Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 48 (1948)

Artikel: Risikozuschläge und mathematische Reserve in Funktion des Verlaufes der Übersterblichkeit bei minderwertigen Leben

Autor: Zwingli, Hans

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-966896

Risikozuschläge und mathematische Reserve in Funktion des Verlaufes der Übersterblichkeit bei minderwertigen Leben

Von *Hans Zwingli*, Zürich

Herrn a. Direktor Dr. C. Wiesmann, Zürich,
zum 70. Geburtstag vom Verfasser gewidmet

Einleitung

Die meisten Versicherungsgesellschaften und Verbände, die erhöhte Risiken versichern, drücken die erwartungsgemässe Übersterblichkeit in Prozenten der erwartungsgemässen Sterblichkeit normaler Risiken gleichen Alters aus. Dabei wird gewöhnlich die Annahme gemacht, dieser Prozentsatz bleibe während der Versicherungsdauer konstant. Demgemäss werden die anormalen Risiken in Klassen mit 25 %, 50 %, 75 %, 100 %, 150 %, 200 %, ... Übersterblichkeit eingeteilt.

Die Charakterisierung der Übersterblichkeit erfolgt also auf Grund eines einzigen Parameters. Die erwartungsgemässe mittlere Übersterblichkeit wird auf Grund statistischer Untersuchungen ermittelt.

Bei der Anwendung dieser konstanten Prozentsätze ist man sich wohl bewusst, dass in Wirklichkeit je nach der Minderwertigkeitsanlage die prozentuale Übersterblichkeit anfänglich grösser bzw. kleiner ist als in den späteren Jahren. Der Verlauf der Übersterblichkeit lässt sich nicht durch einen einzigen Parameter ausdrücken. Ist aber schon die Aussage über die zu erwartende durchschnittliche Übersterblichkeit, mit anderen Worten die Bestimmung des einzigen Parameters, eine oft sehr problematische Angelegenheit, so wäre es noch viel schwieriger, auch die andern Parameter zu bestimmen.

Die Funktion, die den exakten Verlauf der Übersterblichkeit von Risiken mit einer bestimmten Minderwertigkeitsanlage angibt, nennen wir im folgenden *individuelle Übersterblichkeitsfunktion*, zum Unterschiede von der *zugehörigen konstanten Durchschnitts-Übersterblichkeitsfunktion*, bei welcher die prozentuale Übersterblichkeit für alle Alter genau gleich der durchschnittlichen Übersterblichkeit ist.

Die meisten Gesellschaften haben von der Verwendung spezieller Tafeln für die verschiedenen Minderwertigkeitsanlagen abgesehen.

Die Extraprämie zur Deckung des erhöhten Risikos ist natürlich vom Verlaufe der individuellen Übersterblichkeitsfunktion abhängig. Zweck des ersten Teiles der nachfolgenden Untersuchungen soll sein, den Einfluss der Abweichung der individuellen von der zugehörigen konstanten Übersterblichkeitsfunktion, also den Einfluss der übrigen Parameter, auf die Höhe dieser Extraprämie bei verschiedenen Versicherungsarten festzustellen. Nachher wollen wir unser Augenmerk dem Einflusse dieser Abweichungen auf die Höhe der mathematischen Reserven zuwenden. In diesem Zusammenhange wird dann die Frage nach den gerechten Abfindungswerten bei der Versicherung erhöhter Risiken berührt.

I. Einfluss der Abweichung der individuellen Übersterblichkeit von der zugehörigen konstanten Durchschnittsübersterblichkeit auf die Höhe der Extraprämie

A. Theoretische Untersuchungen

1. Definition der Durchschnitts-Übersterblichkeitsfunktion

Wir bezeichnen allgemein mit $\mu(x)$ die Sterbensintensität der Normalen und mit $\mu'(x)$ die Sterbensintensität der Anormalen.

$$\mu'(x) - \mu(x)$$

ist somit die individuelle Übersterblichkeitsfunktion, die wir als stets positiv voraussetzen.

Die durchschnittliche Übersterblichkeit f im Altersintervall $x_1\, x_2$ definieren wir, in Anlehnung an deren empirische Bestimmung, durch die Gleichung

$$f = \frac{\int\limits_{x_1}^{x_2} [\mu'(x) - \mu(x)]\, dx}{\int\limits_{x_1}^{x_2} \mu(x)\, dx} \tag{1}$$

Bei der zugehörigen konstanten Durchschnitts-Übersterblichkeitsfunktion

$$\mu_0'(x) = (1+f)\,\mu(x)$$

ist also die prozentuale Übersterblichkeit im ganzen Intervall, das die Versicherungsdauer umfasst, gleich dem Mittelwerte der individuellen Übersterblichkeit dieses Intervalles.

Zur Abkürzung bezeichnen wir das Integral $\int\limits_{x_1}^{x_2} \mu(x)\,dx$ mit M.

Aus

$$\frac{dl_x}{l_x} = -\mu(x)\,dx$$

folgt durch Integration über das Intervall $x_1\, x_2$

$$\log l_{x_2} - \log l_{x_1} = -\int\limits_{x_1}^{x_2} \mu(x)\,dx = -M$$

und daraus für die Erlebenswahrscheinlichkeit

$$\frac{l_{x_2}}{l_{x_1}} = e^{-M} \tag{2}$$

2. *Bedingungsgleichung für die Vergleichsfunktionen $\mu'(x)$*

Beim Studium des Einflusses, den die Abweichungen der individuellen Übersterblichkeitsfunktionen von der zugehörigen konstanten Durchschnitts-Übersterblichkeitsfunktion auf die versicherungstechnischen Grössen haben, berechnen wir diese unter Zugrundelegung der verschiedenen Übersterblichkeitsfunktionen, welche, bezogen auf das Intervall $x_1\, x_2$, die gleiche mittlere Übersterblichkeit f aufweisen. Die Gesamtheit der individuellen Übersterblichkeitsfunktionen $\mu'(x)$, die zum Vergleiche zugelassen sind, müssen also den folgenden Bedingungen genügen:

$$\left.\begin{aligned} M(f+1) &= \int\limits_{x_1}^{x_2} \mu'(x)\,dx \\ \mu'(x) - \mu(x) &= \Delta(x) \geqslant 0 \qquad \text{für } x_1 \leqslant x \leqslant x_2 \end{aligned}\right\} \tag{I}$$

worin f und M für alle zugelassenen Funktionen μ' einander gleich sind.

3. Einmalprämie der Erlebensfallversicherung

Wir bezeichnen mit E'_{xn} die zu $\mu'(x)$ gehörige Einmalprämie der Erlebensfallversicherung für die Dauer n und das Eintrittsalter x, mit δ die Verzinsungsintensität, dann gilt

$$E'_{xn} = \frac{l'_{x+n}}{l'_n} e^{-\delta n}$$

Aus (1) und (2) folgt dann

$$\frac{l'_{x+n}}{l'_x} = \left(\frac{l_{x+n}}{l_x}\right)^{1+f}$$

und daraus

$$E'_{xn} = E_{xn} \left(\frac{l_{x+n}}{l_x}\right)^{f}$$

$$E'_{xn} = E_{xn} e^{-f \cdot M} \tag{3}$$

Die Einmalprämie der Erlebensfallversicherung ist also nur von der durchschnittlichen Sterblichkeit im Intervall x bis $x+n$ abhängig. Ihr Wert ist für alle individuellen Übersterblichkeitsfunktionen, die im Intervall x bis $x+n$ die gleiche durchschnittliche Übersterblichkeit aufweisen, derselbe; mit andern Worten, alle Funktionen, die den Bedingungen (I) genügen, liefern den gleichen Wert für E'_{xn}, der natürlich um so kleiner ist, je grösser die durchschnittliche Übersterblichkeit f ist.

4. Leibrentenbarwert

Der Einfachheit halber wollen wir uns hier nur mit den kontinuierlichen Leibrenten befassen.

$$\mathsf{a}'_{\overline{xn}|} = \frac{1}{l'_x} \int_0^n l'_{x+t}\, e^{-\delta t}\, dt = \int_0^n e^{-\int_x^{x+t} [\mu'(\xi) + \delta] d\xi}\, dt$$

Wir untersuchen die Veränderungen von a', wenn die Funktion $\mu'(\xi)$ durch eine davon wenig verschiedene Funktion $\bar{\mu}'(\xi)$ ersetzt wird, wobei

$\bar{\mu}'(\xi) = \mu'(\xi) + \alpha \cdot \eta(\xi)$ und α eine kleine Grösse ist.

Wir bezeichnen das Integral $\int_x^{x+\tau} \mu'(\xi)\,d\xi$ mit $\Phi(\tau)$.

Dann wird

$$\overline{\Phi} = \int_x^{x+\tau} \bar{\mu}'(\xi)\,d\xi = \Phi(\tau) + \alpha \cdot \varphi(\tau)$$

Definitionsgemäss wird $\Phi(0) = \overline{\Phi}(0) = 0$.

Für die Funktionen $\mu'(\xi)$, die den Bedingungen I (gleiche durchschnittliche Übersterblichkeit) genügen, besteht als zweite Randbedingung

$$\Phi(n) = \overline{\Phi}(n) = (1+f)\,M$$

Der Ausdruck für a' lässt sich nun auf die Form bringen

$$\bar{a}'_{xn} = \int_0^n e^{-\Phi(t)-t\cdot\delta}\,dt$$

Ersetzt man in diesem Integral $\overline{\Phi}$ durch $\Phi + \alpha \cdot \varphi$ und entwickelt den so erhaltenen Ausdruck für a' nach Potenzen von α, so erhält man die erste, zweite, ... Variation von a'. Uns interessiert vor allem die erste Variation, da die Variationen höherer Ordnung gegenüber der Variation erster Ordnung bei kleinem α verschwindend klein sind. Um Verwechslungen mit der Verzinsungsintensität δ zu vermeiden, bezeichnen wir die erste Variation mit Δ

$$\Delta a'_{\overline{xn}|} = -\int_0^n \Delta\Phi(t)\,e^{-\Phi(t)-t\cdot\delta}\,dt = \frac{1}{l'_x}\int_0^n \Delta\Phi(t)\,l'_{x+t}\,e^{-\delta\cdot t}\,dt \qquad (4)$$

Die Veränderung des Rentenbarwertes ist also gleich dem Barwert einer variablen Rente in Höhe von $\Delta\Phi(t)$, wo

$$\Delta\Phi(t) = \int_x^{x+t} \Delta\mu'(\xi)\,d\xi$$

Wir setzen nun $\mu'(x) = \mu_0'(x) = (1+f)\,\mu(x)$ und berechnen uns die Variation des Rentenbarwertes für Funktionen $\bar{\mu}'(x)$ in der Umgebung von $\mu_0'(x)$, immer unter der Voraussetzung, dass die Funktionen $\bar{\mu}'(x)$ im Intervall x bis $x+n$ der gleichen durchschnittlichen Übersterblichkeit f entsprechen wie $\mu_0'(x)$. Für $\Phi(t)$ erhalten wir dann die Beziehung

$$\Phi(t) = (1+f)\int_x^{x+t} \mu(\xi)\,d\xi$$

Die Exponentialfunktion im Integranden der Formel (4) fällt monoton. Die Variation $\Delta\Phi$ verschwindet für $t = 0$ und für $t = n$. Ist $\Delta\Phi$ dazwischen stets positiv, dann wird nach (4) $\Delta\mathsf{a}'$ negativ. Wenn $\Delta\Phi$ stets positiv ist und an den Enden des Intervallen verschwindet, dann ist die Ableitung $d/dt(\Delta\Phi) = \Delta\mu'(x)$ am Anfang positiv, am Schluss dagegen negativ.

Rückschliessend können wir somit feststellen:

Wenn bei der betrachteten individuellen Übersterblichkeitsfunktion die Übersterblichkeit am Anfange grösser, am Ende dagegen kleiner ist als bei der zugehörigen konstanten Durchschnitts-Übersterblichkeitsfunktion μ_0', dann ist $\Delta\Phi > 0$ und der Leibrentenbarwert a' also kleiner als bei der konstanten Durchschnitts-Übersterblichkeitsfunktion; ist die Übersterblichkeit am Anfang niedriger, am Ende dagegen grösser als bei μ_0', dann ist der Rentenbarwert a' grösser als bei genau proportionaler Sterblichkeitserhöhung.

Dabei haben wir Fälle mit mehrmaligem Zeichenwechsel von $\Delta\Phi(t)$ im Intervall $0 — n$ ausgeschlossen.

5. *Einmalprämie der gemischten Versicherung*

Da sich die Einmalprämie für die gemischte und die lebenslängliche Versicherung durch den Leibrentenbarwert ausdrücken lässt, finden wir die Variation der Einmalprämie bei gleichbleibender durchschnittlicher Übersterblichkeit aus der Formel

$$\Delta A_{x\overline{n}|} = -\delta \cdot \Delta\mathsf{a}_{x\overline{n}|} \qquad (5)$$

worin für $\Delta\mathsf{a}_{x\overline{n}|}$ der Wert aus (4) einzusetzen ist.

Während die Einmalprämie der Erlebensfallversicherung bei allen Sterbeintensitätsfunktionen $\mu'(x)$ mit der gleichen durchschnittlichen Übersterblichkeit im Intervall x bis $x+n$ die gleiche Grösse hat, variiert die Einmalprämie der gemischten Versicherung bei einer Veränderung von $\mu'(x)$, trotz gleichbleibender durchschnittlicher Übersterblichkeit.

Aus (4) und (5) sehen wir, dass bei gleichbleibender durchschnittlicher Übersterblichkeit f für das Intervall x bis $x+n$ die Einmalprämie der gemischten Versicherung um so grösser ist, je mehr die Übersterblichkeit auf den Anfang des Intervalles konzentriert ist.

6. *Jährliche Prämie bei gemischten, Erlebensfall- und temporären Todesfallversicherungen*

Bei *gemischten Versicherungen* mit jährlicher Prämienzahlung gilt wegen

$$P = \frac{1}{\mathrm{a}} - \delta$$

$$\varDelta P = -\frac{\varDelta \mathrm{a}}{\mathrm{a}^2} \tag{6}$$

und wir konstatieren, ähnlich wie bei der Einmalprämie für gemischte Versicherungen, dass die jährliche Prämie grösser wird als im Falle der konstanten Durchschnitts-Übersterblichkeit $\mu_0'(x)$, sobald die Übersterblichkeit anfänglich grösser ist als f und erst gegen das Ende des Intervalles kleiner wird. Ist die prozentuale Übersterblichkeit von $\mu'(x)$ dagegen anfänglich kleiner als f und wird sie erst später grösser, dann ist die jährliche Prämie kleiner als bei konstanter Übersterblichkeit.

Für die *Erlebensfallversicherung* mit jährlicher Prämienzahlung erhalten wir

$$P(E) = \frac{E'_{xn}}{\mathrm{a}'_{x\overline{n}|}}$$

Da E'_{xn} nach (1) im Bereiche der hier zu betrachtenden Variationen eine Konstante bedeutet, ist

$$\varDelta P(E) = -E'_{xn} \frac{\varDelta \mathrm{a}'_{x\overline{n}|}}{\mathrm{a}'^{2}_{x\overline{n}|}} \tag{7}$$

Die Variation der jährlichen Prämie der Erlebensfallversicherung ist also gleich dem $E'_{x\overline{n}|}$-fachen der entsprechenden gemischten Versicherung. Insbesondere ist also das Vorzeichen der Variation der Prämie für gemischte und Erlebensfallversicherungen bei gleichbleibender Durchschnitts-Übersterblichkeit stets dasselbe.

Da E'_{xn} kleiner ist als 1, gilt dasselbe für die Variation der Prämie einer *reinen Todesfallversicherung* T, denn $T = G - E$.

$$P(T) = -(1 - E'_{xn}) \frac{\varDelta \mathrm{a}'_{x\overline{n}|}}{\mathrm{a}'^{2}_{x\overline{n}|}} \tag{8}$$

7. *Zusammenfassung*

Zusammenfassend stellen wir fest:

Wir betrachten verschiedene Sterbensintensitätsfunktionen $\mu'(x)$, die alle im Altersintervall x bis $x+n$ gegenüber der normalen Sterblichkeitsfunktion $\mu(x)$ die gleiche durchschnittliche Übersterblichkeit f aufweisen. Diejenige unter diesen Funktionen, die im ganzen Intervall stets die gleiche prozentuale Übersterblichkeit f aufweist, bezeichnen wir mit $\mu_0'(x)$. Wir untersuchen nun die Variation der Prämie der gemischten, der Erlebensfall- und der temporären Versicherung, die sich über dieses Altersintervall x bis $x+n$ erstrecken und zu diesen verschiedenen Funktionen gehören, und finden:

Die Erlebensfall-Einmalprämie ist für alle betrachteten Übersterblichkeitsfunktionen die gleiche.

Für die gemischte und die reine Todesfallversicherung mit Einmalprämie sowie für die gemischte, die Erlebensfall- und die reine Todesfallversicherung mit jährlicher Prämie gilt folgendes:

Ist die prozentuale Übersterblichkeit anfangs kleiner als die durchschnittliche Übersterblichkeit f und wird erst später grösser, dann sind die Prämien und demzufolge auch die Extraprämien niedriger als bei Annahme einer gleichbleibenden prozentualen Übersterblichkeit f (Funktion $\mu_0'(x)$);

ist die prozentuale Übersterblichkeit anfangs grösser als die durchschnittliche Übersterblichkeit f und wird sie dafür am Schlusse kleiner, dann sind die Prämien und demzufolge auch die Extraprämien höher als bei Annahme einer gleichbleibenden prozentualen Übersterblichkeit f (Funktion $\mu_0'(x)$).

B. Numerische Beispiele

Wir wollen nun den Einfluss der im Abschnitt A beschriebenen Variation der Sterblichkeit auf die jährliche Prämie der gemischten Versicherung mit und ohne zusätzlichem Erlebensfallkapital und der temporären Todesfallversicherung an numerischen Beispielen studieren.

Bei der Berechnung der Extraprämie für die kombinierte Versicherung $G+E$ wenden wir für die Grundkombination (gemischte Versicherung) und für die Bonifikations-Zusatzversicherung die gleiche, erhöhte Tafel an.

Da die vorhandenen Statistiken, die der Taxierung erhöhter Risiken zugrunde liegen, gewöhnlich nur Angaben über die durchschnittliche Übersterblichkeit f enthalten, die effektive Übersterblichkeit aber nicht genau proportional zur normalen Sterblichkeit verläuft, haben wir die numerischen Auswirkungen dieser Abweichungen vom streng proportionalen Verlauf untersucht.

Gewisse dänische Lebensversicherungsgesellschaften verwenden für die Versicherung minderwertiger Leben Sterbetafeln mit verschiedenen Makehamschen Konstanten und berücksichtigen auf diese Art für jede Klasse den dem Minderwertigkeitsgrunde eigentümlichen Übersterblichkeitsverlauf. Die Variation der Konstanten wird ausgedrückt durch eine Alterserhöhung Δx und eine zusätzliche additive Erhöhung der Sterbenswahrscheinlichkeit um α $^0/_{00}$.

Unter Berücksichtigung dieser Alterserhöhungen bzw. dieser additiven Sterbenswahrscheinlichkeitserhöhung sind in Tabelle I für einige Minderwertigkeitsanlagen die Extraprämien EP' nach der Tafel AE $3\frac{1}{2}\,\%$ berechnet. Für jede Kombination ist die durchschnittliche Übersterblichkeit f bestimmt und unter der Annahme der genau proportionalen Sterblichkeitserhöhung um $f\,\%$ $(\mu_0'(x) = (1+f)\,\mu(x))$ die Extraprämie EP_0 berechnet.

Betrachten wir die Tabelle I etwas näher, so sehen wir, dass die Hypothese der proportionalen Sterblichkeitserhöhung im allgemeinen gute Näherungswerte gibt, indem die Differenz der Extraprämien EP' (bei Berücksichtigung des genauen individuellen Sterblichkeitsverlaufes) und EP_0 (bei Anwendung eines konstanten Übersterblichkeitsfaktors f, der der durchschnittlichen Übersterblichkeit entspricht) im Vergleich zur Höhe der Extraprämien klein ist, besonders wenn man die Unsicherheit der medizinischen Risikotaxierung in Betracht zieht.

Bei den Herz- und Nierenkrankheiten oder den Dispositionen zu Erkrankungen dieser Organe zeigt sich, dass die Annahme des genau proportionalen Sterblichkeitsverlaufes zu etwas zu hohen Extraprämien führt; bei den leichten Minderwertigkeiten und bei Tuberkulose sind die Näherungswerte manchmal etwas zu klein, manchmal etwas zu gross.

II. Reserveberechnung für Versicherungen erhöhter Risiken

1. Allgemeines

Im zweiten Teil wollen wir uns nun noch der Reserveberechnung zuwenden und feststellen, welchen Einfluss die Anwendung der konstanten Durchschnittsübersterblichkeit bzw. der normalen Sterbenswahrscheinlichkeiten an Stelle der individuellen Übersterblichkeit auf die Reserve hat. Diese Frage ist deshalb interessant, weil nur auf Grund der genauen Reserven die theoretisch richtigen Abfindungswerte bestimmt werden könnten.

In Analogie zu den Ableitungen unter I A 4 führen wir folgende Bezeichnungen ein:

$$\int_x^{x+\tau} \mu(\xi)\, d\xi = \Phi(\tau)$$

und entsprechend

$$\int_x^{x+\tau} \bar{\mu}(\xi)\, d\xi = \bar{\Phi}(\tau) = \Phi(\tau) + \alpha\varphi(\tau)$$

Aus den Randbedingungen $\bar{\Phi}(n) = \Phi(n) = (1+f)M$ und aus der Definition von Φ folgt $\Delta\Phi(n) = 0$ und $\Delta\Phi(0) = 0$.

Wir untersuchen nun die erste Variation der wichtigsten versicherungstechnischen Grössen, indem wir zunächst von der Randbedingung $\Delta\Phi(n) = 0$ keinen Gebrauch machen, um möglichst allgemeine Resultate zu erhalten.

2. Einmalprämie der Erlebensfallversicherung

Aus

$$\ln \frac{l_{x+n}}{l_{x+t}} = -\int_{x+t}^{x+n} \mu(\xi)\, d\xi = -\left[\Phi(n) - \Phi(t)\right]$$

folgt

$$\Delta \ln \frac{l_{x+n}}{l_{x+t}} = -\Delta\Phi(n) + \Delta\Phi(t)$$

und daraus

$$\Delta E_{x+t:n-t} = E_{x+t:n-t}\left\{\Delta\Phi(t) - \Delta\Phi(n)\right\} \qquad (9)$$

3. *Rentenbarwert*

Für die erste Variation des Rentenbarwertes erhalten wir folgende Formel:

$$\Delta a_{x+t\,\overline{n-t|}} = \Delta \Phi(t)\, a_{x+t\,\overline{n-t|}} - \frac{1}{l_{x+t}} \int_t^n \Delta \Phi(\xi)\, l_{x+\xi}\, e^{-\delta[\xi-t]}\, d\xi \qquad (10)$$

4. *Reserven einer gemischten Versicherung*

$$_tV = 1 - \frac{a_{x+t\,\overline{n-t|}}}{a_{x\overline{n|}}}$$

Daraus ergibt sich, unter Anwendung des Mittelwertsatzes der Integralrechnung, für die Variation der Reserven folgende Formel:

$$\Delta_t V = -\frac{a_{x+t\,\overline{n-t|}}}{a_{x\overline{n|}}^2} \left\{\Delta \Phi(t)\, a_{x\overline{n|}} + [\Delta \Phi_m(x, x+t) - \Delta \Phi_m(x+t, x+n)]\, a_{x\overline{t|}}\right\} \qquad (11)$$

worin

$$\Delta \Phi(t) = \int_x^{x+t} \Delta \mu(\xi)\, d\xi$$

somit

$$\Delta \Phi(0) = 0$$

und $\Delta \Phi_m(x, x+t)$, $\Delta \Phi_m(x+t, x+n)$ Mittelwerte der Funktion $\int_{x_1}^{x_2} \Delta \mu(\xi)\, d\xi$ im Intervall $(x,\ x+t)$ bzw. $(x+t,\ x+n)$ bedeuten, die sich auf Grund der Formel errechnen:

$$\Delta \Phi_m(x_1, x_2) = \frac{1}{a_{x_1\,\overline{x_2-x_1|}}} \frac{1}{l_{x_1}} \int_{x_1}^{x_2} \Delta \Phi(\xi - x)\, l_\xi\, e^{-\delta(\xi-x_1)}\, d\xi$$

Diese Formel, durch welche die Variation der Reserven direkt auf die Variation der Sterbensintensität zurückgeführt wird, ist jedoch unübersichtlich. Übersichtlicher werden die Verhältnisse, wenn wir von der Differentialgleichung der Reserven als Funktion der Zeit ausgehen.

$$dV = V[\delta + \mu]\, dt + P\, dt - \mu\, dt$$

Bezeichnet man die Prämie, Reserve, Sterbensintensität nach der Anormalen-Tafel T_a mit P', V', μ', so ergibt sich für diese Tafel die Differentialgleichung:

$$dV' = V'[\delta + \mu']\,dt + P'\,dt - \mu'\,dt$$

$$\frac{dV' - dV}{dt} = (V' - V)\delta + (V'\mu' - V\mu) + (P' - P) - (\mu' - \mu) \quad (12)$$

Für den Anfang der Versicherungsdauer ($t = 0$, $V = 0$) ergibt sich:

$$\left(\frac{dV' - dV}{dt}\right)_{t=0} = (P' - P) - (\mu' - \mu)$$

Am Anfang der Versicherungsdauer ist also die Reserve nach der Tafel T_a höher oder niedriger als die Reserve nach der normalen Tafel, je nachdem die Prämienerhöhung grösser oder kleiner ist als die Erhöhung der Sterbeintensität. Aus der Formel für die Differenz der Differentialquotienten der Reserven nach der Zeit kann der Verlauf der Reservekurve am Anfang der Versicherungsdauer leicht überblickt werden.

Es ist einleuchtend, dass bei lebenslänglichen Versicherungen die Extraprämie im allgemeinen höher ist als die Zunahme der Sterbeintensität am Anfang der Versicherungsdauer; infolgedessen sind bei dieser Versicherungsart die Reserven nach der Tafel T_a, wenigstens in den ersten Jahren, höher als die Reserven nach der normalen Tafel T_n.

Für $t = n$ ist $V = 1$, und wir haben daher:

$$\left(\frac{dV' - dV}{dt}\right)_{t=n} = P' - P$$

Gegen Ende der Versicherungsdauer ist also, bei Vergleich der Reserven der Tafel für erhöhte Sterblichkeit mit der Tafel T_n,

$$\frac{dV'}{dt} > \frac{dV}{dt} \quad \text{und, da } {}_nV = {}_nV' = 1,$$

ergibt sich, dass gegen Ende der Versicherungsdauer die Reserve nach der Tafel mit erhöhter Sterbeintensität stets kleiner ist als die Reserve nach der Tafel für normale Leben.

Vergleichen wir jetzt diejenigen Sterblichkeitsfunktionen $\mu'(x)$ miteinander, welche den Bedingungen I genügen, die also im Intervall x bis $x+n$ die gleiche Durchschnitts-Übersterblichkeit f aufweisen. Wir untersuchen die Abhängigkeit der Reserven der gemischten und lebenslänglichen Versicherungen vom Verlauf dieser individuellen Übersterblichkeitsfunktionen, die wir mit der Tafel T_a^0 ($\mu_0'(x)$ mit genau proportional erhöhter Übersterblichkeit) vergleichen *). Für diese Klasse von Vergleichsfunktionen ist $\Delta\Phi(0) = \Delta\Phi(n) = 0$. Da wir schon früher gesehen haben, dass P' und P_0' für die beiden Tafeln T_a (Sterbeintensität μ') und T_a^0 (Sterbeintensität μ_0'), die im Intervall x bis $x+n$ die gleiche durchschnittliche Übersterblichkeit aufweisen, sich numerisch voneinander nur wenig unterscheiden, ergibt sich für den Anfang der Versicherung, dass $V' > V_0'$, sofern $\mu'(x) < \mu_0'(x) = (1+f)\,\mu(x)$, d. h. wenn bei einem Sterblichkeitsverlauf der von uns betrachteten Grössen das Verhältnis zur normalen Sterblichkeit am Anfang kleiner ist als später, dann sind die anfänglichen Reserven im allgemeinen grösser als nach der Tafel T_a^0. Dieser Fall ist realisiert bei Alterserhöhung. Bei einer Erhöhung der Sterbeintensität um eine additive Konstante ist dagegen für den Anfang der Versicherungsdauer $\mu'(x) > \mu_0'(x)$, und demzufolge ist zu erwarten, dass $V' < V_0'$.

Gegen das Ende der Versicherungsdauer ist

$$\left(\frac{dV'}{dt}\right)_{t=n} - \left(\frac{dV_0'}{dt}\right)_{t=n} = P' - P_0'$$

Unsere Berechnungen haben gezeigt, dass dieser Unterschied relativ klein ist; der Reserveverlauf ist also am Schlusse der Versicherungsdauer für sämtliche Übersterblichkeitsfunktionen, die der Bedingung I genügen, ziemlich gleich.

5. Zusammenfassung

In der Tafel II sind die Nettoreserven für die gemischte Versicherung, Eintrittsalter 40, Dauer 20, berechnet auf Grund der normalen

*) Für den Vergleich der Reserven nach der Tafel T_a^0 mit den Reserven nach der normalen Tafel T_n verweise ich auf die Arbeit von P. Riebesell im Heft 1 des Bandes 48 der «Mitteilungen schweizerischer Versicherungsmathematiker», in welcher die Frage nach der Veränderung der Reserven bei einer Veränderung der Rechnungsgrundlagen auf andere Weise untersucht worden ist.

Sterblichkeit (Tafel T_n), auf Grund der Sterblichkeitstafel mit variierten Makehamschen Konstanten (Tafel T_a) und unter der Annahme genau proportionaler Sterblichkeitserhöhung um f %, wobei f auf Grund der Gleichung (1) bestimmt sein soll.

Während für die leichten Erschwerungen ($\varDelta x = 0$, $\varDelta \alpha = 2$ ‰) und die leichten und schweren Tuberkulosefälle ($\varDelta x = 5$, $\varDelta \alpha = 4$ ‰ bzw. 8 ‰) die Approximation der Reserve durch die Tafel T_a^0 mit proportionaler Sterblichkeitserhöhung für die meisten Zwecke genau genug ist, sind die Reserven für gemischte Versicherungen bei den Herztafeln ($\varDelta x = 7$ bzw. 15, $\varDelta \alpha = 0$) und bei der Albuminurietafel ($\varDelta x = 14$, $\varDelta \alpha = 4$ ‰) bedeutend höher als bei der entsprechenden Tafel T_a^0. Zum Teil sind sie sogar, insbesondere in den Anfangsjahren, höher als die Reserven nach der normalen Tafel T_n.

6. Reserveberechnung in der Praxis

Sehr oft werden die Reserven für Versicherungen anormaler Risiken nach den gleichen Grundlagen und Methoden berechnet wie für normale Risiken.

Gewisse Gesellschaften berechnen zuerst die Extraprämie, basierend auf der Annahme einer proportionalen Erhöhung der normalen Sterbenswahrscheinlichkeit. Dann wird diese Extraprämie in eine Alterserhöhung umgerechnet in der Weise, dass nach dem gleichen Tarife diejenige Alterserhöhung $\varDelta x'$ ermittelt wird, welche den gleichen Wert für die Extraprämie ergibt. Alsdann werden die Reserven nach der normalen Tafel, aber mit einem um $\varDelta x'$ Jahre erhöhten Eintrittsalter berechnet. Auf diese Weise ergeben sich im allgemeinen etwas zu hohe Reserven.

Andere Gesellschaften rechnen die Erhöhung der Sterbenswahrscheinlichkeit am Anfange und am Schlusse des Altersintervalls je in eine Alterserhöhung um und definieren die «mittlere Alterserhöhung», auf Grund welcher Extraprämie und Reserve berechnet werden, als deren Durchschnittswert [1]).

---

[1]) Vgl. z. B. *Berger:* Prinzipien der Lebensversicherungstechnik II, Berlin 1925, S. 125 und folgende.

III. Abfindungswerte bei Versicherungen minderwertiger Leben

Solange die auf oben beschriebene Art errechneten Reserven nur zu Bilanzzwecken Verwendung finden, sind die angegebenen Methoden hinreichend genau genug. Wenn in der Bilanz etwas zu hohe Reserven eingestellt werden, liegt dies in der Linie einer vorsichtigen Geschäftsführung. Anders verhält es sich, wenn diese Reserven zur Berechnung der Abfindungswerte bei vorzeitigem Abgang dienen. In diesem Falle sind sowohl die Versicherungsgesellschaften als auch die gewinnberechtigten vertragstreuen Versicherten benachteiligt, wenn vorzeitig Austretenden zu hohe Abfindungswerte ausgerichtet werden.

1. Berechnung der Rückkaufswerte

Für die Rückkaufswerte ist es nicht gleichgültig, welche Reserveberechnungsmethode zur Anwendung kam, sind doch z. B. bei einem Risiko der schweren Tuberkuloseklasse nach Bezahlung von 5 Jahresprämien bei gemischten Versicherungen von 20jähriger Dauer schon Unterschiede von beinahe 10 ‰ vorhanden; bei einer gemischten Versicherung mit Erlebensfall-Zusatzversicherung, wie sie gelegentlich zur Kompensation des erhöhten Todesfallrisikos abgeschlossen werden, beträgt der Unterschied gelegentlich über 30 ‰.

Da für die Reserveberechnung in der Praxis die individuellen Übersterblichkeitstafeln nicht in Frage kommen, hat man sich für eines der drei besprochenen Näherungsverfahren zu entscheiden:

1. Die Reserve wird berechnet nach der Tafel mit proportional erhöhter Sterblichkeit.

2. Die Reserve wird berechnet nach der normalen Tafel, aber mit einer Erhöhung des Eintrittsalters um $\Delta x'$ Jahre, entsprechend der Übersterblichkeitsklasse.

3. Die Reserve wird berechnet nach der normalen Tafel ohne Alterserhöhung (normale Rückkaufswerte).

Das erste Verfahren gibt im allgemeinen eine gute Annäherung. Nur bei Minderwertigkeitsanlagen, die sich erst spät auswirken, bei denen also das Schwergewicht der Übersterblichkeit auf den Schluss verlegt ist, wie z. B. bei Herzkrankheiten, werden die Rückkaufswerte etwas zu klein. Dieses Verfahren wird in der Praxis nur selten angewandt, obschon es vom technischen Standpunkt aus besser befriedigt als die beiden andern, bei denen der Versicherer meistens etwas zu kurz kommt.

Wenn die Abfindungswerte überhaupt auf Grund der vorhandenen Reserve berechnet werden und nicht nach einer mechanischen Formel [1]), dann kommen in der Praxis vorwiegend die Methoden 2 und 3 zur Anwendung. Das zweite Verfahren liefert im allgemeinen die höchsten Rückkaufswerte; ausser bei Minderwertigkeitsanlagen mit auf den Schluss konzentrierter Übersterblichkeit sind die Rückkaufswerte zu hoch. Dieses Verfahren empfiehlt sich also nicht.

Das dritte Verfahren hat den Vorteil grösster Einfachheit für sich. Bei Minderwertigkeitsanlagen mit gleichmässiger Verteilung der Übersterblichkeit über die ganze Versicherungsdauer sind die resultierenden Rückkaufswerte etwas zu hoch, bei Minderwertigkeitsanlagen mit auf den Schluss konzentrierter Übersterblichkeit (Herz) sind sie dagegen zu klein.

Über die numerischen Auswirkungen gibt die Tabelle III Auskunft, in der die Reserven einer gemischten Versicherung, Dauer 20, Eintrittsalter 40, nach den 3 Näherungsmethoden berechnet und den «genauen» Werten nach der Tafel mit den individuellen Übersterblichkeiten T_a gegenübergestellt sind.

Wir sehen daraus, dass die zweite Methode, die sogenannte Alterserhöhungsmethode, fast in allen Fällen zu hohe Werte ergibt. Wenn man also zur Ermittlung des Rückkaufswertes, im Streben nach verwaltungstechnischer Vereinfachung, nicht die Tafel mit den proportional erhöhten Sterbenswahrscheinlichkeiten anwenden will, die der Extraprämien-Berechnung zugrunde lag, dann empfiehlt es sich, die Anormalität in der Berechnung des Rückkaufswertes überhaupt nicht zu berücksichtigen.

2. *Prämienfreie Reduktion*

Wenden wir uns nun noch der prämienfreien Reduktion zu. Bei einem Vergleich der herabgesetzten Versicherungssummen nach den verschiedenen Methoden können wir die Abschluss- und Verwaltungs-

---

[1]) Z. B. Methode der proportionalen Reduktion.

kosten ausser acht lassen. Die prämienfreie Summe berechnet sich dann nach der Formel

$$S_t = \frac{\text{vorhandene Reserve}}{\text{Nettoeinmalprämie}}$$

Für gemischte Versicherungen kann diese Gleichung auf die Form gebracht werden

$$S_t = \frac{(P + d) \cdot {}_tV}{P + d \cdot {}_tV}$$

$$\Delta S_t = \Delta_t V \frac{P(P+d)}{(P + d \cdot {}_tV)^2} - \Delta P \frac{d \cdot {}_tV(1 - {}_tV)}{(P + d \cdot {}_tV)^2}$$

Hierin sind sowohl ΔV als auch ΔP abhängig von der Variation der Sterblichkeit.

Da für die zum Vergleich herangezogenen Sterblichkeitsfunktionen gemäss den Bedingungen I die mittlere Sterblichkeit die gleiche ist, ΔP somit stets eine kleine Grösse bedeutet, ist zu erwarten, dass die Variationen ΔS_t und $\Delta_t V$ ungefähr parallel zueinander verlaufen, mit anderen Worten:

Bei denjenigen Übersterblichkeitsfunktionen, bei denen die Reserven höher sind als bei der Tafel mit proportionaler Sterblichkeitserhöhung, sind im allgemeinen auch die Reduktionswerte höher.

Wir wollen nun den Grad der Genauigkeit der drei vorhin beschriebenen Näherungsmethoden bei der Berechnung der prämienfreien Summe am Beispiel einer gemischten Versicherung, Dauer 20, Eintrittsalter 40, untersuchen. (Vgl. hiezu Tabelle IV.)

Auch hier liefert die Methode 1, bei der die Sterbenswahrscheinlichkeiten proportional erhöht sind, die niedrigsten Werte. Bei den Minderwertigkeitsanlagen mit einer gleichmässig über die ganze Versicherungsdauer verteilten Übersterblichkeit sind diese naturgemäss den genauen Werten (Tafel T_a) am besten angeglichen. Bei Minderwertigkeitsanlagen, bei denen das Schwergewicht der Übersterblichkeit auf den Schluss der Versicherungsdauer fällt, sind die Werte nach Methode 1 zu klein. Durch Anwendung der Alterserhöhungsmethode werden die Reduktionswerte gegenüber denjenigen für normale Leben (Methode 3) etwas erniedrigt; im Vergleich zu den genauen Werten nach der Tafel T_a sind sie dagegen im allgemeinen immer noch etwas zu hoch.

Zusammenfassung

Bei der Berechnung der Extraprämie stimmt die Methode der proportionalen Sterblichkeitserhöhung mit den «genauen Werten», die sich bei Berücksichtigung der individuellen Übersterblichkeitsfunktionen ergeben, in allen Fällen praktisch hinreichend genau überein.

Da das Beobachtungsmaterial zur Sterblichkeitsuntersuchung anormaler Leben stets sehr beschränkt ist, ist es günstig, dass trotz der Verschiedenartigkeit des Verlaufs der Übersterblichkeit bei den verschiedenen Minderwertigkeitsanlagen die Extraprämie schon bei Kenntnis eines einzigen Parameters gut approximiert werden kann. Es genügt daher, für jede Minderwertigkeitsursache die durchschnittliche Übersterblichkeit in grösseren Altersintervallen festzulegen und nachher die Extraprämie nach Tafeln mit konstanter prozentualer Übersterblichkeit zu ermitteln. Soweit nur die Berechnung der Extraprämie in Frage kommt, erübrigt es sich also, für jede Minderwertigkeitsursache besondere Sterbetafeln anzulegen.

Zur Ermittlung der Rückkaufs- und Reduktionswerte ist dagegen die Annäherung etwas weniger gut, insbesondere wenn das Schwergewicht der Übersterblichkeit gegen den Schluss der Versicherungsdauer verschoben ist. In diesem letzteren Falle sind die Näherungswerte, die bei proportionaler Sterblichkeitserhöhung gefunden werden, etwas zu niedrig.

Da für die Praxis komplizierte Berechnungen für Abfindungswerte anormaler Leben nicht am Platze sind, werden für Versicherungen auf anormale Leben meistens die nach der Tafel für normale Leben bestimmten Abfindungswerte ausgerichtet. Es zeigt sich, dass diejenigen anormalen Versicherten, die sich für die prämienfreie Reduktion entscheiden, im allgemeinen etwas zu hohe Werte zugestanden erhalten.

Tabelle I

Vergleich der Extraprämien einer gemischten Versicherung nach der individuellen Übersterblichkeitsfunktion μ' und nach der konstanten Durchschnitts-Übersterblichkeitsfunktion μ_0'

x	n	Durchschnittliche Übersterblichkeit f in %	Extraprämie bei Anwendung der individuellen Übersterblichkeitsfunktion EP'	Extraprämie bei Anwendung der konstanten Durchschnitts-Übersterblichkeitsfunktion EP_0	Differenz
Tafel für leichte Erschwerungen $\Delta x = 0$ $\Delta\alpha = 2\,‰$					
30	10	22	1,02	0,95	+0,07
40		18	1,02	0,95	+0,07
50		11	1,03	0,92	+0,11
30	20	20	1,21	1,10	+0,11
40		13	1,22	0,94	+0,28
Tafel für leichte Tuberkulosefälle $\Delta x = 5$ Jahre $\Delta\alpha = 4\,‰$					
30	10	54	2.33	2,38	—0,05
40		59	3,07	3,16	—0,09
50		65	5,47	5,48	—0,01
30	20	57	3,08	3,15	—0,07
40		63	4,40	4,59	—0,19
Tafel für schwere Tuberkulosefälle $\Delta x = 5$ Jahre $\Delta\alpha = 8\,‰$					
30	10	99	4,48	4,40	+0,08
40		95	5,18	5,12	+0,06
50		87	7,62	7,38	+0,24
30	20	97	5,58	5,41	+0,17
40		90	6,92	6,59	+0,33
Leichte Herz-Tafel $\Delta x = 7$ Jahre $\Delta\alpha = 0$					
30	10	14	0,53	0,61	—0,08
40		37	1,63	1,97	—0,34
50		68	5,26	5,73	—0,47
30	20	27	0,96	1,48	—0,52
40		56	3,03	4,07	—1,04
Schwere Herz-Tafel $\Delta x = 15$ Jahre $\Delta\alpha = 0$					
30	10	54	1,90	2,33	—0,43
40		137	6,24	7,43	—1,19
50		230	18,66	20,08	—1,42
30	20	100	3,57	5,58	—2,01
40		195	11,03	14,58	—3,55
Albuminurie-Tafel $\Delta x = 14$ Jahre $\Delta\alpha = 4\,‰$					
30	10	92	3,73	4,08	—0,35
40		156	7,54	8,48	—0,94
50		225	18,54	19,62	—1,08
30	20	128	5,50	7,19	—1,60
40		199	12,29	14,89	—2,60

Tabelle Ia

Vergleich des Einflusses der individuellen Übersterblichkeitsfunktion auf die Extraprämien für gemischte Versicherungen, Erlebensfall-Versicherungen und reine Todesfall-Versicherungen, Eintrittsalter 40, Dauer 20

$$EP' - EP_0$$

Δx	$\Delta \alpha$	Gemischte Versicherung	Gemischte Versicherung mit doppelter Erlebensfallsumme	Temporäre Todesfall-versicherung
0	2 ‰	+0,28	+0,35	+0,21
5	4 ‰	—0,19	—0,25	—0,13
5	8 ‰	+0,33	+0,42	+0,24
7	0	—1,04	—1,41	—0,67
15	0	—3,55	—4,33	—2,77
14	4 ‰	—2,60	—3,25	—1,95

Tabelle II

Vergleich der Nettoreserven einer gemischten Versicherung mit Eintrittsalter 40, Dauer 20, nach den Tafeln T_n, T_a und T_a^0

t	T_n (a)	T_a (b)	Differenz T_a gegen T_n (c) = (b) − (a) (c)	T_a^0 (d)	Differenz T_a^0 gegen T_n (e) = (d) − (a) (e)	Differenz T_a gegen T_a^0 (f) = (b) − (d) (f)
Tafel für leichte Erschwerungen T_a: $\Delta x = 0$ $\Delta\alpha = 2\,‰$ T_a^0: $f = 13\,\%$						
3	103,34	101,41	—1,93	102,30	—1,04	—0,89
5	179,17	176,16	—3,01	177,48	—1,69	—1,32
10	396,58	391,90	—4,68	393,50	—3,08	—1,60
Tafel für leichte Tuberkulosefälle T_a: $\Delta x = 5$ Jahre $\Delta\alpha = 4\,‰$ T_a^0: $f = 63\,\%$						
3	103,34	101,15	—2,19	99,74	—3,60	+1,41
5	179,17	175,38	—3,79	173,24	—5,93	2,14
10	396,58	388,14	—8,44	385,91	—10,67	2,23
Tafel für schwere Tuberkulosefälle T_a: $\Delta x = 5$ Jahre $\Delta\alpha = 8\,‰$ T_a^0: $f = 90\,\%$						
3	103,34	97,34	—6,00	98,33	—5,01	—0,99
5	179,17	169,42	—9,75	170,94	—8,23	—1,52
10	396,58	378,92	—17,66	381,59	—14,99	—2,67
Leichte Herz-Tafel T_a: $\Delta x = 7$ Jahre $\Delta\alpha = 0$ T_a^0: $f = 56\,\%$						
3	103,34	105,90	2,56	99,76	—3,58	+6,14
5	179,17	182,45	3,28	173,89	—5,28	+8,56
10	396,58	397,66	1,08	387,09	—9,49	10,57
Schwere Herz-Tafel T_a: $\Delta x = 15$ Jahre $\Delta\alpha = 0$ T_a^0: $f = 195\,\%$						
3	103,34	110,55	7,21	93,16	—10,18	17,39
5	179,17	188,23	9,06	162,43	—16,74	25,80
10	396,58	398,23	1,65	365,57	—31,01	32,66
Albuminurietafel T_a: $\Delta x = 14$ Jahre $\Delta\alpha = 4\,‰$ T_a^0: $f = 199\,\%$						
3	103,34	106,27	2,93	92,98	—10,36	13,29
5	179,17	181,69	2,52	162,12	—17,05	19,57
10	396,58	389,54	—7,04	364,98	—31,60	24,56

Tabelle III

Reserven einer gemischten Versicherung nach t Jahren.
Näherungsverfahren

t	T_a: individuelle Übersterblichkeitstafel («genauer Wert»)	T_a^0: proportionale Sterblichkeitserhöhung f % (Methode 1)	Normale Tafel mit Alterserhöhung $\Delta x'$ (Methode 2)	Normale Tafel T_n ohne Alterserhöhung (Methode 3)
		Tafel für leichte Eschwerungen		
	$\Delta x = 0$ $\Delta\alpha = 2\,^0/_{00}$	$f = 13$ %	$\Delta x' = 3$	
3	101,41	102,30	104,14	103,34
5	176,16	177,48	180,30	179,17
10	391,90	393,50	397	396,58
		Tafel für leichte Tuberkulosefälle		
	$\Delta x = 5$ $\Delta\alpha = 4\,^0/_{00}$	$f = 63$ %	$\Delta x' = 9$	
3	101,15	99,74	106,86	103,34
5	175,38	173,24	183,52	179,17
10	388,14	385,91	397,88	396,58
		Tafel für schwere Tuberkulosefälle		
	$\Delta x = 5$ $\Delta\alpha = 8\,^0/_{00}$	$f = 90$ %	$\Delta x' = 11$	
3	97,34	98,33	107,84	103,34
5	169,42	170,94	184,91	179,17
10	378,92	381,59	397,92	396,58
		Leichte Herztafel		
	$\Delta x = 7$ $\Delta\alpha = 0$	$f = 56$ %	$\Delta x' = 8$	
3	105,90	99,76	106,38	103,34
5	182,45	173,89	182,98	179,17
10	397,66	387,09	397,77	396,58
		Schwere Herztafel		
	$\Delta x = 15$ $\Delta\alpha = 0$	$f = 195$ %	$\Delta x' = 17$	
3	110,55	93,16	112,30	103,34
5	188,23	162,43	190,30	179,17
10	398,23	365,57	398,46	396,58
		Albuminurietafel		
	$\Delta x = 14$ $\Delta\alpha = 4\,^0/_{00}$	$f = 199$ %	$\Delta x' = 17$	
3	106,27	92,98	112,30	103,34
5	181,69	162,12	190,30	179,17
10	389,54	364,98	398,46	396,58

Tabelle IV

Prämienfreie Summe einer gemischten Versicherung nach t Jahren.
Näherungsverfahren
(ohne Abzug für nicht amortisierte Abschlussprovision) $x = 40$ $n = 20$

t	T_a: individuelle Übersterblichkeitstafel («genauerWert»)	T_a^0: proportionale Sterblichkeitserhöhung f % (Methode 1)	Normale Tafel mit Alterserhöhung $\Delta x'$ (Methode 2)	Normale Tafel T_n ohne Alterserhöhung (Methode 3)
	Tafel für leichte Erschwerungen			
	$\Delta x = 0$ $\Delta\alpha = 2\,^0/_{00}$	$f = 13$ %	$\Delta x' = 3$	
3	169	169	173	174
5	278	278	284	285
10	536	536	542	544
	Tafel für leichte Tuberkulosefälle			
	$\Delta x = 5$ $\Delta\alpha = 4\,^0/_{00}$	$f = 63$ %	$\Delta x' = 9$	
3	164	162	172	174
5	270	267	282	285
10	525	522	535	544
	Tafel für schwere Tuberkulosefälle			
	$\Delta x = 5$ $\Delta\alpha = 8\,^0/_{00}$	$f = 90$ %	$\Delta x' = 11$	
3	161	157	171	174
5	267	260	280	285
10	511	512	531	544
	Leichte Herztafel			
	$\Delta x = 7$ $\Delta\alpha = 0$	$f = 56$ %	$\Delta x' = 8$	
3	173	162	172	174
5	283	269	282	285
10	537	525	536	544
	Schwere Herztafel			
	$\Delta x = 15$ $\Delta\alpha = 0$	$f = 195$ %	$\Delta x' = 17$	
3	170	142	169	174
5	276	238	275	285
10	522	480	517	544
	Albuminurietafel			
	$\Delta x = 14$ $\Delta\alpha = 4\,^0/_{00}$	$f = 199$ %	$\Delta x' = 17$	
3	163	141	169	174
5	267	237	275	285
10	509	481	517	544