

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta

Band: 57 (1984)

Heft: 2

Artikel: Synergetik : die spontane Entstehung von Strukturen in der belebten und unbelebten Natur

Autor: Haken, Hermann

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-115503>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 30.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Synergetik – Die spontane Entstehung von Strukturen in der belebten und unbelebten Natur

Von Hermann Haken, Institut für Theoretische Physik,
Universität Stuttgart, Pfaffenwaldring 57, D–7000 Stuttgart 80

(14. X. 1983)

In meinem Beitrag möchte ich einige Grundideen der Synergetik darlegen. Nachdem ich hierüber zwei wissenschaftliche Bücher und ein populärwissenschaftliches Buch veröffentlicht habe, ist es natürlich unmöglich, dieses schon sehr angewachsene Gebiet hier einigermaßen umfassend darzulegen. Ich hoffe aber, daß wenigstens einige der Grundtendenzen deutlich werden.

Wie wir weiter unten sehen werden, befaßt sich die Synergetik mit der Auffindung allgemein gültiger Prinzipien. Zweifellos gibt es in den Naturwissenschaften zwei Strömungen, eine die nach derartigen allgemeinen Prinzipien sucht und eine zweite, die sich für die spezifischen Eigenschaften eines jeweiligen Systems interessiert. Zuweilen halten die Vertreter der jeweiligen Richtung ihre eigene Denkrichtung für die wichtigere. Ich selbst vertrete den Standpunkt, daß beide Richtungen notwendig sind und sich in einer sehr schönen Weise ergänzen können.

Lassen Sie mich aber nun nach diesen Vorbemerkungen zum Thema meines Vortrags kommen.

Die Welt, in der wir leben, besteht aus den verschiedensten Strukturen und Formen. Viele dieser Strukturen, wie Häuser, Maschinen, Gemälde, sind von Menschenhirnen erdacht und von Menschenhand geschaffen. Daneben hat die Natur selbst, ohne jegliches menschliches Zutun, eine Reihe von Strukturen hervorgebracht. Richten wir unsere Teleskope in die unermesslichen Weiten des Weltalls, so erblicken wir dort die Spiralnebel mit ihren wohlstrukturierten Spiralarmlen. Aber auch auf unserer Erde gibt es eine Fülle von Strukturen, etwa die durch ihre gleichmäßige Symmetrie bestechenden Schneekristalle. Die Natur- und Pflanzenwelt überrascht uns immer wieder durch ihre zum Teil oft skurrilen Formen, wie etwa dem Kugelauge einer Tropenfliege, das dem Tierchen eine vollendete Rundumsicht gewährt (Abb. 1). Dabei fällt auch die Feinstrukturierung des Auges auf.

Nachdem es sich bei all diesem um materielle Gebilde handelt, sollte das Auftreten dieser Strukturen durch die Gesetze der Physik erklärbar sein. Hätte man aber noch vor ca. 20 Jahren einen Physiker gefragt, ob er denn in der Lage sei, das Auftreten dieser Strukturen wenigstens im Prinzip erklären zu können, so hätte er wohl nein sagen müssen. In der Tat gibt es physikalische Gesetze, die wir in unserem täglichen Leben leicht bestätigen können und denen das Auftreten von Strukturen direkt zu widersprechen scheint. Bringen wir einen heißen Körper

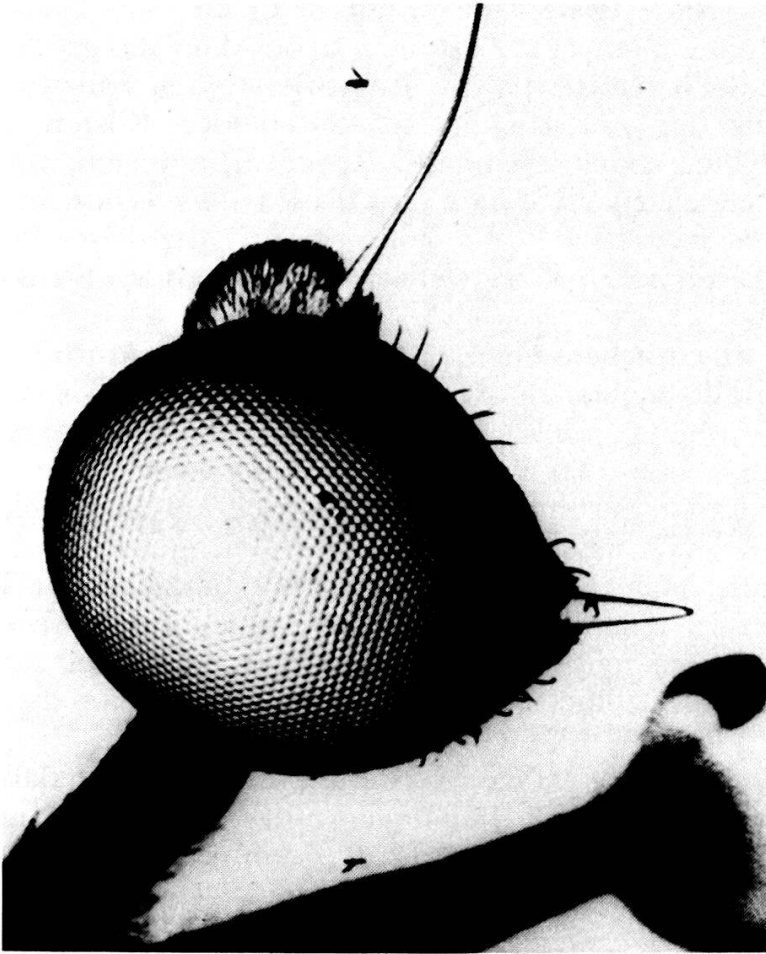


Abbildung 1

Das feinstrukturierte Kugelauge einer Tropenfliege, das dem Tierchen eine fast perfekte Rundumsicht ermöglicht.

und einen kalten Körper zusammen, so gleicht sich die Temperatur aus, der Körper wird lauwarm. Der umgekehrte Prozeß, daß ein gleichmäßig warmer Körper sich spontan an einem Ende erhitzt, am anderen Ende abkühlt, wird hingegen nie in der Natur beobachtet

Ein weiteres Beispiel liefert ein mit Gasatomen gefülltes Gefäß, das mit einem zweiten leeren Gefäß in Verbindung gebracht wird. Zieht man die Zwischenwand zwischen beiden Gefäßen heraus, so erfüllt das Gas praktisch gleichmäßig das gesamte Volumen. Der umgekehrte Prozeß, daß sich die Gasatome von allein wieder in einem Teil des Gefäßes versammeln, wird nie beobachtet. Es handelt sich hier um Prozesse, die nur in einer Richtung verlaufen und daher, wie bekannt, als irreversibel bezeichnet werden.

Im letzten Jahrhundert ist es dem genialen österreichischen Physiker Boltzmann gelungen, eine Erklärung für die Irreversibilität zu finden. Dabei verknüpfte er den schon vorher von Clausius eingeführten Begriff der Entropie mit der Zahl der Möglichkeiten, mit der mikroskopische Zustände realisiert werden können, wie dies an folgendem Beispiel erläutert werden kann. Denken wir uns zwei Kästen, auf die vier Gasatome, die von 1–4 nummeriert sind, verteilt werden können.

Dann gibt es offenbar nur eine Möglichkeit, diese Gasatome in den linken Kasten zu sperren, dagegen gibt es sechs Möglichkeiten, diese gleichmäßig auf die

beiden Kästen zu verteilen. Nach Boltzmann strebt in einem abgeschlossenen System der Gesamtzustand einem solchen Zustand zu, bei dem die größte Zahl von mikroskopischen Zuständen realisiert wird. Im vorliegenden Fall wäre dies die gleichmäßige Verteilung der vier Kugeln auf die beiden Kästen. Dieses Prinzip ist in praktischen Fällen durch bestimmte Nebenbedingungen, wie etwa Konstanz der Energie etc., noch zu verfeinern. Es drückt aber schon in dieser Form den entscheidenden Sachverhalt aus. Wie kann es nun trotz dieses Prinzips, nach dem die Strukturlosigkeit immer größer werden sollte, doch zur Strukturbildung kommen?

Bevor ich zu meinem eigentlichen Thema, nämlich der Strukturbildung in biologischen Systemen oder allgemeiner in offenen Systemen der Physik, Chemie und Biologie zu sprechen komme, muß ich hier auf eine bestimmte Art der Strukturbildung hinweisen, bei der keinerlei Widerspruch mit dem Boltzmann'schen Prinzip auftritt. Es handelt sich hierbei um abgeschlossene Systeme, die sich aber etwa noch in einem Temperaturgleichgewicht mit ihrer Umgebung befinden können. Hier können sich aufgrund anziehender Kräfte Teilchen zu einem Molekül oder einem Kristallgitter zusammenfinden, wobei also eine wohlgeordnete Struktur entsteht. Hierbei handelt es sich aber um tote Strukturen. Die Strukturbildung kommt hier zustande, indem man die Temperatur absenkt.

Im Hinblick auf die anderen Vorträge sei darauf hingewiesen, daß auch derartige 'tote' Strukturen reichhaltige Erscheinungen aufweisen können und die Forschung hier, insbesondere bei Strukturen, die nur teilweise geordnet sind, noch voll im Fluß sind (vgl. insbesondere den Vortrag von De Gennes im anorganischen und von Kellenberger im organischen Bereich, sowie den Vortrag von Frauenfelder, der sich sowohl mit dem anorganischen als auch dem organischen Bereich befaßt.)

Kehren wir aber zur Frage der Strukturbildung in offenen Systemen zurück, womit sich ganz allgemein die Synergetik befaßt. Das Wort ist aus dem Griechischen genommen und bedeutet soviel wie Zusammenwirken oder, in unserem Zusammenhang, Lehre vom Zusammenwirken. In vielen Bereichen der Wissenschaft bestehen die Untersuchungsobjekte ja aus sehr vielen Einzelteilen und man hat dann zu verstehen, warum diese Einzelteile von sich aus, d.h. in selbstorganisierter Weise, zusammenwirken und dabei deren Zusammenwirken reguliert, ja in der Biologie oft sinnvoll, erscheint. Wir haben uns nun die Frage vorgelegt, ob das Zusammenwirken vieler Einzelteile allgemeinen Prinzipien unterliegt, wobei die Einzelteile ganz verschiedener Natur sein dürfen, wie etwa Atome, Moleküle, Lichtteilchen, Zellen, ja sogar Tier- oder Menschengruppen. Eine derartige Fragestellung mag auf den ersten Blick unsinnig erscheinen, gerade wegen der so unterschiedlichen Art der Einzelsysteme. Wir haben aber gefunden, daß sich doch derartige Prinzipien auffinden lassen, wenn wir die Fragestellung in einer bestimmten Richtung einschränken. Wir fragen nämlich nach dem Wirksamwerden solcher Prinzipien, wenn sich im makroskopischen Bereich das System qualitativ oder, präzise ausgedrückt, strukturell ändert. Um diese Begriffe zu erläutern, will ich ein Beispiel aus der Biologie nehmen.

Abb. 2 zeigt den Sonnenfisch und den Igelfisch. Wie der berühmte schottische Biologe D'Arcy Thompson Anfang dieses Jahrhunderts fand, kann der eine Fisch in den anderen durch eine einfache Verzerrung eines Koordinatennetzes übergeführt werden. Auge geht dabei in Auge über, Kiemen in Kiemen, Flosse in

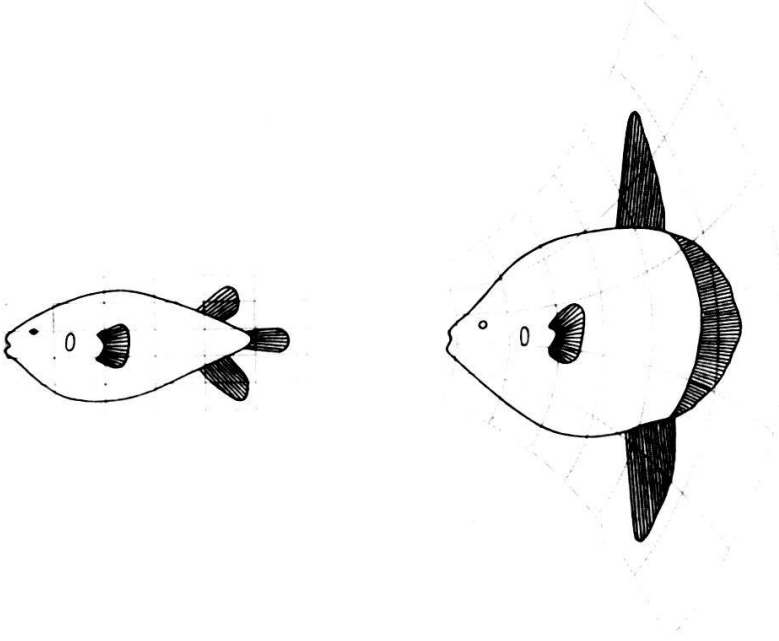


Abbildung 2

Nach dem schottischen Biologen d'Arcy Thompson lassen sich Sonnenfisch und Igelfisch ineinander durch eine einfache Verzerrung eines Koordinatensystems überführen.

Flosse. Dabei bleibt aber die Struktur als solche erhalten. Wir haben hier ein Beispiel struktureller Stabilität vor uns. Im Sinne eines Mathematikers hätten wir hier nur eine einzige Fischart vor uns. Die Entwicklungsbiologie liefert uns dagegen eine Fülle von Beispielen, wie immer wieder strukturelle Änderungen auftreten, was am Beispiel der Entwicklungsstadien eines Molches gezeigt sei (Abb. 3). Hier unterscheidet sich eine Entwicklungsphase von der nächsten durch deutlich erkennbare makroskopische strukturelle Merkmale, etwa dem Auftreten von immer neuen Einschnitten.

Wenn wir strukturelle Änderungen untersuchen wollen und die ihnen zugrundeliegenden allgemeinen Prinzipien, so ist es sicherlich unklug, mit den schwierigsten Problemen, nämlich denen der Biologie, zu beginnen. In der Tat können wir selbst sehr leicht eine Reihe von Phänomenen in der unbelebten Natur beobachten, bei denen Strukturen spontan entstehen. Beispiele hierfür sind Wolkenstraßen am Himmel. Ein damit verwandtes Beispiel ist die sogenannte Bénard-Instabilität, bei der eine Flüssigkeit von unten erhitzt wird und sich dann hexagonale Zellen ausbilden, in deren Zentren die Flüssigkeit nach oben steigt, um abgekühlt an den Rändern der Sechsecke wieder hinabzusinken.

Auch in der Chemie werden spontan Strukturen gefunden, etwa bei der Belousov-Zhabotinsky-Reaktion, wo sich Spiralwellen bilden und nach außen laufen. An dieser Stelle will ich nun zeigen, daß unsere oben geäußerte Behauptung, daß sich allgemeine Prinzipien bei der Ausbildung von Strukturen finden lassen, durch bekannte Analogien unterstützt wird.

Hierzu führe ich als Beispiel den Schleimpilz an, dessen Entwicklungsstadien in Abb. 4 dargestellt sind. Im ursprünglichen Stadium leben die einzelnen amöbenartigen Zellen auf einem Untergrund. Wird die Nahrung dieser Zellen knapp, so versammeln sich diese, wie auf ein geheimes Kommando hin, an einem bestimmten Ort, häufen sich dort immer mehr an und bilden durch Zelldifferenzierung schließlich den eigentlichen Schleimpilz. Uns interessiert hier nur die



Abbildung 3
Entwicklungsstadien eines Molches.

Frage, woher die Zellen es überhaupt wissen, daß sie sich an einem bestimmten Ort versammeln müssen. Dieses Problem ist von Biochemikern und Biologen aufgeklärt worden.

In unserem Zusammenhang ist nur interessant zu wissen, daß die Zellen zyklisches Adenosinmonophosphat (cAMP) erzeugen, dieses im Untergrund diffundiert und andere Zellen zu einer erhöhten cAMP-Produktion anregt, wenn diese von diesem diffundierenden cAMP getroffen werden. Aufgrund des Wechselspiels von Produktion und Diffusion von cAMP kommt es zur Ausbildung von Spiralwellen, die genau die gleiche Form haben, wie sie bei der chemischen Reaktion in der unbelebten Natur auftreten.

Die Analogien zwischen unbelebter und belebter Natur können noch weiter getrieben werden. So kann man auch in der unbelebten Natur Entwicklungsstadien bei der Ausbildung von Strukturen beobachten. Bringt man z.B. eine Flüssigkeit zwischen zwei koaxiale Zylinder, von denen der innere rotiert, so ergeben sich folgende Erscheinungen. Bei einer kleinen Rotationsgeschwindigkeit des inneren Zylinders folgt die Flüssigkeit in konzentrischen Stromlinien. Von

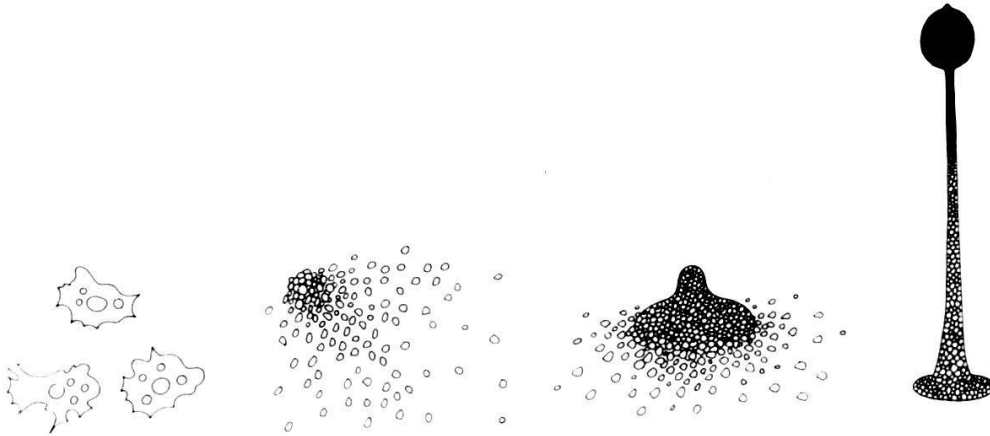


Abbildung 4
Entwicklungsstadien des Schleimpilzes.

einer bestimmten Rotationsgeschwindigkeit an jedoch bewegt sich die Flüssigkeit in periodischen Abständen nach außen, so daß sich ein Bild ergibt, als würde die Flüssigkeit sich wurstförmig um den inneren Zylinder lagern. Bei noch höheren Umdrehungsgeschwindigkeiten setzt jeweils schlagartig eine immer komplizierter werdende Bewegung dieser Rollen (Würstchen) ein, etwa in der Form von Oszillationen, die schließlich in einen sogenannten turbulenten oder chaotischen Zustand übergehen.

Zum Abschluß dieser Beispiele möchte ich noch an ein System erinnern, das für uns historisch von Bedeutung war, da wir mit seiner Hilfe auf die allgemeinen Prinzipien gestoßen sind. Es handelt sich hierbei um den Laser, jene noch relativ neue Lichtquelle, die ja heutzutage in aller Munde ist.

Ein Laser besteht aus einem aktiven Material, etwa einem Rubinkristall, der stabförmig ist und an dessen Enden zwei Spiegel befestigt sind. Der Laser wird von außen her, z.B. durch Licht, angeregt und kann dann das ihm eigentümliche Laserlicht erzeugen. Um den Unterschied zwischen dem Licht von Lasern und dem gewöhnlicher Lampen zu erläutern, denken wir uns die Atome des Lasermaterials im Bohrschen Atommodell dargestellt. Durch das von außen regellos auftreffende normale Licht werden die einzelnen Atome angeregt, wobei deren Elektronen nun auf einer höheren Bahn umlaufen. Von dort aus fallen diese regellos auf die tiefere Bahn hinunter, wobei sie jedesmal einen Lichtwellenzug erzeugen, ganz ähnlich als würde man Kieselsteine unregelmäßig ins Wasser werfen, wobei unkorrelierte Wasserwellen entstehen. Im Laser hingegen entsteht eine gleichmäßige Sinuswelle. Diese kann nur dadurch zustandekommen, daß die Elektronen in einer völlig korrelierten Weise jeweils vom angeregten in den Grundzustand übergehen.

Um das Erstaunliche an diesem Phänomen besonders deutlich werden zu lassen, wollen wir ein anthropomorphes Bild benutzen. Wir stellen dazu die Atome durch kleine Männchen dar, die mit Stöcken im Wasser eines Kanals herumstochern. Das Wasser des Kanals stellt dabei das Lichtfeld dar.

Bei der Lampe stoßen die Männchen ihre Pflöcke unabhängig voneinander in das Wasser, wobei eine unregelmäßige Wasseroberfläche entsteht. Dies entspricht dem inkohärenten Licht einer Lampe. Um die Verhältnisse beim Laser nachzuziehen, müssen die Männchen ihre Stöcke völlig gleichmäßig in das Wasser stoßen. Im menschlichen Leben ist ein derartiges Verhalten leicht zu erklären.

Hinter den Männchen steht ein Capo, der jeweils ruft: jetzt, jetzt, jetzt. Bei den Laseratomen ist natürlich niemand da, der diese Befehle erteilt, so daß es sich hier tatsächlich um eine Art der Selbstorganisation handelt.

Im folgenden möchte ich nun einige grundlegende Ideen erläutern, wie derartiges selbstorganisiertes Verhalten verstanden werden kann. Hierzu will ich in zwei Schritten vorgehen. Zuerst qualitativ, sodann in einer mathematisch präzisen Weise.

Für die qualitative Erläuterung nehme ich als Beispiel das Entstehen von Flüssigkeitsrollen bei der Bewegung einer Flüssigkeit, die von unten her erhitzt wird. Hierzu stütze ich mich auf eine etwas zu stark vereinfachende Darstellung, die aber doch das Wesentliche zeigt. Wird eine Flüssigkeit von unten her erhitzt, so dehnen sich die unteren Flüssigkeitselemente aus. Sie werden spezifisch leichter und möchten nach oben steigen. Dem wirkt die spezifische Schwere der kalten Flüssigkeitsschicht, die sich noch oben befindet, entgegen. Es ist gewissermaßen so, als wollte eine Menschenmenge von unten nach oben steigen, eine andere von oben nach unten. Im menschlichen Bereich kann es hierbei sehr schnell zu völlig ungeordneten Bewegungsabläufen kommen. Anders macht es die Flüssigkeit. Durch kleine Schwankungen etwa des Wärmestroms testet sie verschiedene Geschwindigkeitsverteilungen aus, wie dies in den Abb. 5 und 6 dargestellt ist. Dabei stellt sich heraus, daß eine Bewegungsform für die Flüssigkeit in einem Sinne, der auch noch mathematisch präzisiert werden kann, günstiger ist als eine andere. Diese Art der Flüssigkeitsbewegung setzt sich gegenüber anderen immer mehr durch und zieht auf diese Weise immer mehr Flüssigkeitsteilchen in ihren Bann. Diese spezielle Flüssigkeitsbewegung tritt im Sinne der Synergetik als Ordnungsparameter auf, die die Teilsysteme – um wieder einen terminus technicus zu verwenden – versklavt. Dies wird besonders deutlich, wenn man in die Flüssigkeitsbewegung, die sich bereits eingestellt hat, Tinte einspritzt. Man sieht dann, wie diese nach kurzer Zeit in die allgemeine kollektive Bewegung der Flüssigkeit hineingezogen wird und diese dann mit vollzieht. Wie wir inzwischen an zahlreichen Beispielen zeigen konnten und auch noch in diesem Vortrag in den Grundzügen mathematisch begründen werden, tritt dieses Prinzip von Ordnungsparameter und Versklavung immer wieder auf. Bei der Bildung dynamischer Strukturen setzen sich bestimmte Bewegungsformen durch. Sie treten als Ordnungsparameter auf, die dann die Untersysteme im Sinne der Synergetik versklaven.

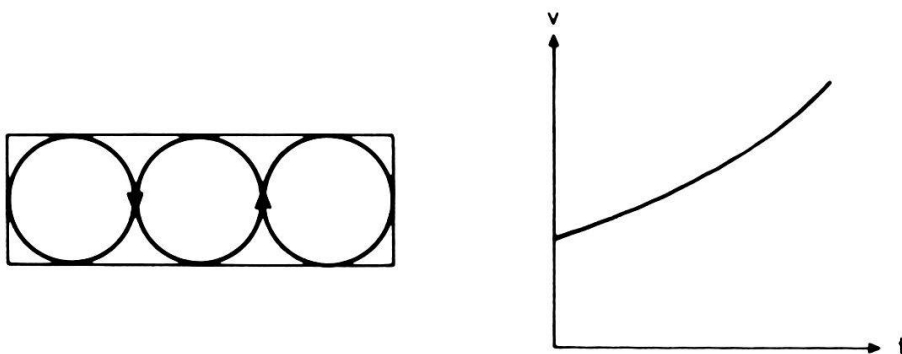


Abbildung 5

Links: schematische Darstellung einer Geschwindigkeitsverteilung in einer von unten erhitzten Flüssigkeit rechts: die maximale vertikale Geschwindigkeit wächst für diese Konfiguration im Laufe der Zeit an.

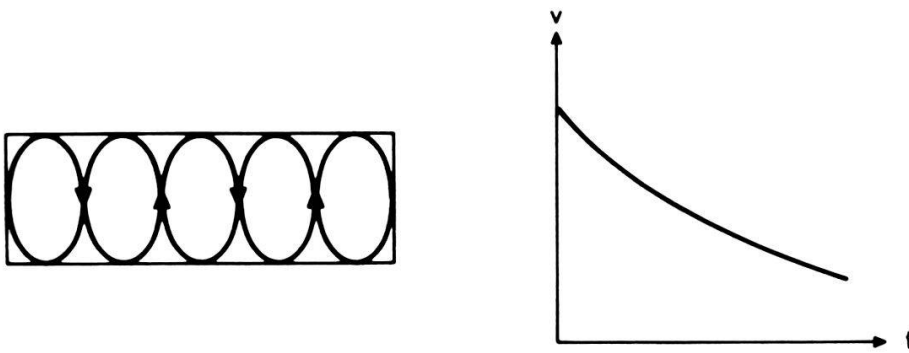


Abbildung 6

Eine andere kollektive Geschwindigkeitsverteilung, die, wie rechts im Bild gezeigt, im Laufe der Zeit wieder abklingt.

Um die Begriffsbildungen der Synergetik in eine präzise Form zu gießen, muß ich mich der mathematischen Formulierung bedienen, wobei ich wegen der Kürze der mir zur Verfügung stehenden Zeit die von uns entwickelte Methode nicht in voller Allgemeinheit darstellen kann. Die mathematische Beschreibung erfolgt durch bestimmte Variable, deren Bedeutung in der linken Seite der nachfolgenden Tabelle aufgeführt ist.

Die Variablen

Beispiele für deren Bedeutung

Zahl von Molekülen	}	-	{	chemische Reaktionen
Dichte				Kristallwachstum
Geschwindigkeiten				Flüssigkeiten
elektrische Felder				Plasmen, Laser
Zahl von Zellen				Morphogenese
Aktivitäten von Neuronen	-	-	-	Nervennetze
monetäre Flüsse etc.	-	-	-	Wirtschaftsvorgänge
Zahl von Tieren etc.	-	-	-	Ökologie

In der rechten Spalte stehen Probleme, bei denen diese Variablen Verwendung finden. Die Liste dieser Beispiele ist natürlich nicht vollständig, sondern soll nur einen Eindruck geben, wie verschiedenartig die Bedeutung der verwendeten Variablen sein kann. Diese Variablen bilden einen Vektor $(q_1, q_2 \dots)$, den wir durch \mathbf{q} abkürzen. Handelt es sich um Systeme, die im Ort ausgebreitet sind, wie etwa Flüssigkeiten oder Nervennetze, so wird diese Variable neben der Zeit auch noch vom Ort \mathbf{x} abhängen. Zur weiteren mathematischen Behandlung der Systeme stützen wir uns, im modernen Sprachgebrauch, auf eine Reihe von 'Paradigmen'.

1) Evolutionsgleichungen

Wir wollen untersuchen, wie sich die von uns betrachteten Systeme im Laufe der Zeit entwickeln, d.h. evolvieren. Dies wird durch Evolutionsgleichungen, die wir gleich noch näher ansehen werden, beschrieben.

2) Instabilität

Wir interessieren uns für solche Situationen, in denen ein System seinen alten Zustand verläßt und in einen neuen übergeht. Z.B. geht die ruhende Flüssigkeit

in einen neuen Bewegungszustand über. Das alte System wird im Sinne einer mathematischen Behandlung instabil, und wir haben Kriterien aufzustellen, wann eine solche Instabilität eintritt.

3) Das Versklavungsprinzip

Werden Systeme instabil, so wird die Bewegung der Teilsysteme von nur wenigen kollektiven Variablen bestimmt. Die Variablen der Teilsysteme werden im Sinne der Synergetik von den sogleich zu besprechenden Ordnungsparametern versklavt.

4) Ordnungsparameter, Nichtgleichgewichtsphasenübergänge

In der Nähe von Instabilitäten wird das Verhalten dynamischer Systeme von wenigen Freiheitsgraden, den sogenannten Ordnungsparametern, bestimmt. Mit Hilfe dieser Ordnungsparameter lassen sich die Übergänge von einem makroskopischen Zustand in den anderen in Analogie zu Phasenübergängen von Systemen im thermischen Gleichgewicht beschreiben, wobei wir aber jetzt Systeme im Nichtgleichgewicht im Auge haben.

5) Strukturbildung, Selbstorganisation

In der Nähe von Instabilitäten können sich Strukturen bilden oder, mit anderen Worten, Systeme können durch Selbstorganisation bestimmte Bewegungsabläufe durchführen.

6) Instabilitätshierarchie, Evolution

Werden äußere Parameter geändert, etwa die Energiezufuhr, so können mit geänderten Parametern jeweils neue Instabilitäten auftreten. Diese bilden eine Hierarchie. In dieser Weise können bestimmte Modelle von Evolutionsprozessen wiedergegeben werden. Wenden wir uns nun den einzelnen Paradigmen zu.

1. Evolutionsgleichungen

Nach diesen ist die zeitliche Änderung der Variablen \mathbf{q} , die wir mit $\dot{\mathbf{q}}$ bezeichnen, durch den gegenwärtigen Zustand $\mathbf{q}(x, t)$ des Systems bestimmt. Diese zeitliche Entwicklung wird durch Evolutionsgleichungen der Form

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{N}(\mathbf{q}, \nabla, \alpha, t) \quad (1)$$

beschrieben. Der Differentialoperator ∇ tritt auf, wenn räumliche Inhomogenitäten auftreten und z.B. Diffusionsprozesse zur Folge haben. α ist ein sogenannter Kontrollparameter, der die Einwirkung der Umgebung auf das System beschreibt, z.B. die Energiezufuhr. Das System selbst kann noch äußeren oder inneren Schwankungen unterworfen sein, die durch t wiedergegebene Zeitabhängigkeit von Kräften, die auf das System wirken, hervorrufen. Im mathematischen Sinn handelt es sich bei diesen Gleichungen um gekoppelte nichtlineare stochastische partielle Differentialgleichungen. Ein einfaches Beispiel hierfür ist die Gleichung

$$\dot{q} = \alpha q - \beta q^3 + F(t) \quad (2)$$

wobei α wieder der Kontrollparameter ist, das Glied q^3 eine für synergetische Prozesse typische Nichtlinearität darstellt und $F(t)$ die auf das System wirkenden Fluktuationen darstellt. Natürlich wäre es, zumindest beim gegenwärtigen Stand der Mathematik, ein aussichtsloses Unterfangen, die nichtlinearen Gleichungen allgemein lösen zu wollen. Im Sinne einer strukturellen Stabilität bzw. Instabilität,

wie sie zu Anfang meines Vortrags an einem biologischen Beispiel demonstriert wurde (Entwicklungsstadien des Molches), richten wir unser Augenmerk vielmehr auf solche Situationen, in welchen der makroskopische Zustand eines Systems sich drastisch ändert. Eine solche Änderung ist mit einer Instabilität verknüpft, die wir nunmehr näher untersuchen.

2. Instabilität

Wir untersuchen hier solche Instabilitäten, die durch Änderung äußerer Bedingungen, die durch einen geänderten Kontrollparameter wiedergegeben werden, hervorgerufen werden.

Z.B. kann eine Flüssigkeit vorher in Ruhe sein, dann nach Einschalten des von unten zugeführten Wärmestroms in einen neuen Zustand überführt werden. Um die Stabilität des Systems unter den neuen Bedingungen zu testen, fügt man der Variablen \mathbf{q}_0 , die den Ruhezustand darstellt, eine bestimmte Auslenkung $\mathbf{W}(\mathbf{x}, t)$, die noch klein sein soll, zu. Durch Einsetzen dieses Ansatzes

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 + \mathbf{W}(\mathbf{x}, t) \quad (3)$$

in die ursprünglichen nichtlinearen Gleichungen und sogenannter Linearisierung erhält man dann eine Gleichung der Form $\dot{\mathbf{W}} = L\mathbf{W}$, wobei L ein linearer Operator ist.

Im Fall, daß \mathbf{q}_0 selbst bereits zeitabhängig, insbesondere quasiperiodisch, ist, haben wir übrigens zu diesem Problem in letzter Zeit interessante neue Resultate erzielen können. Ich muß mir aber im Rahmen dieses Vortrages versagen darauf einzugehen. Im Zusammenhang mit der Thematik meines Vortrags ist für uns nur interessant, daß \mathbf{W} entweder im Laufe der Zeit exponentiell wachsen kann, wir also eine Instabilität vor uns haben, oder \mathbf{W} gedämpft ist.

Je nach räumlich vorliegender Struktur von $\mathbf{W}(\mathbf{x}, t)$ kann es zu instabilem oder stabilem Verhalten kommen. Für das Folgende wollen wir \mathbf{W} in der Form

$$\mathbf{W} = e^{\lambda t} \mathbf{w}(\mathbf{x})$$

annehmen. Nachdem wir die verschiedenen möglichen räumlichen Konfigurationen, die durch $\mathbf{w}(\mathbf{x})$ wiedergegeben werden, und deren positive oder negative Wachstumsrate λ bestimmt haben, können wir uns nun dem Versklavungsprinzip zuwenden.

3. Versklavungsprinzip

Wie sich mathematisch zeigen läßt, läßt sich jede Lösung der Ausgangsgleichung (1) als eine Überlagerung der durch die Linearisierung gewonnenen Moden $\mathbf{w}(\mathbf{x})$ darstellen, wobei wir die instabilen bzw. stabilen Moden noch durch die Indizes u und s unterscheiden. Wir erhalten somit folgenden allgemeinen Ansatz für die gesamte Lösung

$$\mathbf{q}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{q}_0(\mathbf{x}, t) + \sum_{\tilde{u}} \xi_{\tilde{u}}(t) \mathbf{w}_{\tilde{u}}(\mathbf{x}) + \sum_s \xi_s(t) \mathbf{w}_s(\mathbf{x}), \quad (4)$$

wobei die zeitabhängigen Größen $\xi_{\bar{u}}$ und ξ_s noch zu bestimmen sind. Es erfordert etwas Rechenarbeit, um zu zeigen, daß man für diese unbekanntes Größen wiederum nichtlineare Differentialgleichungen aufstellen kann, die insbesondere die Wachstumsraten λ enthalten. Das Versklavungsprinzip, das wir streng mathematisch beweisen konnten, besagt nun, daß sich die Bewegungen der stabilen Moden, d.h. die Größen ξ_s eindeutig und explizit durch die Größen $\xi_{\bar{u}}$ ausdrücken lassen,

$$\xi_s(t) = \xi_s(\xi_{\bar{u}}(t), t). \quad (5)$$

Dieses Versklavungsprinzip enthält eine Reihe bekannter mathematischer Theoreme als Spezialfall, wie etwa das Theorem über die zentrale Mannigfaltigkeit, das Theorem über die langsame Mannigfaltigkeit sowie adiabatische Eliminationsverfahren. Wichtiger ist in unserem Zusammenhang, daß die Funktion ξ_s auf der rechten Seite von Gl. (5) nicht nur von $\xi_{\bar{u}}$, sondern noch von der Zeit t in bestimmter Weise abhängt, um die Fluktuationen wiedergeben zu können.

Die Größen $\xi_{\bar{u}}$ spielen die Rolle von Ordnungsparametern. Durch diese Größen werden alle anderen ξ_s eindeutig festgelegt. Es ist gewissermaßen wie bei einem Marionettenspieler, der seine einzelnen Marionetten in ihren Bewegungen festlegt. Die Wichtigkeit dieses Theorems ergibt sich dadurch, daß in dissipativen Systemen in praktisch allen Fällen die Zahl der Ordnungsparameter viel kleiner ist als die Zahl der Variablen ξ_s , die die Untersysteme beschreiben. Z.B. gibt es beim Laser insgesamt typischerweise 10^{16} Freiheitsgrade, die durch den Ordnungsparameter auf einen einzigen Freiheitsgrad reduziert werden. Wir erhalten somit eine enorme Reduktion der Zahl der Freiheitsgrade, wodurch es uns dann möglich wird, auch kompliziertere Strukturbildungen mathematisch zu behandeln. Übrigens findet auch bei kognitiven Prozessen eine enorme Reduktion der Information statt, in Analogie zur hier vorliegenden Reduktion zur Zahl der Freiheitsgrade.

4. Ordnungsparameter

Wie wir oben gesehen haben, sind die Ordnungsparameter als solche Variablen ausgezeichnet, die in der Linearisierung exponentiell anwachsen würden. Da die Bewegung aller versklavten Untersysteme durch die Ordnungsparameter selbst festgelegt ist, können wir in den Gleichungen die Variablen ξ_s durch die Variablen $\xi_{\bar{u}}$ ausdrücken. Im einfachsten Fall reduziert sich damit ein Gleichungssystem, bestehend aus sehr vielen Gleichungen, auf eine einzige. Ein Prototyp einer solchen Gleichung ist durch

$$\dot{\xi} = \alpha\xi - \xi^3 + F(t) \quad (6)$$

dargestellt. Im mathematischen Sinn müssen wir nun die Lösung $\xi(t)$ dieser Gleichung suchen, was übrigens, da es sich hier um eine nichtlineare stochastische Gleichung handelt, nicht ganz einfach ist. Der Inhalt der Gleichung (6) wird aber sehr schnell ersichtlich, wenn wir zu einem mechanischen Analogon Zuflucht nehmen. Wir identifizieren nämlich die Variable $\xi(t)$ mit der Koordinate eines Teilchens, das sich längs der ξ -Achse ($\approx x$ -Achse) bewegt. Um zu dieser Deutung

zu gelangen, fügen wir auf der linken Seite dieser Gleichung noch ein Beschleunigungsglied von der Form Masse mal Beschleunigung, $m \cdot \ddot{\xi}$, zu. Wie der Physiker weiß, lassen sich die ersten beiden Glieder der rechten Seite aus einer sogenannten Potentialfunktion gewinnen, womit wir also die Gleichung

$$(m\ddot{\xi} +) \dot{\xi} = -\frac{\partial V}{\partial \xi} + F(t) \quad (7)$$

haben. Diese läßt sich aber in einer sehr einfachen Weise deuten. Sie beschreibt, wenigstens formal, die Bewegung eines Balles zwischen Hügeln. Im Sinne der Physik passiert nun folgendes (Abb. 7, gestrichelte Kurve).

Die fluktuierenden Kräfte $F(t)$ wirken wie Fußballspieler, die den Ball immer wieder, und zwar völlig ungeordnet, anstoßen. Der Ball rollt dann den Hügel herunter und kommt infolge der Reibungskraft zum Stillstand. Im Mittel bleibt der Ball aber bei $\xi = 0$, so daß hier der Ordnungsparameter praktisch verschwindet und nur Schwankungen unterliegt, die keine makroskopische Änderung des Systems zur Folge haben. Der für uns interessante Fall tritt auf, wenn der Kontrollparameter $\alpha > 0$ wird, was z.B. beim Laser der Fall ist, wenn dem Laser genügend Energie von außen zugeführt wird. Die Hügellandschaft wird dann zu einer verformt, die nun zwei Täler aufweist, und der Ball kann nun eine von zwei Gleichgewichtslagen, die bei $\xi_0 \neq 0$ liegt, einnehmen. Wir werden weiter unten sehen, daß dies mit einer räumlichen Struktur verknüpft ist.

Die Darstellung der Abb. 7 ist von solchen von Phasenübergängen von Systemen im thermischen Gleichgewicht, etwa beim Verdampfen einer Flüssigkeit oder beim Eintreten von Magnetismus, wohlbekannt. Hier aber haben wir es mit Systemen fern vom thermischen Gleichgewicht zu tun, so daß hier Nichtgleichgewichts-Phasenübergänge beschrieben werden. Von den weitgehenden Analogien zwischen Phasenübergängen von Systemen im thermischen Gleichgewicht und solchen weit davon entfernt, wollen wir hier die folgenden nennen. Offensichtlich gibt es für die Kurve mit $\alpha > 0$ zwei gleichwertige Minima. Diese weisen eine Symmetrie auf, nämlich um die V-Achse. Wird nun das System von dem Zustand $\alpha < 0$ in den Zustand $\alpha > 0$ überführt, so wird die Ruhelage bei $\xi = 0$ instabil. Der Ball kann aber nur eine der beiden neuen Ruhelagen mit $\xi_0 \neq 0$ einnehmen. Bei der Instabilität muß also die an sich vorhandene Symmetrie

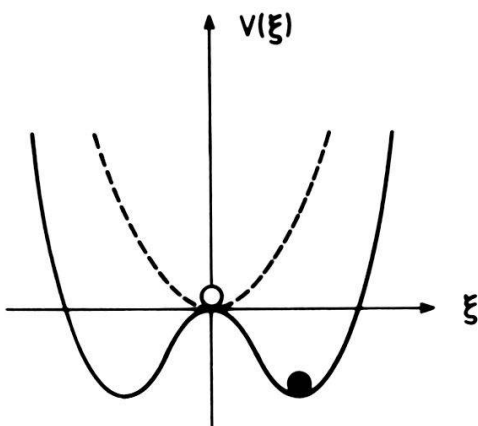


Abbildung 7

Die Potentialkurve für den Fall $\alpha < 0$ (gestrichelt) und für den Fall $\alpha > 0$ (ausgezogen).

verletzt, d.h. gebrochen werden. Wir haben hier ein Beispiel einer symmetriebrechenden Instabilität vor uns. Lassen wir, ausgehend vom Bereich $\alpha < 0$, α wachsen, so wird die Kurve für $\alpha < 0$ immer flacher. Unsere mechanistische Deutung zeigt aber sofort, daß damit die rücktreibende Kraft kleiner wird und die fluktuierenden Kräfte eine immer größere Wirkung haben. Es kommt zu den sogenannten kritischen Fluktuationen. Schließlich fällt, wenn wir α , ausgehend von $\alpha < 0$, anwachsen lassen, der Ball immer langsamer die Potentialkurve (die Hügel) herunter. Wir können daher vom kritischen Langsamerwerden sprechen. Diese Analogien lassen sich noch viel weiter ausbauen. Z.B. gibt es eine weitgehende formale Analogie zwischen dem hier eingeführten Potential V und der freien Energie F , wie sie in der Landau-Theorie der Phasenübergänge verwendet wird. Auf einen ganz wichtigen Punkt muß aber hier hingewiesen werden. Die Größe V , die auch schließlich über die Fluktuationen des Systems entscheidet, hängt von kinetischen Koeffizienten ab, während bei der freien Energie diese kinetischen Koeffizienten gerade herausfallen. Auf diesen fundamentalen Unterschied muß ganz deutlich hingewiesen werden, da es immer wieder Versuche gibt, das Entstehen dynamischer Strukturen mit Hilfe von Änderungen der freien Energie zu beschreiben, während die detaillierte mathematische Durchführung zeigt, daß hier ganz andere Größen, nämlich die die Dynamik wiedergeben, maßgebend sind.

Als zweites Beispiel möchte ich nur ganz kurz auf die von uns hergeleiteten verallgemeinerten Ginzburg-Landau Gleichungen hinweisen. Diese haben die allgemeine Struktur

$$\dot{\xi}_k = (\alpha + \Delta)\xi_k + \sum \dots \xi_k \xi_k' \xi_k'' \xi_k''' + F(t). \quad (8)$$

(Δ ist der Laplace-Operator).

Als drittes Beispiel sei hier nur noch verbal auf Gleichungen für zwei oder drei Ordnungsparameter hingewiesen, die in der Lage sind, Oszillationen oder sogenanntes deterministisches Chaos zu beschreiben. Leider muß ich es mir versagen, im vorliegenden Rahmen auf diese hochaktuellen Fragen hier näher einzugehen.

5. Strukturbildungen

Ich will nun an einem ganz einfachen Beispiel darlegen, wie es zur Ausbildung räumlicher Strukturen kommen kann. Dazu fassen wir wieder die Zerlegung der gesuchten Lösung nach den einzelnen Moden w ins Auge. Ist nur ein Ordnungsparameter ξ_u vorhanden, so lautet im vorliegenden Fall die Zerlegung

$$q = \underbrace{q_0 + \xi_u(t)w_u(x)}_{\text{Skelett}} + \sum_s \xi_s(t)w_s(x). \quad (9)$$

Wie sich im allgemeinen zeigen läßt, sind die Größen ξ_s wesentlich kleiner als ξ_u , die entsprechende Struktur wird daher durch das in Gl. (9) bezeichnete Skelett beschrieben. Der Ausdruck ξ_w enthält zwei Anteile, von denen der erste den Zeitverlauf, also das Wachstum beschreibt, während der zweite die räumliche Struktur, wenigstens im Prinzip, wiedergibt. Sehen wir uns zunächst das Wachstum von ξ_u an. Wie die Lösung von Gl. (6) zeigt, ergibt sich folgender Verlauf

Durch eine anfängliche Fluktuation wird zunächst $\xi_{\bar{u}}$, das noch relativ klein aber von 0 verschieden ist, geschaffen. Durch positives α findet dann zunächst ein Wachstum statt, das aber dann schließlich durch den nichtlinearen Term beendet wird. Es gibt hier also letztlich zwei gegenläufige Prozesse, die wir durch Aktivierung und Stabilisierung bezeichnen können.

Es sei hier nur darauf hingewiesen, daß statt der Stabilisierung auch durch negative Rückkopplung eine Oszillation geschaffen werden kann. Sehen wir uns aber in unserem Zusammenhang an, was mit der räumlichen Struktur passiert. Die Funktion $w_{\bar{u}}(x) \equiv v(x)$ ist beispielhaft in Abb. 8 dargestellt. Wir verfolgen nun die Strukturbildung (Abb. 9). Zur Anfangszeit t_0 soll z.B. die Flüssigkeit in Ruhe sein. Hier ist dann

$$\xi_{\bar{u}} = \xi_s = 0$$

und das System befindet sich im räumlich homogenen, durch q_0 beschriebenen Zustand. Zur Zeit t_1 liege eine Fluktuation vor. Diese regt ein von 0 verschiedenes $\xi_{\bar{u}}$ an, das nun, wie wir bereits gesehen haben, weiter anwächst. Damit wächst die Amplitude von $w_{\bar{u}}$ weiter und führt schließlich zu einer voll ausgebildeten Struktur. Wie wir an diesem Beispiel sehen, kann es auch schon in der Wachstumsphase zu Strukturbildungen kommen. Dies könnte z.B. bei Vorgängen im Kosmos wesentlich sein.

Natürlich habe ich hier nur ein einfaches Beispiel mit einem Ordnungsparameter. Im Rahmen des hier nur angedeuteten Verfahrens lassen sich aber auch komplizierte Strukturen, z.B. in Plasmen und bei der Morphogenese, berechnen.

6. Instabilitätshierarchien

Wie wir gesehen haben, können durch Änderung eines äußeren Parameters α drastische Strukturänderungen eines Systems induziert werden. Zunächst wird durch die Änderung des Kontrollparameters das System instabil und es findet dann von sich aus, d.h. durch Selbstorganisation, nachdem eine Fluktuation stattgefunden hat, seine Struktur. Ändern wir den Kontrollparameter immer mehr, so können Systeme durch eine Hierarchie selbstorganisierter Strukturen laufen, wobei nicht nur räumliche Strukturen auftreten, sondern auch bestimmte

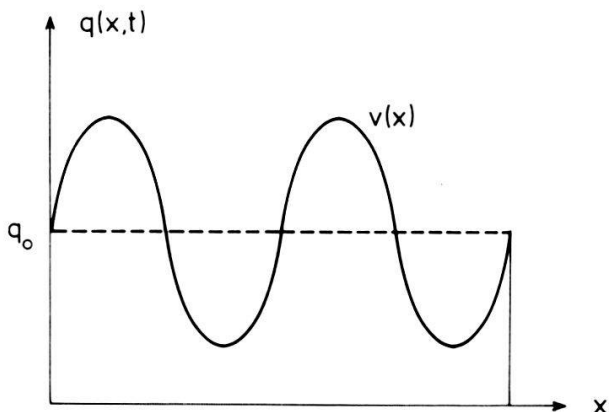


Abbildung 8
Beispiel für die Ortsabhängigkeit von $w_{\bar{u}}(x) \equiv v(x)$

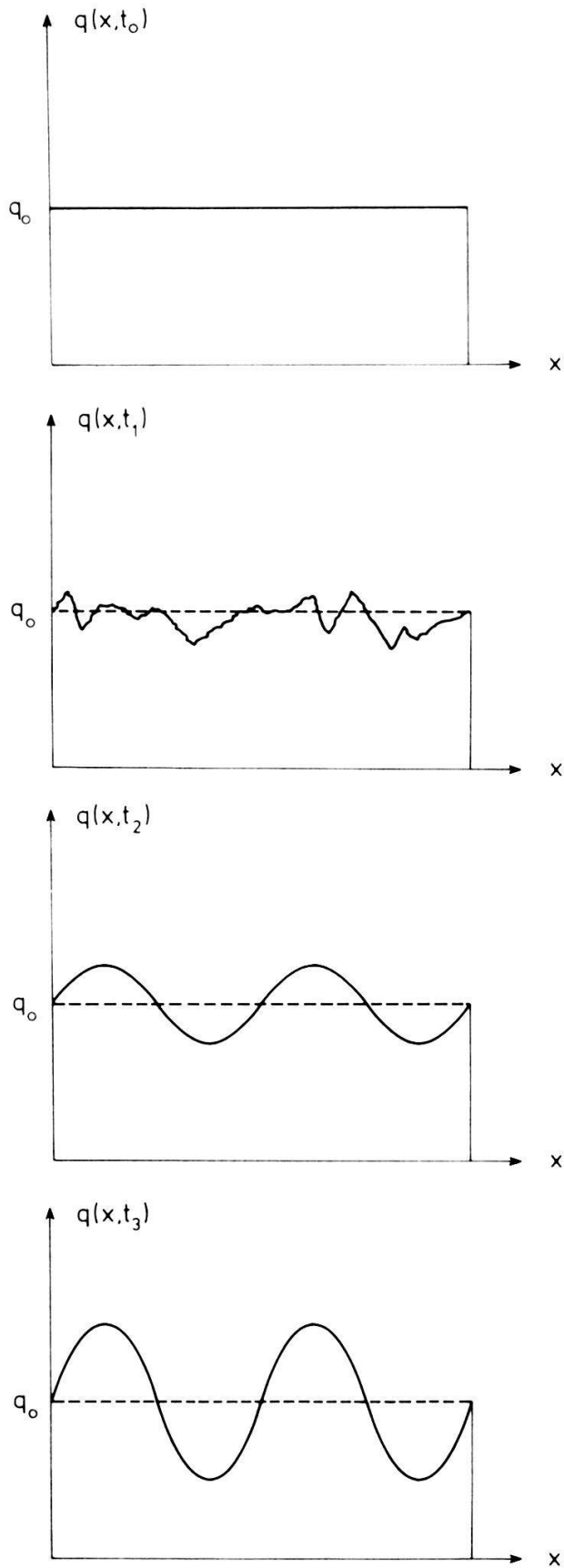


Abbildung 9

Die zeitliche Ausbildung einer räumlichen Struktur. Von oben nach unten: der homogene Zustand zur Anfangszeit t_0 , zur Zeit t_1 tritt eine kleine Fluktuation auf, zur Zeit t_2 wird diese verstärkt, wobei $\xi(t)$ anwächst, zur Zeit t_3 ist ein neuer stabiler Zustand erreicht.

Funktionsabläufe. In meinem Vortrag habe ich gewissermaßen die einzelnen Bausteine von Selbstorganisationsvorgängen näher dargelegt. Zumindest zwei wichtige Punkte, auf die ich hier aus Zeitgründen nicht näher eingehen kann, sollten aber noch hervorgehoben werden. Einerseits können Systeme, insbesondere im biologischen Bereich, weiter vernetzt sein, so daß z.B. Kontrollparameter wieder als Ordnungsparameter und umgekehrt auftreten können. Ein ganz entscheidender Punkt, auf den ich hier nur abschließend hinweisen möchte, besteht in der Umsetzung der hier betrachteten dynamischen Strukturen in feste Strukturen. Ein Beispiel hierfür ist etwa die Entstehung des Schleimpilzes, bei der dynamische Strukturen in Form von Spiralwellen schließlich in eine feste Struktur, nämlich in die Aggregate der Zellen des Schleimpilzes umgesetzt wird. Ähnlich ist es ganz allgemein bei der Morphogenese, wobei nach Turing bzw. Wolpert ein dynamisches Feld, das aus der Wechselwirkung von Diffusion und Reaktion von bestimmten chemischen Stoffen erzeugt wird, eine feste Struktur durch Zelldifferentiation, die durch bestimmte Aktivatorkonzentrationen ausgelöst wird, hervorgerufen wird. Schließlich haben wir die Umsetzung dynamischer Strukturen in feste Strukturen bei all den Vorgängen, bei denen das Gedächtnis ins Spiel kommt. Übrigens können dynamische Strukturen wie der Laser oder die schon mehrfach erwähnte Flüssigkeitsinstabilität nicht altern. Diese Strukturen bestehen, so lange der Energiezufluß aufrechterhalten wird, unendlich lange. Dies erscheint mir ein wichtiger Hinweis zu sein, daß Altern mit dem Auftreten fester Strukturen verknüpft ist.

In meinem Beitrag habe ich die Bildung geordneter Strukturen in den Vordergrund gestellt. In den letzten Jahren ist es immer deutlicher geworden, daß bei Änderung äußerer Parameter, etwa der Energiezufuhr, ein spezielles System eine ganze Reihe verschiedener Strukturen annehmen kann, z.B. ist dies heutzutage im Detail bei Flüssigkeiten und Lasern untersucht. Als Endstufe tritt hierbei oft sogenanntes chaotisches Verhalten auf, bei dem eine scheinbar unregelmäßige Bewegung vorliegt. Interessanterweise hat sich herausgestellt, daß derartige unregelmäßige Bewegungen bereits bei wenigen Freiheitsgraden, nämlich mindestens drei, auftreten können. Die Bewegungen, die hierbei auftreten, hängen sehr empfindlich von Anfangsbedingungen ab, so daß die Bewegungsart schon nach kurzer Zeit wieder völlig anders sein kann.

Ein elementares Beispiel wird durch das Herabfallen einer Stahlkugel auf eine Rasierklinge geliefert, wo die weitere makroskopische Bahn ganz empfindlich von der mikroskopischen Lage des Schwerpunkts der Kugel gegenüber der Rasierklinge abhängt. Die Behandlung derartiger chaotischer Bewegungen ist ein reizvolles Gebiet moderner physikalisch-mathematischer Forschung geworden, birgt aber auch sehr tiefliegende Probleme in sich, was an dem letzten Bild erläutert sei.

Der obere Teil der Abb. 10 zeigt ein scheinbar chaotisches Verhalten, der untere Teil ein streng periodisch geordnetes. Bei diesem Bild handelt es sich aber um die Aufzeichnung des Elektroenzephalogramms, und zwar im oberen Teil bei der normalen Denktätigkeit eines gesunden Menschen, beim unteren Bild um das EEG bei einem epileptischen Anfall. Hinter dem, was wir unter Ordnung und Unordnung verstehen, verbergen sich also tiefliegende Probleme, die damit verknüpft sind, ob es uns gelingt, die Regeln, die einer Struktur zugrundeliegen, zu entziffern.

Lassen Sie mich nun zum Schluß meines Vortrags kommen. Im Anfang

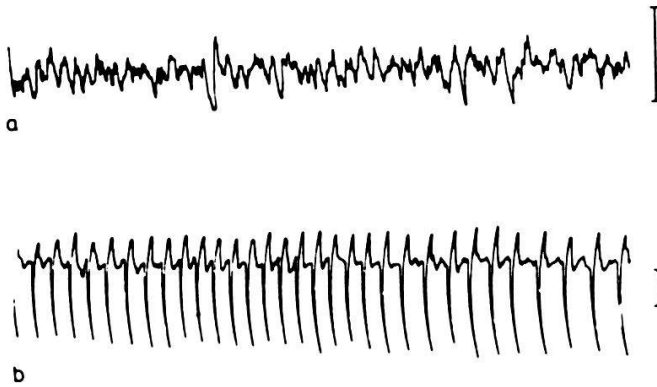


Abbildung 10
Aufzeichnung des Elektroenzephalogramms (siehe Text).

meines Vortrags hatte ich den Widerspruch zwischen der Entstehung von Strukturen, insbesondere im biologischen Bereich, und den Vorgängen im physikalischen Bereich, bei denen Strukturen immer mehr verfallen sollten, gegenübergestellt. Dieser Widerspruch ist durch mehrere Schritte aufgelöst worden:

1) handelt es sich bei dem erwähnten physikalischen Theorem (dem 2. Hauptsatz) um eines, das sich auf sogenannte abgeschlossene Systeme bezieht. Die Strukturbildungen, die wir hier besprochen haben, werden erst in sogenannten offenen Systemen möglich, bei denen ständig ein Zufluß (und auch Abfluß) von Energie/Materie erfolgt.

2) Ein weiterer entscheidender Unterschied zwischen der Thermodynamik und der Synergetik ist der folgende. Bei Systemen in oder nahe am thermischen Gleichgewicht spielt die Entropie eine fundamentale Rolle. Diese beruht letztlich, wie wir anfangs sahen, auf einer Abzählung von Besetzungsmöglichkeiten im mikroskopischen Bereich. Bei Systemen fern vom thermischen Gleichgewicht werden die Strukturen aber durch Wachstumsraten bestimmt, d.h. also durch kinetische Größen. Wie mir scheint, ist dies der fundamentale Unterschied, der das Auftreten dynamischer Strukturen erst adäquat erklärt.

REFERENZEN

- H. HAKEN, *Synergetics. An Introduction*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York. 3. erweiterte Auflage 1983.
 H. HAKEN, *Advanced Synergetics*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg. New York 1983.
 H. HAKEN, *Erfolgsgeheimnisse der Natur*, DVA Stuttgart 1981.