

Zeitschrift: Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft
Herausgeber: Schweizerische Astronomische Gesellschaft
Band: 55 (1997)
Heft: 279

Artikel: Genauigkeit des Schattens bei Sonnenuhren = Précision de l'ombre d'un cadran solaire
Autor: Keller-Gerung, Hans
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-898653>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 15.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Genauigkeit des Schattens bei Sonnenuhren

HANS KELLER-GERUNG

Einleitung

Bei Teleskopen gilt die einfache Regel «Je grösser, desto genauer». Für Sonnenuhren liegt der gleiche Schluss nahe, doch er trifft nicht zu für den Schattenwurf.

Der Anlass für meine Nachforschungen gab der Besuch der historischen Beobachtungsstation von Dengfeng (50km östlich von Luoyang) in China anlässlich einer Astronomie-Studienreise¹ im Sommer 1996. Sachkundiger Begleiter war Herr BIAN DEPEI, Verleger der chinesischen Zeitschrift «Astronomie Amateur». Er gab uns wichtige Hinweise und öffnete uns viele Türen.

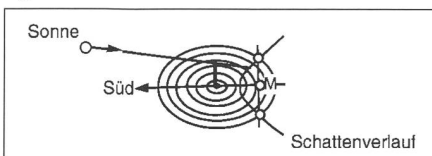
In Dengfeng standen wir vor einer Serie von Gnomonen (Mittags-Sonnenuhren) wachsender Grösse. Der chinesische Führer versuchte uns zu erklären, wie die hohe Genauigkeit zustande kam, doch mit der Übersetzung klappte es nicht, wir redeten aneinander vorbei. In der anschliessenden Diskussion unter den Teilnehmern gerieten wir uns bildlich in die Haare: Einer behauptete, die Sonnenstrahlen seien quasi parallel, der Schatten also haarscharf. Demgegenüber stand die Behauptung, der Schatten eines Haars verschwimme mit zunehmender Distanz.

Gnomone in China

Eine Hauptaufgabe der Astronomen war die Kalenderberechnung, welche aus dem Sonnenstand abgeleitet wurde. Dazu benutzten sie Gnomone (Schattenstäbe). Sie bestehen aus einem senkrechten Stab und an deren Fuss eine horizontale Skala in exakt nördlicher Richtung. Damit wurde vor allem die Mittagshöhe und damit die Tages- und Jahreslänge bestimmt.

Für die exakte Bestimmung der Nord-Süd-Richtung benutzten die Chinesen die Symmetrie des Verlaufs des Schattens einer Stabspitze im Laufe eines Tages (Fig. 1). Der Schatten der Stabspitze schneidet die konzentrischen Kreise in zwei Punkten, die symmetrisch zur Nord-Süd-Richtung liegen.

Fig. 1

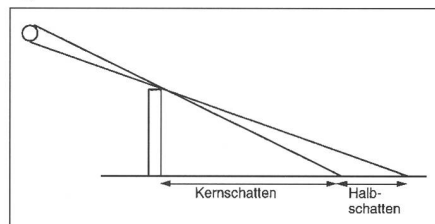


Wenn der Schatten des Gnomons auf die Süd-Nord-Skala fällt, ist dies der Moment des wahren Mittags. Auf der Skala lässt sich die Länge des Mittagsschattens ablesen. Dieser ist im Sommer (21. Juni) am kürzesten, im Winter (22. Dezember) am längsten. Aus der Länge des Mittagsschattens lässt sich also das Datum ablesen. Weiter ergeben sich die Länge eines Jahres und die Schiefe der Ekliptik.

Der Schatten eines Stabes

Die Schattenwerfer in China sind Säulen mit rechteckigem Querschnitt. Der Schatten wird durch die hintere Kante des abschliessenden Rechtecks bestimmt. Diese Kante wird aber nicht scharf abgebildet, weil die Sonne einen scheinbaren Durchmesser von rund 0.5° hat (Fig. 2).

Fig. 2



Gehen wir von einer mittleren Sonnenhöhe von 45° aus, so ist der Schatten theoretisch gleich lang wie der Gnomon hoch ist. Mit einem Sonnendurchmesser von 0.5° ergibt sich ein Halbschattenbereich, der $\pm 1.7\%$ von der theoretischen Länge abweicht. Bei einer Stabhöhe von 2m wird der Halbschattenbereich rund 7cm lang. Also schlecht brauchbar für eine präzise Ablesung!

Dies war für die damaligen Beobachter auch offensichtlich. Ein erster Versuch besteht darin, den Schattenstab mit einer Spitze zu versehen. Doch das verschlimmert die Situation nur noch. Die Spitze erzeugt nur noch Halbschatten, die Länge des Schattenstabs und des Schattens wird dadurch noch unbestimmter. Das lässt sich, wie in der Einleitung erwähnt, mit einem Haar experimentell leicht nachvollziehen, sobald die Sonne scheint. Man legt das Haar auf ein Papier, hebt es langsam an und beobachtet dabei, wie der Schatten immer unschärfer wird, bis er nicht mehr wahr-

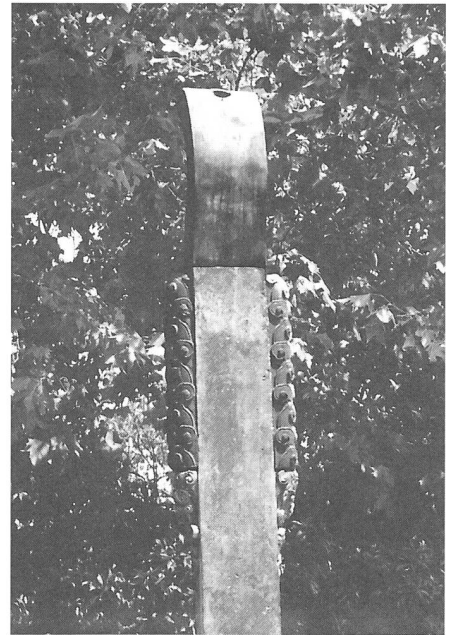


Fig. 3

nehmbar ist. Im grösseren Massstab kann man das auch am Schatten von hängenden Stromleitungen feststellen.

Eine Lochblende als Schattenwerfer

Ein anderer Ansatz zur besseren Lokalisierung des Sonnenschattens findet sich in Europa etwa im 10. Jahrhundert², in China etwa um die gleiche Zeit. Der Gnomon von Nanking von 1439 zeigt eine Version (Fig. 3). An der Spitze des Gnomons wird ein Loch gebohrt, durch das das Sonnenlicht fällt.

Damit das Licht bei verschiedener Deklination durch das Loch fallen kann und der Strahl auch kurz vor und nach Mittag beobachtet werden kann, ist das Loch im Stab gegen die Sonne hin konisch ausgeweitet. Die sonnenabgewandte Öffnung wird möglichst klein gehalten.

Im ersten Ansatz denkt man, der Schatten, beziehungsweise der Lichtfleck, sei gleich gross wie das Loch, also präzise ablesbar. Doch auch hier spielt die scheinbare Sonnengrösse eine Rolle. Die Sonne bildet sich durch das Loch auf den Boden ab, ihr scheinbarer Durchmesser bleibt 0.5° . Der Lichtfleck hat also auch diesen Durchmesser, das ist knapp ein Prozent der Distanz vom Loch zum Lichtfleck.

Wieder am Beispiel der Sonnenhöhe von 45° und der Stabhöhe 2m ergibt dies auf dem Boden einen Lichtfleck, der etwa 2.5cm breit und 3.5cm lang ist. Im-

¹ Agent: Eckehard Schmidt, Kultur, Astronomie & Reisen, Maxfeldstr. 50, D 90409 Nürnberg.

² R. Rohr, Die Sonnenuhr, München 1982, p. 13.

merhin lässt sich dessen Zentrum gut schätzen. Man erreicht so eine Genauigkeit von etwa einem halben Zentimeter. Andererseits verändert sich die Schattenlänge um den kürzesten Tag herum nur etwa um 0.2cm pro Tag. Somit reicht die Genauigkeit des Lichtflecks nur knapp für eine exakte Bestimmung des kürzesten Tages.

Die Methode von GUO SHOU JING

GUO SHOU JING (1228–1316) war Astronom und Hydrologe unter dem Mongolenkaiser Khubilai. Er konstruierte verschiedene astronomische Beobachtungsgeräte (Armillarsphären, Sternglobus, Wasseruhr ...), zum Teil basierend auf chinesischer Tradition aus der Han-Zeit (206 vor bis 220 nach Chr.), zum andern Teil nach Plänen arabischer Astronomen, welche am Mongolenhof tätig waren³. Er errichtete um 1276 einen Gnomon von rund 10m Höhe in Form eines Turms mit Beobachtungsplattform (Fig.6).

Doch schon vor der Errichtung dieses Turms hatte er die Schattenablesung grundsätzlich verbessert. Zur genauen Zeit- und Kalenderberechnung liess er im ganzen Land an 27 Orten Gnomone errichten. Einer davon steht heute noch in Dengfeng (Fig. 4).



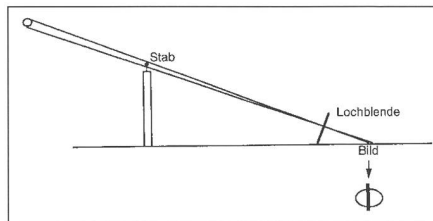
Fig. 4

Hier befindet sich zuoberst ein horizontaler Stab von knapp 2cm Durchmesser. Sein Schatten wurde mit Hilfe eines Lochs in einer Kupferplatte auf die Skala abgebildet (Fig. 5).

Wenn es gegen Mittag ging, wurde diese Lochblende senkrecht zur Sonnenrichtung in den Schattenstrahl des Querstabes gestellt. Durch das Loch

wurde dieser Stab abgebildet, was man ohne Abdeckung, wie sie früher Fotografen benutzten, nicht beobachten kann. Da aber gleichzeitig auch die Sonne abgebildet wird, findet man den genauen Ort des Stabschattens, wenn man die Bilder von Stab und Sonne durch Schieben der Lochblende zur Deckung bringt. Das heisst, man schiebt sie vor- und rückwärts, bis man auf der horizon-

Fig. 5



talen Skala vor dem Bild der Sonne einen Querstrich, das Bild des Stabes, sieht. Dieser Strich markiert dann die exakte Schattenlänge, wenn er das Sonnenbild halbiert. Die Lochblende verkleinert den Stab etwa 25 mal, also wird sein Bild weniger als ein Millimeter dick, das Bild der Sonne etwa 2mm.

Nun war es angebracht, mit dieser Methode noch grössere Gnomone zu bauen. Im Turm befindet sich auf rund 10m Höhe ein Querstab von knapp 10 cm Durchmesser (im mittleren Fenster). Nördlich am Fuss des Turms befindet sich eine Marmorskala, welche durch eine umlaufende Wasserrinne horizontal ausgerichtet wurde (Fig. 6)

Mit diesem Instrument gelang es GUO SHOU JING, die Länge des (tropischen) Jahres mit 365.2425 Tage zu bestimmen. Das sind nur 0.0003 Tage oder 26 Sekun-

Fig. 6



den zuviel! Zu seiner Zeit galt in Europa noch der julianische Kalender mit 365.25 Tagen pro Jahr. Erst Ende des 16. Jahrhunderts bestimmte TYCHO BRAHE die Länge des Jahres auf eine Sekunde genau⁴.

Interessant ist, dass alle Skalen regelmässig eingeteilt sind. Es finden sich keine Markierungen für astronomisch markante Daten wie höchster und tiefster Sonnenstand oder Tag- und Nachtgleiche. Die damaligen Astronomen verfügten also schon über die entsprechende Mathematik (Trigonometrie), um aus der Schattenlänge die entsprechenden Winkel zu berechnen.

Eine weitere Behauptung der chinesischen Führer konnten wir nicht nachvollziehen. Die Skala am Boden ist viel länger, als für den längsten Schatten am kürzesten Tag nötig. Warum?

GUO SHOU JING soll mit diesem Instrument auch Sternhöhen vermessen haben. Dazu habe er die gleiche Vorrichtung (Lochblende) benutzt. Mir scheint das Sternlicht aber zu schwach, um ein sichtbares Bild hinter der Lochblende zu ergeben. Wenn er umgekehrt durch die Lochblende visiert hat, bis sich Querstab und Stern decken, so hat er die Position der Lochblende, aber nicht des «Schattens» auf der Skala. Natürlich lässt sich das berechnen, vielleicht wurde es so auch gemacht.

Nachdem wir die Methode von GUO SHOU JING verstanden hatten, betrachteten wir seine weiteren Werke, die Armillarsphären in Nanking, mit noch grösserem Respekt vor seiner Präzisionsarbeit. Leider gingen seine Erkenntnisse in den folgenden Jahren fast unter und wurden erst im 17. Jahrhundert durch Jesuitenpatres, welche auch als Astronomen am Kaiserhof tätig waren, wieder aufgenommen.

HANS KELLER

Winzerweg 2, CH-8180 Bülach

³ J. Needham, L. Wang, Science and Civilisation in China, Cambridge 1959, p. 296.

⁴ H.W. Gaebert, Die grossen Augenblicke der Astronomie, Bayreuth 1972, p. 105.

ASTRO-LESEMAPPE DER SAG

Fr. 30.-

statt Fr. 300.- Abo-Kosten

für die wichtigsten internationalen
Fachzeitschriften!

Rufen Sie an:

071/841 84 41

Hans Wittwer, Seeblick 6,
9327 Tübach

Précision de l'ombre d'un cadran solaire

HANS KELLER-GERUNG

(Traduction de l'article de Monsieur Hans Keller-Gerung)

Un télescope obéit à la règle simple «plus il est grand, plus il est précis». La situation est assez analogue pour un cadran solaire. Toutefois, cette règle cesse d'être valable dans le cas de l'ombre portée.

Le point de départ de mes recherches fut la visite des observatoires historiques de Dengfeng (50 km à l'est de Luoyang), en Chine, à l'occasion d'un voyage d'études astronomiques¹ en été 1996. Notre accompagnateur professionnel était M. Bian Depei, éditeur de la revue chinoise «Astronomie Amateur». Il nous donna d'importants renseignements, et nous ouvrit bien des portes.

A Dengfeng, on nous montra une série de gnomons (Cadrans solaires méridiens) de dimensions croissantes. Le guide chinois essaya de nous expliquer comment était réalisée la grande précision, mais ses propos furent trahis par la traduction qui établit un état de malentendu. La discussion qui s'ensuivit entre les participants fut plus qu'animée: Certains prétendaient que les rayons solaires sont quasiment parallèles, et que l'ombre doit par conséquent être parfaitement nette, comme celle d'un cheveu. D'autres maintinrent que l'ombre d'un cheveu tend à se dissiper avec une distance croissante.

Les gnomons chinois

Une des principales tâches des anciens astronomes était l'établissement de calendriers à partir de la position du Soleil. Ils utilisèrent à cette fin des gnomons. Ils consistent en un bâton vertical au centre d'une échelle horizontale orientée exactement vers le nord. On mesurait ainsi essentiellement la hauteur du Soleil à midi et, par ce biais, la durée du jour et de l'année.

Les Chinois déterminaient avec précision la direction nord-sud en utilisant la symétrie du parcours diurne de l'ombre du bâton (Voir fig. 1, p. 13). L'ombre de la pointe du bâton intersecte chaque cercle concentrique en deux points symétriques par rapport à la direction nord-sud.

Quand l'ombre du gnomon recouvre la ligne graduée nord-sud, c'est le midi vrai. Son échelle permet de mesurer la longueur de l'ombre à midi. Elle est la plus courte en été (21 juin) et la plus longue en hiver (21 déc.). La longueur de cette ombre permet donc d'estimer la date. On détermine aussi la longueur d'une année et l'inclinaison de l'écliptique.

L'ombre d'un bâton

Les gnomons chinois sont des colonnes de section rectangulaire. L'ombre est définie par le profil de la face non

éclairée de la colonne. Cette ombre n'est pas nette car le Soleil présente un diamètre apparent d'environ 0.5° (Voir fig. 2, p. 13).

Supposons que la hauteur du Soleil vaut 45° , ce qui donnerait en principe une ombre de longueur égale à la hauteur du gnomon. Un diamètre solaire de 0.5° produit un domaine de pénombre qui s'écarte de $\pm 1.7\%$ de la longueur théorique. Un bâton de 2m produirait ainsi une pénombre longue de 7cm, ce qui est peu propice à une lecture précise de l'échelle!

Les anciens observateurs connaissaient ce fait. Une première tentative consiste à pourvoir le sommet du gnomon d'une pointe; et aggrave encore la situation. La pointe ne génère que de la pénombre et la longueur effective du gnomon et de l'ombre deviennent encore plus difficiles à interpréter. Comme mentionné dans l'introduction, ceci peut être aisément vérifié au moyen d'un cheveu par un jour ensoleillé. Si l'on éloigne lentement le cheveu d'une feuille de papier on voit comment son ombre devient moins nette, puis finit par disparaître. On peut faire cette observation à plus grande échelle en utilisant les ombres portées par des câbles de haute tension, par exemple.

L'utilisation d'un diaphragme circulaire

Une autre approche pour mieux localiser l'ombre portée par le Soleil vit le jour en Europe vers le 10^e siècle², ainsi qu'en Chine environ à la même époque. Le gnomon de Nanking de 1439 en est une version (Voir fig.3, p. 13). Le som-

met du gnomon est troué de manière à laisser passer le rayonnement solaire.

Le trou s'évase coniquement en direction du Soleil de manière à laisser passer sa lumière aux différentes déclinaisons qu'elle occupe au cours de l'année, et durant un court instant avant et après midi. L'ouverture sur la face opposée au Soleil est faite aussi petite que possible.

On pourrait tout d'abord penser que la dimension de la tache lumineuse aurait celle du trou, et serait par conséquent bien définie. Mais la dimension apparente du Soleil joue également un rôle ici. Le trou projette l'image du Soleil sur le sol en conservant son diamètre de 0.5° . La tache lumineuse a donc aussi ce diamètre, soit presque 1% de la distance qui sépare le trou de l'image.

Si nous reprenons l'exemple du Soleil à 45° avec un bâton de 2m, nous obtenons au sol une tache lumineuse large de 2.5cm et longue de 3.5cm environ. La position de son centre se laisse bien estimer. On atteint ainsi une précision d'environ un demi centimètre. D'autre part, la longueur de l'ombre portée ne varie que d'environ 0.2cm par jour à l'époque des jours les plus courts. La précision de la méthode de la tache lumineuse ne suffit donc que de justesse à déterminer le jour le plus court.

La méthode de Guo Shou Jing

GUO SHOU JING (1228-1316) était astronome et hydrologue sous l'empereur mongol KHUBILAI. Il construisit divers instruments d'observation astronomique (sphères armillaires, globes célestes, clepsydes,..), d'une part de tradition chinoise de l'époque Han (206 av. J.-C. à 220), d'autre part selon des plans établis par des astronomes arabes qui pratiquaient en Mongolie à la même époque³. Il construisit en 1276 un gnomon haut d'environ 10m ayant la forme d'une tour munie d'un plate-forme d'observation (fig. 6).

Avant de construire cette tour, il avait déjà amélioré de manière fondamentale la lecture de la position de l'ombre. Il fit construire des gnomons en 27 lieux distribués sur l'ensemble du pays et destinés à la mesure précise du temps et à l'établissement du calendrier. Un de ceux-ci existe encore aujourd'hui à Dengfeng (Voir fig. 4, p. 14).

Il consiste en un bâtonnet horizontal d'un diamètre de 2cm fixé au sommet du gnomon. Son ombre était projetée sur l'échelle au moyen d'un trou d'épingle percé dans une plaque en cuivre (Voir fig. 5, p. 14).

A l'approche de midi, ce trou d'épingle était placé perpendiculairement à la direction du Soleil dans l'ombre portée

¹ Agent: ECKEHARD SCHMIDT, *Kultur, Astronomie & Reisen*, Maxfeldstr. 50, D 90409 Nürnberg.

² R. ROHR, *Die Sonnenuhr*, München 1982, p. 13.

³ J. NEEDHAM, L. WANG, *Science and Civilisation in China*, Cambridge 1959, p. 296.

par le bâtonnet. Le trou projette l'image du bâtonnet; cette image serait invisible et nécessiterait l'utilisation d'un drap noir, comme le faisaient les anciens photographes. Comme l'image du Soleil est également projetée, il est alors facile de faire coïncider celle-ci avec celle du bâtonnet en déplaçant le trou d'épingle. Autrement dit, on déplace la plaque en cuivre de manière à voir en projection sur l'échelle horizontale l'image du Soleil traversée par un trait, l'image du bâtonnet. Ce trait définit alors exactement la longueur de l'ombre lorsqu'il divise l'image du Soleil en deux. Le trou d'épingle réduit l'image du bâtonnet environ 25 fois, son image est alors épaisse de moins d'un millimètre et celle du Soleil vaut environ 2mm.

Cette méthode a alors permis la construction de gnomons encore plus grands. La tour (Voir fig. 6, p. 14) contient dans sa fenêtre centrale un bâtonnet épais de 10cm à une hauteur d'environ 10m. Au pied de la tour, au nord, se trouve une échelle en marbre entourée d'un caniveau horizontal.

Cet instrument permit à GUO SHOU JING d'estimer la durée de l'année tropi-

que à 365.2425 jours. Ce ne sont que 0.0003 jours, soit 26 secondes de trop! Les Européens utilisaient encore à l'époque le calendrier Julien avec 365.25 jours par année. Ce n'est qu'au 16^e siècle que TYCHO BRAHE détermina la durée de l'année à une seconde près⁴.

Il est intéressant de constater que toutes les échelles sont divisées de manière uniforme. Il n'y a pas de marques qui correspondent à des dates astronomiquement particulières telles que les hauteurs minimales et maximales du Soleil, ou encore les équinoxes. Les astronomes d'alors devaient donc disposer de méthodes mathématiques (trigonométrie) qui leur permettaient aisément de calculer l'angle défini par la longueur de l'ombre.

Nous n'avons pas pu vérifier une autre affirmation de notre guide. L'échelle sur la sol est beaucoup plus longue que l'ombre du jour le plus court. Pourquoi?

GUO SHOU JING aurait également mesuré l'élévation d'étoiles avec cet instrument. Il aurait fait usage du même dispo-

sitif (trou d'épingle). Il me semble que la lumière stellaire est trop faible pour produire une image visible derrière le trou d'épingle. Si, par contre, il avait visé à travers le trou en occultant l'étoile avec le bâtonnet, la position de la plaque trouée aurait pu servir à déterminer une position sur l'échelle, mais qui ne serait pas celle de «l'ombre» proprement dite. La correction se laisse, naturellement, calculer. Peut-être a-t-il fait ainsi.

Après avoir compris la méthode de GUO SHOU JING, nous contemplâmes avec un respect accru ses autres œuvres, telles que les sphères armillaires à Nan-king. Malheureusement, ses connaissances disparurent presque totalement au cours des années qui suivirent, et il fallut attendre le 17^e siècle pour que des pères jésuites, astronomes à la cour impériale, ressuscitent son œuvre.

HANS KELLER
Winzerweg 2,
CH-8180 Bülach

⁴ H.W. GAEBERT, *Die grossen Augenblicke der Astronomie*, Bayreuth 1972, p. 105.

Feriensternwarte – Osservatorio – CALINA

Programm 1997

7.-12. April *Elementarer Einführungskurs in die Astronomie.* Mit praktischen Übungen am Instrument in der Sternwarte. Leitung: HANS BODMER, Gossau / ZH

14.-19. April *CCD - Astronomie, eine Einführung mit Praxis.* Leitung: JOSEF SCHIBLI, Birrhard

31. Mai / 1. Juni *Kolloquium. Thema: Kometen und ihre Beobachtung.* Leitung: HUGO JOST, Technischer Leiter SAG

7.-18. Juni *13. Sonnenbeobachtertagung der SAG.* Leitung: THOMAS K. FRIEDLI, Schliern

29. September - 4. Oktober *Elementarer Einführungskurs in die Astronomie.* Mit praktischen Übungen am Instrument in der Sternwarte. Leitung: HANS BODMER, Gossau / ZH

6.-11. Oktober *Aufbaukurs; 2. Teil des Einführungskurses in die Astronomie, vertiefte Kenntnisse mit praktischen Übungen am Instrument in der Sternwarte.* Leitung: HANS BODMER, Gossau / ZH

13.-18. Oktober *Sonnenuhren kennen- und verstehen lernen.* Leitung: HERBERT SCHMUCKI, Wattwil

Anmeldungen für alle Kurse und Veranstaltungen bei der Kursadministration:

Hans Bodmer, Schlottenbühlstrasse 9b, CH-8625 Gossau / ZH, Tel. 01/936 18 30 abends. Für alle Kurse kann ein Stoffprogramm bei obiger Adresse angefordert werden.

Unterkunft:

Im zur Sternwarte gehörenden Ferienhaus stehen Ein- und Mehrbettzimmer mit Küchenanteil oder eigener Küche zur Verfügung. In Carona sind gute Gaststätten und Einkaufsmöglichkeiten vorhanden.

Hausverwalterin und Zimmerbestellung Calina:

Frau Brigitte Nicoli, Postfach 8, CH-6914 Carona, Tel. 091/649 52 22 oder Feriensternwarte Calina: Tel. 091/649 83 47

Alle Kurse und Veranstaltungen finden unter dem Patronat der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft SAG statt.