

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 67 (1994)
Heft: 6

Artikel: La non-localisabilité du photon, clef de voûte d'une refonte de la physique
Autor: Bacry, Henri
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-116663>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 01.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

La non-localisabilité du photon, clef de voûte d'une refonte de la physique

Par Henri Bacry

Institut des Hautes Études Scientifiques
35, route de Chartres
F-91440 Bures-sur-Yvette, France

(14.VII.1994)

Résumé. Si l'on cherche à résoudre le problème de la non localisabilité du photon, on est amené à bousculer gentiment à peu près tous les chapitres de la physique.

Abstract. If we try to solve the problem of the non localisability of the photon, we are led to modify slightly almost all chapters of Physics.

"All the fifty years of conscious brooding have brought me no closer to the answer to the question "what are light quanta?" Of course, to-day, every rascal thinks he knows the answer, but he is deluding himself"

Einstein à Besso (1951)[1]

0 Introduction

Le rayonnement électromagnétique a joué le rôle que l'on sait dans le développement de la physique moderne; c'est sur lui que s'est appuyée l'élaboration de la relativité restreinte (prolongée par la relativité générale), sur lui

que s'est appuyée l'élaboration de la physique quantique (prolongée par l'électrodynamique quantique). Il se trouve que ces théories ne résolvent pas *toutes* les difficultés inhérentes aux phénomènes électromagnétiques car il est possible de montrer que le phénomène de non localisabilité du photon nécessite non seulement une refonte de la physique quantique et de la physique des particules, mais également une révision de la mécanique statistique et de la relativité générale. Cette non localisabilité du photon joue aujourd'hui un peu le rôle du grain de sable que constituait l'avance du périhélie de Mercure pour la théorie newtonienne de la gravitation. L'attitude des physiciens est la même que celle d'autrefois: on minimise l'importance de la gêne et on refuse une remise en cause des théories en vigueur. Mon but est de rassembler ici, en les harmonisant, les arguments que j'ai découverts peu à peu et qui sont disséminés dans diverses publications[2-13]; ils m'ont fait aller d'étonnement en étonnement.¹

Les arguments considérés dans le présent article sont présentés suivant leur enchaînement logique. Il ne s'agit nullement ici d'un sommaire de travaux antérieurs mais d'une véritable synthèse montrant le caractère systématique et rigoureux des déductions successives.

- 1) Si l'on veut que les coordonnées x, y, z d'un photon soient quantiquement mesurables, il est nécessaire que les observables associées X, Y, Z ne commutent pas.[2-7,14-18]
- 2) Si l'on veut avoir une présentation unifiée de l'opérateur position pour toutes les particules, il faut rejeter l'opérateur de Newton-Wigner.[19-21]
- 3) L'opérateur de Newton-Wigner oblige à la considération d'un moment magnétique normal, un moment magnétique anormal et un moment magnétique que l'on peut qualifier d'intermédiaire.[22-24,13]
- 4) Il n'y a pas de description classique du type ligne d'univers pour les particules stables.
- 5) Considérer l'espace-temps de Minkowski comme constitué de points-événements donne une image macroscopique de l'univers.[8,25]

¹Bien que je m'intéresse seulement à la non localisabilité du photon, je ne peux passer sous silence l'incohérence dont souffre le photon dans de nombreux traités. On refuse souvent à cette particule - de façon détournée, il est vrai - le principe de superposition. C'est le cas lorsqu'on déclare que le photon a une énergie et une impulsion données; cela impliquerait, en effet, qu'il est *toujours* dans un état propre des opérateurs d'énergie-impulsion. Il arrive même que l'on se contredise dans un ouvrage en ajoutant que les photons peuvent se trouver dans des états propres du moment angulaire, alors que le moment angulaire ne commute pas avec l'impulsion. On dit également que le photon va toujours à la vitesse de la lumière, comme si on ignorait qu'il y a des solutions des équations de Maxwell pour lesquelles la vitesse de groupe est inférieure à la vitesse de la lumière, donc qu'il existe des observateurs qui attribuent une vitesse nulle au photon. C'est une autre façon d'ignorer le principe de superposition. Un photon a le droit de se trouver dans un état stationnaire et donc d'avoir une vitesse nulle.

- 6) Par dualité, l'espace des moments (énergie-impulsion) n'a pas de sens pour des énergies élevées.
- 7) On est *obligé* de remplacer le groupe de Poincaré par un groupe "déformé".[11,26-28]
- 8) Toute déformation du groupe de Poincaré doit conserver les succès du groupe de Poincaré.[11]
- 9) Une déformation, pour être acceptable ne doit pas faire intervenir l'ordre dans lequel on considère les sous-systèmes.[12] Un système composé d'un sous-système 1 et d'un sous-système 2 est identique à celui composé du système 2 et du système 1.
- 10) Les déformations acceptables interdisent l'additivité de l'énergie: l'énergie d'un système composé de deux sous-systèmes n'interagissant pas n'est pas égale à la somme des énergies des sous-systèmes.[12,29]
- 11) L'énergie interne n'est pas une grandeur extensive.
- 12) Le volume n'est pas une grandeur extensive. La présence de matière contracte le volume. Des retombées doivent être recherchées à propos des trous noirs et du *big bang*.
- 13) Parmi les conséquences possibles: la masse manquante ne manque pas.[12]
- 14) Autre conséquence envisageable: le champ gravifique est purement macroscopique et n'a pas à être quantifié.
- 15) La géométrie non commutative risque-t-elle d'être impliquée dans un remaniement de l'espace-temps?[30,31]

1 Premier point

On dit souvent qu'il y a deux sortes d'exposés de la mécanique quantique, celui qui s'appuie sur l'équation de Schrödinger et celui qui s'appuie sur le formalisme des kets et bras de Dirac. Ce fait est illustré, par exemple, par l'existence de deux méthodes pour l'obtention du spectre de l'oscillateur harmonique, l'une faisant appel à un ensemble de fonctions associées aux polynômes d'Hermite, l'autre s'appuyant sur les propriétés des opérateurs d'annihilation et de création. Cette équivalence n'est qu'apparente car le formalisme de Schrödinger comporte une hypothèse que celui de Dirac ignore au départ, à savoir la possibilité de mesurer simultanément les trois coordonnées

d'espace x, y, z . Sans cette hypothèse supplémentaire, il n'y a pas place pour les fonctions d'onde. Or cette hypothèse est contestable dans le cadre de la relativité restreinte dès que l'on veut tenir compte du spin des particules. Voici pourquoi.

La dualité onde-corpuscule est née en 1905 avec les "quanta de lumière" d'Einstein[25] et a été étendue en 1923, par Louis de Broglie aux "particules de matière". Cette dualité perd de sa signification avec l'interprétation probabiliste de la fonction d'onde par Born en 1926. En effet, l'onde de Maxwell ne peut se voir attribuer cette signification, le photon n'étant pas localisable. La non localisabilité est rendue officielle par le travail de Newton et Wigner[19] axiomatisé par Wightman.[20]

Ce particularisme du photon ne semble pas avoir troublé les physiciens, même si certains d'entre eux ont essayé de le pallier. C'est le cas de Jadczyk et Jancewicz[15] qui proposent un opérateur position pour le photon dont les composantes ne commutent pas. Je rencontre moi-même fortuitement cet opérateur et je souligne ses avantages.[2] Il me faudra une discussion sur ce sujet avec Alain Connes pour que je m'intéresse sérieusement à cet opérateur et je découvrirai plus tard, non sans surprise, qu'il intervient explicitement (mais, bien entendu, sans cette interprétation) en électrodynamique classique.[16] Des travaux ultérieurs[17,18] montreront l'unicité de cet opérateur.

Disons quelques mots sur l'intérêt présenté par cet opérateur position du photon. Pour un photon qui se trouve à peu près dans un état onde plane dans la direction Oz avec une impulsion centrée sur la valeur p , on a la relation d'incertitude

$$\Delta x \Delta y \sim \lambda^2 \tag{1}$$

où $\lambda = h/p$. Ainsi, lorsque la longueur d'onde diminue, la localisabilité transverse augmente; cette propriété est à rapprocher de celle-ci, démontrée par Poincaré[32]: un faisceau cylindrique d'ondes électromagnétiques peut être assimilé à une onde plane pourvu que sa largeur soit de l'ordre de quelques longueurs d'onde. Avec une largeur de cet ordre, vitesse de phase et vitesse de groupe du paquet d'ondes sont voisines de c . Malheureusement, une telle description n'est pas covariante puisqu'un boost peut rendre aussi grande que l'on veut la longueur d'onde. Lorsqu'on fait tendre la vitesse de groupe vers zéro, le paquet d'ondes de Poincaré conserve une "largeur" qui peut être interprétée comme décrivant l'incertitude sur la partie transverse de la position.

Cette relation d'incertitude a un autre avantage, qui heurte cependant une idée reçue. Dans [8], j'ai appelé principe unificateur d'Einstein, le principe suivant: si un phénomène comporte un paramètre continu, variant par exemple de -1 à $+1$, on ne peut évoquer deux théories distinctes, l'une valable pour la valeur -1 , l'autre pour la valeur $+1$, pour interpréter ce phénomène. Bien que non énoncé

explicitement par Einstein, c'est ce principe qui est à l'origine de la relativité restreinte. En effet, c'est en dénonçant l'existence de deux théories distinctes de l'induction qu'Einstein a été conduit à la relativité. Désignons par v la vitesse relative du circuit par rapport à l'aimant. On a $v = v_{\text{circuit}} - v_{\text{aimant}}$. Le paramètre continu $\frac{v_{\text{circuit}} - v_{\text{aimant}}}{v_{\text{circuit}} + v_{\text{aimant}}}$ prend les valeurs extrêmes ± 1 quand l'un des deux éléments, circuit ou aimant, est fixe. Puisque l'expérience montre que seule la vitesse relative intervient, il doit exister une théorie *unique relative*. C'est la relativité restreinte.

Si on admet que ce principe d'Einstein doit être élevé au rang de principe général d'une théorie physique, on est bien obligé de constater qu'il a été violé par Bohr, car le principe de complémentarité est exactement à l'opposé du principe d'Einstein. En effet, le principe de complémentarité admet qu'il y a deux façons d'interroger la nature, la façon ondulatoire et la façon corpusculaire; suivant le mode d'interrogation, on fait appel à une description ondulatoire ou une description corpusculaire. Or il y a au moins une famille d'expériences comportant un paramètre *continu* qui fait appel pour la première valeur extrême de ce paramètre à une interprétation ondulatoire et, pour l'autre valeur extrême, à une interprétation corpusculaire. La relation (1) a l'avantage de fournir une théorie unique, corpusculaire, de cette gamme d'expériences.[3] Il s'agit des interférences électroniques par deux fentes, avec source de lumière, telles qu'elles sont décrites par Feynman.[33] Soit P la puissance de la source lumineuse. On a $P = nh\nu$, où n est le nombre de photons par seconde et ν la fréquence de l'onde. Le paramètre correspondant qui varie de -1 à $+1$ est $\frac{2n - n_1 - n_{-1}}{n_1 - n_{-1}}$, où n_1 et n_{-1} sont deux valeurs arbitraires de n (P étant fixé).

2 Deuxième point

Newton et Wigner, suivis par Wightman, posent le problème des états localisés à partir des représentations du groupe de Poincaré (groupe de Lorentz inhomogène).[34] Il est naturel de resituer le problème de ce nouvel opérateur position dans un cadre unique, valable pour toutes les particules. C'est ce qui est proposé dans [3-7]. Cela revient à rejeter les axiomes de Wightman (donc, pour les particules à spin, l'opérateur dit de Newton-Wigner). On associe à chaque représentation du groupe de Poincaré un opérateur position, élément de l'algèbre enveloppante du groupe. Cet opérateur coïncide avec celui de Newton-Wigner pour les particules sans spin. Mais le spin impose la non commutativité. Surprise! l'opérateur introduit se ramène, dans le cas de la représentation de l'équation de Dirac, à celui suggéré par Schrödinger[14] pour épargner des difficultés d'interprétation de la nouvelle équation. Plusieurs ouvrages font

référence à la différence entre le x de l'équation de Dirac et l'opérateur indiqué par Schrödinger: elle décrit le fameux *zitterbewegung*.²

Reprendre les axiomes relatifs à l'opérateur position pour tous les types de particules, alors que le photon seul est rebelle, mérite quelques commentaires. Une première façon de voir ce problème a consisté à évoquer une symétrie qui mettait toutes les particules sur un même pied. J'ai nommé cette symétrie, la symétrie de de Broglie.[6] Une deuxième approche consiste à s'appuyer sur le groupe de Poincaré et exiger qu'il y ait continuité de l'opérateur position lorsque la masse tend vers zéro. La dernière méthode[11] paraît plus intéressante et peut être expliquée en quelques mots. Puisque le groupe de Poincaré est associé d'une façon générale à n'importe quel système physique libre, on déclare que tout élément construit sur les générateurs du groupe (les P_μ et les $M_{\mu\nu}$) sera appelé "observable cinématique" s'il est invariant sous l'involution $*$, cette involution étant définie à partir de $P_\mu^* = P_\mu$ et $M_{\mu\nu}^* = M_{\mu\nu}$ et de la relation $(AB)^* = B^*A^*$. En d'autres termes, on transpose le mot observable, lié traditionnellement à un opérateur self-adjoint sur un espace de Hilbert, à un élément involutif de l'algèbre enveloppante du groupe de Poincaré. Ce faisant, on ne fait que généraliser une habitude implicite, celle qui consiste à désigner par "observable énergie" un objet qui ne devient opérateur qu'une fois choisie une représentation du groupe de Poincaré. Cette décision étant prise, il n'existe plus de problème d'"opérateur position", mais un problème d'observable cinématique que l'on appellerait observable "centre de masse" et qui, dans le cas d'une représentation irréductible, coïnciderait avec l'opérateur position d'une particule.

3 Troisième point

Un travail récent[13] permet d'écarter encore plus radicalement l'opérateur position de Newton-Wigner pour les particules massives avec spin. Il est basé sur l'équation de Thomas-Bargmann-Michel-Telegdi[22-24]. On sait que cette équation décrit, de façon covariante (temps propre), l'évolution du vecteur de Pauli-Lubanski W_μ dans un champ électromagnétique uniforme $F_{\mu\nu}$. On la dérive de trois fois rien: l'invariance relativiste et l'orthogonalité de W_μ avec l'énergie-impulsion P_μ . Tout se passe comme si l'on faisait évoluer une représentation du groupe de Poincaré. Cela rappelle la méthode du schéma d'interaction. Quand on systématise cela, on obtient les équations

$$\dot{P} = -F.P \tag{2}$$

²Schrödinger cherchait à éviter les difficultés d'interprétation de l'équation de Dirac comme généralisation relativiste de l'équation de Schrödinger.

$$\dot{W} = -\frac{g}{2} F.W - \frac{g-2}{2} (W.F.P) P \quad (3)$$

où l'on a posé, pour simplifier, $e = 1$, $m = 1$, et où le point désigne une contraction sur les indices voisins. Si l'on se pose la question: est-il possible de déduire de ces équations l'évolution des générateurs $M_{\mu\nu}$?, on obtient une réponse négative *tant que l'on n'a pas pris parti en ce qui concerne l'opérateur position*. Or, si l'on décide d'adopter l'opérateur de Newton-Wigner, on obtient l'équation³

$$\dot{M} = -\frac{g}{2} F \wedge M + \left[-\frac{g-1}{2} (P.F).M + \frac{g}{2} (P.M).F \right] \wedge P + \frac{g-2}{2} (M.P) \wedge (F.P) \quad (4)$$

qui fait intervenir le moment magnétique total $\frac{g}{2}$, le moment magnétique anormal $\frac{g-2}{2}$ et un troisième moment magnétique intermédiaire $\frac{g-1}{2}$ qui ne semble pas avoir de rôle expérimental. Si l'on adopte l'opérateur position que je préconise, on obtient une équation plus esthétique n'impliquant que les moments magnétiques habituels.

$$\dot{M} = -\frac{g}{2} F \wedge M - \frac{g}{2} [(P.F).M - (P.M).F] \wedge P + \frac{g-2}{2} (M.P) \wedge F. \quad (5)$$

4 Quatrième point

L'équation TBMT n'est évidemment pas concernée par les particules sans spin et l'opérateur de Newton-Wigner coïncide avec l'opérateur retenu. Cependant les particules stables⁴ (proton, électron, neutrinos, leurs antiparticules et le photon) ont ceci de particulier: elles ont toutes un spin non nul. Il s'ensuit qu'aucune de ces particules ne possède d'états localisables, c'est-à-dire d'états pour lesquels les coordonnées x , y , z sont mesurables simultanément. Quel que soit le dispositif de mesure, il nous est interdit d'associer à ces particules des lignes d'univers, du moins au sens strict.

5 Cinquième point

Si on donne, ce qui semble justifié, une prépondérance à la physique quantique, l'espace temps doit être un dérivé de cette théorie; il résulte de ce qu'on vient de dire que l'espace de Minkowski ne peut avoir la structure microscopique

³On a posé $(F \wedge M)_{\mu\nu} = F_{\mu\rho}M^{\rho\nu} - F_{\nu\rho}M^{\rho\mu}$.

⁴J'exclue les quarks qui n'ont *a priori* rien à voir avec le groupe de Poincaré, puisqu'ils ne sont jamais libres.

qu'on lui attribue. Il est bon de souligner à ce propos qu'Einstein lui-même n'a jamais considéré cet espace que comme un objet de la physique macroscopique. Les "points" d'espace-temps qu'introduit Einstein (les événements) ont une dimension respectable, ainsi qu'en témoignent les phrases du type: "If there is a clock at point *A* of space, then an observer located at *B*..." ou "Further, we imagine that the two ends (*A* and *B*) of the rod are equipped with clocks..."[25]. Une horloge, même atomique, ne saurait, en effet, être réduite à un simple point euclidien. Il semble donc qu'il faille abandonner l'idée d'un espace de Minkowski assimilable à une variété. Quelque chose modifie l'espace à petite échelle, un quelque chose lié au spin et, comme le spin a pour unité la constante de Planck, il semble qu'il faille "quantifier" l'espace d'une certaine façon. J'ajouterais qu'une horloge est un objet macroscopique par rapport à la longueur d'onde Compton des particules stables. Cela devrait même conduire à remettre en cause l'analogie entre espace et temps...[4]

6 Sixième point

Le succès du groupe de Poincaré en physique est lié aux lois de conservation de l'énergie-impulsion et du moment angulaire et à leurs propriétés d'additivité. Soulignons qu'il est nécessaire de distinguer entre ces deux sortes de propriétés. Les premières (les lois de conservation) concernent les systèmes isolés, les secondes (les lois d'additivité) la réunion de sous-systèmes sans interaction entre eux. À chaque générateur du groupe de Poincaré correspond une loi de chaque type. Notons cependant que parmi les dix générateurs, sept seulement sont "populaires" en ce qui concerne ces lois. Il s'agit de l'énergie (translations temporelles), de l'impulsion (translations spatiales) et du moment angulaire (rotations). En ce qui concerne les boosts, la loi de conservation que leur associe le théorème de Noether est celle de la "position initiale du centre de masse", mais aucun commentaire physique n'est fait habituellement sur la loi d'additivité des boosts. Pourtant, tout théoricien des groupes "ajoute les boosts" inconsciemment lorsqu'il fait le produit direct de représentations du groupe de Poincaré. La raison en est que ce qui intervient effectivement dans les représentations du groupe de Poincaré, ce sont les opérateurs énergie-impulsion et les moments angulaires de spin (parce qu'on travaille seulement sur des observables commutantes).

Puisque les boosts sont liés à la position du système, toute modification concernant le problème de la position concerne nécessairement les boosts. Mais si l'on touche tant soit peu aux boosts, on modifie le lien entre l'impulsion et l'énergie. Une telle modification doit préserver alors dans une bonne approximation la relation

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$$

Plus exactement, cette relation doit être préservée pour la physique des particules. Il est clair que la seule perturbation possible concernera les grandes énergies, ce qui laisse prévoir des conséquences en théorie de la gravitation.

Pour la compréhension de ce qui va suivre, il me faut introduire un peu de jargon mathématique. Nous avons déjà parlé de l'algèbre enveloppante du groupe de Poincaré. Il s'agit d'une algèbre dont les éléments sont les fonctions des $M_{\mu\nu}$ et les P_μ , et pour laquelle on sait définir le commutateur de deux éléments quelconques. Une telle algèbre a une structure canonique d'algèbre de Hopf co-commutative. Pratiquement, cela signifie essentiellement que l'on sait faire le produit de deux représentations *quelles qu'elles soient* (donc, de façon abstraite); on sait, par exemple, *ajouter les moments* sans préciser s'ils sont du genre temps ou du genre lumière. On connaît la règle générale d'addition des moments angulaires, etc. Dire que l'algèbre de Hopf est co-commutative signifie qu'il revient au même, par exemple, d'ajouter l'impulsion numéro un à l'impulsion numéro deux ou d'ajouter l'impulsion numéro deux à l'impulsion numéro un. Autrement dit, lorsqu'on a un système isolé composé de deux sous-systèmes sans interaction (donc également isolés), on n'a pas besoin de dire lequel des sous-systèmes est pris en premier. Inutile de préciser que cette co-commutativité est indispensable pour la construction de l'espace de Fock associé à l'une des deux statistiques quantiques, la fermionique ou la bosonique. Cependant, les théoriciens sont tentés d'examiner les algèbres de Hopf non co-commutatives et envisagent, de ce fait, l'introduction hasardeuse de nouvelles statistiques liées aux tresses.

Examinons le lien du groupe de Poincaré et de l'espace minkowskien. Ce lien est un lien classique si l'on se place dans le cadre de la relativité restreinte. Dès 1905, de nombreux auteurs ont été tentés de décrire les particules comme des "tubes d'univers" et des difficultés sont apparues pour choisir dans ce tube la ligne d'univers qui décrirait le mouvement du centre de masse. Des difficultés de covariance tout à fait analogues étaient présentes dans les modèles étendus de l'électron. Plus tard, lorsque les modèles "classiques" de particules basés sur les variétés symplectiques du groupe de Poincaré font leur apparition[36-41], on s'aperçoit que ce type de difficultés est encore présent. Par conséquent, les problèmes liés à la localisabilité ne sont pas propres à la physique quantique. Il semblait que le coupable était le groupe de Poincaré. C'est ce que, pour ma part, j'ai cru pendant longtemps. Dans un deuxième temps[4], constatant que le groupe de Poincaré agissait sans difficulté sur le nouvel opérateur position, je pensais que l'on pouvait conserver tout à la fois le groupe de Poincaré et l'espace d'énergie-impulsion et rejeter seulement l'espace de Minkowski. Mais cela n'est pas acceptable car, si l'espace n'a pas la structure continue à petite échelle, par dualité, l'espace d'énergie-impulsion n'a pas la structure continue à grande échelle. Or les représentations du groupe de Poincaré s'appuient sur l'espace d'énergie-impulsion et l'on ne peut rejeter le groupe sans rejeter ses représentations qui en font le succès et *vice versa*. On est donc en fait amené à déformer *légèrement* le

groupe de Poincaré *aux grandes énergies*. C'est pourquoi j'ai été séduit par les déformations quantiques du groupe de Poincaré et, parmi elles, celle de Lukierski, Novicki et Ruegg[26-28] (LNR) semblait la seule qui avait l'avantage de ne toucher qu'aux grandes impulsions...

7 Septième point

Du point de vue de la physique, la déformation proposée par LNR a cependant deux défauts. D'une part, elle n'est qu'un exemple parmi d'autres d'une déformation possible du groupe de Poincaré; par possible, j'entends une déformation qui conserve les succès de ce groupe, à savoir conservation et additivité des moments angulaires et conservation et additivité des énergie-impulsions "raisonnables". Un paramètre de déformation introduit par LNR, désigné par κ , a les dimensions d'une énergie et peut être choisi arbitrairement grand. Si l'on fait abstraction du coproduit, la déformation de LNR ne concerne que le commutateur des boosts, lié justement au commutateur des composantes de l'opérateur position. Comme je l'ai mentionné plus haut, c'est seulement l'additivité des boosts qui n'a reçu jusqu'ici aucune interprétation physique.

Le deuxième défaut est plus sérieux. LNR est un groupe quantique (une algèbre de Hopf) *non co-commutatif*. J'ai dit la difficulté d'interprétation d'une algèbre de Hopf non co-commutative: il semble *a priori* impossible d'interpréter un espace de Fock tressé. Cela explique qu'on peut être à la fois séduit et déçu par la κ -déformation LNR, séduit par les relations de commutation déformées, déçu par l'impossibilité de permuter les sous-systèmes. C'est pour ces raisons qu'il est raisonnable de chercher une déformation qui conserve les relations de commutation mais change le coproduit. Fort heureusement, je parlais de cette difficulté à Alain Connes. Son verdict était clair, mais embarrassant: on peut peut-être trouver un autre coproduit, mais si on le veut co-commutatif, alors le groupe soit-disant déformé sera le groupe de Poincaré lui-même. Je me trouvais devant un dilemme.

8 Huitième point

Le travail qui a suivi consista à rechercher systématiquement toutes les déformations possibles du groupe de Poincaré. Laissant de côté le problème du coproduit, on aboutit à toute une famille de déformations dont la déformation LNR fait partie[11]. Seules ont un sens physique les relations de commutation des générateurs (transformations infinitésimales) et celles des observables physiques. C'est pourquoi il est nécessaire de faire la distinction entre énergie et générateur des translations temporelles, impulsion et générateurs des translations spatiales.

9 Neuvième point

La seule façon de sortir du dilemme que j'ai mentionné consiste à conserver l'algèbre de Poincaré ordinaire et d'y définir de nouveaux générateurs des transformations physiques ainsi que de nouvelles observables énergie, impulsion, etc. de sorte que les succès du groupe de Poincaré soient préservés. Il faut pour cela créer une nouvelle donne: les générateurs des transformations infinitésimales doivent être *a priori* distincts des observables habituelles et elles-mêmes doivent être distinctes des grandeurs additives. En somme, ce qu'il faut déformer, ce n'est pas Poincaré mais *son interprétation*. C'est pourquoi j'ai cherché à trouver, dans l'algèbre enveloppante du groupe de Poincaré⁵ des éléments qui eussent les relations de commutation générales permises dans [11]. Malheureusement, les équations différentielles auxquelles on aboutit sont difficiles à résoudre. Fort à propos Maślanka[29] a su résoudre ce problème pour la déformation de LNR. J'insiste sur le point suivant: la déformation n'apparaît que dans la nouvelle distinction à établir entre les objets suivants:

- générateurs des *véritables* transformations de rotations, boosts, translations spatiales, translations temporelles
- observables moment angulaire, position, impulsion, énergie
- les objets qui s'ajoutent (les générateurs habituels du groupe)

Cette distinction a une conséquence importante. Les objets qui s'ajoutent n'ont plus besoin d'être représentés hermitiquement. Seules les observables doivent l'être. Il s'ensuit qu'une représentation unitaire du groupe de Poincaré déformé ne coïncide pas nécessairement avec une représentation unitaire du groupe de Poincaré ordinaire et, fort heureusement, des représentations unitaires du groupe de Poincaré ordinaire qui sont sans interprétation physique *disparaissent d'elles-mêmes*.

10 Dixième point

Quelle que soit la déformation choisie, une chose est certaine: l'énergie ne peut plus être additive. Cette propriété a une conséquence importante. Si l'on prend un système composé de N baryons de masse m au repos, la masse du système n'est plus Nm . Dans le cas de la déformation NLR, on obtient, pour la masse M du système, l'expression

⁵Je ne m'intéresse qu'aux commutateurs et non à l'involution.

$$\sinh \frac{M}{2\kappa} = N \sinh \frac{m}{2\kappa}$$

Une application intéressante en découle: peut-être les physiciens avaient-ils tort de rechercher dans l'univers une matière qui ne manquait pas[12]. Je reviendrai plus loin sur ce point.

11 Onzième point

J'en arrive à la thermodynamique et à la physique statistique. Il est clair que si l'énergie perd sa propriété d'additivité, elle perd sa propriété d'extensivité en thermodynamique; l'énergie d'un gaz parfait n'est plus la somme des énergies des molécules.

Il est intéressant de mentionner, à ce stade, une difficulté de la théorie cinétique des gaz relativistes.[8] On sait comment Maxwell aboutit à sa formule de distribution des vitesses. Il utilise les deux hypothèses suivantes: 1) Indépendance des distributions suivant trois directions quelconques, 2) isotropie de l'espace. Son calcul est fait en mécanique newtonienne classique. Il aboutit à une formule du type $\exp(-\beta E)$, où E est l'énergie cinétique. Le raisonnement de Maxwell est le même, que l'on utilise les impulsions ou les vitesses puisque les vecteurs vitesse et impulsion sont proportionnels. Il n'en est plus de même en relativité restreinte et il est naturel d'examiner la validité de ce raisonnement. Si l'on admet que les impulsions relativistes ont la propriété d'additivité et commutent (ce qui est le cas dans la déformation LNR, mais aussi dans celui de Poincaré ordinaire), les deux hypothèses de Maxwell restent vraies pour les impulsions *mais non valables pour les vitesses*, dont les composantes ne commutent plus à cause du spin. Plus généralement, dans le cas d'une déformation de Poincaré arbitraire, vitesse et impulsion ne sont plus proportionnelles et le paradoxe, bien que non résolu, disparaît.

À titre d'exemple, on peut élaborer un modèle de particule non relativiste à spin qui donnerait une idée de la déformation. Désignons par E l'énergie cinétique d'une particule d'impulsion p , avec $E = \frac{p^2}{2}$ (on prend la masse égale à un). Désignons par s le spin de la particule, avec les relations de commutation habituelles entre les s_i . On pose:

$$[x_i, x_j] = -i \varepsilon_{ijk} \frac{2E_0}{(E + E_0)^2} s_k$$

$$[x_i, p_j] = i\delta_{ij}$$

$$[p_i, s_j] = 0$$

$$[x_i, s_j] = i \frac{1}{E + E_0} ((p \cdot s) \delta_{ij} - s_i p_j)$$

où E_0 est une constante. On vérifie aisément la cohérence de ces relations de commutation (identité de Jacobi). Si l'on choisit pour hamiltonien l'expression

$$H = E + \frac{\mu}{E + E_0} (p \cdot s)$$

où μ est une nouvelle constante, on vérifie que l'impulsion est une constante du mouvement, de même que s^2 , comme il se doit; on obtient, pour la vitesse v , à l'aide du commutateur de x_i avec H ,

$$v = p - \mu \frac{E - E_0}{(E + E_0)^2} s$$

avec les relations de commutation

$$[v_i, v_j] = i \varepsilon_{ijk} \mu^2 \frac{(E - E_0)^2}{(E + E_0)^4} s_k$$

mais

$$[v_i, p_j] = 0$$

On remarquera que l'énergie cinétique n'est plus égale à $\frac{1}{2} m v^2$

Le spin apporte une modification légère aux relations habituelles. Il serait intéressant de poursuivre l'investigation d'un modèle de ce type.

12 Douzième point

Mettre en cause l'extensivité d'une observable n'est pas chose nouvelle en thermodynamique. Tsallis a proposé, il y a quelque temps une entropie "déformée" non extensive.[35] Il se pourrait qu'un lien existe entre la non extensivité de ces deux grandeurs physiques, mais je ne connais aucun argument physique en faveur de l'hypothèse de Tsallis. Je voudrais plutôt attirer l'attention sur une conséquence inattendue de la non extensivité de l'énergie. Considérons un gaz parfait d'énergie totale E . Divisons l'enceinte qui contient ce gaz en deux parties égales. Nous voulons que l'énergie moyenne par unité de volume soit la même, qu'on la calcule sur la totalité du gaz, ou à partir de l'une des moitiés. La non extensivité de l'énergie impliquera la non extensivité du volume. On en déduit

que la présence d'énergie contracte le volume, un fait qui devrait avoir une incidence sur la relativité générale, en particulier sur les trous noirs et le *big bang*.

13 Treizième point

Dans la déformation proposée par LNR, l'énergie d'un système libre \tilde{H} s'exprime en fonction du générateur H des translations temporelles par la formule

$$\tilde{H} = 2\kappa \operatorname{argsinh} \left(\frac{H}{2\kappa} \right)$$

Si l'on a affaire à N points matériels au repos de masse m , on aura $H = Nm$. On aura l'illusion d'avoir seulement N' points matériels, avec

$$\sinh \left(\frac{N'm}{2\kappa} \right) = N \sinh \left(\frac{m}{2\kappa} \right)$$

et l'on aura l'impression que de la matière manque. L'expression "point matériel" est à prendre dans un sens large. Il peut s'agir de particules, mais il peut également s'agir d'étoiles. Un calcul simple montre que, lorsque κ est de l'ordre de 10^{34} joules, on a $N' \sim N$ pour une étoile composée de 10^{51} baryons (au repos); avec cette même valeur, en remplaçant les baryons par des étoiles de ce type, on a, pour une galaxie composée de 10^{12} étoiles (au repos), on a N' de l'ordre de $N/10$. Quatre-vingt-dix pour cent de la matière semble manquer.

Le seul problème dans ce calcul un peu simpliste réside dans l'énormité de la constante de déformation κ . Il faut cependant mentionner 1) qu'il y a d'autres déformations possibles de Poincaré, 2) que le calcul ne tient pas compte de la cinématique interne.

14 Quatorzième point

C'est le point le plus délicat. Si l'on est autorisé à s'éloigner de l'additivité de l'énergie, c'est essentiellement parce que l'énergie a un spectre continu. Le problème est différent en ce qui concerne le nombre de particules. On est donc amené à préserver le caractère extensif du nombre de particules. Pour les mêmes raisons, la charge électrique, le nombre baryonique gardent leur caractère d'extensivité. Apparaît alors nettement une distinction entre le champ électromagnétique et le champ gravifique: *seul le premier a des sources*

quantifiées. Ne serait-ce pas l'indication que seul le premier champ possède des quanta d'énergie?

15 Quinzième point

La géométrie non commutative tire son inspiration de l'idée de Heisenberg qui a consisté à remplacer les observables classiques q_i, p_i que sont les coordonnées canoniques de l'espace des phases par des observables quantiques Q_i, P_i qui ne commutent pas. C'est Born qui a remarqué que Heisenberg faisait en fait du calcul matriciel, d'où le nom de mécanique des matrices donné à cette physique quantique. L'espace des phases classique est construit facilement si l'on a affaire à un système de points matériels dotés d'une masse. La physique quantique ignore les points matériels; elle ne connaît que les particules et ces particules ont deux propriétés ignorées par la mécanique classique, à savoir la possibilité d'une masse nulle et l'existence du spin.⁶ Comme l'existence du spin pour les particules stables (y compris pour le photon et le neutrino) oblige à considérer un opérateur position dont les composantes ne commutent pas, on est simplement amené à rendre un peu moins commutatif l'espace des phases quantique de Heisenberg. Il reste à prendre sérieusement en considération cet espace-là.

16 Conclusion

Tout semble bousculé dans les fondements des théories physiques par la non localisabilité du photon mais, ce qui est grave, c'est que l'électrodynamique quantique (EDQ) repose sur l'espace de Minkowski et on ne voit pas ce que l'on peut mettre à la place de cet espace. On remarquera que l'espace de Minkowski perd sa signification d'ensemble d'événements dès que l'on entre dans le cadre de l'EDQ. Le fait que temps et espace soient mis sur un même pied en relativité restreinte, alors que l'on conserve un opérateur position et une théorie de la mesure quantique qui fait jouer au temps le rôle d'un paramètre, est une situation à première vue contradictoire. Les succès indiscutables de EDQ ne peuvent être remis en cause. Notons cependant que le rôle de l'espace de Minkowski en EDQ est des plus réduits, c'est celui de support pour un formalisme lagrangien permettant d'établir une notion de localité, notion qui est d'ailleurs bafouée par la renormalisation. Les calculs par graphes de Feynman se font dans l'espace des moments et non dans l'espace de Minkowski, ce qui fait jouer à ce dernier un rôle secondaire.

⁶On notera cependant la possibilité d'extension de l'espace des phases classique en variété symplectique non triviale pour tenir compte du spin des particules.^[36-41]

L'électrodynamique quantique repose d'abord sur la notion de champ libre. Rien ne nous empêche, en partant d'une quelconque déformation du groupe de Poincaré, de construire une représentation de Fock pour le photon et une autre pour l'électron. Nous aurons ainsi construit les "champs libres" sans la notion de champ. Le seul élément qui manquera pour obtenir une électrodynamique complète est une "recette" pour construire un hamiltonien d'interaction. On peut penser que le problème de l'opérateur position pour un groupe de Poincaré déformé aura un rôle à jouer. Ce problème fera l'objet d'une prochaine publication.

Notons un paradoxe pour terminer: la géométrie non commutative est née de considérations sur l'espace des phases par Heisenberg mais, jusqu'ici, cet espace des phases quantique n'a pas pris en physique la place qui font de lui le premier des espaces non commutatifs, l'espace non commutatif type.

Il est intéressant de préciser les places respectives du groupe de Poincaré et de sa déformation dans la physique. Pour cela, il est tentant de décomposer la physique en trois parties suivant les propriétés de l'espace que l'on envisage pour étudier les systèmes isolés. Nous appellerons l'espace associé à l'espace de Minkowski le *méso-espace* (ou *espace mésoscopique*), celui associé à la cosmologie, le *macro-espace* (ou *espace macroscopique*) et celui où la constante κ doit jouer un rôle, le *micro-espace* (ou *espace microscopique*). Si l'on examine les symétries de ces différents espaces, en se situant par rapport à la physique de la relativité restreinte, on est conduit au tableau suivant:

	Isotropie	Homogénéité	Renversement de temps	Boosts
<i>Macro-espace</i>	oui	oui	non	non
<i>Méso-espace</i>	oui	oui	oui	oui
<i>Micro-espace</i>	oui	oui	non	non

Il existe des principes de correspondance entre les trois types de théorie. On passe du macro-espace au méso-espace en faisant tendre le rayon de l'univers R vers l'infini et du micro-espace au méso-espace en faisant tendre la constante κ vers l'infini.

Nous avons montré le lien qui existait entre la structure microscopique de l'espace et les boosts. Ce lien fait que la notion d'observateur galiléen est essentiellement une notion de l'espace mésoscopique. Les transformations de Poincaré ne forment un groupe de dimension dix que pour cette physique du méso-espace; ce groupe provient de la "simplification" du groupe de κ -

Poincaré, groupe de dimension infinie, lorsque la constante κ tend vers l'infini. Soulignons que l'introduction de la constante κ oblige à mettre en cause la notion de renversement de temps, ce qui pourrait peut-être se trouver à l'origine d'une explication de la croissance de l'entropie des systèmes isolés.

Dans l'article de la référence [8], nous avons souligné le fait que l'on ne saurait prendre sérieusement en considération des boosts importants sans contredire l'analyse d'Einstein sur la mesure des distances et des intervalles de temps à l'aide de règles et de signaux lumineux. C'est la raison pour laquelle nous avons écrit "non" dans la case correspondant aux boosts. On peut conjecturer que la non invariance du renversement de temps (*big bang* oblige) est liée aux boosts par des arguments analogues à ceux utilisés à propos du micro-espace.

L'une des conséquences les plus remarquables mérite d'être soulignée. il s'agit de la dissociation du temps et de l'espace, dès que l'on s'écarte de la physique de la relativité restreinte.

Références

- [1] R.H. Stuewer, *The Compton Effect* (Science History Publications, New York, 1975).
- [2] H. Bacry, J. Phys. A14, L73 (1981).
- [3] H. Bacry, Ann. Inst.H. Poincaré, 49, 245 (1988).
- [4] H. Bacry, *Localizability and Space in Quantum Physics*, Lecture Notes in Physics, vol. 108 (Springer-Verlag, 1988).
- [5] H. Bacry, in Proc. of the International Symposium on Spacetime Symmetries (24-28th May 1988), North-Holland, 1989.
- [6] H. Bacry, in V. V. Dodonov and V. I. Man'ko (Editors), Lectures Notes in Physics n° 382, pp. 331-338, Springer-Verlag (1991).
- [7] H. Bacry, Ann. Inst. H. Poinc., 56, 345 (1992).
- [8] H. Bacry, Int. Journ. Th. Phys. 32, 1281 (1993).
- [9] H. Bacry, Phys. Lett. B306, 41 (1993).
- [10] H. Bacry, Phys. Lett. B306, 44 (1993).
- [11] H. Bacry, Journ. Phys. A26, 5413 (1993).
- [12] H. Bacry, Phys. Lett. B.317, 523 (1993).
- [13] H. Bacry, *A Generalized Interpretation of the Lorentz and Thomas-Bargmann-Michel-Telegdi Equation* (soumis pour publication).
- [14] E. Schrödinger, *Collected Papers*, vol. 3, Austr. Acad. of Science, Vienne, 1984.
- [15] A. Z. Jadczyk et B. Jancewicz, Bull. Acad. Pol. Sc. 21, 447 (1973).
- [16] I. Bialynicki-Birula et Z. Bialynicka-Birula, *Quantum Electrodynamics*, Pergamon Press, 1975.
- [17] D. R. Grigore, J. Math. Phys. 30, 2646 (1989).

- [18] C. Duval, J. Elhadad et G. M. Tuynman, *J. Diff. Geom.* **36**, 331 (1992).
- [19] T. D. Newton and E. P. Wigner, *Rev. Mod. Phys.* **21**, 400 (1949).
- [20] A. S. Wightman, *Rev. Mod. Phys.* **34**, 845 (1962).
- [21] G. W. Mackey, *Colloquium Lectures to the American Mathematical Society*, Stillwater, Oklahoma Aug. 29-Sept. 1, 1961.
- [22] L. H. Thomas, *Nature* **117**, 514 (1926).
- [23] L. H. Thomas, *Phil. Mag.* **3**, 1 (1927).
- [24] V. Bargman, L. Michel, and V.L. Telegdi, *Phys. Rev. Lett.* **2**, 435 (1959).
- [25] A. Einstein, *The Collected Papers of Albert Einstein*, vol. 2, Princeton University Press (1989).
- [26] J. Lukierski, A. Nowicki, H. Ruegg, and V. N. Tolstoy *Phys. Lett.* **B264**, 331 (1991).
- [27] J. Lukierski, A. Nowicki, and H. Ruegg, *Phys. Lett.* **B271**, 321 (1991).
- [28] J. Lukierski, A. Nowicki, and H. Ruegg, *Phys. Lett.* **B293**, 344 (1992).
- [29] P. Maślanka, *Deformation map and Hermitean Representations of κ -Poincaré algebra*, pré tirage Lodz (avril 1993).
- [30] A. Connes, *Géométrie non commutative*, Interditions, Paris (1990).
- [31] A. Connes, *Non Commutative Geometry*, à paraître.
- [32] H. Poincaré, *Théorie mathématique de la lumière* (Georges Carré, Paris, 1892).
- [33] R. P. Feynman, R. B. Leighton and M. Sands, *The Feynman Lectures in Physics*, vol. 3, Chapter 1, Addison-Wesley, 1965.
- [34] E. P. Wigner, *Annals of Math.* **40**, 149 (1939).
- [35] C. Tsallis, *J. Stat. Phys.* **52**, 479 (1988).
- [36] H. Bacry, *Comm. Math. Phys.* **5**, 97 (1967).
- [37] J.-M. Souriau, *Cptes Rend. Acad. Sci.* **263**, B1191 (1966).
- [38] J.-M. Souriau, *Structure des systèmes dynamiques*, Dunod, Paris (1970).
- [39] R. Arens, *Comm. Math. Phys.* **21**, 125 (1971).
- [40] R. Arens, *Comm. Math. Phys.* **21**, 139 (1971).
- [41] R. Arens, *J. Math. Phys.*, **12**, 2415 (1971).