Zeitschrift: Mémoires de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles

Herausgeber: Société Vaudoise des Sciences Naturelles

Band: 8 (1944-1946)

Heft: 1

Artikel: Recherches sur les écoulements gazeux ionisés unipolaires et méthode de détermination des dimensions des ions : étude de physique théoretique et expérimentale

Autor: Joyet, Gustave

Kapitel: Addenda

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-287468

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

Download PDF: 13.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

ADDENDA

Ce travail était achevé depuis une année quand on nous a signalé que J.-S. TOWNSEND *) s'est posé en 1899 déjà notre problème de diffusion en vue de déterminer le coefficient de diffusion D des ions. En négligeant la diffusion axiale, mais en tenant compte en revanche de la répartition parabolique des vitesses dans l'écoulement, TOWNSEND pose l'équation différentielle (nous employons nos notations):

$$\frac{\partial^2 n}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial n}{\partial r} - \frac{2\bar{u}}{DR^2}(R^2 - r^2)\frac{\partial n}{\partial x} = 0$$

où $\bar{u}$ représente la vitesse moyenne dans l'écoulement. Il donne, à l'aide d'un développement en série, une solution approchée de cette équation. Il établit la valeur des constantes du développement en supposant que la densité est nulle en $r = R$ (paroi), et que la densité est constante et indépendante de r en $x = 0$: $n = N_0(r) = n_0$. Il ne justifie pas, comme nous l'avons fait, la première de ces hypothèses. Quant à la seconde, elle s'impose par les conditions expérimentales dans lesquelles il s'est placé (ionisation uniforme par rayons X dans la section initiale).

La solution de l'équation différentielle peut aussi s'écrire sous la forme $n = f(x) \cdot g(r)$ où $f(x)$ est de nouveau une fonction exponentielle.

L'équation différentielle en $g(r)$ devient,

$$\frac{d^2 g}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dg}{dr} + \theta (R^2 - r^2) g = 0$$

où θ est un paramètre; ce n'est plus une équation de BESSEL; TOWNSEND l'intègre par un développement en série qui prend la forme

$$g(r) = 1 - \frac{\theta R^2}{4} r^2 + \frac{1}{16}\left(\theta + \frac{\theta^2 R^4}{4}\right) r^4 - \dots$$

On choisit des valeurs $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots$ du paramètre telles que $g(r) = 0$ en $r = R$. Soient $g_1, g_2 \dots$ les expressions de $g(r)$ correspondant à $\theta_1, \theta_2, \dots$, on a alors

$$n = c_1 g_1 e^{-\frac{\theta_1 DR^2}{2\bar{u}} x} + c_2 g_2 e^{-\frac{\theta_2 DR^2}{2\bar{u}} x} + \dots$$

les $c_1, c_2 \dots$ sont fixés par la condition $n = n_0$ en $x = 0$.

*) J.-J. THOMSON, Conduction of electricity through gases, Cambridge 1906, p. 30; TOWNSEND J.-S., *Phil. Trans.*, A, **193**, p. 129-158, 1899.

Après des calculs assez longs, qui déterminent les constantes de deux termes du développement, on trouve, pour le rapport entre le débit des charges Q à l'abscisse x et le débit de charges Q_0 à l'origine

$$\frac{Q}{Q_0} = 4 \left\{ 0{,}1952\, e^{-\frac{7{,}313 Dx}{2R^2 \bar{u}}} + 0{,}0243\, e^{-\frac{44{,}56\, Dx}{2R^2 \bar{u}}} + \dots \right\}$$

Dans notre propre solution, le même rapport a pour valeur

$$\frac{Q}{Q_0} = e^{-\lambda_1 x} = e^{-\frac{\rho_1^2 D x}{R^2 u}} = e^{-\frac{5{,}77\, Dx}{R^2 u}}$$

Si la marche générale du calcul est la même, et si les solutions ont des formes analogues, les constantes numériques issues de conditions initiales différentes, sont aussi très différentes.

Townsend mesure le débit de charges à deux distances fixes et en effectue le rapport. La valeur du coefficient de diffusion D recherchée en est déduite par une résolution graphique. Les ions ne sont pas séparés dans l'écoulement. Pour que la recombinaison soit négligeable, la diffusion est mesurée dans des tubes relativement minces (3 mm de diamètre) et courts (1 cm ou 10 cm de longueur). On prend simultanément 12 tubes pour augmenter le débit de charges ($u \simeq 100$ cm/sec).

Les coefficients de diffusion qui résultent de l'application de cette méthode (Townsend, Salles, Franck et Westphal) ont les valeurs suivantes :

Air sec	$D_+ = 0{,}028$ à $0{,}032$	$D_- = 0{,}043$ à $0{,}045$
Air humide	$D_+ = 0{,}032$	$D_- = 0{,}035$

Si, par la formule (25), nous calculons le coefficient de diffusion correspondant aux valeurs de λ que nous avons déterminées, nous trouvons

$$D_+ = 0{,}044 \qquad D_- = 0{,}055$$

En tenant compte de l'erreur expérimentale dont elles sont affectées, nos propres valeurs sont nettement supérieures.

Pour pouvoir dire laquelle des deux solutions est la mieux approchée au cas concret qu'elle traite, il faudrait résoudre l'équation différentielle

$$\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial r^2} - \frac{2\bar{u}}{D}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\frac{\partial n}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial n}{\partial r} = 0$$

qui tient compte à la fois de la répartition parabolique des vitesses et de la diffusion axiale. Malheureusement, la solution de cette équation ne peut plus s'écrire sous la forme $n = f(x)g(r)$. Les deux cas envisagés par TOWNSEND et nous-même sont les seuls où la séparation des variables s'effectue.

Telles qu'elles se présentent, avec leurs solutions mathématiques qui ne sont pas entièrement conformes aux conditions physiques du problème, les deux méthodes ne sont pas directement comparables en raison de la différence des conditions initiales d'ionisation (densité constante et densité variable dans la section initiale); il est donc difficile de dire laquelle donne les meilleurs résultats.

Notre méthode, si elle a l'avantage de tenir compte de la diffusion axiale et d'introduire les fonctions de BESSEL, a pourtant l'inconvénient de négliger la variation de vitesse dans la section. TOWNSEND, en l'introduisant dans les calculs, réalise un beau succès analytique; mais on doit remarquer que la répartition parabolique supposée n'est pas conforme à la réalité puisque cette répartition ne s'installe que vers la fin de l'écoulement (régime laminaire de démarrage).

Par ailleurs, nos nombreuses mesures, qui montrent une chute exponentielle simple de la charge dans l'écoulement, justifient la simplicité de notre formule (23) (§ 21) et l'absence d'harmoniques.

Remarquons encore que dans la formule approchée de TOWNSEND limitée à deux termes, en $x = 0$, $\frac{Q}{Q_0} = 0{,}878$ au lieu de 1. Cette formule présente donc une erreur d'approximation qui peut atteindre plus de 10 %.

Finalement, étant donné la divergence des calculs et la différence des dispositifs expérimentaux (les tubes de déperdition ont des dimensions dont l'ordre de grandeur est tout à fait différent lorsqu'on passe d'un dispositif à l'autre), on doit considérer comme satisfaisant l'accord entre les coefficients de diffusion donnés par les deux méthodes.