

Zeitschrift: Jahresbericht der Geographischen Gesellschaft von Bern
Herausgeber: Geographische Gesellschaft Bern
Band: 18 (1900-1902)

Artikel: Die Verteilung der mittleren Höhe in der Schweiz
Autor: Liez, H.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-322395>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 29.11.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

I.

Die Verteilung der mittleren Höhe in der Schweiz.

Von Dr. *H. Liez*.

Mit fünf Tabellen und zwei Karten (Taf. I—VII).

Einleitung.¹⁾

Die Verteilung der Massenerhebungen innerhalb eines grösseren oder kleineren Gebietes ist für viele geophysikalische Fragen von grossem Interesse. So ist jüngst gezeigt worden, dass die Massenerhebung auf die Lage der Höhengrenzen von Einfluss ist; zu diesem Resultat kam *E. Imhof*²⁾ für die Waldgrenze und *J. Jegerlehner*³⁾ für die Schneegrenze in der Schweiz. Es treten nach *Imhof* zwei Gebiete mit sehr hoher Waldgrenze scharf hervor, das Engadin und seine Nachbartäler — ohne Bergell — einerseits, das Wallis und besonders der zentrale Teil des südlichen Wallis vom Simplon bis zum Bagnetal andererseits. Entsprechendes fand *Jegerlehner* für die Schneegrenze. Vergleicht man die Karte der Waldisohypsen von *E. Imhof* oder die der Linien gleicher Höhe der Schneegrenze von *J. Jegerlehner* mit einer hypsometrischen Karte der Schweiz, so sieht man auf den ersten Blick, dass die Gebiete grösster Höhe der Waldgrenze wie

¹⁾ Die vorliegende Arbeit wurde im geographischen Institut der Universität Bern ausgeführt. Meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. *Ed. Brückner*, gestatte ich mir an dieser Stelle, für die mir hierbei gewährte Unterstützung durch Rat und Tat meinen verbindlichsten Dank auszusprechen. Desgleichen möchte ich Herrn *W. Schüle*, Ingenieur am eidgenössischen topographischen Bureau in Bern, der mir bei der Fehlerrechnung zur Seite stand, meinen besten Dank sagen.

²⁾ *E. Imhof*, Die Waldgrenze in der Schweiz; Beiträge zur Geophysik, Bd. IV, Heft 3. Leipzig 1900.

³⁾ *J. Jegerlehner*, Die Schneegrenze in der Schweiz; ebenda, Bd. V, Heft 3. Leipzig 1902.

der Schneegrenze scharf und prägnant mit den Gebieten der höchsten Massenerhebung des Gebirges zusammenfallen. Dies wird um so eindrucklicher, als nicht nur die Nordalpen, sondern auch das zwischen Wallis und Engadin gelegene Tessin trotz seiner südlichen Lage und seiner südlichen Abdachung eine weniger hohe Wald- und Schneegrenze aufweist. In dieser Erscheinung liegt ein Spezialfall des allgemeinen Gesetzes, dass die Vegetationsgrenzen überhaupt mit zunehmender Massenerhebung steigen. Dieses Gesetz wurde von den Gebrüdern *Schlagintweit*¹⁾ und seither wiederholt ausgesprochen, so für die Schweiz besonders von *H. Christ*²⁾. Aber für eine quantitative Bestimmung der Abhängigkeit zwischen Massenerhebung und Höhengrenzen fehlte bisher durchaus die Grundlage, nämlich die Kenntnis dieser Massenerhebung, anders ausgedrückt: die Kenntnis der mittleren Höhe der einzelnen kleineren Gebiete der Schweiz.

Auch für andere Fragen ist die Kenntnis der Verteilung der mittleren Höhe von Bedeutung, so für die Frage nach den Lotablenkungen. Bei Gelegenheit der Gradmessungen machte man die Erfahrung, dass astronomisch beobachtete Breitenunterschiede zweier Orte mit den trigonometrisch ermittelten Entfernungen derselben oft nicht stimmten. Das wurde vor allem in der Nähe von Gebirgen konstatiert und erkannt, dass solche Störungen in einer Ablenkung der Lotlinie durch die Einwirkung der einseitigen Massenanhäufung des Gebirges ihren Grund haben. Um den Betrag der Ablenkung für einen bestimmten Ort berechnen zu können, bedarf man wieder der Kenntnis der Masse des Gebirges, die als Produkt des Volumens und der Gesteinsdichte gefunden wird.

Auch für morphologische Fragen kann die Kenntnis der mittleren Höhe einzelner Gebiete von Nutzen sein. Das Alpengebirge verdankt seine heutige Form der Abtragung. Suchen wir die abgetragenen Massen zu ersetzen, so kommen wir weit über die Höhe der heutigen Gipfel hinaus. Vergleichen wir die mittlere Höhe eines Gebietes mit der Höhe seiner höchsten Gipfel, so ergibt sich uns als Differenz beider Werte annähernd die mittlere Dicke der Schicht, die mindestens in dem betreffenden Gebiet

¹⁾ *A. und H. Schlagintweit*, Neue Untersuchungen über die physikalische Geographie und Geologie der Alpen, S. 598 ff. Leipzig 1854.

²⁾ *H. Christ*, Pflanzenleben der Schweiz, S. 355. Zürich 1879.

abgetragen worden ist, und bei Multiplikation dieser Höhendifferenz mit der Grundfläche ein Minimalwert für das abgetragene Gesteinsvolumen. Man erhält so einen unteren Grenzwert für den Betrag der Denudation, die seit der Entstehung der Alpen stattgefunden hat.

Um für derartige Untersuchungen die nötige Grundlage zu gewinnen, wurde die folgende Arbeit auf Anregung des Herrn Prof. Dr. *Ed. Brückner* im geographischen Institut der Universität Bern ausgeführt. Meine Aufgabe bestand darin, zunächst das ganze Gebiet der Schweiz in einzelne kleine, natürlich begrenzte Gebiete zu zerlegen und hierauf für jedes dieser Gebiete die mittlere Höhe zu bestimmen. Dabei ist unter der mittleren Höhe eines Gebiets die Höhe jenes massiven Plateaus zu verstehen, in welches ein Gebirge ohne Aenderung seiner Grundfläche und seines Volumens durch vollständige Ausebnung oder Planierung verwandelt werden würde.

I. Methodologischer Teil.

Wahl der zu planierenden Einheiten. Von Bedeutung war die Wahl der Einheiten, die planiert werden sollten. Die topographische Karte gibt, mit gewissen Einschränkungen hinsichtlich der Genauigkeit, für jeden Punkt — also für unendlich kleine Flächen — **die Höhe an**. Gerade aber wegen dieser Kleinheit der Flächen ist sie nicht geeignet zur Lösung von Fragen wie z. B. die nach der Ursache der Hebung der Höhengrenzen; hierfür sind mehr die grossen Züge der Höhenverteilung massgebend. Ich entschloss mich, bei meinen Planierungen die Einheiten ungefähr ebenso gross zu wählen, wie das bei den Arbeiten von *Imhof* und *Jegerlehner* für die Waldgrenze und die Schneegrenze geschehen war, d. i. im Mittel zwischen 200 und 300 km².

Von vornherein war es klar, dass bei der Umgrenzung der zu planierenden Gebiete von den politischen Grenzen abgesehen werden musste. Immerhin boten sich auch dann noch zwei Wege, das Gebiet in einzelne Teile zu zerlegen, um für diese die mittlere Höhe zu bestimmen. Ich konnte einmal von mathematischen Figuren ausgehen, z. B. das ganze Gebiet in gleichseitige Dreiecke, Sechsecke oder Quadrate zerlegen, und für jede Figur die mittlere Höhe bestimmen; eventuell wäre auch das

Gebiet in 2-, 3- oder 5'-Felder zu zerlegen gewesen. Ich habe es jedoch vorgezogen, von einer Abgrenzung dieser Art, die doch immer eine unnatürliche bleibt, abzusehen und lieber möglichst natürliche, morphologische Einheiten zu wählen. Ich befolgte hierbei die von *A. Böhm*¹⁾ aufgestellten Prinzipien der Alpen-einteilung, wie das auch *Imhof* und *Jegerlehner* für ihre Bestimmungen der Höhengrenzen taten.

Bei einer natürlichen Einteilung der Alpen ist die Physiognomie des Gebirges, die in deren oroplastischem und geologischem Bau begründet ist, in möglichst ausgedehnter Weise zu berücksichtigen, d. h. das Gebirge ist so zu gruppieren, dass stets solche Gebirgsteile in einer Gruppe sich zusammenfinden, die in allen ihren wesentlichen Eigenschaften, wie Gestalt, Höhenlage, Material, Aufbau und Anordnung, Aehnlichkeit und Beziehungen erkennen lassen. Als natürliche Grenzen der einzelnen Gruppen empfiehlt *A. Böhm* die Täler; es ist unter sonst gleichen Umständen die Grenze durch jenes Tal zu leiten, das uns als die bedeutendste Unterbrechung des Gebirges entgegentritt. Der Verlauf der Flüsse, führt *A. Böhm* aus, entspricht nicht immer den Grundzügen der Gebirgsplastik. Ich habe mich den Prinzipien *A. Böhms* im ganzen und grossen angeschlossen; wo jedoch Gebiete als solche zu gross geworden wären, habe ich diese durch Linien, die keine Tiefenlinien ersten Ranges sind, geteilt. Zu einer Teilung dieser Art ist es jedoch nur einige Male in den höchsten Regionen der Alpen gekommen.

Kartenmaterial. Gute Karten sind die unumgängliche Grundlage für eine Einteilung der Alpen, sowie für eine Bestimmung der mittleren Höhe der einzelnen Gruppen. Für die Schweiz liegen drei Kartenwerke vor: Der topographische Atlas der Schweiz im Massstab der Originalaufnahmen — die sog. Siegfriedkarte — für Jura, Mittelland und Voralpen im Massstab 1:25 000, für die Hochalpen im Massstab 1:50 000; dann die Dufourkarte mit Massstab 1:100 000; endlich die neue eidgenössische Schulwandkarte im Massstab 1:200 000.

Von der Benutzung des topographischen Atlas der Schweiz der Siegfriedkarte, musste ich absehen, da der Massstab ein viel zu grosser und vor allen Dingen kein einheitlicher ist. Ferner

¹⁾ *A. Böhm*, Einteilung der Ostalpen; Geographische Abhandlungen von *A. Penck*, Bd. I, Heft 3, S. 318. Wien 1886.

wäre die Durchführung der Arbeit auf dieser Karte mit einem unverhältnismässigen Zeitaufwande verbunden gewesen, ohne dass das Resultat in gleichem Masse an Wert gewonnen hätte. Die Dufourkarte enthält keine Isohypsen, sie fällt deshalb zur Bestimmung der mittleren Höhe ausser Betracht.

Ich habe daher als Unterlage zu meiner Arbeit die eidgenössische Schulwandkarte im Massstab von 1:200 000 benutzt. Auf dieser Karte liess sich auch eine Gebirgseinteilung nach dem Prinzip *A. Böhms* ohne Schwierigkeit durchführen.

Da die Güte der Karte auf die Genauigkeit meiner Resultate von weitgehendstem Einfluss ist, so möchte ich auf die Anlage dieser Karte auf Grund von Mitteilungen des eidgenössischen topographischen Bureaus etwas näher eingehen. Als Projektion ist die Bonnesche gewählt worden; die Karte hat also die für uns notwendige Eigenschaft der Flächentreue. Die Schnittpunkte des Gradnetzes sind auf ein rechtwinkliges ebenes Koordinatensystem bezogen, für das die Sternwarte Bern den Nullpunkt bildet. Für alle astronomisch und für eine grosse Anzahl trigonometrisch festgelegter Punkte in der Schweiz und im Auslande wurden dann nach den Resultaten der internationalen Gradmessung die Koordinaten in Bezug auf dieses System berechnet. Auf diese Weise entstand ein festes Gerippe als Basis für die Kartenzeichnung. Die einzelnen Punkte wurden direkt auf die Lithographiesteine mit Hilfe eines auf 0,1 mm genau arbeitenden Koordinatographen aufgetragen und bilden die Repèrepunkte für die Kartenzeichnung, die dem neuesten, besten Kartenmaterial entnommen wurde. Benutzt wurden für die Schweiz die Blätter der Siegfriedkarte 1:25 000 und 1:50 000 mit den neuesten Nachträgen, für Oesterreich, das Deutsche Reich und Italien die Originalaufnahmen im Massstab 1:25 000. Diese Kurvenkarten wurden jeweilen photographisch auf den Massstab 1:200 000 reduziert und die Reduktion derart bearbeitet, dass die Einzelheiten dem Massstab der Karte und ihrem Zweck angepasst wurden. Für das in den Rahmen der Karte fallende französische Gebiet konnten die Kurven direkt der französischen Karte 1:200 000 entnommen werden.¹⁾ Wiedergegeben wurden die Höhenkurven von 100 zu 100 m und nur gelegentlich auch solche von 50 und 25 m Aequidistanz.

¹⁾ Carte de France, en 82 feuilles, gravure sur zinc en 6 couleurs, avec courbes de niveau.

Daraus geht hervor, dass die Schulwandkarte die zum Zweck der vorliegenden Arbeit geeignete Grundlage bildet.

Ausführung der Einteilung. Vom eidgenössischen topographischen Bureau wurde mir ein Exemplar der Schulwandkarte zur Verfügung gestellt, das nur Flüsse, Strassen, Eisenbahnen, Ortsnamen und Isohypsen enthielt. In dieses Exemplar zeichnete ich die Grenzen der Gruppen ein, wobei, wo es nötig war, die Siegfriedkarte konsultiert wurde. Eine Reproduktion dieser Karte mit den Grenzen der einzelnen Gebiete kann im Originalmassstab nicht erfolgen; die beigegebene Karte Tafel VI enthält im Massstab 1:1 400 000 die Grenzen, die Isohypsen jedoch nicht.

Nicht das ganze Areal der Schulwandkarte wurde eingeteilt und gemessen; vielmehr blieben einige Gebiete am Rande fort, teils weil sie zu weit wegliegen, um in den Rahmen der Arbeit, die doch speziell die Schweiz betrifft, zu passen, teils weil sie nicht vollständig abgebildet waren, da der Kartenrand sie abschnitt. Das Aufhören der detaillierten Einteilung auf der Karte I lässt keinen Zweifel darüber, wo unsere Arbeit ihre Grenzen fand.

Die Einteilung wurde in der Weise vorgenommen, dass ich zuerst die Grenzen zwischen dem Jura und dem Mittelland und hierauf zwischen diesem und den Alpen einzeichnete. Es kamen hier einzig und allein die orographischen Verhältnisse in Betracht. Diese Grenzen sind auf der Karte Taf. VI durch dickere Linien markiert.

Wohl kaum ist eine natürliche Grenze schärfer ausgesprochen als die zwischen dem Jura und dem Mittelland; während wir nämlich im Jura eine deutlich ausgeprägte rostförmige Gliederung und Anordnung der Käme von Südwest nach Nordost haben, finden wir im Mittelland gar keine oder eine radiale Gliederung vor. Berücksichtigen wir dieses, so ergibt sich die Abgrenzung zwischen Jura und Mittelland wie folgt: Collonges, in der Richtung nach Gex, Divonne, Gimel, Bière, Romainmôtier, Baulmes, Concise, St-Aubin, Boudry, Neuenburg, Neuenstadt, Biel, Lengnau, Selzach, Niederbipp, Oensingen, Olten, Aarau, Wildeggen, Meltingen, Baden, im Bogen nach Dielsdorf, Eglisau und von hier nach Schaffhausen.

Ebenso ist es nicht schwer, eine korrekte Abgrenzung des Mittellandes gegen die Alpen durchzuführen. Besteht einmal ein

scharfer Unterschied der Alpen gegen das Mittelland schon darin, dass die Höhen der ersteren die des letzteren bedeutend überragen und viel schroffere Formen aufweisen als diese, so ist das Ausschlaggebende wiederum in dem Streichen der Alpenketten, in der Anordnung der Kämme zu suchen: im Mittelland radiale Gliederung, also ein Streichen der Kämme nach allen Richtungen, in den Alpen ein deutlich ausgesprochenes Streichen der Hauptkämme von Südwesten nach Nordosten. Hiernach ergibt sich die Grenze des Mittellandes gegen die Alpen durch folgende Punkte: Veyrier, südlich von Thonon, Vevey, Châtel-St-Denis, Vaulruz, La Roche, Plaffeien, südlich von Guggisberg, Wattenwil, Steffisburg, Schangnau, Escholzmatt, Schüpfheim, Entlebuch, Malter, Rotkreuz, Cham, Zug, Menzingen, Richterswil, Lachen, Uznach, 3 km südlich von Herisau, St. Gallen, Rorschach.

Auf eine Beschreibung der Grenzen der einzelnen Gruppen muss ich des Raumes wegen verzichten. Ich tue es ohne Bedenken, da ein Blick auf die beigegebene Karte Taf. VI dieselben mit ausreichender Sicherheit erkennen lässt. Ein Exemplar der Schulwandkarte, das die Grenzen sämtlicher Gebiete im Original enthält, verbleibt im Archiv des geographischen Instituts der Universität Bern.

Die Anzahl der Gebiete, sowie deren mittlere Grösse und deren Extreme gehen für die drei Landesteile aus nachfolgenden Zusammenstellungen hervor:

	Gemessenes Gesamtareal	Zahl der Gruppen	Mittlere Grösse einer Gruppe	Kleinste Gruppe 1)	Grösste Gruppe 1)
Jura . . .	11 342 km ²	40	257 km ²	56 km ²	791 km ²
Mittelland .	12 110 »	56	216 »	14 »	491 »
Alpen . . .	39 229 »	138	284 »	51 »	714 »

Methoden zur Bestimmung der mittleren Höhe. Zur Bestimmung der mittleren Höhe grösserer oder kleinerer Gebiete sind verschiedene Methoden benutzt worden. Sind in einem Gebiete zahlreiche Höhenmessungen gleichmässig über die Gesamtfläche verteilt, so ergibt das arithmetische Mittel derselben die mittlere Höhe jenes Gebietes. Allein jene Voraussetzung ist wohl nirgends erfüllt; darum hat man von jeher auf diese Methode verzichtet und andere Wege zur Bestimmung der mittleren Höhe eingeschlagen.

1) Von den Seen abgesehen.

Seit *A. v. Humboldts* erstem Versuch in dieser Richtung sind mehrfach Querprofile dazu herangezogen worden. Für jedes derselben wird die mittlere Höhe bestimmt, und das arithmetische Mittel der Höhe je zweier aufeinander folgender Profile ergibt die mittlere Höhe des dazwischen liegenden Streifen Landes. In vervollkommneter Weise ist noch kürzlich diese Methode von *Heiderich*¹⁾ für die Bestimmung der mittleren Höhe angewendet worden. Für kleine Gebiete aber ist sie wenig brauchbar, wenn man nicht die Profile sehr dicht legt, was sehr mühsam ist.

Die neueren Bestimmungen der mittleren Höhe stützen sich fast stets auf Isohypsenkarten; auf diesen werden die von den einzelnen Isohypsen eingeschlossenen Flächen gemessen und danach das Volumen des Gebietes bestimmt. Aus dem Volumen ergibt sich durch Division durch die Grundfläche die mittlere Höhe. Die Bestimmung der mittleren Höhe stützt sich also hierbei auf eine Volumbestimmung.

Zur Volumbestimmung eines Gebietes können die Isohypsenflächen in zweierlei Weise benutzt werden. Am nächsten liegt ein Verfahren, das zuerst von *Kořistka*²⁾ im Jahre 1858 eingeschlagen wurde. Dieser Forscher entwickelte die Formel, die zwar längst unter dem Namen der *Simpsonschen* Näherungsformel bekannt ist, deren erstmalige orometrische Anwendung jedoch ein Verdienst von *Kořistka* ist. *Kořistkas* einschlägige Publikation ist bis vor kurzem unbeachtet geblieben, so dass vor fünf Jahren dieselbe Formel in ganz selbständiger Weise von Paul *Elfert*³⁾ abgeleitet und zum Vorschlage gebracht werden konnte, worauf *F. Heiderich* auf die diesbezügliche Priorität *Kořistkas* hinwies.⁴⁾

Man denke sich einen Gebirgsstock durch eine Reihe von äquidistanten Isohypsenflächen in einzelne Scheiben von der Höhe *a* zerschnitten. Jede dieser Scheiben kann angenähert als ein

1) *Franz Heiderich*, Die mittlere Höhe Afrikas; Petermanns Mitteilungen, Bd. 34, 1888, S. 209.

2) *Karl Kořistka*, Studien über die Methoden und die Benützung hypsometrischer Arbeiten, nachgewiesen an den Niveauverhältnissen der Umgebungen von Prag. Gotha, Justus Perthes, 1858.

3) *P. Elfert*, Volumetrische Berechnung von Gebirgen mittelst des Prismatoids. Petermanns Mitteilungen, Bd. 33, 1887, S. 245.

4) *S. Heiderich*, a. a. O., S. 210.

Prismatoid aufgefasst werden. Ihr Volumen v ist dann nach der Simpsonschen Formel

$$v = \frac{a}{6} (J_1 + 4J_2 + J_3),$$

wo J_1 und J_3 die obere und die untere Grundfläche, J_2 die Fläche eines zwischen J_1 und J_3 liegenden Mittelschnittes bedeutet. So gestattet die Messung der Isohypsenflächen J_1 , J_2 und J_3 den Rauminhalt des zwischen J_1 und J_3 liegenden scheibenförmigen Körpers zu berechnen. Verföhrt man so mit allen Scheiben, so erhält man das Volumen des betreffenden Gebirgskörpers.

Es ergibt sich bei äquidistanten Isohypsenflächen $J_1, J_3, J_5 \dots$ und deren Mittelschnitten $J_2, J_4, J_6 \dots$ als Gesamtvolumen V

$$\begin{aligned} V &= \frac{a}{6} (J_1 + 4J_2 + J_3) + \frac{a}{6} (J_3 + 4J_4 + J_5) + \dots \\ &\quad + \frac{a}{6} (J_{2n-1} + 4J_{2n} + J_{2n+1}) = \\ &= \frac{a}{6} [J_1 + 2(J_3 + J_5 + \dots + J_{2n-1}) + J_{2n+1} + 4(J_2 + J_4 + \dots + J_{2n})] \end{aligned}$$

Die mittlere Höhe findet man dann durch Division des Gesamtvolumens durch die Grundfläche.

Weit bequemer ist die Ableitung des Volumens aus der sog. hypsographischen Kurve¹⁾. Man trägt die durch planimetrische Messung erhaltenen Flächeninhalte der einzelnen Isohypsenflächen als Abszissen in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein und hierauf die Höhen der Isohypsenflächen als Ordinaten. Die erhaltene Kurve stellt das Gesetz der Abnahme der Isohypsenflächen mit wachsender Höhe dar, und die von der Kurve und den beiden Achsen eingeschlossene ebene Fläche ist offenbar dem Volumen des Gebirgskörpers proportional. Man hat daher nur den Inhalt der Fläche zu messen, um das Volumen des Gebirgskörpers zu erhalten. Die mittlere Höhe desselben berechnet sich dann aus dem Flächeninhalt der Figur, indem man denselben durch die Länge der grössten Abszisse dividiert. Die Genauig-

¹⁾ Vergl. *Penck*, Morphologie der Erdoberfläche, Bd. I, S. 43. Stuttgart 1894.

keit dieser Methode und ihre Vorzüge sind von *Führenkranz*¹⁾ und *A. Böhm*²⁾ diskutiert worden.

Für meine Arbeit konnte nur diese letzte Methode als die einfachste und rascheste in Betracht kommen. Die Konstruktion der Kurven wurde vermitteltst der von *Heiderich* empfohlenen Hilfslinien durchgeführt. Es wurden zunächst die von den verschiedenen Isohypsen umschlossenen Areale als Abszissen, die Höhen derselben als Ordinaten auf Millimeterpapier abgetragen und hierauf die erhaltenen Punkte durch Gerade verbunden. Die hypsographische Kurve wurde nun so gezogen, dass sie die Winkel, unter denen sich jene Geraden in den Endpunkten der Ordinaten schnitten, genau halbierte.

Bei der Berechnung des Gebirgsvolumens bin ich in folgender Weise verfahren: Für jede einzelne Gebirgsgruppe suchte ich den höchsten und den tiefsten Punkt nach der Karte auf, wobei ich, soweit diese der eidgenössischen Schulwandkarte nicht direkt zu entnehmen waren, die Siegfriedkarte zu Hilfe nahm. Zur Konstruktion der Kurve verwendete ich ausgewähltes Millimeterpapier. Dasselbe wurde, da es nie mathematisch genau ist, auf seine Verzerrung hin geprüft und die Verzerrung berücksichtigt. Die hypsographische Kurve wurde hierauf nach der oben angegebenen Methode gezeichnet. Das von der Kurve und den Achsen eingeschlossene Areal wurde mittelst eines Polarplanimeters gemessen. So erhielt ich, indem ich die Einheiten (partes) des Instrumentes in mm^2 und hierauf diese entsprechend dem für die Kurve gewählten Massstab in km^3 verwandelte, das Volumen. Das letztere durch die Grundfläche dividiert ergab die mittlere Höhe des betreffenden Gebiets. Dies Verfahren habe ich für jedes einzelne Gebiet durchgeführt.

Ausführung der Arbeit. Die erste und langwierigste Aufgabe, die als Vorbedingung zur weiteren volumetrischen Berechnung zu betrachten ist, bestand in der Ausmessung der Grundfläche und der einzelnen Isohypsenflächen jedes Gebiets. Dies

1) *J. Führenkranz*, Untersuchungen über die Genauigkeit der hypsographischen Kurve. Bericht über das XIV. Vereinsjahr, erstattet vom Verein der Geographen der Universität Wien, S. 36. Wien 1888.

2) *A. Böhm*, Ueber die Genauigkeit der Bestimmung von Gebirgsvolumen und mittlerer Massenerhebung; Verhandlungen des VIII. Deutschen Geographentages. Berlin 1889.

geschah mit Hilfe eines im Besitz des geographischen Instituts der Universität Bern befindlichen Amslerschen Polarplanimeters (mit der Fabrikationsnummer 14 021) auf der eidgenössischen Schulwandkarte im Massstabe 1:200 000. Ich bestimmte zunächst die Grundfläche, d. i. das Gesamtareal der betreffenden Gruppe und hierauf die von den einzelnen Isohypsen eingeschlossenen Flächen. Im Jura und Mittelland wurden die Isohypsenflächen von 200, 400, 600, 800, 1000 m u. s. w. gemessen, in den Alpen die von 200, 600, 1000, 1400 m u. s. w.; dabei wurde jede Fläche fünfmal gemessen und als Resultat das aus diesen fünf Messungen gebildete arithmetrische Mittel genommen. Die Führung des Leitstiftes war bei allen Messungen im Sinne gegen den Uhrzeiger, da sich durch Versuche herausgestellt hatte, dass Messungen im Sinne des Uhrzeigers weniger genau ausfielen, als solche im Sinne gegen den Uhrzeiger, weil die Führung des Leitstiftes im Sinne des Uhrzeigers der Hand weniger bequem war.

Bei dem von mir benutzten Polarplanimeter entspricht der Wert zwischen zwei Teilstrichen auf dem Zylinder 1 cm². Mit voller Sicherheit lassen sich aber noch Zehntel dieses Wertes schätzen, und zwar genauer mit freiem Auge als mit dem angebrachten Nonius. Diese Zehntel, von denen jedes also 10 mm² entspricht, werden im nachfolgenden stets als partes oder als Planimetereinheiten verstanden.

Es wurden gemessen:

m Jura . . .	45	Gruppen	199	Flächen	995	Messungen,
m Mittelland .	59	»	175	»	875	»
n den Alpen .	166	»	1037	»	5185	»
n der Poebene	4	»	9	»	45	»
Seen	16	»	23	»	115	»
Insgesamt	290	Gruppen	1443	Flächen	7215	Messungen.

In diesen 290 Gruppen befinden sich auch diejenigen Flächen, welche wegen der auf S. 18 dargelegten Fehlerbestimmung gemessen, deren mittlere Höhe aber nicht berechnet wurde. Daher ist die Zahl grösser als oben S. 7 angegeben.

Fehlerbestimmung. Bekanntlich ist jede Messung, die man vornehmen mag, mit unvermeidlichen Fehlern behaftet, die zum

Teil von der Unvollkommenheit des Instrumentes herrühren, zum Teil in der Ungenauigkeit der angestellten Beobachtungen selbst ihren Grund haben.

Bei der vorliegenden Arbeit handelt es sich erstens um Messung der Isohypsenflächen und zweitens um Konstruktion und Messung der hypsographischen Kurve. Dementsprechend wollen wir erst die Fehler der Planimetrierung auf der Karte, sowie deren Einfluss auf die resultierende mittlere Höhe zu bestimmen suchen und hierauf die Fehler aus der Konstruktion und Messung der hypsographischen Kurve betrachten.

Fehler bei der Planimetrierung der Isohypsenflächen.

Wenn es sich um Flächenermittlungen auf Karten mit Hilfe des Planimeters handelt, kommen folgende Fehlerquellen für eine genauere Untersuchung in Betracht:

1. Der Papiereinsprung, das ist die Deformierung der Papierfläche nach erfolgtem Druck der Karte.
2. Die Instrumentalfehler als Wirkungen aller Ungenauigkeiten im Bau des Instrumentes.
3. Die reinen Messungsfehler, d. h. Beobachtungsfehler, die unabhängig sind vom Messinstrument.

Die verschiedenen Fehler müssen wir ihrer Grösse nach zu bestimmen suchen, um dieselben in die Rechnung einführen zu können und ein Kriterium über den Grad der Genauigkeit der gewonnenen Resultate der Flächenmessung zu erhalten.

Papiereinsprung. Der Feuchtigkeitsverlust des Papiers nach erfolgtem Druck bewirkt eine Zusammenziehung, also eine Flächenverminderung. Der Einsprung ist aber nicht nach allen Richtungen gleichmässig; er nimmt einen grösseren Wert in der Richtung quer zur Papierfaser an, also quer zur Papierbahn, einen kleineren in der Richtung der Faser und variiert überdies von Blatt zu Blatt.

Die genaue Massgrösse jedes der vier Blätter der Schulwandkarte beträgt 925 mm in der Ost-Westlinie, 600 mm in der Nord-Südlinie; dementsprechend misst die unverzerrte Fläche 555 000 mm². Durch direkte Vergleichung am Normalmeter des eidg. topographischen Bureaus liessen sich folgende Blattgrössen des Gebrauchsexemplars feststellen:

	Blatt NW	NE	SW	SE
	mm	mm	mm	mm
Randlinie oben	923.5	923.9	923.3	923.0
» unten	924.0	923.6	923.5	923.6
» links	599.0	598.1	598.0	598.1
» rechts	598.1	597.9	598.0	598.7

Aus den in der Tabelle enthaltenen Werten können ohne weiteres die genauen Beträge der Papierdeformierung abgeleitet werden.

Instrumentalfehler und Konstante des Instrumentes. Zur Prüfung und Justierung des Planimeters wird demselben ein fester Metallstab beigegeben, welcher gestattet, Kreise von Radien zwischen 2 und 8 cm absolut genau zu umfahren. Die Richtigkeit der Einteilung dieses Stabes wurde durch Vergleichen mit dem Normalmeter des eidg. topographischen Bureaus nachgewiesen.

In erster Linie galt es nun zu prüfen, ob die Skala des verwendeten Planimeters frei von Teilungsfehlern ist. Mit unverändertem Pol ist dieselbe Fläche mehrmals umfahren worden, so dass stets andere Teile der Skala zur Ablesung gelangten. Hierbei hat sich Gleichheit der Differenzen herausgestellt. Damit war der Nachweis erbracht worden, dass wahrnehmbare Skalenteilungsfehler nicht vorliegen.

Eine weitere Prüfung sollte dartun, in welcher Weise bei der Messung kleiner Flächen der Winkel der beiden Schenkel des Instrumentes die Resultate beeinflusst. Es sind hierbei ausschliesslich kleine Flächen vorausgesetzt, bei deren Umfahrung der Winkel, den die Schenkel bilden, nur unbedeutend verändert wird; denn bei ausgedehnteren Flächen ist annähernd konstante Winkelstellung sowieso ausgeschlossen. Es zeigte sich, dass mit spitzer werdendem Winkel die Werte allgemach zunehmen. Die grössten erreichten Differenzen stellen sich nahezu auf 2 %; doch kann das für die Güte der ganzen Flächenermittlung nicht ins Gewicht fallen, einmal weil naturgemäss Schenkelstellungen nahe bei 0° und 180° vermieden wurden, sodann weil eben überhaupt nur sehr kleine Flächen von diesem Fehler betroffen werden können. Von einer systematischen Beeinflussung der Ergebnisse kann also keine Rede sein.

Es ist augenscheinlich, dass angesichts der bedeutenden Anzahl von Flächenermittlungen die Bestimmung der Konstante des Planimeters von hervorragender Wichtigkeit ist. Diesem Punkte wurde alle Sorgfalt zugewendet. Es wurden unter Zugrundelegung eines Kreises von 8 cm Radius als Messfläche 112 Einzelbestimmungen vorgenommen, wobei die Lage des festen Pols und die Skalenstellung von Fall zu Fall wechselten. Den Radius von 8 cm darf man, wie bereits hervorgehoben, als absolut genau annehmen. Somit berechnet sich der Inhalt des damit gezogenen Kreises zu 20 106 mm². Als Mittelwert der 112 Planimetermessungen wurde erhalten 2006.3 ± 0.45 partes. Die Konstante des Instrumentes wird folglich dargestellt durch den Quotienten

$$\frac{20106}{2006.3 \pm 0.45} = 10,0214 \text{ mm}^2 \pm 0.0023.$$

Die Aufführung sämtlicher Messungen darf wohl ohne Bedenken unterbleiben. Mehr Interesse vermag dagegen eine tabellarische Zusammenstellung der Abweichungen vom Mittelwert zu bieten.

Grösse der Abweichung (in partes angegeben)	Anzahl der Fälle
0.0 bis 2.5	41
2.6 » 5.0	33
5.1 » 7.5	27
7.6 » 10.0	9
> 10.0	2
Total	112

Von den 112 Messungen weichen 101 nicht mehr als um 7.5 partes = 0.37 % des Inhaltes vom Mittelwert ab. In 90 % der sämtlichen Messungen erreichen also die Abweichungen vom Mittelwert im Höchstbetrage 0.37 % der Fläche, in 66 % nur 0.25 % der Fläche. Der mittlere Fehler einer einzelnen

Messung wird nach der Formel $m = \pm \sqrt{\frac{[v v]}{n-1}}$ zu ± 4.7 partes gefunden, und als mittlerer Fehler des Resultates ergibt sich

$$M = \frac{m}{\sqrt{n}} = \frac{4.7}{\sqrt{112}} = \pm 0.45 \text{ partes.}$$

Für die Fläche des Normalkreises von 8 cm Radius beträgt der Instrumentalfehler für *eine* Messung ± 4.7 partes = ± 2.34 ‰ der Fläche und für eine Serie von 5 Messungen

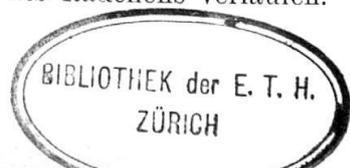
$$\frac{2.34}{\sqrt{5}} = \pm 1.05 \text{ ‰.}$$

Strenge betrachtet sind auch bei diesen Bestimmungen noch Beobachtungsfehler mit im Spiele; es sei darauf hingewiesen, dass beispielsweise am Schlusse der Umfahrung durch nicht genaues Wiedereinstellen des Fahrstiftes auf den Ausgangspunkt Messungsunterschiede entstehen, die nicht auf Rechnung des Instrumentes gesetzt werden dürfen. Es geht daraus hervor, dass es überhaupt nicht gelingt, eine absolute Sonderung von Instrumental- und Beobachtungsfehlern durchzuführen.

Beobachtungsfehler. Wird unter dieser Bezeichnung noch einer besondern Art von Fehlern Erwähnung getan, so ist Bedingung, dass eine Fehlerquelle existiert, die im vorhergehenden Abschnitt als vermieden bezeichnet werden konnte. Abstrahieren wir von den Ungenauigkeiten der Ablesung — übrigens eines, wie man sich leicht überzeugt, überaus geringfügigen Fehlers — und von der Ungenauigkeit im Wiedereinstellen des Fahrstiftes¹⁾, so bleibt in der Tat für diese Rubrik nur eine einzige besondere Fehlerquelle übrig, nämlich die Abweichungen des Fahrstiftes von der gegebenen Peripherie der Flächen infolge unexakter Führung. Dieser Fehler war bei den früheren Untersuchungen durch den fixen Radius faktisch aufgehoben. Um ihn etwas näher zu ergründen, fassen wir die fünfmal wiederholten Messungen jeder einzelnen Fläche ins Auge.

Da es von Bedeutung ist, zu erfahren, wie sich die Grössen der Flächen zu den zu befürchtenden Fehlern verhalten, wurden Kategorien von Flächen gebildet; jede Kategorie umfasste

¹⁾ Die letztere wurde dadurch vermieden, dass stets die Stelle, auf die der Fahrstift wieder eingestellt werden musste, zu Beginn der Messung der Fläche durch Eindrücken der Spitze des Fahrstiftes markiert wurde. Beim Schluss der Messung wurde die Spitze des Stiftes wieder in das Loch gesetzt. Dabei wurde der Haltepunkt derart gewählt, dass er auf ein Wegstück des Leitstiftes fiel, auf dem die Bewegung des Planimeterrädchens besonders langsam erfolgte. Es ist das auf Kurvenstücken der Fall, die bei der betreffenden Position des Poles des Planimeters in der Richtung der Achse des Rädchens verlaufen.



fünf einzelne Flächen. Die Areale bewegten sich in folgenden Grenzen: 0—10 cm², 10—20, 20—40, 40—60, 60—80, 80—100, 100—150, 150—200, 200—250 cm².

Aus den 5 Messungen einer Fläche wurde der mittlere Fehler des Mittels gebildet und hierauf aus den mittleren Fehlern der 5 Flächen einer jeden Grössenkategorie der Mittelwert dieses mittleren Fehlers abgeleitet, welcher somit für die betreffende Grössenkategorie charakteristisch ist. In diesen Fehlern sind offenbar nicht nur die Beobachtungsfehler, sondern auch die Instrumentalfehler enthalten. Bezüglich dieser letzteren ist hervorzuheben, dass sie beim Uebergang von den partes auf Flächenmass ein zweites Mal in Rechnung fallen; denn bei dieser Verwandlung sind sie, wie wir gesehen haben, an den Wert der Konstante geknüpft. Dabei ist stillschweigend die Voraussetzung gemacht worden, dass der mittlere Fehler der Konstante des Instruments, wie er aus dem Normalkreise von 8 cm Radius ermittelt wurde, allgemeine Gültigkeit besitze. Die nachfolgende Tabelle gibt eine Uebersicht über die erhaltenen Werte.

Mittlerer Fehler eines aus 5 Messungen gewonnenen Resultates.

Grösse der Flächen	Gesamtfehler		Instrument- fehler ‰
	in partes	in ‰ der Fläche	
0—10 cm ²	± 0.38	± 9.50	± 0.23
10—20 »	0.37	3.08	»
20—40 »	0.32	0.94	»
40—60 »	0.36	0.52	»
60—80 »	0.36	0.52	»
80—100 »	0.41	0.57	»
100—150 »	0.49	0.41	»
150—200 »	0.40	0.24	»
200—250 »	0.56	0.26	»

Eine noch bessere Uebersicht vermittelt eine graphische Darstellung der Resultate (Fig. 1). Die Flächen sind als Abszissen, die Gesamtfehler (in ‰) als Ordinaten abgetragen.

Vor allem fällt der regelmässige Verlauf der Fehlerkurve auf; kleine noch darin vorkommende Unregelmässigkeiten würden bei vermehrten Messungen jedenfalls verschwinden. Sehr deutlich tritt hervor, wie die Unsicherheit bei kleiner werdenden Flächen ungemein rasch ansteigt. Als markante Fläche ver-

dient diejenige von 30 cm² (Quadrat von 5.5 cm Seite) mit einem mittleren Fehler von 1^{0/00} Erwähnung. Für grössere Flächen ist der mittlere Fehler ein sehr geringer, während er bei kleineren rasch wächst und bei solchen von ungefähr 5 cm² 1^{0/0} erreicht.

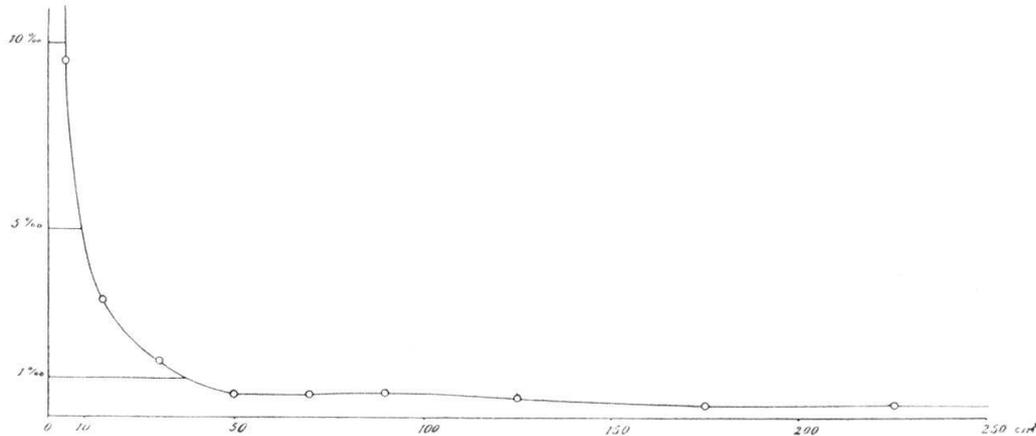


Fig. 1. Der mittlere Fehler eines aus 5 Messungen gewonnenen Resultates in seiner Abhängigkeit von der Grösse der gemessenen Fläche.

Aus der Tabelle ist hinwiederum ersichtlich, dass bei kleinen Flächen fast ausschliesslich die Beobachtungsfehler, also die Fehler in der Führung des Stiftes, wirksam sind, und der Einfluss des Instrumentalfehlers fast unfühlbar wird, während bei zunehmenden Flächen die Beobachtungsfehler stark zurückgehen und einen untern Grenzwert vom Betrag des Instrumentalfehlers annehmen. Dieses Resultat leuchtet sehr ein. Es besagt, dass bei Flächen grösserer Ausdehnung ein nahezu vollständiger Ausgleich der Fehler beim Nachfahren eintritt; dass dann die Unsicherheit des Instrumentes allein noch übrig bleibt, liegt klar. Es folgt hieraus, dass der Fehler des Instrumentes auch ohne Verwendung der Kreisflächen und des Metallstabes als Führungsglied, allein durch mehrfaches Umfahren grösserer Flächen bestimmt werden kann.

Dass die Beobachtungsfehler selbst im günstigsten Falle nicht geringer ausfallen können als der Instrumentalfehler, musste nach dem früher Gesagten auf der Hand liegen.

Verteilung der Fehler der Planimetrierung. In den soeben behandelten Fehlerquellen macht sich ein prinzipieller Unterschied geltend. Der Papiereinsprung ist seinem wahren Werte nach bekannt, die übrigen Fehler nicht. Allein es wäre unzweck-

mässig, aus diesem Grunde eine Trennung der Fehler bei der Ausgleichung vorzunehmen; es hätte das auch hinsichtlich der Form und Lage der Flächen zu Schwierigkeiten geführt.

Auf jedem Kartenblatte sind nun nicht bloss diejenigen Gebiete planimetriert worden, von denen die mittlere Höhe zu berechnen war, sondern auch die Ergänzungsflächen, welche mit den ersteren zusammen die Gesamtfläche des Blattes ausmachen. Die Summe der Inhalte aller Teilflächen ist in partes ausgedrückt und muss daher mit dem Werte der Planimeterkonstanten $10.0214 \text{ mm}^2 \pm 0.0023$ multipliziert werden, um die Fläche des deformierten Kartenblattes in mm^2 zu ergeben. Die Differenz zwischen dem so gewonnenen Wert und dem durch direkte Messung erhaltenen Resultat stellt die Summe sämtlicher bei der Planimetrierung begangenen Fehler dar.

In der folgenden Tabelle sind die vier Blattabschlüsse niedergelegt.

Blatt	Blattfläche		Summe der Fehler		Fehler bewirkt durch den Papiereinsprung	
	direkt gemessen mm^2	planimetriert mm^2	in mm^2	in 0/00	in mm^2	in 0/00
NW	553 330	553 652 \pm 127	+ 322 \pm 127	+ 0.58	— 1670	— 3.01
NE	553 281	553 177 \pm 127	— 104 \pm 127	— 0.18	— 1719	— 3.10
SW	552 193	551 895 \pm 127	— 298 \pm 127	— 0.53	— 2907	— 5.24
SE	552 742	552 678 \pm 127	— 64 \pm 127	— 0.11	— 2258	— 4.07

Der durchschnittliche Gesamtfehler pro Blatt stellt sich hiernach auf 197 mm^2 . Dass genau betrachtet der Papiereinsprung auch keine konstante, sondern eine variable Grösse ist, die von Feuchtigkeit und Temperatur abhängt, weiss wohl ein jeder, der sich längere Zeit mit derartigen Messarbeiten abgab und den Massstab nicht aus der Hand legte. Aber es wäre belanglos, den sich zeigenden kleinen Schwankungen durch Bildung eines Mittelwertes Rücksicht tragen zu wollen, da ja die bekannte wahre Grösse des Blattes den endgültigen Summenwert abgibt.

Auf diese Weise war das schliessliche Reduktionsverfahren ein gegebenes; es bestand darin, dass für jedes Blatt die Summe der partes gleichgesetzt wurde der Kartenfläche in km^2 und hieraus für jedes einzelne Blatt ein individueller Reduktionsfaktor bestimmt wurde. Ein jedes Blatt der Schulwandkarte bildet

22 200 km^2 Bodenfläche ab, und es entstanden daher für die vier Blätter folgende vier Konstanten:

Blatt	Konstante
NW	0.4018 km^2
NE	0.4022 »
SW	0.4031 »
SE	0.4025 »

Unter Verwendung dieser Werte wurden die Grundflächen und die Isohypsenflächen der Teilgebiete in km^2 umgewandelt.

Wollte man auch hier den Massstab äusserster mathematischer Strenge anlegen, so dürften eigentlich nur die Grundflächen mit obigen Faktoren reduziert werden, die Isohypsenflächen dagegen ohne Zweifel etwas abweichende Konstante verlangen, weil keine Ausgleichung der Isohypsenflächen auf die Grundflächen stattfand. Man wird aber unschwer erkennen, dass die Verwendung der genannten Werte dennoch der ganz natürliche Weg war, der auch zum wahrscheinlichsten Resultat führt, ohne Komplikationen in der Rechnung zu erzeugen, die das Endresultat kaum zu beeinflussen vermöchten.

Einfluss der Fehler der Arealbestimmung auf die erreichte Genauigkeit der mittleren Höhe. Die Tabelle S. 17 und die graphische Darstellung derselben geben Aufschluss über die mittleren Fehler der Arealbestimmungen. Diese Fehler sind durch die oben beschriebene Reduktion auf km^2 jedenfalls vermindert worden, weil eine näherungsweise Ausgleichung mit der Reduktion Hand in Hand ging. Entnehmen wir zur Bestimmung des mittleren Fehlers der mittleren Höhe die Werte der einzelnen Arealfehler daher jener Tabelle, so haben wir Beträge gewählt, die in Wirklichkeit nicht erreicht werden. Allein über die Grösse der Ueberschätzung fehlen sichere Anhaltspunkte.

Nach dieser Vorbemerkung möge das Verfahren, das zur Untersuchung angewendet wurde, kurz Erwähnung finden. Es handelt sich vorerst darum, das Volumen der betreffenden Gebiete zu berechnen, woraus die mittlere Höhe durch Division des Volumens durch die Grundfläche erhalten wird. Es unterliegt dann keinerlei Schwierigkeiten, einzelne Gebiete zusammenzufassen und von grössern Flächen die mittlere Höhe zu bestimmen.

Denkt man sich eine Gebirgsgruppe durch Isohypsen in tafelförmige Abschnitte zerlegt, und fasst man der leichtern Berechnung wegen diese Abschnitte als normale Prismen auf, deren Grundfläche immer die tiefer gelegene Isohypsenfläche sein soll, so erhält man ein zu grosses Volumen, geht man dagegen von der obern Isohypsenfläche aus, ein zu kleines. Für eine solche treppenförmige Pyramide lässt sich der Einfluss der Fehler der Arealmessungen auf die mittlere Höhe leicht feststellen; es ist hierbei ohne Belang, ob nun die Berechnung von der zu grossen oder der zu kleinen Pyramide ausging. Bezeichnet A die Grundfläche der Gruppe, h_u die Höhe der untersten Isohypse über dem Meer, h_o die Höhe des höchsten Punktes, J die Isohypsenflächen, J_n die oberste derselben und a die Aequidistanz, so wird das Volumen

$$V = h_u A + a [J] + h_o J_o$$

und die mittlere Höhe wird

$$H = h_u + \frac{a [J] + h_o J_n}{A}$$

Durch Einführung der mittlern Fehler der einzelnen Flächen ergibt sich unter Berücksichtigung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes der mittlere Fehler der mittlern Höhe. Das von *A. Böhm* einlässlich beschriebene Verfahren ist von mir genau befolgt worden; es genügt daher die Angabe des mittlern Fehlers für die drei Gebiete, für welche ich ihn berechnet habe.

a) Chasseral-Gruppe (Jura)

$$H = 1001.5 \text{ m} \pm 0.3 \text{ m.}$$

Wahrscheinlicher Fehler = 0.2 m.

b) Oberdiessbach-Eggiwil-Gruppe (Mittelland)

$$H = 970.0 \text{ m} \pm 1.4 \text{ m.}$$

Wahrscheinlicher Fehler = 0.9 m.

c) Montblanc-Gruppe (Alpen)

$$H = 2333.9 \text{ m} \pm 1.8 \text{ m.}$$

Wahrscheinlicher Fehler = 1.2 m.

Wie ersichtlich, sind die drei ausgewählten Gebiete Repräsentanten aus den drei grossen morphologischen Abschnitten des Schweizerlandes, und es darf aus den abgeleiteten mittlern Fehlern gefolgert werden, dass der wahrscheinliche Fehler der mitt-

lern Höhe für das einzelne Gebiet, so weit er aus den Arealbestimmungen folgt, kleiner als 1.2 sein wird. Dafür spricht neben der Bemerkung zu Beginn dieses Abschnittes auch der Umstand, dass die herausgegriffenen Gebiete solche mit einer ausnahmsweise grossen Anzahl von Isohypsenflächen sind, also ungünstige Fälle darstellen. — Der mittlere Fehler von 1.8 m bleibt etwas unter demjenigen, welchen seinerzeit *A. Böhm* für die Dachsteingruppe erhalten hat.

Allgemeine Schlussfolgerungen aus der Fehlerdiskussion. Unterzieht man die hier berechneten mittleren und wahrscheinlichen Fehler einer eingehenderen Betrachtung, so mag etwas Unbefriedigendes darin liegen, dass nicht strenge abgeleitete mittlere und wahrscheinliche Fehler geboten werden können, sondern nur Grenzwerte nach oben, die eine Verminderung erfahren müssen, um dem reellen Betrage gleichzukommen, wobei aber der Grad dieser Verminderung nicht klar übersehbar ist. Das hängt begrifflicherweise mit der Art und Methode der Messung zusammen, und es dürfte deshalb nicht unwillkommen sein, in Kürze darzustellen, wie eine mathematisch strenge Ausgleichung und sichere Berechnung des mittleren Fehlers der mittleren Höhe, soweit er von den Fehlern der Planimetrierung der Isohypsenflächen abhängt, zu erfolgen hätte.

Jede einzelne Grundfläche ist fünfmal planimetriert worden. Bildet man nun die Summen aller ersten, zweiten, dritten, vierten und fünften Messungen der sämtlichen Grundflächen eines Kartenblattes, so entstehen fünf Messungen, l_1 bis l_5 , die direkt mit dem wahren Wert des verzerrten Blattes in Beziehung gesetzt werden können, und die somit mit den Fehlern \mathcal{A}_1 bis \mathcal{A}_5 behaftet sind, welchen die Eigenschaft *wahrer* Beobachtungsfehler zukommt.

Der mittlere Fehler einer Messung ist $m = \sqrt{\frac{[\mathcal{A}\mathcal{A}]}{n}}$ und der mittlere Fehler des Mittels $M = \frac{m}{\sqrt{n}}$, wobei $n = 5$.

Ist X der wahre Wert des deformierten Blattes und x das arithmetische Mittel der fünf Beobachtungen l , so wird $X - x = \mathcal{A}_x$, nämlich gleich der Summe der Fehler sämtlicher Grundflächenareale und deshalb auch gleich der Summe sämtlicher anzubringender Verbesserungen, also $\mathcal{A}_x = [v]$. Die Verbesserungen sind umge-

kehrt proportional dem Gewicht p der einzelnen Grundflächen zu bemessen, also $\Delta_x = k_1 \left[\frac{1}{p} \right]$; die Gewichte lassen sich aus der Kurve S. 17 entnehmen, indem $m_a^2 = \frac{1}{p}$ gesetzt wird ($m_a =$ mittlerer Fehler der Grundfläche vor der Ausgleichung). Der mittlere Fehler nach der Ausgleichung sei mit m'_a bezeichnet. Man hat deshalb $M = \sqrt{[m'_a m'_a]}$, und da die mittleren Fehler auch nach der Ausgleichung der Beziehung $m_a^2 = \frac{1}{p}$ genügen müssen, erhält man

$$m'_a = \frac{k_2}{\sqrt{p}}.$$

Der Proportionalitätsfaktor k_2 bestimmt sich folgendermassen:

$$M = \sqrt{k_2^2 \left[\frac{1}{p} \right]}; \quad k_2^2 = M^2 [p]; \quad k_2 = M \sqrt{[p]}^1)$$

Für eine genaue Ausgleichung ist es unumgänglich, dass auch die Isohypsenflächen auf die verbesserten Grundflächenareale ausgeglichen werden. A sei das verbesserte Grundflächenareal, J_1, J_2, \dots, J_n bezeichnen die gemessenen Isohypsenflächen (J_1 die unterste, J_n die oberste) und es sei $D_1 = A - J_1, D_2 = J_1 - J_2, D_n = J_{n-1} - J_n$.

Werden die verbesserten Isohypsenflächen J'_1, \dots, J'_n genannt, so muss sein

$$A - J'_1 + J'_1 - J'_2 + \dots - J'_{n-1} + J'_{n-1} - J'_n + J'_n = A.$$

Die Gleichung ist eine identische und eine Ausgleichung also undurchführbar; denn es besteht kein innerer Zusammenhang zwischen Isohypsenflächen und Grundfläche.

Die Aufgabe wird erst lösbar, wenn an Stelle der Isohypsenflächen die Differenzflächen zwischen je zwei aufeinander folgenden Isohypsen gemessen werden, d. i. die Flächen, die zwischen je zwei benachbarten Isohypsen liegen. Dann ergibt sich

1) Eine Vereinfachung tritt ein, wenn alle Grundflächen ungefähr gleich grosses Areal haben und daher bei allen m_a gleich wird:

$$M = m'_a \sqrt{n_a} \text{ oder } m'_a = \frac{M}{\sqrt{n_a}}; \text{ dabei bedeutet } n_a \text{ die Anzahl der Grundflächen. Dann wird } \Delta_x = n_a v \text{ und } v = \frac{\Delta_x}{n_a}$$

unter Beibehaltung der obigen Bezeichnungen, wobei nur zu beachten ist, dass jetzt die D gemessen sind (D' sind die verbesserten Differenzflächen):

$$A = J'_n + (D'_1 + D'_2 + \dots + D'_n).$$

Analog wie oben wird

$$A - (J_n + D_1 + D_2 + D_3 + \dots + D_n) = [v_D] + v_{J_n} = k_3 \left(\left[\frac{1}{p_D} \right] + \frac{1}{p_{J_n}} \right)$$

Die Verbesserungen werden wieder umgekehrt proportional dem Gewichte angebracht.

Also

$$J'_n = J_n + v_{J_n}, \quad J'_{n-1} = J_{n-1} + v_{J_{n-1}} = J'_n + D'_n$$

$$J'_1 = J'_n + D'_2 + D'_3 + \dots + D'_n.$$

$$\text{Probe } A = J'_1 + D'_1.$$

Auch die mittleren Fehler der Isohypsenflächen sind ohne Schwierigkeiten anzugeben:

$$m'^2_a = k_4^2 \left(\left[\frac{1}{p_D} \right] + \frac{1}{p_{J_n}} \right) \text{ oder } = k_4^2 \left([m^2_D] + m^2_{J_n} \right)$$

wo die m_D und m_{J_n} aus der Kurve S. 17 zu entnehmen sind.

$$m'_{J_n} = k_4 m^2_{J_n}, \quad m'_{J_{n-1}} = k_4 m^2_{J_{n-1}} = k_4 \sqrt{m^2_{J_n} + m^2_{D_n}}$$

$$m'_{J_1} = k_4 \sqrt{m^2_{J_n} + m^2_{D_2} + m^2_{D_3} + \dots + m^2_{D_n}}$$

$$\text{Probe } m'_2 = k_4 \sqrt{m'^2_{J_1} + m'^2_{D_1}}$$

Jetzt kann mit der oben angesetzten Formel für die Treppentreppe weiter gerechnet werden:

$$H = h_u + \frac{a (J'_1 + J'_2 + \dots + J'_{n-1}) + h_o J'_n}{A}$$

und daraus

$$m_H = \frac{1}{A \pm m'_a} \sqrt{a^2 (m^2_{J'_1} + m^2_{J'_2} + \dots + m^2_{J'_{n-1}}) + h_o^2 m^2_{J'_n}}$$

Es fällt vielleicht auf, dass oben zur Ausgleichung der wahre Wert der *deformierten* Blattfläche zugrunde gelegt wurde und nicht der wahre Wert der unverzerrten Fläche; dies hat

seinen Grund darin, dass der Papiereinsprung bei Zugrundelegung des unverzerrten Blattes auf die mittleren Fehler der Grundflächen verteilt würde, was eine offenkundige Unrichtigkeit in sich schliesse. Die Verwandlung in km^2 muss zur Eliminierung des Papiereinsprunges also in gleicher Weise, wie früher angedeutet, vorgenommen werden; nur hat das Verfahren jetzt seine strenge Richtigkeit.

Aus der ganzen Untersuchung geht als wichtigstes Resultat hervor, dass die Planimetermessungen im Interesse einer scharfen Ausgleichung und Rechnung sich auf die Differenzflächen der Isohypsen erstrecken sollten und nicht auf die Isohypsenflächen selbst wie in der vorliegenden Arbeit, weil nur nach der erstgenannten Methode ein durchaus festes inneres Gefüge zustande kommt. Allein zieht man die Arbeit in Betracht, welche für jede der beiden Methoden geleistet werden muss, so ist es keine Frage, dass die Messung der Differenzflächen trotz aller praktischen Vorkehrungen, die man zur Vereinfachung etwa treffen mag, den viel bedeutenderen Zeitaufwand erfordert. In Berücksichtigung dieses nicht unwesentlichen Punktes wird das individuelle Urteil von Fall zu Fall entscheiden müssen, ob es sich lohnt, jene Mehrarbeit zu bewältigen, um ein etwas schärferes, sichereres Endresultat in der mittleren Höhe und ihrem mittleren Fehler zu erhalten, oder ob nicht die etwas ungenauere, aber kürzere Methode genügen kann.

Fehler der mittleren Höhe infolge der geringen Zahl der gemessenen Isohypsen. Wir haben ausführlich die Fehler dargelegt, die bei der Planimetrierung der Isohypsenflächen vorkommen. Wir glauben, dass unsere Ausführungen ein gewisses allgemeines Interesse für alle Flächenmessungen auf Karten haben dürften.

Der Einfluss der Fehler der Planimetrierungen auf die mittlere Höhe ist, wie wir gesehen haben, klein und übersteigt nicht ± 1.8 m. Grösser ist die Unsicherheit der mittleren Höhe, die daraus entspringt, dass wir nur wenige Isohypsenflächen gemessen haben.

Das Volumen und demnach auch die mittlere Höhe eines Gebirgsstockes wird offenbar um so genauer erhalten werden, je grösser die Zahl der gemessenen Isohypsenflächen ist. Wir haben uns damit begnügt, im Jura und im Mittelland die Iso-

hypsenflächen von 200 zu 200 m, in den Alpen von 400 zu 400 m zu messen. Die zwischenliegenden Isohypsenflächen wurden mit Hilfe der hypsographischen Kurve interpoliert. Die hypsographische Kurve verläuft aber theoretisch gar nicht stetig, sondern hat jeweilen in der Höhe, wo ein Gipfelpunkt oder ein Passpunkt sich findet, eine Diskontinuität. Praktisch kommt letzteres allerdings nicht in Betracht, da wir Gruppen von bedeutender Grösse wählten, in denen Passpunkte und Gipfelpunkte in den verschiedensten Höhen auftreten; es ist daher so gut wie sicher, dass diese Diskontinuitäten schliesslich doch in der Kurve verschwinden.

In jedem Fall muss die Frage aufgeworfen werden: wie gross ist die Unsicherheit der mittleren Höhe infolge der geringen Zahl der gemessenen Isohypsenflächen?

Um dieser Frage wenigstens in einem gegebenen Fall näher zu treten, mass ich für die Montblancgruppe die Isohypsenflächen von 100 zu 100 m aus. Die mit Hilfe dieser Isohypsenflächen konstruierte hypsographische Kurve gestattet eine mittlere Höhe zu berechnen, die man mit grosser Annäherung als die wahre mittlere Höhe bezeichnen darf.

Die folgende Tabelle gibt die Resultate der Messung:

m	km ²	m	km ²	m	km ²	m	km ²
Gesamtareal	344.1	> 1600	264.2	> 2700	116.0	> 3800	15.4
> 600	343.8	> 1700	251.6	> 2800	104.6	> 3900	11.2
> 700	340.7	> 1800	237.4	> 2900	95.2	> 4000	8.8
> 800	338.5	> 1900	225.6	> 3000	83.6	> 4100	6.8
> 900	336.1	> 2000	212.7	> 3100	74.8	> 4200	5.4
> 1000	331.2	> 2100	199.2	> 3200	66.8	> 4300	4.2
> 1100	318.4	> 2200	184.2	> 3300	55.6	> 4400	3.2
> 1200	307.9	> 2300	170.5	> 3400	45.0	> 4500	1.8
> 1300	299.3	> 2400	154.2	> 3500	37.6	> 4600	0.8
> 1400	289.2	> 2500	142.9	> 3600	27.5	> 4700	0.2
> 1500	276.8	> 2600	128.9	> 3700	20.8	> 4800	0.0

Die mittlere Höhe wurde zunächst mit Hilfe der aus allen Isohypsen konstruierten hypsographischen Kurve zu 2326 m gefunden (wahre mittlere Höhe). Ferner konstruierte ich eine hypsographische Kurve, indem ich nur die Isohypsenflächen von 600, 1000, 1400 m . . . nahm; dann eine solche mit den Isohypsen

700, 1100, 1500, eine mit 800, 1200, 1600 m, ... und endlich eine mit 900, 1300, 1700 m] Ich erhielt so die mittlere Höhe

aus 600, 1000, 1400 ...	2334 m	Abweichung	+ 8 m
» 700, 1100, 1500 ...	2325 m	»	— 1 m
» 800, 1200, 1600 ...	2326 m	»	0 m
» 900, 1300, 1700 ...	2327 m	»	+ 1 m
Mittel	2328 m		2.5 m

Es ergibt sich, dass die gefundene mittlere Höhe bei einer Aequidistanz der gemessenen Isohypsenflächen von 400 m beim Montblanc bis zu 8 m und im Mittel um 2.5 m vom wahren Wert abweicht.

*Führenkranz*¹⁾ hat für die Raxalp beziehungsweise den Reichenstein in den Ostalpen gegenüber der wahren mittleren Höhe folgende Abweichungen gefunden:

		Raxalp	Reichenstein
aus 500, 700, 900 ... m (Aequidistanz 200 m)		+ 6 m	0 m
» 600, 800, 1000 ... m (» 200 m)		+ 2 m	+ 2 m
» 600, 900, 1200 ... m (» 300 m)		+ 2 m	+ 11 m
» 500, 1000, 1500 ... m (» 500 m)		+ 20 m	+ 9 m

Wir dürfen schliessen, dass unsere mittleren Höhen für die Gruppen der Alpen, der geringen Zahl der gemessenen Isohypsen wegen, im Mittel nicht um mehr als um 2.5 m unsicher sein dürften, für Jura und Mittelland, wo wir eine Aequidistanz von 200 m anwendeten, nur etwa um die Hälfte jenes Wertes.

In Figur 2 ist die wahre hypsographische Kurve für den Montblanc wiedergegeben. Man erkennt, wie nur zwischen 600 und 1300 m, sowie zwischen 2900 und 3600 m die Kurve kleine Unregelmässigkeiten aufweist; nur hier wäre eine Häufung der gemessenen Isohypsenflächen zur Erreichung einer grösseren Genauigkeit von Nutzen. Sonst zeichnet die mit Hilfe der Isohypsenflächen von 600, 1000, 1400 m ... gezogene hypsographische Kurve das Gesetz der Abnahme der Isohypsenflächen ganz ausreichend.

Eine fernere Quelle von Ungenauigkeit liegt darin, dass die graphische Interpolation der hypsographischen Kurve zwischen die durch gemessene Isohypsenflächen festgelegten Punkte etwas

¹⁾ A. a. O.

verschieden erfolgen kann, auch wenn man die oben S. 10 geschilderte Methode anwendet. Die Interpolation kann das eine Mal auf eine etwas höhere Lage eines Kurvenstückes führen

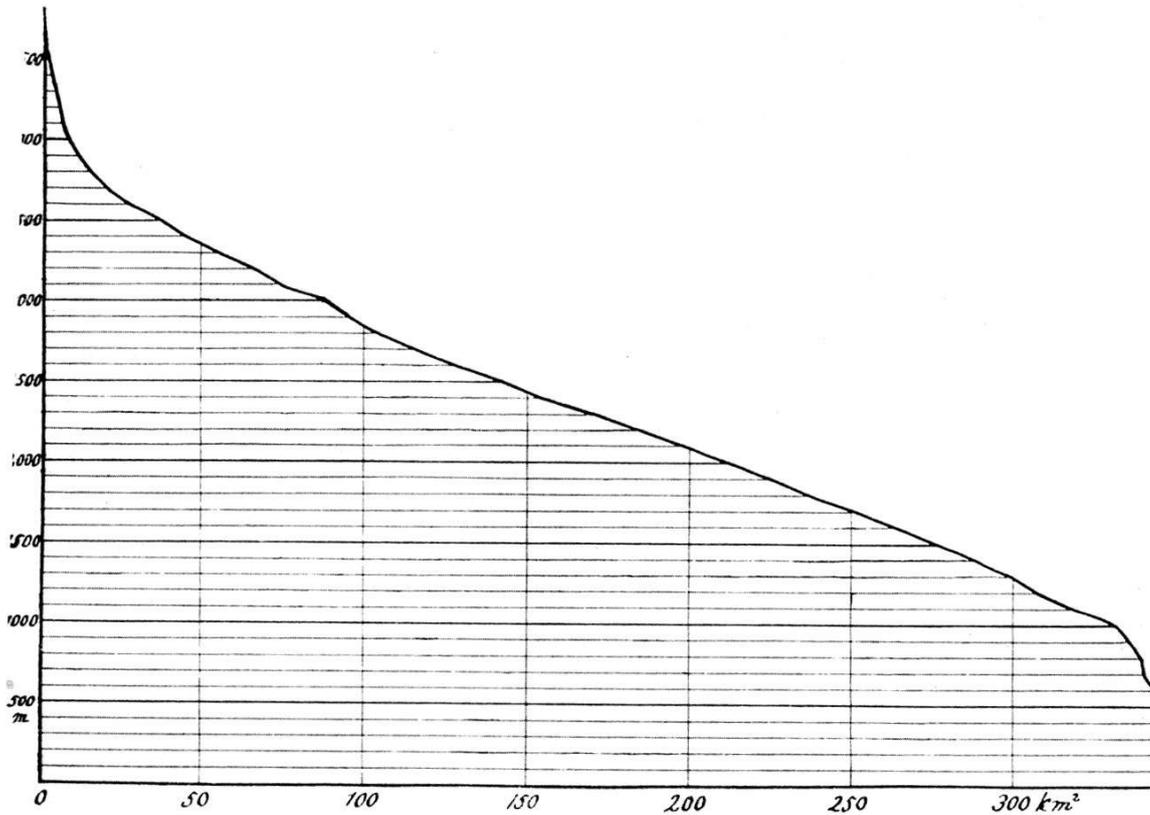


Fig. 2. Wahre hypsographische Kurve des Montblancgebietes, gezeichnet auf Grund der Isohypsenflächen von 600, 700, 800 m ...

als das andere Mal. Eine viermalige Konstruktion der hypsographischen Kurve des Montblanc mit Hilfe der Isohypsenflächen von 600, 1000, 1400 m ergab durch Planimetrierung folgende mittlere Höhen:

	Abweichung vom Mittel
2330 m	— 2 m
2329 m	— 3 m
2334 m	+ 2 m
2336 m	+ 4 m
Mittel 2332 m	± 2.8 m.

In der mittlern Abweichung von 2.8 m ist der Fehler der Planimetrierung mitenthalten, der jedoch bei der Grösse der gemessenen Fläche 0.7 m nicht überschreiten dürfte (siehe unten).

Fehler aus der Planimetrierung der von der hypsographischen Kurve und den Achsen des Koordinatensystems eingeschlossenen Fläche. Die Bestimmung der mittleren Höhe geschah, wie wir oben ausgeführt haben, mittelst der hypsographischen Kurve. Bei der Ausmessung der von dieser und den beiden Koordinatenachsen eingeschlossenen Fläche, die das Volumen der Gebirgsgruppe darstellt, kamen alle oben für die Messung der Isohypsenflächen dargelegten Fehlerquellen wieder in Betracht.

Der Papiereinsprung des Millimeterpapiers wurde durch Ausmessen direkt bestimmt und sein Einfluss eliminiert. Nicht eliminiert werden konnten dagegen die aus der planimetrischen Messung selbst resultierenden Fehler. Da die gemessene Fläche stets weit über 30 cm² betrug, so übersteigen diese Fehler, nach den Ausführungen S. 17, den Betrag von 1⁰/₀₀ der gemessenen Fläche nicht und bleiben im Mittel unter 0.6⁰/₀₀, bei den grossen Flächen unter 0.35⁰/₀₀. So gross ist demnach auch die Unsicherheit der erhaltenen mittleren Höhe. Bei der Montblancgruppe beträgt dieselbe ± 0.7 m.

Zusammenfassung der der Bestimmung der mittleren Höhen anhaftenden Fehler. Wir haben nunmehr alle in Betracht kommenden Fehler besprochen und wollen hier eine Uebersicht derselben folgen lassen, wie sie sich für die Montblancgruppe ergeben haben :

Fehler aus der Planimetrierung der Isohypsenflächen	± 1.8 m.
Fehler aus der geringen Zahl der Isohypsenflächen .	± 2.5 m.
Fehler aus der Zeichnung und Planimetrierung der hypsographischen Kurve	± 2.8 m.

$$\text{Mittlerer Gesamtfehler} = \sqrt{1.8^2 + 2.5^2 + 2.8^2} = \pm 4.2 \text{ m.}$$

$$\text{Wahrscheinlicher Gesamtfehler} = 2.8 \text{ m.}$$

Sofern man die Ergebnisse der Fehleruntersuchung am Montblanc auf alle Gruppen anwenden darf, ergibt sich, dass unsere Bestimmungen der mittleren Höhe einer Gruppe nach der Schulwandkarte auf 3 m genau sind. Bei kleineren Gruppen, als es die Montblancgruppe (344 km²) ist, ist die Genauigkeit etwas geringer, bei grösseren dagegen etwas grösser anzunehmen.

II. Resultate.

Im folgenden gebe ich in drei Tabellen die Resultate meiner Messungen.¹⁾ Jede Tabelle enthält die Aufzählung der Gebiete mit Namen und fortlaufender Nummer, ferner für jedes Gebiet den tiefsten und höchsten Punkt, dann die mittlere Höhe und das Volumen, die Grösse der von jeder gemessenen Isohypse umschlossenen, sowie endlich die der zwischen je zwei gemessenen Isohypsen gelegenen Fläche, die als Differenz des unteren und des oberen Isohypsenareals gefunden wurde.²⁾

Ausdrücklich bemerkt sei, dass alle Höhen auf der Schulwandkarte (einschliesslich der Isohypsen) und daher auch alle hier in den Tabellen angegebenen Höhenzahlen sich nicht auf den wahren Meeresspiegel beziehen, sondern, wie alle topographischen Aufnahmen in der Schweiz, auf einen 376.86 m unter der Höhenmarke Pierre du Niton im Hafen von Genf angenommenen. Die Verwertung der neuen Präzisionsnivellements hat nun aber ergeben, dass die Pierre du Niton sich in 373.6 m Seehöhe befindet.³⁾ *Es ist daher an allen Höhenzahlen der nachfolgenden Tabellen wie der schweizerischen Karten eine Korrektion von*

— 3.3 m

anzubringen, um die wahre Seehöhe zu erhalten.

¹⁾ Tabelle A (Jura und Mittelland) und Tabelle B (Alpen) sind hinten als Taf. I bis V angeheftet.

²⁾ Das Zeichen = bedeutet, dass das von der betreffenden Isohypse umschlossene Areal gleich dem Gesamtareal ist, dass also die betreffende Gruppe mit ihrem ganzen Areal über jene Isohypse emporragt.

³⁾ Vergl. Untersuchung über die Höhenverhältnisse der Schweiz im Anschluss an den Meereshorizont. Im Auftrag der Abteilung für Landestopographie des schweizer. Militärdepartements bearbeitet von *J. Hilfiker*. Bern 1902, S. 92.

Tabelle C. Seen.

Nr.	Namen	Tiefster	Höchster	Mittlere	Volumen km ³	Gesamt- areal km ²	>200	>400	0	200	400
		Punkt	(m)	Tiefe (m)					bis 200	bis 400	bis 600
Seen des Mittellandes											
<i>a</i>	Bodensee	145	397	90	48.5	538.5	486.8	—	51.7	486.8	—
<i>b</i>	Unterer Zürichsee	266	409	(44)	3.0	68.4	==	16.6	—	51.8	16.6
<i>c</i>	Sempachersee	420	507	?	?	14.3	==	==	—	—	14.3
<i>d</i>	Bielsee	356	432	28	1.2	42.2	==	26.0	—	16.2	26.0
<i>e</i>	Neuenburgersee	278	432	64	15.3	239.6	==	89.2	—	150.4	89.2
<i>f</i>	Murtensee	387	433	22	0.6	27.4	==	21.2	—	6.2	21.2
<i>g</i>	Genfersee	65	375	153	88.4	577.8	311.5	—	266.3	311.5	—

Nr.	Namen	Tiefster	Höchster	Mittlere	Volumen km ³	Gesamt- areal km ²	>200	>600	200	200	
		Punkt	(m)	Tiefe (m)					bis 200	bis 600	
Seen der Alpen											
<i>h</i>	Wallensee	272	423	103	2.4	23.3	==	—	—	23.3	
<i>i</i>	Oberer Zürichsee	359	409	(44)	0.9	19.4	==	—	—	19.4	
<i>k</i>	Zugersee	219	417	84	3.2	38.5	==	—	—	38.5	
<i>l</i>	Vierwaldstättersee	223	437	104	12.0	115.5	==	—	—	115.5	
<i>m</i>	Thunersee	343	560	135	6.5	47.9	==	—	—	47.9	
<i>n</i>	Brienzersee	305	566	176	5.0	30.0	==	—	—	30.0	
<i>o</i>	Langensee	—170	196	176	37.7	214.3	—	—	214.3	—	
<i>p</i>	Luganersee	—14	274	?	—	50.5	25.1	—	25.4	25.1	
<i>q</i>	Comersee	—210	199	156	22.5	144.4	—	—	144.4	—	

Die Tabellen geben naturgemäss keinen rechten Ueberblick; ich habe infolgedessen auf der beigegebenen Karte Taf. VI die Nummern und Grenzen der einzelnen Gebiete, sowie ihre mittleren Höhen eingetragen. Diese Karte gibt schon eine gewisse Uebersicht; noch klarer wird dieselbe auf Karte Taf. VII, die Linien gleicher mittlerer Höhe darstellt. Sie entstand dadurch, dass ich auf einem Exemplar der Karte VI diejenigen Gruppen, die gleiche mittlere Höhe haben, durch Isolinien verband; und zwar zog ich solche Isolinien, die als Isohypsen der planierten Oberfläche der Schweiz betrachtet werden können, von 500 zu 500 m; ausserdem wurde im Jura und Mittelland z. T. die Kurve von 750, in den Alpen z. T. die von 2250 m gestrichelt eingezeichnet. Eine gewisse graphische Ausgleichung der Kurven wurde dabei vorgenommen.

Diskutieren wir die Karte Taf. VII.

Deutlich hebt sich die morphologische Dreiteilung des Schweizerlandes hervor. Das Gebiet der Alpen ist ausgezeichnet durch mittlere Höhen, die durchweg über 750 m über dem Meere liegen. Ausnahmen hiervon bieten sich nur bei solchen Gebieten, deren Gesamtfläche fast ausschliesslich auf tiefgelegene Talböden fällt, wie sie am Rhein und an der Rhone vorkommen.

In der Zone zwischen Alpen und Jura, dem sogenannten Mittelland, steigt die mittlere Höhe unter 750 m herunter. In diesem ziemlich scharf ausgeprägten, verhältnismässig tief liegenden Streifen, der sich von SW nach NE erstreckt, ragen von seite der Alpen her drei höher gelegene Warten vor, nämlich das Gebiet des Mont Gibloux zwischen dem Genfersee und der Aare, das des Napf zwischen Aare und Reuss, und das des Hörnli zwischen dem Zürichsee und dem Thurtal. Man kann geradezu sagen, der Fuss der Alpen entspricht der mittleren Isohypse von 750 m, mit Ausnahme jener drei hochgelegenen Teile des Mittellandes. Ebenso bildet die Isohypse von 750 m die Grenze des Mittellandes gegen den Jura bis Biel, wo letztere nach NO in die Isohypse von 500 m übergeht. Ein Zusammendrängen der Isohypsen markiert scharf den steilen Abfall des Jura gegen das Mittelland.

Alpen. Wenden wir uns zunächst der Verteilung der mittleren Höhe in den Alpen zu. Verfolgen wir hier die Zone der höchsten Erhebungen (über 2000 m), so zeigt sich, dass diese nicht in der

Streichrichtung des Gebirges verläuft, sondern vom Montblancgebiet bis zum Gebiet des Monte Rosa nach Osten zieht, wo sie plötzlich nach Norden gegen das Berner Oberland umbiegt, um nördlich der grossen Längstalfurche der Rhone und des Rheins im Quellgebiet des letzteren wieder nach Süden über zu springen und das Gebiet des Engadin zu umfassen. Die Breite dieser Zone wechselt; sie beträgt im Montblancgebiet etwa 25—30 km, verschmälert sich im Hintergrund des Bagnetales auf 25 km, um in den Zermatter Tälern eine Breite von 50 km zu gewinnen, die im Bereich des Simplon wiederum auf 25 km reduziert wird. Weiterhin variiert die Breite zwischen 27 und 35 km. Hervorzuheben wäre noch die Verschmälerung im Bereiche des Lukmanier auf 18 km. Oestlich vom Rheinwaldhorn gewinnt die Zone immer mehr und mehr an Breite, um den Schweizerboden an seiner Ostgrenze in einer solchen von 90—100 km zu verlassen.

Interessant ist es, die Verteilung der mittleren Höhen innerhalb dieser Zone zu untersuchen. Gerade dort, wo die Breite der Zone am geringsten ist, treffen wir auch die kleinste mittlere Höhe. Um einige Beispiele anzuführen, beträgt die geringste mittlere Höhe einer Gruppe in der Nähe des Grossen St. Bernhard 2187 m, in der Nähe des Simplon 2122 m und in der Nähe des Lukmanier 2021 m. Nur in zwei Gebieten der ganzen Zone erhebt sich die mittlere Höhe über 2500 m. Obenan steht dasjenige des Monte Rosa, das fünf Gruppen über 2500 m enthält, wovon zwei über 2800 m hoch sind: die Monte Rosa-Gruppe selbst mit einer mittleren Höhe von 2884 und die Matterhorngruppe mit einer solchen von 2851 m. Als zweites Gebiet mit mehr als 2500 m ist das des Finsteraarhorn zu nennen; die Finsteraarhorngruppe selbst hat eine mittlere Höhe von 2629 m.

Dagegen ist es sehr bemerkenswert, dass die Montblancgruppe eine mittlere Höhe von 2500 m nicht erreicht; sie bleibt, obwohl sie den höchsten Alpengipfel (4810 m) enthält, mit ihrer mittleren Höhe (2334 m) der Monte Rosa-Gruppe (2884 m) gegenüber um volle 550 m zurück.

Berücksichtigen wir nicht nur die mittlere Höhe, sondern auch die Breite der Zone über 2000 m, so müssen wir entschieden sagen, dass wir die massigsten Erhebungen auf grossen Arealen im Engadin treffen, ein Resultat, das anfangs sehr überraschen mag, sich aber dadurch erklärt, dass wir hier die höchsten

Talsolesen haben, die mit grossem Gewicht in die mittlere Höhe eingehen.

An drei Stellen dringen Gebiete mit niedriger mittlerer Höhe in die Alpen ein und drängen so die Zone mit mehr als 2000 m aus der zentralen Lage bald nach Norden, bald nach Süden. Von SO her dringt das Gebiet der oberitalienischen Seen und das des Tessin in den Alpenkörper ein, wodurch die Zone von über 2000 m nach Norden resp. NW verschoben wird. Weiter im Osten bewirkt das Rheintal einen Eingriff, wodurch die 2000 m-Isophyse stark nach Süden abgelenkt wird. Endlich dringt von NW her das Einzugsgebiet der Rhone in das Gebirge ein, wodurch die 2000 m-Kurve nach Süden verlegt wird. Der Einfluss dieser drei grossen Talsysteme ist ganz unzweideutig. Dagegen kommt ein Einfluss der Talsysteme der Aare und der Reuss nicht in Betracht. Ein Einfluss dieser Täler würde zwar in bescheidenem Umfange zutage treten, wenn man noch kleinere Gebiete für die Berechnung der mittleren Höhe wählte, aber auch dann nur in geringem Umfange. Es lässt sich wohl ohne weiteres sagen, dass die Verteilung der höchsten mittleren Erhebung ausschliesslich durch die drei grossen Talsysteme der Rhone, des Rheins und des Tessin bestimmt ist.

Den entspricht auch genau das Zusammendrängen der Isohypsen in den Alpen auf Karte II. Gleichmässig schwach und gering ist das Gefälle in der Richtung zu diesen drei Hauptentwässerungslinien, weit steiler dagegen in der Richtung nach Norden zum Aaretal und Reusstal.

Bemerkenswert ist es, dass ein scharfer Fuss den Alpen nach Norden hin fehlt, wie wir ihn am Jura nach Süden hin beobachten können. Die Isohypsen im Mittelland entfernen sich allerdings etwas weiter voneinander als in den Alpen; trotzdem vollzieht sich der Abfall ganz allmählich. Berechnen wir das Gefälle von der 2000 m-Isophyse bis zu der von 750 m, vom Montblanc aus bis an den Fuss des Jura, so erhalten wir 20 ‰, vom Monte Rosa aus zu der 750 m-Isophyse bei Neuenburg 14 ‰, vom Finsteraarhornmassiv bis zur 500 m-Isophyse bei Aarau 18 ‰, im Rheingebiet 15 ‰.

Die enge Abhängigkeit der mittleren Höhe von den drei grossen Talsystemen erweist, dass wir es hier mit reinen Abtragungsformen zu tun haben. In der Tat fehlt ein engerer Zusammenhang der mittleren Höhe mit dem geologischen Bau;

treffen wir doch die höchsten Höhen im Monte Rosa-Gebiet im Bereich des innern Gneissalpenzuges, im Finsteraarhorn-Gebiet im Bereich des äussern Gneissalpenzuges und im Engadin wieder im innern Gneissalpenzuge.

Ueber das **Mittelland** ist weniger zu sagen. Trefflich ausgesprochen ist das Gebiet geringer mittlerer Höhe im Bereich der Seetal-Aaretalfurche, vom Neuenburgersee an bis zum Rhein, am Genfersee, sowie am ganzen Nordsaum unserer Karte, im Bereich des Bodensees und im Thurgau bis nach Schaffhausen, dem Rhein entlang. In diesen Gebieten sinkt die mittlere Höhe unter 500 m herab. Die mittlere Höhe schwankt im Mittelland zwischen 859 und 856 m im Bereich des Napf und der Eggiwil-Oberdiessbachgruppe einerseits und, sofern wir von den Seen absehen (Bodensee 397, Genfersee 375), 403 m in der Koblenz-Dielsdorfgruppe anderseits.

Nehmen wir die mittlere Höhe einzelner Querschnitte des Mittellandes, so ist dieselbe am grössten (720—780 m) in der Nähe der Wasserscheide zwischen Aare und Rhone, nordöstlich vom Genfersee; auf der Höhe des Vierwaldstättersees 540 bis 550, weiter gegen den Bodensee hin ungefähr 500 m. Ein Gefälle nach NO ist somit klar ausgesprochen.

Jura. Richteten sich im Alpengebirge die mittleren Isohypsen durchaus nach den grossen Talsystemen, so zeigt sich im Jura eine vollständige Unabhängigkeit hiervon. Die höchsten Ketten des Jura, die eine mittlere Höhe von 1000 bis 1200 m repräsentieren, haben wir im SE. Weiterhin gegen NW sehen wir eine langsame Verminderung der mittleren Höhe eintreten und zwar mit einem Gefälle von ca. 12⁰/₀₀ von der 1200 m-Isohypse bis zu der von 500 m, während der Abfall nach SE sehr scharf und plötzlich erfolgt. Die grösste Differenz der mittleren Höhe im Jura beläuft sich auf 838 m, und zwar hat die Gruppe des Col du Marchairuz eine Höhe von 1201 m und die Gruppe Boussières-Besançon eine mittlere Höhe von 363 m.

Mittlere Höhe von Jura, Mittelland und Alpen. Die Tabelle gibt uns die Möglichkeit, für die einzelnen Teile des Gebietes, Jura, Mittelland und Alpen, hypsographische Kurven zu konstruieren und die mittlere Höhe wie das Volumen zu berechnen.

Die Umgrenzung der Gebiete erfolgte dabei derart, wie das die in der Karte Taf. VI dick ausgezogenen Linien darstellen. Es wurden für den Jura die Gruppen 1—40 vereinigt, für das Mittelland die Gruppen 41—89, sowie die Seen *a* bis *g*, für die Alpen endlich die Gruppen 90—228 und die Seen *h* bis *q*. Innerhalb eines jeden Gebietes wurden die von derselben Isohypse eingeschlossenen Areale der einzelnen Gruppen addiert. So entstand die nachfolgende Tabelle D. Für das Mittelland wie für die Alpen enthält dieselbe zwei Werte; der eine (I) wurde gewonnen, indem die Höhe des Spiegels der Seen bei der Berechnung der Isohypsenflächen zugrunde gelegt wurde, der zweite (II) dadurch, dass die Isohypsen des Seebodens in Betracht gezogen wurden. Die Differenz beider Reihen ist gleich dem Volumen der Seen des betreffenden Gebietes. Wenn das nicht ganz genau der Fall ist, so führt sich das darauf zurück, dass sich erstens mit Hilfe von Isohypsenflächen, die 200 bzw. in den Alpen 400 m voneinander absteigen, das Volumen der Seen nicht genau bestimmen lässt, und dass zweitens die Einbeziehung so ausgedehnter horizontaler Flächen, wie es z. B. der Genfersee oder der Bodensee sind, in das Areal einer bestimmten Höhenstufe, in diesem Fall 2—400 m, zwecks Konstruierung der hypsographischen Kurve zu gewissen Fehlern führt, die jedoch in ihrem Einfluss auf die mittlere Höhe des ganzen Gebietes vernachlässigt werden können.

So entstand Tabelle D.

Tabelle D.

	Mittlere Höhe (m)	Volumen (km ³)	Gesamt-areal (km ²)	> 200	> 400	> 600	> 800	> 1000	> 1200	> 1400	> 1600
Jura	743.6	8434	11342.1	=	10123.9	7233.5	4682.6	2347.6	725.4	112.7	5.1
Mittelland I .	581.1	7037	12110.5	=	10676.4	4563.2	1309.8	261.0	24.2	0.8	—
Mittelland II .	570.0	6903	12110.5	11792.5	10451.8	4563.2	1309.8	261.0	24.2	0.8	—

	Tiefster Punkt (m)	Höchster Punkt (m)	0 bis 200	200 bis 400	400 bis 600	600 bis 800	800 bis 1000	1000 bis 1200	1200 bis 1400	1400 bis 1600	1600 bis 1800
Jura	230	1723	—	1218.2	2890.4	2550.9	2335.0	1622.2	612.7	107.6	5.1
Mittelland I .	325	1411	—	1434.1	6113.2	3253.4	1048.2	237.4	23.4	0.8	—
Mittelland II .	65	1411	318.0	1340.7	5888.6	3253.4	1048.2	237.4	23.4	0.8	—

	Mittlere Höhe (m)	Volumen (km ³)	Gesamt-areal (km ²)	>200	>600	>1000	>1400	>1800	>2200	>2600	>3000	>3400	>3800	>4200	>4600
Alpen I . . .	1659.6	65107	39228.7	38845.4	34918.1	29784.8	23791.4	17140.4	10490.1	4626.5	1405.5	407.6	80.1	13.9	1.0
Alpen II . . .	1654.7	64913	39228.7	38820.0	34918.1	29784.8	23791.4	17140.4	10490.1	4626.5	1405.5	407.6	80.1	13.9	1.0

	Tiefster Punkt m	Höchster Punkt m	— 200 bis + 200	200 bis 600	600 bis 1000	1000 bis 1400	1400 bis 1800	1800 bis 2200	2200 bis 2600	2600 bis 3000	3000 bis 3400	3400 bis 3800	3800 bis 4200	4200 bis 4600	4600 bis 5000
Alpen I . . .	196	4810	383.3	3927.3	5133.3	5993.4	6652.0	6649.3	5863.6	3221.0	997.9	327.5	66.2	12.9	1.0
Alpen II . . .	— 210	4810	408.7	3901.9	5133.3	5993.4	6652.0	6649.3	5863.6	3221.0	997.9	327.5	66.2	12.9	1.0

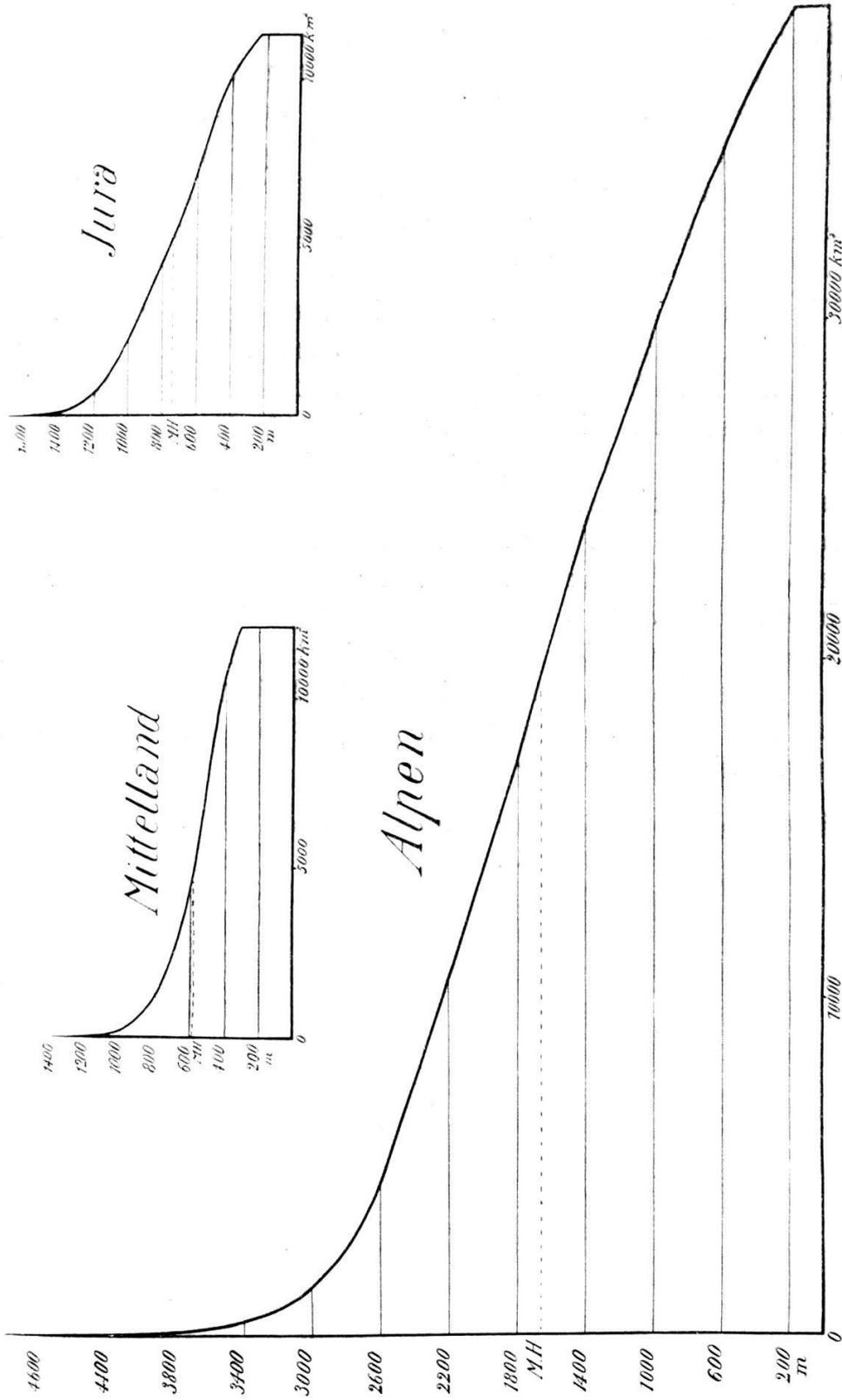


Fig. 3—5. Hypsographische Kurven für Mittelland, Jura und Alpen.

Als mittlere Höhe für den Jura ergibt sich 743.6 m, für das Mittelland 581.1, für die Alpen 1659.6 m. Nimmt man statt des Seespiegels den Seeboden, so verkleinert sich die Höhe des Mittellandes um 11.1 m, die der Alpen um 4.9 m.

Unsere Figuren 3—5 geben die drei hysographischen Kurven, und zwar in gleichem Massstab wieder. 1 mm der Abszissenachse entspricht einer Fläche von 250 km², 1 mm der Ordinatenachse einer Höhe von 50 m.

Die Kurven verlaufen zum Teil fast gerade, so bei den Alpen zwischen 2600 und 200 m, im Jura zwischen 1200 und 400 m, im Mittelland zwischen 800 und 400 m. Man sieht deutlich, dass hier die Messung zwischenliegender Isohypsenflächen auf das Resultat ganz ohne Einfluss gewesen wäre. So weit sie von diesem Kurvenstück begrenzt sind, sind die von der hysographischen Kurve und den Koordinatenachsen umschlossenen Flächen ganz sicher. Das ist aber bei den Alpen 7 Zehntel, beim Jura 9 Zehntel und beim Mittelland 8 Zehntel derselben. Unsern Mittelwerten für die drei Landesteile wohnt daher fraglos eine Genauigkeit inne, die diejenige der einzelnen Gruppenwerte weit übertrifft, was auch direkt aus der Betrachtung über die Fehler hervorgeht.

Geographisches Institut der Universität Bern.

Juli 1902.



Nr.	Gruppenamen	Tiefster	Höchster	Mittlere	Volumen	Gesamt- areal	Areal (km ²) oberhalb der Isohypse (m)						Areal (km ²) zwischen den Isohypsen (m)								
		Punkt	Punkt	Höhe			km ³	km ²	>400	>600	>800	>1000	>1200	>1400	>1600	200 bis 400	400 bis 600	600 bis 800	800 bis 1000	1000 bis 1200	1200 bis 1400
47	Mont Gibloux	550	1212	808	122.2	151.3	—	148.3	70.1	10.1	0.2	—	—	—	3.0	78.2	60.0	9.9	0.2	—	—
48	Ueberstorf, Tafers	490	1020	691	176.3	255.1	—	213.2	54.5	1.8	—	—	—	—	41.9	158.7	52.7	1.8	—	—	
49	Belp, Guggisberg	540	1018	728	231.8	318.4	—	222.2	103.3	14.1	—	—	—	—	96.2	118.9	89.2	14.1	—	—	
50	Orbe, Grandson	432	720	615	189.8	308.6	—	76.7	—	—	—	—	—	—	231.9	76.7	—	—	—	—	
51	Mont Vully	432	657	503	64.1	127.4	—	0.9	—	—	—	—	—	—	126.5	0.9	—	—	—	—	
52	Colombier	432	520	461	6.4	13.9	—	—	—	—	—	—	—	—	13.9	—	—	—	—	—	
53	Erlach, Nidau	432	610	459	136.2	296.8	—	0.5	—	—	—	—	—	—	296.3	0.5	—	—	—	—	
54	Neuenegg	470	650	579	50.8	87.8	—	36.3	—	—	—	—	—	—	51.5	36.3	—	—	—	—	
55	Bantiger	540	1110	691	229.8	332.5	—	236.8	65.9	1.6	—	—	—	—	95.7	170.9	64.3	1.6	—	—	
56	Oberdiesbach, Eggiwil	540	1205	859	151.4	176.3	—	163.4	120.1	33.4	0.8	—	—	—	12.9	43.3	86.7	32.6	0.8	—	
57	Langnau, Schangnau	680	1405	954	87.0	91.2	—	—	75.0	33.4	5.9	0.3	—	—	—	16.2	41.6	27.5	5.6	0.3	
58	Napf	530	1411	856	420.5	491.2	—	441.5	304.3	108.8	14.7	0.5	—	—	49.7	137.2	195.5	94.1	14.2	0.5	
59	Langenthal, Roggwil	430	750	561	126.8	226.0	—	82.5	—	—	—	—	—	—	143.5	82.5	—	—	—	—	
60	Burgdorf	470	850	624	137.4	220.2	—	131.7	8.2	—	—	—	—	—	88.5	123.5	8.2	—	—	—	
61	Wangen, Utzenstorf	420	530	444	85.6	192.9	—	—	—	—	—	—	—	—	192.9	—	—	—	—	—	
62	Jegenstorf, Fraubrunnen	470	630	518	82.9	160.1	—	1.3	—	—	—	—	—	—	158.8	1.3	—	—	—	—	
63	Aarberg, Münchenbuchsee	450	820	591	79.5	134.6	—	56.5	1.4	—	—	—	—	—	78.1	55.1	1.4	—	—	—	
64	Grosswangen, Ruswil	437	1010	618	139.9	226.4	—	109.6	13.4	0.5	—	—	—	—	116.8	96.2	12.9	0.5	—	—	
65	Zofingen, Reiden	410	750	514	73.4	142.8	—	34.8	—	—	—	—	—	—	108.0	34.8	—	—	—	—	
66	Kulm, Reinach	380	850	561	139.1	247.9	247.3	85.6	3.3	—	—	—	—	0.6	161.7	82.3	3.3	—	—	—	
67	Münster, Sempach	466	810	550	76.1	138.4	—	58.4	0.8	—	—	—	—	—	80.0	57.6	0.8	—	—	—	
68	Lindenberg	355	869	534	199.8	374.2	338.9	69.5	9.6	—	—	—	—	—	35.3	269.4	59.9	9.6	—	—	
69	Uetliberg	390	873	546	231.0	423.1	397.8	123.6	7.2	—	—	—	—	25.3	274.2	116.4	7.2	—	—	—	
70	Pfannenstiel, Zürich	409	853	526	187.8	357.1	—	48.9	1.9	—	—	—	—	—	308.2	47.0	1.9	—	—	—	
71	Bülach, Kloten	350	630	498	74.3	149.1	146.3	8.0	—	—	—	—	—	2.8	138.3	8.0	—	—	—	—	
72	Oerlikon	390	630	460	43.2	94.0	—	89.1	1.0	—	—	—	—	4.9	88.1	1.0	—	—	—	—	
73	Irchel	340	681	448	104.5	233.2	—	158.5	5.2	—	—	—	—	—	74.7	153.3	5.2	—	—	—	
74	Kohlfirst	345	654	502	130.9	260.7	—	219.2	10.9	—	—	—	—	41.5	208.3	10.9	—	—	—	—	
75	Ramsen, Stein	395	610	519	95.8	184.5	—	174.9	15.5	—	—	—	—	—	9.6	159.4	15.5	—	—	—	
76	Weinfelden, Kreuzlingen	397	720	488	142.4	291.8	—	286.6	20.6	—	—	—	—	5.2	266.0	20.6	—	—	—	—	
77	Nollen	390	737	524	140.0	267.2	—	256.8	51.8	—	—	—	—	10.4	205.0	51.8	—	—	—	—	
78	Hörnli, Alt-Toggenburg	450	1136	685	284.6	415.5	—	299.4	58.3	2.4	—	—	—	—	116.1	241.1	55.9	2.4	—	—	
79	Kreuzegg, Schnebelhorn	420	1317	779	163.3	209.6	—	160.2	95.9	30.8	2.6	—	—	—	49.4	64.3	65.1	28.2	2.6	—	
80	Degersheim, Neu-Toggenburg	580	1106	755	145.3	192.4	—	164.9	73.3	5.5	—	—	—	—	27.5	91.6	67.8	5.5	—	—	
81	St. Gallen	500	900	655	111.0	169.4	—	114.8	11.5	—	—	—	—	—	54.6	103.3	11.5	—	—	—	
82	Sulgen, Arbon	397	610	492	64.9	131.9	130.9	1.0	—	—	—	—	—	1.0	129.9	1.0	—	—	—	—	
83	Ruines des Allinges	375	730	501	131.4	262.2	236.0	24.1	—	—	—	—	—	26.2	211.9	24.1	—	—	—	—	
84	Vuissens, Moudon	430	812	642	155.6	242.4	—	157.0	8.6	—	—	—	—	—	85.4	148.4	8.6	—	—	—	
85	Bucheggberg	430	669	494	92.2	186.6	—	10.2	—	—	—	—	—	—	176.4	10.2	—	—	—	—	
86	Aarau, Schönenwerd	370	520	428	22.1	51.6	32.4	—	—	—	—	—	—	19.2	32.4	—	—	—	—	—	
87	Oensingen, Aarwangen	420	510	454	35.5	78.1	—	—	—	—	—	—	—	—	78.1	—	—	—	—	—	
88	Murten, Rue	450	840	612	267.0	436.3	—	233.2	3.4	—	—	—	—	—	203.1	230.8	3.4	—	—	—	
89	Heitersberg	380	792	500	35.3	70.6	—	54.8	13.0	—	—	—	—	15.8	41.8	13.0	—	—	—	—	



Graph. Kunstanstalt H. Kümmerly & Frey, Bern

H. LIEZ, Verteilung der mittleren Höhe in der Schweiz: Übersicht über die einzelnen Gruppen und deren mittlere Höhe.

In jedem Gebiet gibt die kleinere Zahl die Nummer desselben in der Tabelle, die grössere die mittlere Höhe in Metern an.



Graph. Kunstanstalt H. Kümmerly & Frey, Bern

H. LIEZ, Karte der Verteilung der mittleren Höhe in der Schweiz.

Die Zahlen geben die Höhen der Isohypsen in Metern an.

1:1400 000