

Zeitschrift: Bündner Schulblatt = Bollettino scolastico grigione = Fegl scolastic grischun
Herausgeber: Lehrpersonen Graubünden
Band: 39 (1979-1980)
Heft: 6

Artikel: Zur Situation des Mathematikunterrichts
Autor: Arquint, Domenic
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-356622>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 16.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Zur Situation des Mathematik- unterrichts

Domenic Arquint, Davos

Nach den hitzigen Diskussionen der Mitte 70iger Jahre, die in der Öffentlichkeit unter Zuhilfenahme sämtlicher Massenmedien geführt wurden, ist Ruhe im Zusammenhang mit der Neuen Mathematik eingeleitet. Doch kann heute niemand sagen, ob damit das Thema selbst abgeschlossen ist, weil sich die Standpunkte angenähert haben, oder ob es nur die Ruhe vor einem neuen Sturm ist.

In dieser Situation ist es sicher von Vorteil, einmal in Form einer Rückschau den Gründen nachzugehen, die diesem schulischen Thema zu derartiger Publizität verhalf. Eine solche Analyse kann jedoch nur ein Versuch sein und niemals den Anspruch auf Vollständigkeit erheben.

Zunächst wird zu fragen sein, wie es überhaupt zu dieser Reform kam und wie sie durchgeführt wurde. Die Frage nach ihrer Charakterisierung wird uns zur Frage der Lernziele des Mathematikunterrichts führen. Damit haben wir dann den Schlüssel in der Hand, die Reaktionen bestimmter Bevölkerungsgruppen, der Lehrer, der Mathematiker und der Eltern richtig einzuschätzen. Zum Schluss werden wir uns fragen, wie die Reform fortgeführt werden soll.

Gründe, die zur Reform führten

Es wird häufig vergessen, dass die jüngst vergangene Reform nicht die erste des Mathematikunterrichts war. Sie

reicht sich vielmehr ein in eine Reihe von Reformen, mit der seit Pestalozzi Namen wie Kühnel, Dienes und Wittmann verbunden sind.

Ein Vergleich der Reform des Jahres 1968 mit der Reform aus dem Jahre 1976 zeigt, dass die Ziele der Reformen sich entsprechen. Stets standen die sogenannten formalen Ziele des Mathematikunterrichts (Förderung der Denkfähigkeit, des Problemlöseverhaltens und des richtigen Argumentierens) im Vordergrund. Stets wurde vor der unreflektierten Übernahme formelmässiger Lösungsverfahren gewarnt. Aber immer wieder steht und stand der Mathematikunterricht in Gefahr, ins Formale und Mechanische abzugleiten. Offenbar bedarf der Mathematikunterricht von Zeit zu Zeit eines gewissen Anstosses, um wieder die eigentlichen Ziele in den Vordergrund zu stellen.

Der Anstoss kam diesmal weitgehend von der psychologischen Seite her. Durch die Grundlagenforschungen von Piaget, Bruner und Gagné wurde der Lernprozess des Kindes untersucht, wobei sich herausstellte, dass das kindliche Lernen eigenen Bedingungen unterworfen ist und in ganz bestimmter Weise verläuft. Eine Bestandaufnahme im Mathematikunterricht zeigte jedoch, dass diese Bedingungen nicht gegeben waren. Hier ist vor allem an das operative Vorgehen gedacht, das u. a. den Einsatz konkreter Arbeitsmaterialien fordert.

Auch das Operieren mit Mengen konnte psychologisch begründet werden (siehe Invarianzversuche von Piaget!)

Anders ist es dagegen mit der mathematischen Fachsprache. Diese benützt Begriffe und Schreibweisen der Mengenalgebra und wird sowohl an der Hochschule wie in jedem Fachbuch ganz selbstverständlich benutzt. Die Frage stellt sich, wieweit man unbesehen diese Fachsprache in die Schulstufe hereinholen kann, ohne das kindliche Denkvermögen zu überfordern.

Die Fachmathematik wird zunehmend geprägt durch den Strukturgedanken. Mit Hilfe der algebraischen und topologischen Strukturen gelang in den letzten Jahrzehnten ein einheitlicher Aufbau der gesamten Mathematik. Zentrale Grundbegriffe dieser Strukturmathematik sind die Begriffe Menge und Funktion. Mit ihrer Hilfe konnte diese Vereinheitlichung der mathematischen Teilgebiete erreicht werden. Die Schulmathematik folgte hier der allgemeinen mathematischen Entwicklung. Allerdings ist dabei die Verwendung des Mengenbegriffs ungleich gravierender in das Bewusstsein der Öffentlichkeit gerückt. Die verstärkte Verwendung des Funktionsbegriffs ist aus zwei Gründen weitgehend unbemerkt geblieben. Erstens war der Funktionsbegriff immer schon – wenn auch weniger allgemein – fester Bestandteil der Schulmathematik, also wurde seine Verwendung nicht als zu revolutionär empfunden. Zweitens erscheint der Funktionsbegriff dank der intensiven didaktischen Forschungen der letzten Jahre in ganz verschiedenartigen Konkretisierungen im Unterricht (z. B. als Maschine, in Pfeildiagrammen, als Bruch, als Tabelle, als geom. Abbildung usw.).

Die Empfehlungen aus Deutschland aus dem Jahre 1968 begründeten die Modernisierung des Mathematikunterrichts

durch den Fortschritt der Mathematik selbst, mit der zu weckenden Einsicht in naturwissenschaftliche Betrachtungsweise, in der Beseitigung des Lehrermangels und vor allem mit der Förderung des naturwissenschaftlichen Nachwuchses, von dem das wirtschaftliche Wachstum abhängt.

Heute jedoch müssen wir uns fragen, ob es genügt, die Notwendigkeit der Reform eines Schulfaches ausschliesslich ökonomisch zu begründen. Solche Bedenken sind um so mehr angezeigt, als durch die Reform ja kaum mathematisch-naturwissenschaftliche Betrachtungsweisen in den Mathematikunterricht einbezogen wurden (z. B. Anwendungsgebiete aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik).

Eine Begründung des Schulfaches Mathematik und seiner Reform muss heute sicher breiter geschehen.

Durchführung der Reform

Im hitzigen Gefecht der Diskussion um die Modernisierung des Mathematikunterrichts in der Volksschule wurde zu wenig beachtet, dass es sich hierbei um ein internationales Problem handelt, wenn auch die praktischen Vorschläge und die Akzentuierung der Zielvorstellungen zum Teil auseinandergehen. Die Diskussion ist bei uns einseitig auf die BRD ausgerichtet gewesen, wobei schon ab 1960 die UNESCO mehrfach Initiativen zur Reform des Mathematikunterrichts ergriffen hat. Trotzdem kann es von Nutzen sein, kurz einen Blick auf Deutschland zu werfen, wo 1968 der entscheidende Anstoss zur Reform des Mathematikunterrichts gegeben wurde. Heute nach 12jähriger Praxis können Fehlentwicklungen und Mängel objektiver beurteilt und für unsere schweizerische oder bündnerische Situation fruchtbar gemacht werden.

- Die Reformpläne gingen wohl von einer Konzeption aus, die rein innermathematischen Ansprüchen genügte, sie gingen zu wenig oder überhaupt nicht ein auf die psychologische Grundlage des Mathematiklernens und der intendierten Änderung des Lehr- und Lernverhaltens.
- Die Autorität der Konferenz sämtlicher Kultusminister der Länder gab der Reform ein markantes Zeichen. Im Nachhinein ist jedoch zu fragen, ob es günstig war, einen genau definierten Termin zu nennen, von dem an die Richtlinien verbindlich wurden. Einerseits wurde dadurch zwar die Reformbewegung auf breiter Front eingeleitet, andererseits hat man aber wohl die Probleme der Lehrerfortbildung und der Elterninformation unterschätzt. Beides wurde bis zum angesetzten Termin und auch weit darüber hinaus nicht ausreichend geleistet.
- Dazu kam eine Entwicklung bei der Formulierung der Lernziele, die sehr fragwürdig erscheint. Man stellt fest, dass hier in «deutscher Gründlichkeit» die Lernziele in explizite Formulierungen führen von zahlreichen Feinlernzielen, in die Operationalisierung und ihre Kontrolle, so dass man Gefahr läuft, bei einem stereotypen und formalistischen Mathematikunterricht zu landen.

Charakterisierung der Reform

Im folgenden soll versucht werden, im Rückblick die Reform zu charakterisieren. Das kann

- erstens aufgrund der formulierten Lernziele,
 - zweitens bezüglich der mathematischen Inhalte,
 - und drittens bezüglich der didaktischen Erneuerungen geschehen.
- Die Lernzieldiskussion wurde zwar allgemein pädagogisch geführt, sie brachte jedoch auch für den Mathematikunterricht und seine Reform neue Aspekte, die bei der Einführung derselben noch nicht so klar gesehen wurden. Es würde zu weit führen, die gesamte Diskussion, die um die allgemeinen Lernziele geführt wurde, darzustellen. Heute ist ein gewisser Abschluss durch die Arbeiten von Heinrich Winter erreicht, deren Ergebnisse hier nach E. Wittmann ganz grob wiedergegeben werden.
- Der Wert dieses Lernzielkatalogs kann nicht hoch genug eingeschätzt werden. Einmal dient er dazu, den Mathematikunterricht und seine Reform vor der Öffentlichkeit zu begründen. Zum anderen liegen hier konkrete Zielsetzungen vor, nach denen jede einzelne Unterrichtsstunde ausgerichtet werden kann. Andererseits ist aber anhand dieses Katalogs unschwer zu erkennen, dass hiermit nicht eindeutig konkrete mathematische Inhalte abgeleitet werden können. Die *inhaltliche* Seite der Reform ist überschätzt bzw. unter dem Schlagwort «Mengenlehre» einseitig dargestellt worden. Mit der gleichen Berechtigung hätte die Reform auch «Relationslehre» oder «Funktionslehre» heißen können. Diese Grundlagen wurden vor allem aus zwei Gründen in den Schulstoff aufgenommen:
- dadurch sind, wie bereits erwähnt, Grundbegriffe und elementare Grundlagen der Mathematik zum Gegenstand des Unterrichts geworden, die es erlauben, die klassischen Themen der Schulmathematik vereinheitlichend darzustellen.
 - Gerade die genannten Themen bieten, etwa die Mengenverknüpfungen und Relationen, ausreichend

kindgemässe Situationen, den Kindern angemessene Probleme, die sie aus eigener Kraft lösen können, vorzulegen.

Die genannten Aspekte: Lernziel Diskussion, inhaltliche Erweiterungen und da-

zu noch zu nennen sind die didaktisch-methodischen Erneuerungen (zu denen auch eine Intensivierung des Gruppenunterrichts zu rechnen ist), sind zweifellos die wichtigsten der vergangenen Reform.

	<i>Lernziele für den Unterricht</i>	<i>Allgemeinmenschliche Fähigkeiten, Haltungen</i>	<i>Aspekte des Menschen</i>
Kognitive Strategien	argumentieren (beweisen)	Dialogfähigkeit	Der Mensch als erkennendes, sprechendes Wesen
	sich kreativ verhalten	allgemeine Kreativität	Der Mensch als schöpferisches (spielendes) Wesen
	mathematisieren	Beschreibung und Nutzung der Welt mit math.-technisch.-naturwissenschaftlichen Mitteln	Der Mensch als gestaltendes, wirtschaftendes Wesen
intellektuelle Techniken	klassifizieren	Bilden von abstrakten Begriffen	Der Mensch verschafft sich Ordnung und Übersicht durch:
	ordnen	Unterscheiden anordnen	
	generalisieren konkretisieren	Fortsetzung über punktuelle Erfahrungen hinaus	
	analogisieren	Herstellung von Entsprechungen zur wechselseitigen Erhellung	
	formalisieren	schriftliche Notation (Schemata, Diagramme, Skizzen, Symbole, Terme, Gleichungen...)	

Reaktionen auf die Reform

Die zunächst von der Reform Betroffenen waren die *Lehrer*. Viele von ihnen sahen das Wesentliche der Reform in den neuen Inhalten und nicht in einer Änderung des Lehr- und Lernverhaltens (siehe allgemeine Lernziele). Der Schwerpunkt des Unterrichts lag auf der Vermittlung mathematischen Wissens mit Einbeziehung der einschlägigen Definitionen, Symbole und Begriffsbildungen, aber unter Vernachlässigung der psychologischen Bedingungen beim Kind.

Ein weiteres Problem stellte sich für die Lehrer erst später heraus, und zwar das der *Stofffülle*. Es zeigte sich, dass die unterrichtliche Behandlung der neuen Inhalte sehr viel Zeit kostete und der herkömmliche Stoff nicht verringert worden war. Dieses Problem ist nun erkannt, und es bieten sich vor allem zwei Lösungsmöglichkeiten an: einmal wird bei der Überarbeitung der Lehrpläne auch gleichzeitig eine Durchforstung der neuen Inhalte durchgeführt, nicht etwa in dem Sinn, dass die Mengenlehre wieder abgeschafft wird, sondern im Hinblick auf eine Verringerung des Stoffangebots. Zum zweiten müssen die Inhalte der Mathematik stärker integriert behandelt werden. So werden z. B. die Mengenoperationen mit der Arithmetik verkoppelt. Strukturbegriffe wie Menge, Funktion usw. werden nicht mehr als eigenständige Inhalte, sondern im Zusammenhang mit der Arithmetik auftauchen.

Verunsichert wurde dann aber ein Grossteil der *Elternschaft* durch die pauschalierenden Presseberichte über die Stellungnahme der Ärzte (durch Titel wie «Mengenlehre macht krank»...), aber auch durch Leserbriefe und Kommentare eines kleinen Teils der Elternschaft, der gewohnt war, die Hausauf-

gaben der Kinder zu überwachen und mit ihnen mitzuarbeiten. Dieser Teil der Elternschaft stand nun zum ersten Mal vor der Situation, den Kindern, selbst den Erstklässern, nicht mehr bei den Aufgaben helfen zu können — einer Situation, in der sich der grösste Teil der Eltern immer befindet, insbesondere dann, wenn die Kinder ins Gymnasium oder in die Sekundarschule gehen.

Die Verunsicherung und die Abneigung, die manche Eltern gegen die Mathematik in der Primarstufe hegen, überträgt sich dann auch auf die Kinder und beeinträchtigt den Lernprozess. Hier hilft wohl nur behutsames Vorgehen von seiten der Lehrer und Überzeugung durch den Unterricht selbst.

Ein Fehler ist sicher auch bei jenen akademischen *Fachmathematikern* zu suchen, die ohne Kenntnis der Volksschulsituation und ohne sich die Mühe zu nehmen, sowohl Eltern wie Lehrer einzuführen, Welt und Sprache der modernen Mathematik in einem elitären Fachjargon zu erklären versuchten (und notwendigerweise scheitern mussten). Wo man sich vielleicht sogar besser in der Umgangssprache ausdrücken kann, soll man es tun — schliesslich geht es um die Sache und nicht um die Beherrschung einer universitären Geheimsprache.

Nur eine Gruppe konnte sich in diesem Reformkarussell nicht zu Wort melden, das waren aber gerade die Hauptbeteiligten, nämlich die *Kinder* selbst.

Aufgrund zahlreicher Diskussionen in Lehrerkreisen glaube ich feststellen zu können, dass da, wo der Lehrer einen durchdachten und ideenreichen Unterricht gibt, die Kinder recht positiv auf die Mathematik reagieren.

Schwierigkeiten und Unlust bei den Kindern treten u. a. bei folgenden Umständen ein:

- wenn die Motivation fehlt, zu schwach oder zu gesucht ist,
- wenn die Lerninhalte die Kinder unterfordern,
- wenn die Kinder keine Gelegenheit haben, sich selbst mit dem Lerninhalt auseinanderzusetzen,
- wenn die Unterrichtsform nicht gewechselt wird,
- wenn die Sprache zur Darstellung der mathematischen Sachverhalte unnatürlich ist,
- wenn zu oft und zu lange mechanisch geübt wird.

Diese Kriterien sind heute durch die allgemeine und spezielle Didaktik belegt und begründet worden.

Fortführung der Reform

Eine Revision muss zuerst bei den Lehrplänen ansetzen und dann natürlich in den Schülerarbeitsbüchern ihren Niederschlag finden.

Ein Grossteil der Lehrerschaft scheint die zentralen Ideen der Reform verstanden zu haben und sich mit ihnen zu identifizieren. Es kommt jetzt darauf an, den Lehrern gezielte Hilfen an die Hand zu geben, diese Ideen auch in die Unterrichtspraxis umzusetzen.

Rechnen mit den Fingern

Domenic Arquint, Davos

Kleine Kinder lernen das Rechnen zuerst und besonders einprägsam mit Hilfe ihrer Finger. Leider haben sie nur zehn davon, und deshalb wird der Gebrauch der Finger meist auch auf das Rechnen im Zahlenraum bis 10 beschränkt.

Es gibt aber Tricks, mit denen man die Finger auch zum Rechnen über 10 hin-

aus und vor allem zum Multiplizieren (das sowieso schwieriger ist als das Addieren und Subtrahieren) verwenden kann. Diese Tricks müssen im Unterricht nicht begründet werden, es genügt, sie den Schülern zu «verraten», um sie zu eifrigem Kopfrechnen anzu-spornen – denn schliesslich müssen die Ergebnisse, die die Finger auf geheimnisvolle Weise liefern, auch kontrolliert werden!

Die im folgenden angegebenen Tricks können bei der Übung des «Kleinen Einmaleins» helfen, sind aber auch für Einzelstunden verwendbar.

1. Neunerzahlen

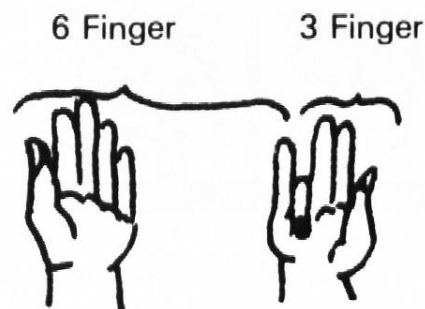
Die Neunerreihe zeichnet sich vor anderen Multiplikationsreihen durch eine schöne Regelmässigkeit aus: die Quersumme der Zahlen ist immer 9. Dabei wächst die Zehnerziffer immer um 1, während die Einerziffer entsprechend abnimmt:

09 – 18 – 27 – 36 – 45 – 54 – ...

Mit neun Fingern kann man deshalb jede Zahl der Neunerreihe zeigen. Ein Teil der Finger muss die Zehnerziffer, der andere die Einerziffer anzeigen. Das erreicht man so:

Beispiel: 7×9

Der siebte Finger wird abgeknickt, die übrigen (stehenden) Finger zeigen das Ergebnis an.



$$7 \times 9 = 63$$

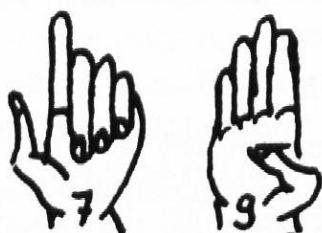
Die Finger beider Hände werden also für den Faktor, mit dem 9 multipliziert wird, verwendet. Für das Produkt 3×9 wird entsprechend der 3. Finger abgeknickt (9 bleiben stehen), links vom abgeknickten Finger zeigen zwei stehende die Zehnerzahl, rechts 7 stehende Finger die Einerzahl an.

2. Die «Milchmädchenrechnung»

Diese hat in unserem Fall nicht nur den Vorteil, dass sie sehr leicht durchzuführen ist, sie liefert auch immer richtige Ergebnisse.

Anzuwenden ist der Trick auf alle Produkte zwischen 5×5 und 10×10 . Hier sind jetzt zwei Faktoren wichtig. Kein Problem — wir haben ja auch zwei Hände. Wenn jede von ihnen den «Überschuss» über 5 angibt, sind die beiden Faktoren eindeutig bestimmt.

1. *Beispiel:* 7×9



stehende Finger: $2 + 4 = 6$ (Zehner)
 abgeknickte Finger: $3 \times 1 = 3$ (Einer)
 Ergebnis: $7 \times 9 = 63$

2. *Beispiel:* 6×7

Hier rechnet man ganz genauso, wenn auch die Finger das Ergebnis nicht ganz unmittelbar anzeigen:

stehende Finger: $1 + 2 = 3$ (Zehner)
 abgeknickte Finger: $4 \times 3 = 12$ (Einer)
 Ergebnis: $6 \times 7 = 30 + 12 = 42$

Diesen Trick muss man selbst an einigen Beispielen üben, bevor man ihn vorführen kann. Und genauso lernen ihn die Schüler: indem sie nachahmen, was ihnen der Lehrer vormacht, und es dann selbst an immer neuen Beispielen probieren. Die dabei sicher aufkommende Frage, warum die stehenden Finger addiert und die abgeknickten multipliziert werden müssen, wird durch die Aufforderung zu neuen Versuchen beantwortet: wenn man den Trick so einfach erklären könnte, wäre er ja kein Trick mehr!



Dipl. Ing. E. WILLI AG

**SANITÄR
HEIZUNG
LÜFTUNG**

spezialisiert auf Schulhaus-
und Hallenbad-Bauten

Chur Arosa
Flims Lenzerheide