

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 60 (1987)
Heft: 5-6

Artikel: Gibt es 'physikalische' Eichungen?
Autor: Schweda, M.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-115871>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 18.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

GIBT ES 'PHYSIKALISCHE' EICHUNGEN ? .

M. Schweda, ⁺⁾⁺⁺⁾ Institut für Theoretische Physik,
Technische Universität Wien, A-1040 Wien

Kurzfassung: Der Einfluß von nicht-kovarianten und nicht-supersymmetrischen Eichungen auf die entsprechenden Eichtheorien wird im Rahmen der Becchi-Rouet-Stora Symmetrie untersucht.

1. Einleitung

Die Eichtheorien (abelsch und nicht-abelsch) und ihre supersymmetrischen Erweiterungen spielen in der Quantenfeldtheorie eine zentrale Rolle. Es scheint, daß die angestrebte Vereinigung aller Fundamentalkräfte nur im Rahmen von nicht abelschen Eichtheorien möglich ist. Dies könnte im Rahmen einer niederenergetischen Näherung einer fundamentaleren Theorie (z.B. String-Theorie) erreicht werden. Alle Eichtheorien haben ein gemeinsames Charakteristikum: Man benötigt im Lagrange-Formalismus neben der eichinvarianten Wirkung noch einen Eichbrechungsterm, um die Berechnung der Eichfeldpropagatoren zu ermöglichen [1]. Diese "Eichfixierung" kann grob gesehen, auf zwei Arten erreicht werden. Einmal geschieht dies in manifest Lorentz-invarianter Weise durch die sogenannten kovarianten Eichungen. Eine zweite Möglichkeit ergibt sich durch die nicht Lorentz-invarianten Eichfixierungen. Dies geschieht dadurch, daß die Eichbrechung durch einen konstanten (axialen)

+) Diese Arbeit wurde aus Mitteln des "Fonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung", Projekt Nr. P5485 unterstützt.

++) Vortrag gehalten bei der gemeinsamen Frühjahrstagung der Schweizerischen Physikalischen Gesellschaft, der Deutschen Physikalischen Gesellschaft und der Österreichischen Physikalischen Gesellschaft, 18.-20. März 1987, Universität Zürich-Irchel, Schweiz

Lorentz-Vektor n^μ charakterisiert wird. Dies bedeutet eine Brechung der Lorentz-Symmetrie. Neben dieser Komplikation besitzen speziell die nicht abelschen Eichtheorien in der axialen Eichung ($n^\mu A_\mu = 0$) den großen Vorteil der möglichen Elimination der sogenannten Faddeev-Popov Geister bei der Quantisierung [2].

Aus diesem Grunde scheint vielleicht die "widersinnige" Frage nach der Existenz "physikalischer" Eichungen doch angebracht. Natürlich darf die Physik, d.h. meßbare Größen, in keiner Weise von den Eichungen abhängen. In diesem Sinne muß jede Eichtheorie untersucht werden. Doch zeigt sich, daß manchmal eine geschickte Eichfixierung Vorteile mit sich bringt. Daher soll hier versucht werden, den (scheinbaren) Einfluß von nicht-kovarianten Eichungen auf die Eichmodelle zu untersuchen [2].

Die eben erwähnten Klassen von Eichungen haben auch in den supersymmetrischen Erweiterungen ihren fixen Platz [3][4][5]. Allerdings ergeben sich dabei neue Schwierigkeiten. Die Dimensionslosigkeit des Komponentenfeldes C im Eichsuperfeld induziert im entsprechenden CC -Propagator eine nicht-integrierbare $1/k^4$ -Singularität in den Feynman-Integralen. Dieses Infrarot-Problem [3] kann jedoch in sehr eleganter Weise mit Hilfe der nicht-kovarianten und nicht-supersymmetrischen Eichungen umgangen werden. Dies führt auf die Wess-Zumino-artigen Eichungen [5]. Vorausschauend kann gesagt werden, daß die nicht-kovarianten und nicht-supersymmetrischen Eichfixierungen in vielen Fällen vielleicht "physikalischer" sind, da Teile der technischen Komplikationen der Eichtheorien leichter umgangen werden können.

Die vorliegende Arbeit befaßt sich im 2. Abschnitt mit der homogenen axialen Eichung im Rahmen von nicht-abelschen Eichtheorien. Es werden die eigentlichen neuen Beiträge vorgestellt, an denen der Autor mitwirkte. Es zeigt sich, daß sich für diesen Fall die n^μ -Abhängigkeit durch eine erweiterte BRS-Symmetrie, in der der Eichparameter in die Symmetrie mit einbezogen wird, sehr wirkungsvoll kontrolliert werden kann [6].

Der 3. Abschnitt ist der Supersymmetrie gewidmet. Die wesentlichen Resultate werden vorgestellt. In den sogenannten Wess-Zumino artigen Eichungen kann das Infrarot-Problem völlig umgangen

werden [9] und der Superfeldformalismus bleibt erhalten - um nur zwei wichtige Beispiele zu erwähnen.

Die Motivation für diese Untersuchungen lag im Bemühen, nach einer Geisterfreiheit der Faddeev-Popov Felder in den supersymmetrischen Theorien Ausschau zu halten. Leider haben sich diese Erwartungen nicht erfüllt.

2. Die (reinen) Yang-Mills Theorien in homogener axialer Eichung

Als Eichgruppe verwenden wir eine halb-einfache kompakte $SU(2)$, in der die Erzeuger der fundamentalen Darstellung einfach die Pauli-Matrizen τ_i sind [3]. In der Matrix-Notation ist die gesamte Wirkung, die aus einem eichinvarianten Anteil, dem eichbrechenden Teil und dem Faddeev-Popov Term besteht, durch

$$\Gamma = \Gamma_{YM} + \Gamma_{EB} + \Gamma_{FP} \quad (2.1)$$

gegeben [6]. Wo

$$\Gamma_{YM} = -\frac{1}{4g^2} \text{Sp} \int dx F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (2.2)$$

$$\Gamma_{EB} + \Gamma_{FP} = \text{Sp} \int dx (B n^\wedge A_\mu - c_- n^\wedge D_\mu c_+) \quad (2.3)$$

ist. ($A_\mu = A_\mu^i \tau^i$, $B = B^i \tau^i$, $c_\mp = c_\mp^i \tau^i$), n^\wedge ist der konstante axiale Vektor, der die Eichung charakterisiert. Diese Wirkung ist BRS^{*} invariant, wenn die BRS-Transformationen wie folgt lauten:

$$\begin{aligned} \Delta A_\mu &= D_\mu c_+ = \partial_\mu c_+ + i [c_+, A_\mu], \quad \Delta c_+ = i c_+ c_+, \\ \Delta c_- &= B, \quad \Delta B = 0. \end{aligned} \quad (2.4)$$

B ist ein Multiplikator-Feld, um die Eichung zu charakterisieren, c_\pm sind die antikommutierenden Faddeev-Popov Geister. Nun erkennt

^{*}) Becchi-Rouet-Stora = BRS [3]

man, daß

$$\delta_{n^{\mu}} \Gamma = \text{Sp} \int dx [B A_{\mu} - c_{-} D_{\mu} c_{+}] = \int \text{Sp} \int dx c_{-} A_{\mu} \quad (2.5)$$

Erweitert man nun die Transformationen (2.4) derart, daß man den Eichparameter n^{μ} vermöge ⁺⁾

$$\delta_{n^{\mu}} = \chi^{\mu}, \quad \delta \chi^{\mu} = 0 \quad (2.6)$$

in die Transformationsgesetze (2.4) miteinbezieht, so findet man daß die folgende modifizierte Wirkung

$$\Gamma = \Gamma_{YM} + \Gamma_{EB} + \Gamma_{FP} - \text{Sp} \int dx (c_{-} \chi^{\mu} A_{\mu}) \quad (2.7)$$

invariant gegenüber (2.4) und (2.6) ist. Addiert man zu (2.7) noch

$$\Gamma_Q = \text{Sp} \int dx [\rho^{\mu} A_{\mu} + \sigma \delta c_{+}] \quad (2.8)$$

wobei $\rho_{\mu} = \int \sigma = 0$, also ρ_{μ} und σ sind BRS-invariante Quellen [3]. Der Symmetriehalt des Modells ist dann durch die folgenden funktionalen Differentialgleichungen für Γ gekennzeichnet:

a) Invarianz gegenüber globaler (starrer) Eichsymmetrie: ⁺⁺⁾

$$\begin{aligned} W_{\omega} \Gamma = \text{Sp} \int dx [& \delta_{\omega} A_{\mu} \frac{\delta}{\delta A_{\mu}} + \delta_{\omega} B \frac{\delta}{\delta B} + \delta_{\omega} c_{-} \frac{\delta}{\delta c_{-}} + \\ & + \delta_{\omega} c_{+} \frac{\delta}{\delta c_{+}} + \delta_{\omega} g_{\mu} \frac{\delta}{\delta g_{\mu}} + \delta_{\omega} \sigma \frac{\delta}{\delta \sigma}] \Gamma \end{aligned} \quad (2.9)$$

Dabei ist $\delta_{\omega} \dots = [\omega, \dots]$

b) Für die erweiterte BRS-Symmetrie hat man die nicht-lineare Gleichung

$$\delta \Gamma = \text{Sp} \int dx \left[\frac{\delta \Gamma}{\delta g_{\mu}} \frac{\delta \Gamma}{\delta A_{\mu}} + \frac{\delta \Gamma}{\delta \sigma} \frac{\delta \Gamma}{\delta c_{+}} + B \frac{\delta \Gamma}{\delta c_{-}} \right] + \chi^{\mu} \delta_{n^{\mu}} \Gamma$$

⁺⁾ χ_{μ} ist eine Grassmann-Variable.

(2.10)

⁺⁺⁾ ω ist der Parameter der rigiden Eichsymmetrie.

Diese Symmetrien sollen Γ , sowohl in der klassischen Näherung als auch beim Einschalten der Strahlungskorrekturen, d.h. zu allen Ordnungen der Störungstheorie, definieren. Ohne auf die technischen Feinheiten, die auf dem Wirkungsprinzip [3] beruhen, einzugehen, seien hier die wesentlichsten Resultate summarisch dargestellt [6].

(a) Die allgemeinsten Feldrenormierungen, die mit der Symmetrie (2.10) kompatibel sind, lauten:

$$\begin{aligned} A_\mu &\rightarrow \hat{A}_\mu = \mathcal{F}_\mu(A) = (a g_{\mu\nu} + b \frac{n_\mu n_\nu}{n^2}) A_\nu, \quad \eta_\mu \rightarrow \hat{\eta}_\mu = \mathcal{F}_\mu(\eta), \\ c_+ &\rightarrow \hat{c}_+ = y c_+, \quad \sigma \rightarrow \hat{\sigma} = y^{-1} \sigma. \end{aligned} \quad (2.11)$$

(b) Die Renormierung (2.11) läßt folgenden allgemeinsten bilinearen Ausdruck für die YM-Wirkungen

$$\begin{aligned} -\frac{1}{4} \hat{F}_{\mu\nu} \hat{F}^{\mu\nu} |_{\text{bilinear}} &= A^\mu \left\{ a (g_{\mu\nu} \partial^2 - \partial_\mu \partial_\nu) \right. \\ &\quad - \frac{ab}{2n^2} [2n_\mu n_\nu \partial^2 - (n\partial)(\partial_\mu n_\nu + \partial_\nu n_\mu) \\ &\quad \left. - \frac{b^2}{2n^2} n_\mu n_\nu (\partial^2 - \frac{(n\partial)^2}{n^2}) \right\} A^\nu \end{aligned} \quad (2.12)$$

Nur der 1. Term von (2.12) ist transversal. Der zweite nicht-transversale Term von (2.12) wurde tatsächlich in der Literatur für die planare Eichung gefunden [6]. Im Falle der homogenen axialen Eichung ist b^2 ein 2-Schleifeneffekt.

(c) Mögliche \hat{n} -abhängige Gegenterme der Form (für den bilinearen Anteil)⁺⁾

$$2 (n_\mu F^{\mu\nu})^2 \quad (2.13)$$

sind auf Grund der erweiterten BRS-Symmetrie nicht erlaubt, was explizit für die 1-Schleifennäherung verifiziert wurde.

⁺⁾ (2.13) wäre sehr wohl ein Kandidat für die nicht-erweiterte BRS-Symmetrie.

(d) Die axialen Eichungen werden erst dann sinnvoll, wenn man eine mathematische Vorschrift angibt, die es gestattet, die Berechnung der Feynman-Graphen zu ermöglichen. Dabei muß sorgfältig zwischen $n^2 \neq 0$ und den sogenannten Lichtkegelgleichungen $n^2 = 0$ unterschieden werden. Für $n^2 \neq 0$ existiert die Hauptwertvorschrift [2], während für die Lichtkegelgleichungen die Leibbrandt-Vorschrift oder die Mandelstam-Vorschrift verwendet werden muß, um konsistente Resultate zu erhalten [7]. In [7] wurde gezeigt, daß die Leibbrandt-Vorschrift für beide Fälle anwendbar ist. Dies ist für die Diskussion der Renormierung ein besonderer Vorteil.

(e) Im Falle der homogenen axialen Eichung kann das regulatorfreie Subtraktionsverfahren nach Bogoliubov, Parasiuk, Hepp, Zimmermann und Lowenstein, kurz RPHZL-Verfahren, angewandt werden. Insbesondere wird gezeigt, daß die unphysikalischen $(nk)^{-\alpha}$ -Pole im Propagator das ultraviolette und das infra-rote "Power-counting" nicht zerstören [8].

3. Superaxiale Eichungen [4][5]

Im Superfeldformalismus [9] hat man⁺)

$$\Gamma = \Gamma_{inv} + \Gamma_{EB} + \Gamma_{FP} \quad (3.1)$$

Wo

$$\Gamma_{inv} = - \frac{1}{128g^2} (Sp \int dS F^\alpha F_\alpha + h.c.) \quad (3.2)$$

ist. Die Feldstärken F^α sind durch

$$F^\alpha = \bar{D}^2 (e^{-\phi} D^\alpha e^\phi) \quad (3.3)$$

definiert [3]. ϕ ist das reelle Vektorsuperfeld. Für den Rest nimmt man

$$\Gamma_{EB} + \Gamma_{FP} = Sp \int dV [BK\phi + \bar{B}R\phi + \alpha B\bar{B} - c.K\psi\phi - \bar{c}.\bar{K}\psi\phi] \quad (3.4)$$

⁺) $N = 1$ Supersymmetrie

$\alpha = 0$ entspricht der homogenen axialen Supereichung, B und \bar{B} sind hier chirale Multiplikator-Superfelder ($DB = D\bar{B} = 0$), K charakterisiert die Lorentz- und die Supersymmetrie-Brechung [4][5]. Die Wirkung (3.1) ist invariant gegenüber den folgenden BRS-Transformationen

$$\begin{aligned} \delta\phi &\equiv Q(\phi, c_+, \bar{c}_+) = (c_+ - \bar{c}_+) + \frac{1}{2} [\phi, c_+ + \bar{c}_+] + \dots \\ \delta c_+ &= -c_+ c_+, & \delta \bar{c}_+ &= -\bar{c}_+ \bar{c}_+, \\ \delta c_- &= B, & \delta \bar{c}_- &= \bar{B}, \\ \delta B &= 0, & \delta \bar{B} &= 0. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Für $K = D^2$ hat man einfach die super-kovariante Eichung. Eliminiert man für diesen Fall das $B(\bar{B})$ -Feld, so erhält man

$$\Gamma_{EB} = -\frac{1}{\alpha} \int dV D^2 \phi \bar{D}^2 \phi \quad (3.6)$$

Für diesen Fall berechnet sich der Propagator für das Komponentensfeld C von Φ zu [3]

$$\langle \widetilde{CC} \rangle = \frac{\alpha - 1}{(k^2)^2} \quad (3.7)$$

Dies führt auf das angekündigte Infrarot-Problem.

Die Wess-Zumino-Eichung [3] wäre eine Möglichkeit, das $1/k^4$ -Problem zu vermeiden. In diesem Fall entartet die Superfeldformulierung in eine reine Komponentendarstellung. Ausgehend von diesen Fakten, für die super-kovarianten Eichungen, stellen wir nun die K 's für die superaxialen Eichungen vor. Der erste Schritt in diese Richtung wurde bereits 1984 [4] unternommen und die N^2 -Eichung eingeführt.

(a) N^2 -Eichung [4]

Man erhält sie, wenn man in der super-kovarianten Ableitung $D_\alpha = \partial/\partial\theta^\alpha - i(\sigma^\mu\theta)_\alpha \partial_\mu$, ∂_μ durch n_μ ersetzt:

$$D_\alpha|_{\partial_\mu \rightarrow n_\mu} = N_\alpha = \partial/\partial\theta^\alpha - i(n\bar{\theta})_\alpha, \quad \bar{D}_{\dot{\alpha}}|_{\partial_\mu \rightarrow n_\mu} = -\partial/\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}} + i(\theta n)_{\dot{\alpha}} \quad (3.8)$$

Als Eichbrechung nimmt man

$$K = N^2 = N^\alpha N_\alpha \quad (3.9)$$

Diese Bedingung liefert dann

$$\bar{D}^2 N^2 \phi = D^2 \bar{N}^2 \phi \quad (3.10)$$

Für das Vektorfeld A_μ bedeutet dies gerade die homogene axiale Eichung:

$$n^\mu A_\mu = 0 \quad (3.11)$$

Ein wesentliches Resultat dieser Eichung ist, daß vermöge

$$\langle \widetilde{CC} \rangle \sim \frac{1}{(k^2 - n^2)^2} \quad (3.12)$$

das Infrarot-Problem völlig umgangen wird. n^2 tritt als Regulator-masse in Erscheinung. Die Strategie, die Supersymmetrie nur minimal zu brechen, führt auf eine weitere Eichung:

(b) FD-Eichung [5]

Hier wird für K der folgende Ausdruck gewählt:

$$K = K^\alpha D_\alpha, \quad K_\alpha = n_\alpha - i(\not{n}\bar{\theta})_\alpha. \quad (3.13)$$

n_α ist ein konstanter Spinor, während n^μ wieder der axiale Vektor ist. Die mit diesem K gebildete Eichbrechung führt für den homogenen Fall ($\alpha = 0$) auf

$$\bar{D}^2 K^\alpha D_\alpha \phi = D^2 \bar{K}_\alpha D^{\dot{\alpha}} \phi = 0. \quad (3.14)$$

In Komponenten bedeutet dies

$$n^\mu A_\mu = 0, \quad (n\partial)C = (n\partial)M = (n\partial)\bar{M} = 0, \dots \quad (3.15)$$

Auch hier wird das $1/k^4$ -Problem umgangen. (3.15) kennzeichnet die sogenannten Wess-Zumino-artigen Eichungen: $\langle \widetilde{CC} \rangle = 0$. Der große Vorteil dieser superaxialen Eichung liegt darin, daß man in beiden Fällen eine Algebra hat, die D_α, \bar{D}_α mit N_α, \bar{N}_α und D_α, \bar{D}_α mit K_α, \bar{K}_α verknüpft. Dies erleichtert die Berechnung der entsprechenden Superfeldpropagatoren wesentlich [4][5].

6. Konklusion

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die eingangs gestellte Frage abzuschwächen ist. Eine Eichung ist sicherlich nie physikalisch - so gesehen muß jede Eichtheorie nach ihrer Eichunabhängigkeit separat untersucht werden. Wenngleich man feststellt, daß gerade die nicht-kovarianten und die nicht-supersymmetrischen Eichbrechungen gegenüber den kovarianten Eichungen sicherlich in vielen Belangen ihre Vorzüge besitzen, wie etwa:

- (a) Die Geisterfreiheit bei gewöhnlichen Yang-Mills Theorien im Rahmen der homogenen axialen Eichung;
- (b) Das $1/k^4$ -Problem der kovarianten Beschreibungsform wird in natürlicher Weise umgangen;
- (c) Der Superfeldformalismus bleibt im Rahmen der Wess-Zumino-artigen Eichungen erhalten. Dies ist bei allgemeinen Überlegungen sicherlich ein Vorteil.

EPILOG

Meinem Lehrer Wolfgang Kummer, dem Vater der axialen Eichung und meinem Freund Olivier Piguet, sei hier für die unzähligen Zusammenarbeiten herzlichst gedankt. Vor allem war es die jahrzente-lange gemeinsame Arbeit mit Olivier Piguet, die ganz wesentlich zum Verständnis des oft sehr technischen und schwierigen Sachverhalts beigetragen hat.

Referenzen

- [1] C. Itzykson and J.B. Zuber
Quantum Field Theory
Mc Graw Hill Book Compagny.
- [2] W. Kummer, Acta Physica Austriaca, Suppl. XV (1976)423.
- [3] O. Piguet and K. Sibold
Renormalized Supersymmetry
The Perturbation Theory of N=1 Supersymmetric Theories in
Flat Space-Time
Birkhäuser.
- [4] W. Kummer and M. Schweda
Phys.Lett. 141B (1984)363.
- [5] T. Kreuzberger, W. Kummer, O.Piguet, A.Rebhan and M.Schweda
Phys.Lett. 167B(1986)393.
- [6] P. Gaigg, O. Piguet, A. Rebhan and M. Schweda,
Phys.Lett. 175B (1986) 53.
- [7] P. Gaigg, M. Kreuzer, O. Pigue and M. Schweda
(erscheint in J. Math.Phys.)
- [8] M. Kreuzer, O. Piguet, A. Rebhan and M.Schweda
Phys.Lett. 169B(1986)221.
- [9] W. Kummer, A. Mistelberger, P. Schaller, M. Schweda
and T. Kreuzberger
Nucl.Phys. B281 (1987)411.