese rechtfertigt das neue Wort "Hydrodynamik".

Ich habe mich damit begnügt, die Höhepunkte des Buches zu beschreiben. Daneben finden sich zahlreiche weitere neue Resultate, und alles ist in den Beispielen erklärt und durchgerechnet. Der Reichtum des Werks ist gross, und man versteht das Aufsehen, das es bei den Zeitgenossen erregte. Der Leser spürt aber auch eine gewisse Umständlichkeit und einen Mangel an Systematik, z.B. stimmen die Ueberschriften im Text mit denen des Inhaltsverzeichnisses nicht überein, und in der Ueberschrift zum 12. Kapitel finden wir noch an Stelle



von "Hydrodynamik" den Ausdruck "Hydraulicostatik": Bernoulli hat nie gerne einen niedergeschriebenen Text revidiert! Ausserdem sind Systematik der Darstellung und Symmetrie in der Wahl der Symbole und der Notation nie seine Stärke gewesen. Aber trotzdem beschrieb noch fünfzig Jahre später Lagrange die Hydrodynamica als "un ouvrage qui brille d'ailleurs par une analyse aussi-élégante dans sa marche, que simple dans ses résultats" [13]. Neben Jacob Bernoullis Ars Coniectandi ist sie zweifellos das wichtigste Buch, das im 18. Jahrhundert in Basel verfasst wurde.

Das Werk war schon 1734 druckbereit, doch hatte Bernoulli, was schon damals vorkam, zunächst Mühe, einen Verleger zu finden. Erst 1738 konnte das Werk durch Vermittlung des berühmten Schoepflin, den wir noch aus Goethes "Dichtung und Wahrheit" kennen, in Strassburg erscheinen.

Ihm selbst brachte das Werk noch einen persönlichen Schlag. Sein eigener, damals siebzig Jahre alter Vater konnte es nur schwer ertragen, dass der Sohn ihn langsam aber sicher in der Physik überflügelte. Eifersüchtig war Johann I immer gewesen, in seiner Jugend auf den älteren Bruder, und nun trat der Sohn als Forscher eigenen Rechts und eigener Art immer stärker hervor und stellte dem Vater sein Altwerden immer deutlicher vor Augen. Johann I Bernoulli war nicht der erste und nicht der letzte, der sich in diesem Lebensabschnitt in die Enge getrieben fühlte. Nur war in seinem Fall der auftretende Rivale der eigene Sohn, ein in Fürstenhäusern häufiger, in der Wissenschaft jedoch ein höchst seltener Fall. Er publizierte nun in den Petersburger Commentarii in aller Eile unter dem Titel "Hydraulica" [14] eine längere Arbeit, die er aber auf das Jahr 1732 zurückdatierte! Frei erfunden war das Datum wohl nicht. Vermutlich hat er aus einer Schublade alte, unfertige Manuskripte hervorgezogen und sie mit neueren Zusätzen vervollständigt und abgerundet; genau wissen wir dies nicht. Gegenüber dem Sohn war es eine schwarze Tat, aber am meisten hat er sich selbst geschadet, denn während langer Zeit hielt ihn jedermann für einen Plagiator – ausser einem, seinem Schüler Euler, der das neue, bedeutsame und originelle in Johanns Hydraulica entdeckte und zum Ausgangspunkt seiner eigenen Untersuchungen machte. Auch d'Alembert mag dies erkannt haben, aber wir brauchen auf diese Fragen hier nicht einzugehen; sonst ist jedenfalls weit und breit fast bis auf den heutigen Tag Johann des Plagiats an seinem Sohn beschuldigt worden. Erst in neuerer Zeit, zuerst von Truesdell, dann noch deutlicher von Szabó [15], ist erkannt worden, dass Johanns Resultate unabhängig von denen des Sohnes, ja in einigen Punkten moderner als diese sind, wie Euler, der Daniels Verdienste hoch einschätzte und ihn zu trösten und zu beschwichtigen versuchte, betont hatte.

Doch Daniel, der noch um Anerkennung kämpfte, traf dieser Schlag hart. Gegen Euler hat er sich bitter und resigniert geäussert, und mehr noch: er arbeitete später nie mehr auf diesem Gebiet! Nur indirekt, bei der Bearbeitung technischer Fragen, hat er es wieder betreten.

In der Geschichte nimmt Bernoullis Hydrodynamica in der Epoche zwischen Newtons 7. Kapitel des zweiten Buches der Principia und Eulers endgültigen Arbeiten aus den fünfziger Jahren den ersten Platz ein. Jeder der drei hat die folgende Periode beherrscht, und das Werk eines jeden, wie immer in der Wissenschaft, hat das Werk des früheren verdrängt.

Ich kann es mir nicht versagen, Ihnen von einer sehr speziellen Anwendung der Hydrodynamik, die ihr Autor durchführte, vorzutragen. Etwa im Jahre 1740 wurde in Basel ein armer Handwerkergeselle, der einen andern erstochen hatte, enthauptet. Unter den Zuschauern stand auch der Professor Bernoulli, natürlich nicht wie die anderen aus Neugier, sondern vom Wissensdurst getrieben! Er hat die Höhe des austretenden Blutstrahls abgeschätzt, und daraus mit Hilfe seiner Formel den Blutdruck und die Herzarbeit berechnet. Wenn Sie in den nächsten Tagen den Zoologischen Garten besuchen, so vergessen Sie nicht, auf der Heuwaage, wo jetzt die Birsigtalbahn fährt, einen Blick gegen den Auberg zu werfen. Denken Sie dann nicht nur an Daniel Bernoulli, sondern auch an den armen Burschen, der sich unfreiwillig um den Fortschritt der Medizin Verdienste erwarb.

* *

*

Bernoulli und die neue Newton'sche Mechanik: Der Sieg von Newtons Lehre von der Schwerkraft auf dem Kontinent

Daniel Bernoulli ist der erste Newtonianer auf dem Kontinent gewesen, und ich möchte hier einige der wichtigsten Stationen in seinem Kampf – denn ein Kampf war es in mancher Hinsicht – schildern. Schon eine seiner frühesten Arbeiten ist von Ideen Newtons inspiriert. Es ist die Arbeit, in der er, wie Istvan Szabó in seinem schönen Buch über die Geschichte der Mechanik ausführt, den Streit zwischen Cartesianern und Leibnizianern um "Das wahre Mass der Kräfte" entschied, indem er zeigt, dass dieser ein blosses Wortgefecht ist [17].

Einige Jahre darauf leistet er einen entscheidenden Beitrag zur Punktmechanik, indem er in zwei Arbeiten für allgemeine Systeme von schweren Massenpunkten die potentielle Energie einführt. Dieses Hilfsmittel hat den Weg zur analytischen Mechanik der Mehrkörperprobleme erschlossen. Er gibt dann selbst sofort eine erste, allerdings etwas krude Anwendung seiner neuen Resultate auf die Berechnung der Mondbahn [18]. Den neuen Weg betrat der Franzose Alexis Claude Clairaut, dem der erste wirkliche Durchbruch zur höheren analytischen Himmelsmechanik gelang.

Allein, es sollte bekanntlich noch lange dauern, bis es gelang, Newtons universelles Gravitationsgesetz fast restlos zu bestätigen.

* *

*

Es waren jedoch nicht Daniels Beiträge zur allgemeinen Mechanik, die am meisten zum Sieg von Newtons Lehre beigetragen haben. Newtons "Allgemeine Mechanik" hat sich dank ihrer Geschlossenheit als Lehre und dank ihrer Erfolge im einzelnen unaufhaltsam durchgesetzt, und z.B. Eulers Werke auf diesem Gebiet überragten diejenigen Bernoullis weit. Auf den schärfsten Widerstand stiess jedoch Newtons Lehre von der Schwerkraft. Dieser Widerstand kam vor allem von Seiten der Cartesianer. Descartes' Lehre von der Schwerkraft hatte damals wohl immer noch eine sehr grosse Zahl von Anhängern auf ihrer Seite. Nach Descartes ist der Raum mit einer feinen Substanz, dem "Aether" angefüllt. Dieser Aether ist dauernd in Bewegung, aber nicht beliebig und unregelmässig, sondern er bildet Wirbel. Ein solcher Aetherwirbel umgibt die Sonne und treibt die Planeten, die von ihm umhüllt werden, an. Die Wirkung des Aethers auf die

Planeten geschieht also durch unmittelbaren mechanischen Kontakt, und Kontaktwirkungen waren in der Cartesianischen Physik etwas unmittelbar gegebenes, das keiner weiteren Erklärung bedurfte.

Newton hatte, gestützt auf Keplers Gesetze und auf Huygens und seine Berechnung der Zentrifugalkraft, erkannt, dass die Anziehungskraft der Sonne auf die Planeten mit dem Quadrat des Abstands (d.h. wie $1/r^2$) abnehmen muss, damit die Planetenbahnen Ellipsen sind, wie das Kepler gezeigt hatte. Und andererseits hatte Newton behauptet, dass Descartes' Wirbeltheorie mit den Keplerschen Gesetzen im Widerspruch stehe. Aber die Cartesianer liessen in ihrer Opposition zu Newtons Theorie nicht locker. Denn auf die Frage: wie wird denn die Schwerkraft von der Sonne auf die Planeten übertragen ? blieb Newton bewusst die Antwort schuldig. "Ich erfinde keine Hypothesen", schrieb er. Es scheint, dass auch Newton nach einem Medium suchte, das die Schwerkraft übermittelt; dass er ein solches nicht angeben konnte, machte aber seiner Ansicht nach seine Resultate nicht ungültig. Bekanntlich gelang es erst in unserem Jahrhundert Einstein, mit der "allgemeinen Relativitätstheorie" diese Lücke zu füllen. Doch damals wagten es nur wenige, mathematischen Formeln ohne Angabe einer mechanischen Erklärung zu trauen, und noch in den dreissiger Jahren des 18. Jahrhunderts, also 50 Jahre nach Erscheinen von Newtons Buch, hatte sich seine Lehre auf dem Kontinent noch durchaus nicht durchgesetzt!

Für das Jahr 1734 stellte nun die Académie Royale des Sciences de Paris als Preisaufgabe, man solle erklären, wieso alle Bahnebenen der Planeten fast genau mit der Aequatorebene der Sonne zusammenfallen. Offenbar erhoffte sie einen Entscheid zwischen den Theorien Descartes' und Newtons. Die Newtonschen Anziehungskräfte zeichnen keine Ebene vor allen andern aus, wohl aber der Cartesische Wirbel: die Wirbelebene nämlich, welche senkrecht zur Wirbelachse steht. Die überwiegend Cartesianisch gesinnte Académie hat wohl bewusst ein Thema gewählt, bei dem Descartes gegenüber Newton im Vorteil zu sein schien. Denn gemäss Newtons Lehre besteht an sich kein Grund dafür, dass alle Planetenbahnen, und dazu erst noch die Aequatorebene, mit der Sonne zusammenfallen.

Bernoullis Ausweg aus diesem Dilemma ist die Annahme, dass ursprünglich alle Planetenbahnen tatsächlich völlig beliebig im Raum orientiert waren, und dass sie dann erst mit der Zeit, durch eine physikalische Ursache, d.h. einen Mechanismus, in dieselbe Ebene gezwungen wurden. Was ist dieser Mechanismus?

Bernoulli nimmt an, dass die Planeten ursprünglich nicht, wie heute, im leeren Raum, sondern in einem dünnen Gas, einer "Sonnenatmosphäre", die sich bis zu den äussersten Planeten oder noch weiter ausdehnte, und die sich mit der Sonne um ihre Achse drehte, herumliefen; die Planeten laufen aber viel langsamer als die Sonnenatmosphäre selbst, so dass sie einer dauernden Reibungskraft ausgesetzt waren, die sie langsam aber sicher in die Aequatorebene der Sonne drückte [19]. Zur Zeit, als Bernoulli diese Hypothese aufstellte, konnte nicht die Rede davon sein, eine adäquate Rechnung durchzuführen. Seine Argumentation aber ist ingeniös. Doch kann ich hier nicht auf Einzelheiten eingehen. Es scheint zuerst, als sei er einem Denkfehler zum Opfer gefallen, allein, wie der Amerikaner Dr. J. L. Pietenpol zeigen konnte, hält seine Argumentation stand, und numerische Rechnungen, die Dr. L. Bossy in Brüssel auf einem Computer durchführte, bestätigen dies. Bernoulli betont ausdrücklich, dass seine

Sonnenatmosphäre nicht mit dem Cartesischen Wirbel verwechselt werden darf, und dass alle seine Argumente auf der Newtonschen Mechanik beruhen. Andererseits gesteht er doch zu, dass, wenn auch kein Zweifel an der Gültigkeit der Newtonschen Gravitation bestehe, sie doch noch nicht in vollem Umfang bestätigt sei und man u.a. vielleicht zusätzlich auch noch einen Cartesischen Wirbel benötige. Selbst er war also damals, 1734, noch nicht restlos von Newtons Theorie der Schwerkraft überzeugt!

Die Entstehung des Planetensystems ist ein bis heute ungelöstes Problem. Unter den vielen Theorien, die erdacht worden sind, hat die Bernoullis die Ehre, eine der ersten oder vielleicht die erste überhaupt zu sein. Kant veröffentlichte seine berühmte Arbeit erst 1755.

Wie entschied sich nun die Académie? Für Descartes oder für Newton? Sie zog es vor, sich nicht zu entscheiden, d.h. sie teilte den Preis! Eine Hälfte erhielt ein Newtonianer, eben Daniel Bernoulli, und die andere ein Cartesianer. Dieser Cartesianer war aber niemand anders als Daniels eigener Vater Johann [20]! Für den Sohn waren Triumph und Ehre gross, umso mehr als man wusste, dass die Mehrheit der Académie-Mitglieder Cartesianer waren. Für den stets eifersüchtigen Vater jedoch war der Entscheid eine bittere Pille. Der eigene Sohn war als ihm ebenbürtig preisgekrönt worden! Und dazu war er ins Lager der Engländer, die Johann seit dem Streit um Leibniz verhasst waren, übergegangen. Ueber die Folgen für den Sohn haben wir gehört. Neben ihrer biographischen Bedeutung ist aber die Arbeit noch aus einem ganz andern Grunde denkwürdig.

Der Reibungsdruck, den die Sonnenatmosphäre nach Bernoulli auf die Planeten ausübt, ist offensichtlich äusserst schwach, so dass eine enorm lange Zeit nötig ist, um alle Planetenbahnen in dieselbe Ebene zu bringen, und Bernoulli war sich dessen durchaus bewusst. Nun ist zu bedenken, dass damals die biblische Chronologie, nach der das Alter der Welt ungefähr 6000 beträgt, noch allgemein, z.B. auch noch von Newton, und in der Schweiz auch von Euler und von Johann Jacob Scheuchzer, dem Zürcher Universalgelehrten, und vielen andern akzeptiert wurde. Bernoulli lässt keinen Zweifel daran, dass er es für möglich hält, dass für die Bildung des Planetensystems ein weit grösserer Zeitraum zur Verfügung stand. Er sagt:

> "Je me persuade donc qu'aux temps fort reculés, les corps qui se meuvent autour du Soleil, ont décrit des Orbites, faisant avec l'Equateur solaire, des angles beaucoup plus grand qu'ils ne font à présent, & que ces angles ont varié beaucoup plus entre les différentes Orbites, que dans nos temps: mais que ces Orbites ont été réduites peu à peu dans les bornes étroites où elles sont à présent, & qu'après un temps infini, elles se réuniront entièrement dans un même plan, qui sera celui de l'Equateur solaire."

Vielleicht ist dies das erste Mal, dass eine wissenschaftliche Theorie eine Erweiterung des biblischen Weltbildes in zeitlicher Hinsicht forderte, gestützt auf eine konkrete physikalische Theorie. Nur schade, dass Bernoulli, aus welchen Gründen auch immer, sich nicht getraute, eine Zahl hinzuschreiben! Das Eisen war ihm wohl zu heiss, und vielleicht wollte er sich auch nicht die Chance für den Preis verderben! Bekanntlich hat sich dann erst in der zweiten Hälfte des Jahrhunderts, etwa um die Zeit Buffons, die Erkenntnis durchgesetzt, dass die Welt sehr viel älter ist, als dies der biblische Bericht angibt.

* *

*

Da die Preisfrage des Jahres 1734 keine Entscheidung zwischen den Systemen Descartes' und Newtons gebracht hatte, stellte die Académie des Sciences für das Jahr 1740 die Aufgabe, Ebbe und Flut zu erklären.

Nach Newton sind die Gezeiten, wie wir heute sagen, ein Quadrupoleffekt: eine flüssige Kugel wird durch sie in ein verlängertes Ellipsoid verformt. Newtons Theorie erklärt also sofort, warum die Gezeiten zweimal pro Tag auftreten, und er hatte die Grundgedanken dieser Erklärung in den Principia ausgeführt.

Bernoulli hat die Principia offenbar gründlich studiert und nachgerechnet, vielleicht in dem Exemplar, das Newton seinem Vater persönlich gesandt hatte und versuchte nun, Newtons Ideen auf komplizierte Fälle, wie sie die Praxis, d.h. die vielgestaltige Form des Ozeans und der Binnenmeere darbieten, auszudehnen [21]. Diese Preisarbeit Daniels ist nach der Hydrodynamica seine umfangreichste geworden, auch was den wissenschaftlichen Ertrag betrifft.

Zunächst seien wiederum die 11 Kapitelüberschriften wiedergegeben. Sie bringen nicht nur einen Ueberblick über die Arbeit selbst, sondern sie vermitteln ein gutes Bild des Wissenschaftlers Bernoulli, von dem, was ihn interessierte, und von der Art und Weise, wie er Probleme anpackte.

I Contenant une Introduction à la question proposée
II Contenant quelques Lemmes sur l'attraction des Corps
III Contenant quelques Considérations Astronomiques & Physiques, préliminaires pour la détermination du Flux et Reflux de la Mer
IV Qui expose en gros la Cause des Marées
V Contenant quelques Propositions de Géometrie préliminaires pour l'explication & le calcul des Marées
VI Sur l'heure moyenne des Marées pour toutes les lunaisons
VII Qui contient à l'égard de plusieurs Circonstances variables, les corrections nécessaires pour les Théorèmes & pour la table du Chapitre précédent, & une explication de plusieurs observations faites sur les marées
VIII Sur les différentes hauteurs des Marées pour chaque jour de la lune
IX Sur les Hauteurs des Marées corrigées, suivant différentes circonstances variables
X Dans lequel on examine toutes les propriétés des Marées, qui dépendent des différentes Déclinaisons des Luminaires & des différentes latitudes des lieux
XI Qui contient l'Explication & Solution de queleques Phénomènes & Questions, dont on n'a pas eu occasion de parler dans le corps de ce Traité, surtout à l'égard des mers détachées, soit en partie, soit pour le tout de l'ocean

Man sieht, auch hier schreitet Bernoulli von den einfachen Annahmen, z.B.: "der Mond wirkt allein auf das Meer", zu den komplizierteren: "Mond und Sonne wirken".... usw. Er berechnet den zeitlichen Ablauf, die verschiedene Wirkung entsprechend der verschiedenen Deklination von Sonne und Mond zu verschiedenen Jahreszeiten usw. Stets sind die Rechnungen numerisch bis zum Ende ausgeführt, und die Resultate sind für den praktischen Gebrauch in Tabellen zusammengefasst.

Zwischen dem knappen, gedrängten Stil der frühen Arbeiten und dem oft weitschweifigen der späten Jahre finden wir in dieser Arbeit die glückliche Mitte. Wenige seiner Arbeiten lesen sich so angenehm, und man spürt direkt das Vergnügen, das diese Arbeit ihm bereitete. Das ist der Darstellung und der Notation zugute gekommen, die beide hier um einiges systematischer sind als sonst. Einzig das letzte Kapitel über die Binnenmeere ist etwas knapp geraten, vermutlich weil der Einsendetermin bedrohlich nahe gerückt war. Diesmal nun, also 1740, bekennt sich Bernoulli bedingungslos als Anhänger Newtons. Ueber die Cartesianer sagt er im Abschn. III des 1. Kapitels:

> "Quant aux Tourbillons, j'avoue qu'il est bien difficile d'en demontrer le faux à ceux qui veulent s'obstiner à les défendre: mais aussi il n'en est pas de la Physique, comme de la Géometrie. Dans celle-ci on n'admet, ni ne rejette rien, que ce dont on peut absolument démontrer la vérité, ou la fausseté, pendant que dans la Physique il faut se rapporter souvent à un certain instinct naturel de sentir le faux & le vrai, après avoir bien pesé toutes les raisons de part & d'autre. Quant à moi, je ne trouve point ce caractère de vérité, ni dans l'hypothèse des Tourbillons, ni dans les conséquences que l'on en tire. En voilà assez & trop sur cette matière; car ce sera toujours aux Sectateurs de Descartes de montrer l'effet des Tourbillons sur l'océan, avec la même clarté qu'on peut le faire, moyennant le principe de Kepler, principe d'ailleurs qui n'est plus contesté; savoir que la Terre & tous les Corps célestes ont une tendance mutuelle à s'approcher les uns des autres."

Zur "Secte" der Cartesianer gehörte aber, wie wir schon sahen, auch sein Vater. Wie hat die Académie nun diesmal entschieden? Wiederum teilte sie den Preis, diesmal auf vier Autoren: einen Cartesianer und drei Newtonianer. Der Cartesianer Cavallini, ein französischer Jesuitenpater, ist heute wohl ganz vergessen; Eulers Arbeit gehört nicht zu seinen wichtigsten; die Arbeit des Schotten Colin MacLaurin ist noch heute mit Recht berühmt, da sie den Beweis eines wichtigen Satzes enthält; Bernoullis Arbeit enthält von allen Arbeiten die grösste Fülle von Einzelresultaten, besonders was die Anwendung auf die Praxis betrifft, und auf diese ist es der Académie stets angekommen. Vor allem aber besteht kein Zweifel, dass zur Bestätigung von Newtons Theorie diese Arbeit der gewichtigste Beitrag war.

Nun hatte mit diesem Entscheid Newtons Lehre von der Schwerkraft einen Sieg errungen, allerdings nur "nach Punkten" und nicht vollständig. Dennoch wurde dieser Sieg zu einem entscheidenden Ereignis, und zwar auf eine völlig unerwartete Weise. Der gelehrte Papst Benedict XIV. hatte, trotz der Verurteilung der Kopernikanischen Lehre durch die Kirche im Jahre 1616, den französischen Patres Jacquier und Le Seur den Auftrag erteilt, Newtons Principia, mit einem Kommentar versehen, neu herauszugeben [28]. Die beiden Patres, die diesen Auftrag mit der gebotenen Reservation gegenüber der Kopernikanischen Lehre erfüllten, fügten in einem Anhang die drei Arbeiten Eulers, MacLaurins und Bernoullis, nicht aber die Cavallinis an! Das Buch wurde dann ausgerechnet im Calvinistischen Genf gedruckt und erzielte mehrere Auflagen, so dass diese Arbeit Bernoullis seine verbreitetste geworden ist.

Elastizitätstheorie: Die Begründung der Schwingungslehre

Während Daniel Bernoullis Leistungen auf dem Gebiet der Hydrodynamik nie in Vergessenheit gerieten, stand es anders um seine Arbeiten auf dem Gebiet der Elastizitätstheorie, denen jedoch mindestens derselbe Rang zukommt [23]. Nur einzelnes von dem, was er hier leistete, wird heute noch mit seinem Namen verknüpft. Daran ist vor allem die Tatsache schuld, dass nie eine Gesamtausgabe seiner Schriften besorgt wurde. Diesen Arbeiten wollen wir uns nun zuwenden.

Es sind vor allem drei Schwingungsformen, die Bernoulli untersucht hat, nämlich, in zeitlicher Reihenfolge, die des hängenden Seils, die des schwingenden Stabs und die der gespannten Saite. Das Studium von jedem dieser drei Probleme hat ihn zu mindestens einer fundamentalen Erkenntnis geführt.

Vor ihm kannte man als definitives Resultat nur Brook Taylors Formel für die Frequenz der Fundamentalschwingung einer Saite [29], und Taylors Arbeit hat Bernoulli zu seinen Untersuchungen stimuliert. Er findet in 2 Arbeiten aus den Jahren 1732–34 folgendes: Das Doppelpendel, das 3-fache, 4-fache Pendel haben jeweils genau 2 resp. 3, 4, usw. stationäre Schwingungen: dann, und nur dann wenn die Amplituden der Massen einer Gleichung n-ten Grades, die n reelle Wurzeln hat, genügen, wird die Form der Schwingung stets dieselbe bleiben. Die Amplituden selbst hängen natürlich von der Grösse der Massen und ihren Abständen ab. Schliesslich vollzieht er den Grenzübergang zu einer kontinuierlichen Massenverteilung, d.h. zum hängenden Seil. Er findet als Lösung eine unendliche Reihe, deren Nullstellen die stationären Schwingungen des Seils bestimmen. Für die Physik hat Bernoulli damit die Oberschwingungen entdeckt: für die Mathematik hat er die ersten Eigenwertprobleme, insbesondere das erste unendliche Eigenwertproblem gelöst und die Eigenschwingungen entdeckt. Als Beiprodukt findet er u.a. die erste Besselfunktion.

Dieselbe Frage "Unter welchen Bedingungen ist die Schwingung eines mechanischen Systems stationär?" treibt ihn nun voran und leitet ihn bei verschiedenen Untersuchungen, z.B. bei der Analyse der Schwingungen eines elastischen Stabs. Für den elastischen Stab entwickelt er die sogenannte "lineare Theorie" und findet eine Differentialgleichung vierter Ordnung, die er allgemein löst. Das Resultat von alledem fasst er in seinem ersten Haupsatz zusammen: "Für jedes mechanische System gibt es genau so viele stationäre Schwingungen als das System Freiheitsgrade besitzt. Für einen elastischen Körper insbesondere sind es unendlich viele."

Um nun seine dritte grosse Entdeckung zu nennen, muss ich etwas ausholen. Bernoullis Arbeiten betreffend das hängende Seil fand zwei wichtige Leser: Euler und d'Alembert. Dieser letztere wurde durch Bernoullis Arbeiten zur partiellen Differentialgleichung des hängenden Seils geführt, der ersten partiellen Differentialgleichung der Physik, die er, allerdings ohne Lösung, in seinem "Traité de Dynamique" 1743 veröffentlichte. Später veröffentlichte er die Gleichung der schwingenden Saite mit der Lösung durch fortschreitende Wellen, eine Lösung, die Euler aufgriff und in ihrer eigentlichen Bedeutung klarlegte. Auf die nun folgende Polemik zwischen d'Alembert, Euler und Bernoulli brauchen wir nur einzugehen, so weit die Ideen des letzteren zur Diskussion standen; d'Alemberts und Eulers Streit, so wichtig er für die Entwicklung der Mechanik war, können wir beiseite lassen. Während diese beiden von der Lösung durch fortschreitende Wellen ausgingen und ihr insbesondere völlige Allgemeinheit zuschreiben, suchte Bernoulli eine Lösung durch trigonometrische Funktionen. Die trigonometrischen Funktionen, er hatte das schon früher erkannt, beschreiben in der Tat die stationären Schwingungen der schwingenden Saite, wie auch übrigens die der Orgelpfeife. Aber aus ihnen, und das ist seine dritte grosse Entdeckung, lassen sich alle übrigen Lösungen aufbauen. Wir verdanken ihm also die Entdeckung des Superpositionsprinzips.

Auf Einzelheiten, insbesondere auf die Frage: "Hat Bernoulli erkannt, dass nicht nur die Amplituden, sondern auch die Phasen willkürlich sein dürfen?", möchte ich hier nicht eingehen. Wie dem auch sei, wir wissen heute, dass seine Lösung im Prinzip so allgemein ist wie die seiner Gegner. Ich möchte mich mit folgenden Bemerkungen begnügen: Bernoulli hat sich im Gegensatz zu seinen Gegnern in hohem Mass von den Phänomenen leiten lassen. Dem verdankt er seine Erfolge, aber das damit verbundene Misstrauen gegenüber der Welt der Formeln hat ihm auch Grenzen gesetzt. Deshalb dürfen wir auch d'Alembert und vor allem Euler ihre Kritik nicht verübeln, und es ist zum Teil verständlich, dass Daniel Bernoullis Resultate zunächst so wenig Beachtung erhielten; er ist daran nicht völlig unschuldig.

Man muss aber auch sagen, dass die Mathematik hier etwas versäumt hat: die Theorie der Eigenwerte und Eigenfunktionen, die Theorie der quadratischen Formen der orthogonalen Transformationen in unendlichen Räumen und manches andere lag hier zum Greifen nahe, blieb aber unbeachtet und musste über hundert Jahre auf seine Entdeckung warten! Kein Zweifel, dass der unmittelbare Fortgang der Physik sowohl wie der der Mathematik durch die partielle Differentialgleichung von d'Alembert, ihrer Lösung, und insbesondere durch Eulers Ausbau ihrer Theorie bestimmt worden ist und nicht durch Berhoullis Lösung durch trigonometrische Reihen. Und nicht nur Daniel Bernoulli musste einen Preis dafür bezahlen, dass er diese entscheidende Entwicklung nicht mitmachte; vermutlich war dieses völlig "unbernoullische" sich Abwenden vom Fortschritt der Mathematik mit ein Hauptgrund für den Niedergang der Naturwissenschaft in Basel am Ende des 18. Jahrhunderts.

Aber in der Geschichte der Wissenschaft ändern sich nicht nur dauernd die Geschmäcker, sondern auch die Bedürfnisse, und so können wir heute den Abschnitt dennoch mit einer positiven Feststellung beenden: dem Physiker des 20. Jhdts., der sich oft durch das Studium der Quantentheorie herangebildet hat, sind Bernoullis Ideen über Eigenschwingungen, Eigenwerte, Eigenfunktionen, Superpositionsprinzip usw. oft viel vertrauter als die d'Alemberts und Eulers. Er wird deshalb Daniel Bernoulli den Ruhm des Begründers der Schwingungslehre nicht absprechen.

Die übrigen Arbeitsgebiete

In den späteren Jahren hat Bernoulli sich vor allem Fragen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der Statistik zugewandt sowie Fragen der Technik. Die Schriften zum ersten Gebiet liegen nun vor, ediert von Barthel Lendert van der Waerden. Daniel Bernoulli setzt, was sein Onkel Jakob begonnen hat, auf eigene Weise fort: es sind vor allem die Anwendungen, die ihn interessieren. Darunter sei besonders der statistische Nachweis erwähnt, dass die Pockenimpfung einen beträchtlichen Schutz vor dieser damals mit Recht gefürchteten Seuche verspricht. Er und sein Bruder haben sich mit ihrer aufklärenden Tätigkeit grosse Verdienste um Basel und um die ganze Schweiz erworben.

Zur Beschäftigung mit technischen Problemen wurde er immer wieder durch Preisfragen der Académie des Sciences de Paris angetrieben. Zehnmal hat er deren Preis gewonnen, bloss Euler, der den Preis zwölfmal erhielt, hat ihn übertroffen. Einige Titel dieser Arbeiten, die nun von Frau Radelet und Lucien Bossy in Brüssel ediert werden, seien zitiert:

St 8 Discours sur la manière la plus parfaite de conserver sur mer l'égalité du mouvement des clepsides ou sabliers (1725)
St 28 Réflexions sur la meilleure figure à donner aux ancres (1737)
St 39 Mémoire sur la manière de construire les boussoles d'inclinaison (1743)
St 41 Nouveaux principes de mécanique et de physique, tendans à expliquer la nature et les propriétés de l'aiman (zusammen mit seinem Bruder Johann II 1746)
St 42 La meilleure manière de trouver l'heure en mer (1745)
St 47 Recherche sur la manière la plus avantageuse de suppléer à l'action du vent sur les grands vaisseaux (1753)
St 48 Quelle est la meilleure manière de diminuer le roulis et le tangage d'un navire (1757)

Eine der interessantesten Arbeiten betrifft die Konstruktion eines Präzisionsapparates zur Messung der Inklination einer Magnetnadel. Die Inklination war 1544 entdeckt worden, und man hoffte, diesen Effekt zur Bestimmung des Standorts eines Schiffes auf dem Meer gebrauchen zu können. Bernoulli hat die mechanischen Bedingungen eines solchen Messgeräts sorgfältig untersucht, und mit dem Basler Handwerker Dietrich, dem Erfinder der Hufeisenmagnete, konstruierte er einige solcher Apparate. Einen sandte er an Euler, der in seinen "Lettres à une Princesse d'Allemagne" schreibt: 'Il n'y eut qu'un artiste de Bâle, nommé Diterich, qui y a réussi, ayant construit une machine propre a ce dessein, suivant les vues du célèbre M. Daniel Bernoulli. Il m'avait envoyé deux de ces machines, par le moyen desquelles j'ai observé ici cette inclinaison de 72 degrés; et quelque curieux que soient d'ailleurs les Anglais et les Français sur ces sortes de découvertes, ils ne firent pas grand cas de la machine de M. Diterich, quoiqu'elle soit la seule propre à ce dessein. C'est un grand exemple qui nous fait voir combien les préjugés sont capables d'arrêter les progrès des sciences. Par cette raison on peut soutenir que Bâle et Berlin sont encore les seuls endroits sur la terre où l'on connaît l'inclinaison magnétique." [24]

Das bringt uns nun zur Elektrizität. Im Jahre 1747 waren in London Benjamin Franklins Briefe an Peter Collinson erschienen, das kleine Buch, in dem die Erhaltung der elektrischen Ladung zum ersten Mal ausgesprochen war und zahlreiche Versuche beschrieben sind. Bernoulli hat das Buch sorgfältig studiert und alle Versuche mit seinen Studenten, u.a. seinem Neffen Johann III und Abel Socin durchgeführt. Letzterer hat darüber in Acta Helvetica, iv. p. 214 berichtet. Whittaker scheibt in "A History of the Theories of Aether and Electricity" folgendes: "That electrical attraction follows the law of the inverse square had been suspected by Daniel Bernoulli in 1760; Helvetica iv. p. 214" [25]

Das ist ein grosser Fund! Dazu muss man bedenken, dass auch Coulombs experimenteller Nachweis dieses Gesetzes i.J. 1785 nicht übermässig exakt ist.

Wir müssen aber gestehen, dass wir über Bernoullis Tätigkeit als Experimentator zu wenig wissen. Es wäre für einen Experimentalphysiker ein lohnendes Unternehmen, Bernoullis Tätigkeit als Experimentator im einzelnen zu rekonstruieren. Dazu wissen wir biographisch sozusagen nichts über die merkwürdige und auffallende Lücke in seinem Werk: keine seiner Arbeiten befasst sich mit der Optik. Und doch hat er selbstverständlich Newtons "Opticks" gekannt und bewundert, denn er zitiert sie. Warum hat er nie auf diesem Gebiet gearbeitet? Wollte er vielleicht, um neuen Familienzwist zu vermeiden, die Optik ganz seinem jüngeren Bruder Johann II überlassen? Wir wissen es, mindestens bis jetzt, nicht.

Ich habe vorhin auf Bernoullis Weigerung, die neue Mathematik der partiellen Differentialrechnung zu lernen, hingewiesen. Für die Basler Wissenschaft hat dieser Refus unglückliche, man darf sagen tödliche Folgen gehabt. Die Physik erstarrte hier nach seinem Tode. Aber dieser Weigerung muss nun seine neue pionierhafte Einstellung als Experimentator entgegen gehalten werden. Von den Grossen, die die Mechanik des 18. Jhdts. beherrscht haben, war Daniel Bernoulli der einzige, der an der Experimentierkunst dasselbe Interesse hatte wie an seinen theoretischen Arbeiten, und dies Interesse hat ihn dann zu Leistungen auf ganz neuen Gebieten geführt. Kurzum, bei ihm als Einzigem dieser Generation finden wir schon grosse Anfänge der neuen empirisch und experimentell orientierten Physik, die dann im 19. Jhdt. das Feld beherrscht.

Die Arbeit über die Magnetnadel gehört, wie Frau P. Radelet bemerkte, zu den ersten, in der Daniel Bernoulli die Messfehler systematisch mit Hilfe seiner wahrscheinlichkeitstheoretischen und statistischen Theorien auswertet. Er versucht, Fehlergrenzen und ein Mass für die Abweichung einer Messung vom wahren Wert anzugeben. Man mag sagen, dass er dadurch die Beobachtung "mathematisiert" hat, denn dadurch ist sie bekanntlich erst zu dem geworden, was wir heute unter einem "Experiment" verstehen. Insofern kann man in dieser, zusammen mit seiner letzten wahrscheinlichkeitstheoretischen Arbeit in der er die Existenz eines universellen Fehlergesetzes vermutet, seinen persönlichsten Beitrag zur Naturwissenschaft erblicken. Die Bedeutung dieses Beitrages ist kaum zu überschätzen.

* *

*

Daniel Bernoullis Werke sind früher nie in einer Gesamtausgabe erschienen. Erst 1936 hatte O. Spiess ein solches Projekt ins Auge gefasst, und Hans Straub hat mit den Vorarbeiten begonnen.

1974 haben Frau P. Radelet-de Grave und ich Pläne für eine Ausgabe der Werke erstellt, die 8 Bände umfassen wird. Vor einem Monat ist der erste der Oeffentlichkeit übergeben worden. Es handelt sich um Band 2, der die mathematischen Werke, betreut von L. Bouckaert (Löwen) und B. L. van der Waerden (Zürich) enthält [26]. Sein Erscheinen wurde dank Beiträgen des Nationalfonds, des Kantons Basel-Stadt und von sechs Basler Firmen, denen auch hier herzlich gedankt sei, möglich. Bd. 3 "Mechanik" geht nun zum Druck, und Ende 1984 sollen drei weitere Bände, nämlich Bd. 1 Medizin und Jugendschriften, Bd. 5 Hydrodynamik 2 (mit der gedruckten Version der Hydrodynamica) und Bd. 6 Elastizitätstheorie, bereit sein. Wenn wir die Mittel haben, so könnten bis Ende der 80er Jahre alle 8 Bände vorliegen, neben denen seines Onkels Jacob. Hoffen wir, dass wir die nötige Unterstützung für dieses grosse Werk finden!

* *

*

Zum Schluss möchte ich noch ein paar Worte über den Menschen Bernoulli sagen. In den Tagebüchern der drei Grafen Teleki [27], die zwar nicht aus dem

Morgenland, wohl aber aus Ungarn hergekommen waren, um bei ihm zu studieren, erscheint er als ein liebenswürdiger, zugänglicher und umgänglicher Gelehrter, stets bereit, jede wissenschaftliche Frage zu diskutieren, aber auch der gewöhnlichen Geselligkeit nicht abhold. Er war sicher ein empfindsamer Mensch, des Vaters martialisches Draufgängertum besass er nicht, und er polemisierte ungern. Er hatte auch nicht die etwas finstere Verschlossenheit des Onkels – mit dem er sonst wohl mehr gemein hat – sondern er war ein lebhafter, geselliger und meist gut gelaunter Mensch. Sein Ansehen in Basel war gross: Kinder wurden angewiesen, den Hut abzuziehen vor der hohen Obrigkeit, den Pfarrherren und vor dem Herrn Professor Daniel Bernoulli. Geheiratet hat er nie, denn er wollte, wie er sagte, "nicht an einem Tag seine ganze Freiheit verlieren". Dafür hat der Hagestolz in seinem Alter eine Stiftung für durchreisende, unbemittelte Studenten errichtet.

Sein Leben hat sich zum grossen Teil im und in der Nähe des "Bernoullianum" abgespielt. Am Ende der Bernoullistrasse ist der Petersplatz, wo er mit seinem Bruder und seinen Studenten, wie die Grafen Teleki das beschrieben haben, spazieren ging, um mit ihnen das Dozierte zu diskutieren. Rechterhand befindet sich das Stachelschützenhaus, heute ein biologisches Institut, wo er seine Versuche durchgeführt hat. Auf der andern Seite des Petersgrabens, bei der Peterskirche, an der Stiftsgasse im "Kleinen Engelhof", dem eher schmalen Gebäude mit gotischen Fenstern, hat er als Junggeselle gewohnt; daneben, im "Grossen Engelhof", wohnte sein jüngerer Bruder Johann II mit seiner Familie. Dort ist auch der arme Maupertuis, den Johann nach dessen Fall auf der Rückreise aus Südfrankreich nach Berlin aufnahm, gestorben. Einige Schritte weiter, am Nadelberg linker Hand, steht das Haus "Zur alten Treu", das dem Vater Johann I gehörte, und wo Daniel seine Jugend verbrachte. In der Peterskirche selbst endlich, zu deren Kanonikus ihn die Regierung ernannt hatte, liegt er mit drei andern berühmten Mathematikern dieser einzigartigen Familie begraben.

* *

*

Frau I. Zschokke-Gränacher und Herrn P. Dinichert möchte ich für die Einladung, an der Tagung der Schweizerischen Physikalischen Gesellschaft zu sprechen, danken. Frau P. Radelet-de Grave hat mich beim Erstellen des Materialverzeichnisses und bei den Korrekturen unterstützt. Mme. N. Van Olmen, Frl. H. Speiser und meine Frau haben das Manuskript erstellt und die Korrekturen besorgt; ihnen allen sei herzlichst gedankt.

Anmerkungen

Die im folgenden verwendeten Abkürzungen bedeuten:

St n — Nummer im Verzeichnis der gedruckten Werke Daniel Bernoullis, zusammengestellt von H. Straub, gedruckt im Dictionary of Scientific Biographies, ed. C. C. Gillispie, Scribner, New York, und ergänzt durch P. Radelet-de Grave und V. Scheuber mit Ergänzungen gedruckt im Bd. 2 der Werke von Daniel Bernoulli,

	ed. L. P. Bouckaert und B. L. van der Waerden, E. Birkhäuser AG Basel 1982.
AE	Acta Eruditorum.
AP	Acta Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae.
(N)CP	(Novi) Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae.
Prix	Recueils des Pièces qui ont remporté le prix de l'Académie royale des Sciences de Paris.
Mém. Berlin	Mémoires de l'Académie royale des sciences et des belles lettres de Berlin.
Mém. Paris	Mémoires de mathématiques et de physique de l'Académie royale des sciences de Paris.
AH	Acta Helvetica, Basilea 1761–1767.

REFERENCES

[1] G. W. LEIBNIZ "Nova Methodus pro Maximis et Minimis", AE 1684.

[2] Für JACOB und JOHANN BERNOULLI, cf.
- R. WOLF "Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz, Zürich 1859.
- A. SPEISER "Die Basler Mathematiker", 117, Neujahrsblatt herausgegeben von der G.G.G., Basel 1939.
- J. O. FLECKENSTEIN "Johann und Jacob Bernoulli", Beihefte zur Zeitschrift "Elemente der Mathematik", Beiheft 7, November 1949, Basel, Birkhäuser.

[3] JACOBI BERNOULLI "Ars Conjectandi, Opus Posthumum" Impensis Thurnisiorum, Fratrum, MDCCXIII.

[4] Für DANIEL BERNOULLI, cf
- R. WOLF "Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz", Zürich 1859.
- A. SPEISER "Die Basler Mathematiker", 117. Neujahrsblatt, herausgegeben von der G.G.G., Basel 1939.
- H. STRAUB "Daniel Bernoulli" Dictionary of Scientific Biographies, Ed. C. C. Gillispie.

[5] GIOVANNI ALFONSO BORELLI (1608–1679); PIETRO ANTONIO MICHELOTTI (1673–1740); GIOVANNI POLENI (1683–1761).

[6] St 4 "Exercitationes quaedam mathematicae" (Venise 1724).
St 5 "Notata in praecedens schediasma III.Co.J. Riccati", AE, supp. 8 (1724).
St 6 "D. Bernoulli explanatio notationum suarum, quae exstant" Suppl. Tom. VIII. sect. II, ibid. 1725 (1725) auch gedruckt in 4.
St 7 "Solutio problematis Riccatiani propositi in Act. Lips." Suppl. Tom VIII, p. 73, ibid. 1725 (1725) auch gedruckt in 4.

[7] St 9 "Examen principiorum mechanicae, et demonstrationes geometricae de compositione et resolutione virium" CP, 1, 1726 (1728).
St 13 "De mutua relatione centri virium, centri oscillationis et centri gravitatis" CP 2 1727 (1729).

[8] St 27 "De variatione moatuum a precussione exentrica" DP 8 1736 (1741).

[9] Y. ELSKENS and D. SPEISER "Classical mechanics of non-spherical bodies", J. Mathematical Physics *23* (1982) p. 539.

[10] C. A. TRUESDELL "History of Classical Mechanics" part I, to 1800, part II, the 19th and 20th centuries. Die Naturwissenschaften 63. Jahrgang, 1976, Heft 2. Februar, p. 53 et 119.

[11] St 31 "Hydrodynamica sive de Viribus et Motibus Fluidorum Commentarii", 1734 (Strasbourg 1738). Deutsch: Karl Flierl in "Quellentexte und Uebersetzungen" no 1a, 1b (München 1965); Engl.: Hydrodynamics by Daniel Bernoulli, trans. Thomas Carmody and Helmut Kobus (New York, 1968) bound with Johann I Bernoulli's Hydraulics (pp. 343–451); Russ.: Daniel Bernoulli Gidrodinamika ili zapiski o silakh i dvizheniakh zhidkostei, trans. A. I. Nekrasov, K. K. Baumgart and V. I. Smirnov (Moscow 1959).
Für das folgende, cf.:
- C. A. TRUESDELL "Rational fluid mechanics" (1687–1765), Editor's Introduction to "Euleri Opera Omnia", Series II, vol. 12 (Orell Füssli, Zürich, 1954)

– C. A. TRUESDELL, I. "The first three sections of Euler's treatise on fluid mechanics" (1766); II. "The theory of aerial sound" (1687–1788); III. "Rational fluid mechanics (1765–1788), Editor's Introduction to "Euleri Opera Omnia", Series II, vol. 13 (Orell Füssli, Zürich, 1954)
[12] Cit. in [11] CAT, Int. vol. 12, p. XXIV.
[13] J. L. LAGRANGE "Méchanique analitique" Paris (1788) part. II, sect. 7.
[14] JOHANN BERNOULLI "Hydraulica nunc primum detecte ac demonstrata directe ex fundamentis pure mechanicis. Anna 1732". Opera Omnia 4, 387–493 (1743), uebersetzt ins Englische in [11]3.
[15] ISTVÁN SZABÓ "Geschichte der mechanischen Prinzipien und ihrer wichtigsten Anwendungen" zweite, neubearbeitete und erweiterte Auflage, Birkhäuser Verlag, Basel, Boston, Stuttgart, 1979.
[16] "Eine akademische Festrede von Daniel Bernoulli über das Leben "De Vita", gehalten zur Doktorpromotion zweier Kanditaten der Medizin am 4. Oktober 1737" mit deutscher Uebersetzung und geschichtlichen Beiträgen, herausgegeben von O. Spiess und F. Verzár, Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft in Basel, Bd. LII, 1940–41.
[17] J. SZABÓ, loc. cit. [15] pp. 71, 72.
[18] St 29 "Commentationes de immutatione et extensione principii conservationis virium, quae pro motu corporum coelestium requiritur" CP, 10, 1738.
St 43 "Remarques sur le principe de la conservation des forces vives pris dans un sens géneral" Mém. Berlin, 1748 (1750).
[19] St 24 "Quelle est la cause physique de l'inclinaison des plans des orbites des planètes par rapport au plan de l'équateur de la révolution du soleil autour de son axe" Prix, 1734 (1735).
[20] JOHANN BERNOULLI "Nouvelles pensées sur le Système de Mr. Descartes, et la manière d'en déduire les orbites et les aphélies des Planètes" Opera Omnia T. III, p. 131.
[21] St 33 "Traité sur le flux et le reflux de la mer" Prix, 1740 (1741).
[22] PROSPERO LAMBERTINI (1675–1758) aus Bologna.
[23] Bernoullis wichtigste Schriften zur Schwingungslehre sind:
St 23 "Theoremata de oscillationibus corporum filo flexili connexorum et catenae verticaliter suspensae" CP 6, 1732/33 (1738).
St 37 "De vibrationibus et sono laminarum elasticarum" CP 12, 1741–43 (1751).
St 38 "De sonis multifariis quos lāminae elasticae diversimode edunt disquisitiones mechnico-geometricae experimentis acusticis illustratae et confirmatae" CP 12, 1741–43 (1751).
St 25 "Demonstrationes theorematum suorum de oscillationibus corporum filo flexilo connexorum et catenae verticaliter suspensae" CP, 7, 1734/35 (1740).
St 45 "Réflexions et éclaircissemens sur les nouvelles vibrations des cordes" Mém. Berlin, 1/53 (1755).
St 46 "Sur le mélange de plusieurs espèces de vibrations simples isochrones, qui peuvent coexister dans un même système de corps" ibid.
St 53 "Sur le son et sur les tons des tuyaux d'orgues" Mém. Paris 1762 (1754).
Daneben habe ich folgende Arbeiten zitiert:
St 34 "De oscillationibus compositis praesertim iis quae fiunt corporibus suspensis" CP, 12, 1740 (1750).
St 50 "Lettre de Monsieur Daniel Bernoulli à Mr. Clairaut au sujet des nouvelles découvertes faites sur les vibrations des cordes tendues" Journal des Sçavants, 1758 (1758).
St 3 "De vibrationibus chordarum" NCP 16, 1771 (1772).
Dazu gehoeren die folgenden mathematischen Arbeiten, die nun im Bd. 2 (ed. L. P. Bouckaert) der Werke von Daniel Bernoulli gedruckt sind:
St 62 "De summationibus serierum quarundam incongrue veris aerumque interpretatione atque usu" NCP XVI, 1771 (1772).
St 64 "De indole singulari serierum infinitarum quas sinus vel cosinus angulorum arithmetica progredientium formant, aerumque summatione et usu" NCP XNII, 1772 (1773).
St 66 "Theorie elementaria serierum, ex sinibus atque cosinibus arcuum arithmetice progredientium diversimode compositarum, dilucidata" NCP XVIII, 1773 (1774).
Die meisten dieser Arbeiten sind besprochen in C. A. Truesdell "The rational mechanics of flexible or elastic bodies" (1636–1788), Editor's introduction to "Euleri Opera Omnia", Series II, vols. 10 and 11 (Orell Fuessli, Zuerich, 1960).
[24] E. EULER "Lettres à une Princesse d'Allemagne" nouvelle édition, conforme à l'édition originale de l'Académie des Sciences de St. Pétersbourg, revue et augmentés de diverses notes par J. B. Labey, Paris, Mme V^e Courcier, 1812, Lettre CLXXV, Tome second, pp. 291 ss.

[25] Sir EDMUND WHITTAKER, F.R.S. "A History of the Theories of Aether and Electricity" Thomas and Sons Ltd., London, Edinburgh, Paris, Melbourne, Toronto and New York, revised 1951.
[26] "Die Werke von Daniel Bernoulli" Band 2, Analysis, Wahrscheinlichkeitsrechnung. Bearbeitet und kommentiert von L. P. Bouckaert und B. L. van der Waerden, unter Benützung von Vorarbeiten von H. Straub, 1982, Birkhäuser Verlag, Basel-Boston-Stuttgart.
[27] O. SPIESS, "Basel anno 1760 nach Tagebüchern der Grafen Joseph und Samuel Teleki" Basel, Birkhäuser 1936.
[28] I. NEWTON, *Philosophice Naturalis Principia Mathematica*, Auctore Isaaco Newtono, Eq. aurato, Perpetuis Commentariis illustrata, communi studio PP. Thomas Le Seur & Francisci Jacquier Ex Gallicanâ Minimorum Familiâ, Matheseos Professorum, Tomus Primus (Typis Barillot & Filii Bibliop. & Typogr., Genevae, MDCCXXXIX), Tomus Secondus, MDCCXL, Tomi Tertii Pars. I MDCCXLII, Tomi Tertii continuatio, continens Lunae Theoriam Newtonianam.
[29] B. TAYLOR, Philosophical Transactions 1713, pp. 26–32; cf. I. Szabó loc. cit [15], pp 318 ff.
[30] Der folgende Abschnitt ist absichtlich kurz gehalten, z.T. da C. A. Truesdell in September darüber in Basel öffentlich vorgetragen hatte. Die Schwingungslehre wird der Gegenstand eines separaten Publication sein.
[31] Vgl. dazu die Darstellung von D. Vischer, in: Wasser, Energie, Luft. Vol. 74, 1982, Heft 5–6 pp. 144–146.