

Zeitschrift: Pestalozzi-Kalender
Herausgeber: Pro Juventute
Band: 43 (1950)
Heft: [2]: Schüler

Rubrik: Aus der Geometrie

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

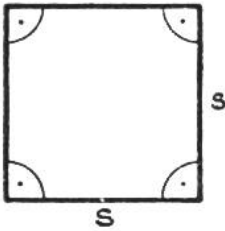
Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 02.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Aus der Geometrie.



s = Seite.
U = Umfang.
F = Fläche.

Das Quadrat.

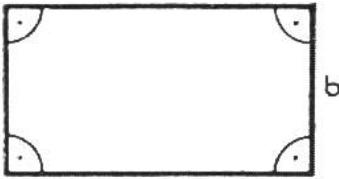
rechtwinklig, gleichseitig.

$$U = 4 \cdot s \quad F = s \cdot s \quad *)$$

$$s = \frac{U}{4} = U : 4 \quad s = \sqrt{F}$$

Das Rechteck.

rechtwinklig, ungleichseitig.



l = Länge.
b = Breite.

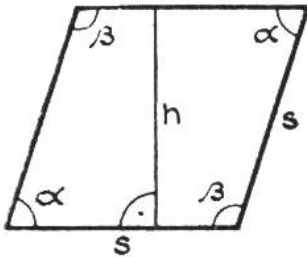
$$U = (l + b) \cdot 2 \quad F = l \cdot b$$

$$l = \frac{U}{2} - b \quad l = \frac{F}{b} = F : b$$

$$b = \frac{U}{2} - l \quad b = \frac{F}{l} = F : l$$

Der Rhombus, die Raute.

schiefwinklig, gleichseitig.



s = Seite.
h = Höhe.

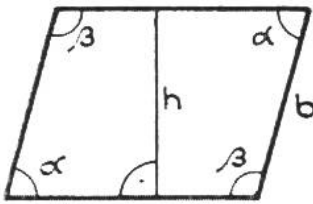
$$U = 4 \cdot s \quad F = s \cdot h$$

$$s = \frac{U}{4} = U : 4 \quad s = \frac{F}{h} = F : h$$

$$\Delta \alpha + \Delta \beta = 180^\circ \quad h = \frac{F}{s} = F : s$$

Das Rhomboid, Parallelogramm.

schiefwinklig, ungleichseitig.



l = Länge.
b = Breite.
h = Höhe.

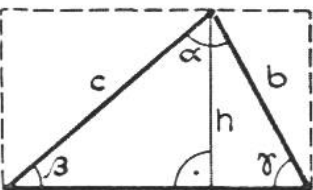
$$U = (l + b) \cdot 2 \quad F = l \cdot h$$

$$l = \frac{U}{2} - b \quad l = \frac{F}{h} = F : h$$

$$b = \frac{U}{2} - l \quad h = \frac{F}{l} = F : l$$

$$\Delta \alpha + \Delta \beta = 180^\circ$$

Das Dreieck.



a = g
g = Grundlinie.
h = Höhe.

$$F = \frac{g \cdot h}{2} \quad g = \frac{2 \cdot F}{h} \quad h = \frac{2 \cdot F}{g}$$

$$\Delta \alpha + \Delta \beta + \Delta \gamma = 180^\circ \quad U = a + b + c$$

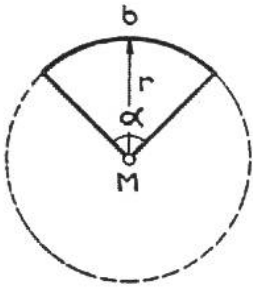
$$\Delta \alpha = 180^\circ - (\Delta \beta + \Delta \gamma) \quad a = U - (b + c)$$

$$\Delta \beta = 180^\circ - (\Delta \alpha + \Delta \gamma) \quad b = U - (a + c)$$

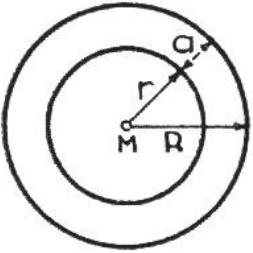
$$\Delta \gamma = 180^\circ - (\Delta \alpha + \Delta \beta) \quad c = U - (a + b)$$

Spezialfälle: Das gleichseitige, die gleichschenkligen und die rechtwinkligen Dreiecke.

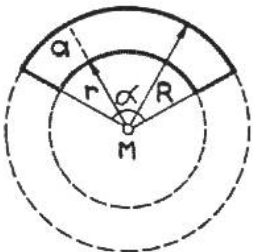
*) Algebraische Schreibweise: $F = s^2$, gelesen s hoch 2; ebenso für andere Flächenformeln verwendbar.



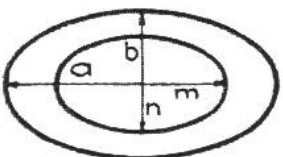
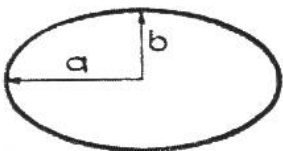
r = Radius.
 b = Kreisbogen.
 α = Zentriwinkel.
 M = Mittelpunkt.



R = äusserer Radius.
 r = innerer Radius.
 a = radiale Breite
 des Kreisrings.
 M = Mittelpunkt.



R = äusserer Radius.
 r = innerer Radius.
 a = radiale Breite des
 Kreisringstücks.
 α = Zentriwinkel.
 M = Mittelpunkt.



Der Kreissektor.

$$b = \frac{U \cdot \alpha}{360} = \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360} = \frac{r \cdot \pi \cdot \alpha}{180}$$

$$\alpha = \frac{b \cdot 360}{U} = \frac{b \cdot 360}{d \cdot \pi} = \frac{b \cdot 180}{r \cdot \pi}$$

$$F = \frac{b \cdot r}{2} \quad b = \frac{2 \cdot F}{r} \quad r = \frac{2 \cdot F}{b}$$

$$F = \frac{r \cdot r \cdot \pi \cdot \alpha}{360} = \frac{d \cdot d \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360} = \frac{U \cdot U \cdot \alpha}{4 \cdot \pi \cdot 360}$$

$$\alpha = \frac{F \cdot 360}{r \cdot r \cdot \pi} = \frac{F \cdot 360 \cdot 4}{d \cdot d \cdot \pi} = \frac{F \cdot 360 \cdot 4 \cdot \pi}{U \cdot U}$$

$$r = 6 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot 10}{\alpha \cdot \pi}} \quad d = 12 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot 10}{\alpha \cdot \pi}} \quad U = 12 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot 10 \cdot \pi}{\alpha}}$$

Der Kreisring.

$$F = (R+r) \cdot (R-r) \cdot \pi$$

$$= (R+r) \cdot a \cdot \pi$$

$$= (2 \cdot r + a) \cdot a \cdot \pi = (d + a) \cdot a \cdot \pi$$

$$= (2 \cdot R - a) \cdot a \cdot \pi = (D - a) \cdot a \cdot \pi$$

Das Kreisringstück.

$$F = (R+r) \cdot (R-r) \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$= (R+r) \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$= (2 \cdot r + a) \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360} = (d + a) \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$= (2 \cdot R - a) \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360} = (D - a) \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

Die Ellipse.

$$F = a \cdot b \cdot \pi$$

$$a = \frac{F}{b \cdot \pi} \quad b = \frac{F}{a \cdot \pi}$$

a = halbe grosse Achse.

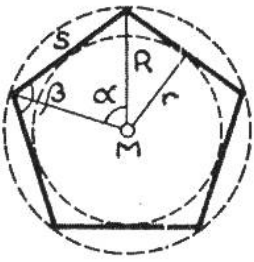
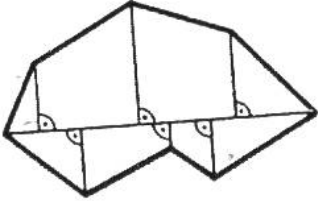
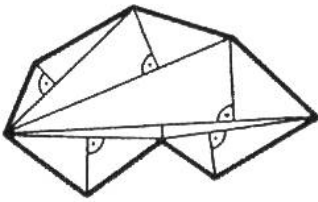
b = halbe kleine Achse.

Der elliptische Ring.

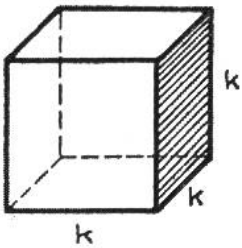
$$F = (a \cdot b - m \cdot n) \cdot \pi$$

a, b = halbe Achsen der äussern Ellipse.

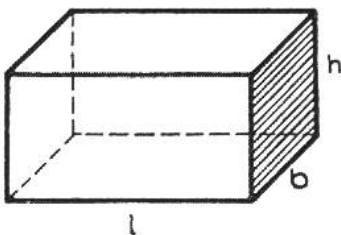
m, n = halbe Achsen der innern Ellipse.



R = Radius d. Umkreis.
r = Radius d. Inkreis.
n = Seitenzahl.
s = Vieleckseite.
 α = Zentriwinkel.
 β = Vieleckwinkel.



k = Kante.
K = Gesamt-
kantenlänge.
M = Mantel.
O = Oberfläche.
J = Inhalt.



l = Länge.
b = Breite.
h = Höhe.

Das unregelmässige Vieleck.

Umfang = Summe aller Seiten.

Fläche = man zerlegt die Vieleckfläche:

- mit Diagonalen in Dreiecke und eventuell Trapezoide, berechnet diese Teile und addiert die Teilresultate.
- mit einer passenden Diagonale und auf dieser rechtwinklig errichtete Höhen zu den Eckpunkten in Dreiecke und Trapeze, berechnet diese Teile einzeln und addiert die Teilresultate.

Das regelmässige Vieleck.

$$U = n \cdot s \quad n = \frac{U}{s} \quad s = \frac{U}{n}$$

$$F = \frac{n \cdot s \cdot r}{2} \quad n = \frac{2 \cdot F}{s \cdot r}$$

$$r = \frac{2 \cdot F}{n \cdot s} \quad s = \frac{2 \cdot F}{n \cdot r}$$

$$\Delta \alpha = \frac{360^\circ}{n} \quad \Delta \beta = 180^\circ - \Delta \alpha$$

Der Würfel.

$$K = 12 \cdot k \quad k = \frac{K}{12} = K : 12$$

$$M = k \cdot k \cdot 4 \quad k = \sqrt{\frac{M}{4}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{M}$$

$$O = k \cdot k \cdot 6 \quad k = \sqrt{\frac{O}{6}}$$

$$J = k \cdot k \cdot k \quad *) \quad k = \sqrt[3]{J}$$

Der Quader.

$$K = (l + b + h) \cdot 4$$

$$l = \frac{K}{4} - (b + h) \quad \text{ebenso } b \text{ und } h.$$

$$M = (l + b) \cdot 2 \cdot h$$

$$l = \frac{M}{2 \cdot h} - b, \text{ ebenso } b; \quad h = \frac{M}{2 \cdot (l + b)}$$

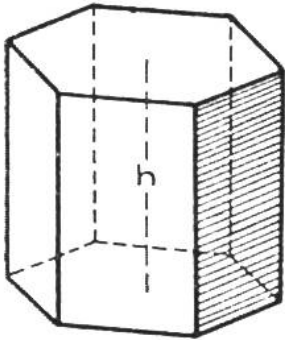
$$O = (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h) \cdot 2$$

$$l = \left(\frac{O}{2} - b \cdot h\right) : (b + h) \quad \text{ebenso } b \text{ und } h.$$

$$J = l \cdot b \cdot h$$

$$l = \frac{J}{b \cdot h} \quad b = \frac{J}{l \cdot h} \quad h = \frac{J}{l \cdot b}$$

*) Algebraische Schreibweise: $J = k^3$, gelesen k hoch 3; ebenso für andere Inhaltsformeln verwendbar.

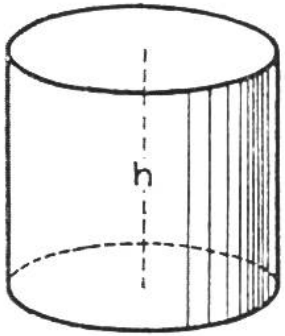


K = Gesamt
kantenlänge.
 h = Höhe.
 n = Zahl der
Höhenkanten.
 U = Umfang der
Grundfläche.
 G = Grundfläche.

Das Prisma.

$$\begin{aligned}
 K &= 2 \cdot U + n \cdot h \\
 U &= \frac{K - n \cdot h}{2} & n &= \frac{K - 2 \cdot U}{h} & h &= \frac{K - 2 \cdot U}{n} \\
 M &= U \cdot h \\
 U &= \frac{M}{h} & h &= \frac{M}{U} \\
 O &= M + 2 \cdot G \\
 M &= O - 2 \cdot G & G &= \frac{O - M}{2} \\
 J &= G \cdot h \\
 G &= \frac{J}{h} & h &= \frac{J}{G}
 \end{aligned}$$

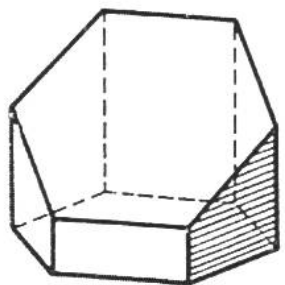
Der Zylinder, die Walze.



r = Radius.
 d = Durchmesser.
 h = Höhe.
 U = Umfang.
 G = Grundfläche.
 M = Mantel.
 O = Oberfläche.
 J = Inhalt.

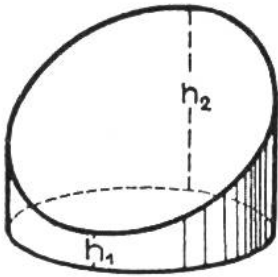
$$\begin{aligned}
 M &= U \cdot h = d \cdot \pi \cdot h = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h \\
 h &= \frac{M}{U} = \frac{M}{d \cdot \pi} = \frac{M}{2 \cdot r \cdot \pi} \\
 U &= \frac{M}{h} & d &= \frac{M}{h \cdot \pi} & r &= \frac{M}{2 \cdot h \cdot \pi} \\
 O &= M + 2 \cdot G \\
 &= \left(h + \frac{U}{2 \cdot \pi}\right) \cdot U = \left(h + \frac{d}{2}\right) \cdot d \cdot \pi = (h + r) \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \\
 J &= G \cdot h \\
 &= r \cdot r \cdot \pi \cdot h = \frac{d \cdot d \cdot \pi \cdot h}{4} = \frac{U \cdot U \cdot h}{4 \cdot \pi} \\
 h &= \frac{J}{r \cdot r \cdot \pi} = \frac{4 \cdot J}{d \cdot d \cdot \pi} = \frac{4 \cdot J \cdot \pi}{U \cdot U} \\
 r &= \sqrt{\frac{J}{h \cdot \pi}} & d &= 2 \cdot \sqrt{\frac{J}{h \cdot \pi}} & U &= 2 \cdot \sqrt{\frac{J \cdot \pi}{h}}
 \end{aligned}$$

Das schiefabgeschnittene Prisma.

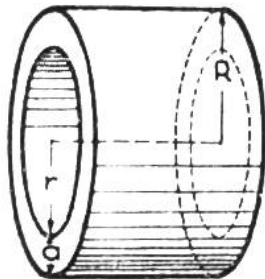


h = Höhen.
 n = Zahl der Höhen.
 G_1 = Grundfläche.
 G_2 = Deckfläche.

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{U \cdot (h_1 + h_2 + \dots + h_n)}{n} \\
 h_1 &= \frac{n \cdot M}{U} - (h_2 + h_3 + \dots + h_n) \text{ ebenso } h_2, h_3, \dots, h_n \\
 U &= \frac{n \cdot M}{(h_1 + h_2 + \dots + h_n)} \\
 O &= M + G_1 + G_2 \\
 J &= \frac{G_1 \cdot (h_1 + h_2 + \dots + h_n)}{n} \\
 G_1 &= \frac{n \cdot J}{(h_1 + h_2 + \dots + h_n)} \\
 h_1 &= \frac{n \cdot J}{G_1} - (h_2 + h_3 + \dots + h_n) \text{ ebenso } h_2, h_3, \dots, h_n
 \end{aligned}$$

Der schiefabgeschnittene Zylinder.

h_1 = kleinste Höhe.
 h_2 = grösste Höhe.
 G_1 = Grundfläche.
 G_2 = Deckfläche.



R = äusserer Radius.
 r = innerer Radius.
 a = Wandstärke.

$$M = \frac{U \cdot (h_1 + h_2)}{2} = \frac{d \cdot \pi \cdot (h_1 + h_2)}{2} = r \cdot \pi \cdot (h_1 + h_2)$$

$$h_1 = \frac{2 \cdot M}{U} - h_2 = \frac{2 \cdot M}{d \cdot \pi} - h_2 = \frac{M}{r \cdot \pi} - h_2 \text{ ebs. } h_2$$

$$U = \frac{2 \cdot M}{(h_1 + h_2)} \quad d = \frac{2 \cdot M}{(h_1 + h_2) \cdot \pi} \quad r = \frac{M}{(h_1 + h_2) \cdot \pi}$$

$$O = M + G_1 + G_2$$

$$J = \frac{G_1 \cdot (h_1 + h_2)}{2} = \frac{r \cdot r \cdot \pi \cdot (h_1 + h_2)}{2} = \frac{d \cdot d \cdot \pi \cdot (h_1 + h_2)}{8} = \frac{U \cdot U \cdot (h_1 + h_2)}{8 \cdot \pi}$$

$$h_1 = \frac{2 \cdot J}{r \cdot r \cdot \pi} - h_2 = \frac{8 \cdot J}{d \cdot d \cdot \pi} - h_2 = \frac{8 \cdot J \cdot \pi}{U \cdot U} - h_2 \text{ ebs. } h_2$$

$$r = \sqrt{\frac{2 \cdot J}{(h_1 + h_2) \cdot \pi}} \quad d = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot J}{(h_1 + h_2) \cdot \pi}} \quad U = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot J \cdot \pi}{(h_1 + h_2)}}$$

Der Hohlzylinder.

$$J = (R + r) \cdot (R - r) \cdot \pi \cdot h = (R + r) \cdot a \cdot \pi \cdot h$$

$$= (2 \cdot r + a) \cdot a \cdot \pi \cdot h = (d + a) \cdot a \cdot \pi \cdot h$$

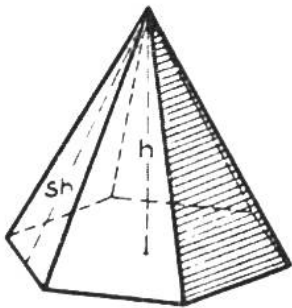
$$= (2 \cdot R - a) \cdot a \cdot \pi \cdot h = (D - a) \cdot a \cdot \pi \cdot h$$

Die Pyramide.

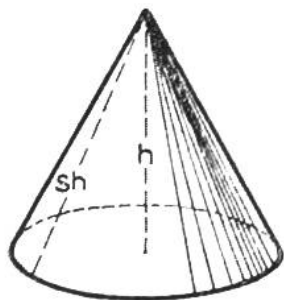
$$M = \frac{U \cdot sh}{2} \quad U = \frac{2 \cdot M}{sh} \quad sh = \frac{2 \cdot M}{U}$$

$$O = M + G$$

$$J = \frac{G \cdot h}{3} \quad G = \frac{3 \cdot J}{h} \quad h = \frac{3 \cdot J}{G}$$



sh = Seitenhöhe.
 h = Höhe.



sh = Seitenhöhe.
 h = Höhe.
 r = Radius.

Der Kegel.

$$M = \frac{U \cdot sh}{2} = \frac{d \cdot \pi \cdot sh}{2} = r \cdot \pi \cdot sh$$

$$sh = \frac{2 \cdot M}{U} = \frac{2 \cdot M}{d \cdot \pi} = \frac{M}{r \cdot \pi}$$

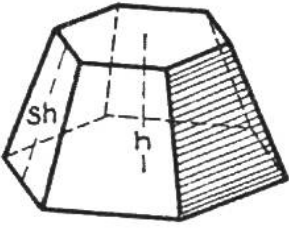
$$U = \frac{2 \cdot M}{sh} \quad d = \frac{2 \cdot M}{sh \cdot \pi} \quad r = \frac{M}{sh \cdot \pi}$$

$$O = M + G = (sh + r) \cdot r \cdot \pi$$

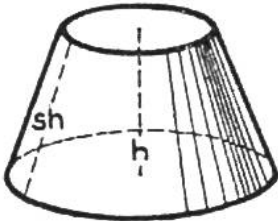
$$J = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{r \cdot r \cdot \pi \cdot h}{3} = \frac{d \cdot d \cdot \pi \cdot h}{12} = \frac{U \cdot U \cdot h}{12 \cdot \pi}$$

$$h = \frac{3 \cdot J}{r \cdot r \cdot \pi} = \frac{12 \cdot J}{d \cdot d \cdot \pi} = \frac{12 \cdot J \cdot \pi}{U \cdot U}$$

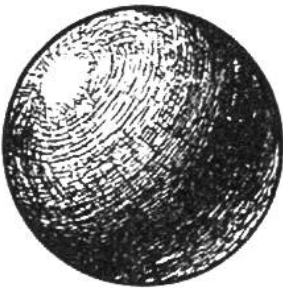
$$r = \sqrt{\frac{3 \cdot J}{h \cdot \pi}} \quad d = 2 \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot J}{h \cdot \pi}} \quad U = 2 \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot J \cdot \pi}{h}}$$



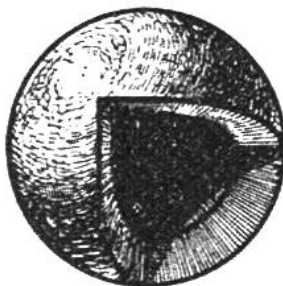
sh = Seitenhöhe.
 h = Höhe.
 U = Umfang der
 Grundfläche.
 u = Umfang der
 Deckfläche.
 G = Grundfläche.
 g = Deckfläche.



sh = Seitenhöhe.
 h = Höhe.
 R = Radius der
 Grundfläche.
 r = Radius der
 Deckfläche.



r = Radius.



R = äusserer Radius.
 r = innerer Radius.

Die abgestumpfte Pyramide.

$$M = \frac{(U+u) \cdot sh}{2}$$

$$U = \frac{2 \cdot M}{sh} - u \text{ ebenso } u; \quad sh = \frac{2 \cdot M}{(U+u)}$$

$$O = M + G + g$$

$$J = \frac{(G + \sqrt{G \cdot g} + g) \cdot h}{3}$$

Der abgestumpfte Kegel.

$$M = (R+r) \cdot \pi \cdot sh = \frac{(D+d) \cdot \pi \cdot sh}{2} = \frac{(U+u) \cdot sh}{2}$$

$$sh = \frac{M}{(R+r) \cdot \pi} = \frac{2 \cdot M}{(D+d) \cdot \pi} = \frac{2 \cdot M}{(U+u)}$$

$$R = \frac{M}{\pi \cdot sh} - r \quad D = \frac{M \cdot 2}{\pi \cdot sh} - d \quad U = \frac{M \cdot 2}{sh} - u$$

ebenso r, d und u.

$$O = M + G + g$$

$$= (R \cdot R + [R+r] \cdot sh + r \cdot r) \cdot \pi$$

$$J = \frac{(R \cdot R + R \cdot r + r \cdot r) \cdot \pi \cdot h}{3} = \frac{(D \cdot D + D \cdot d + d \cdot d) \cdot \pi \cdot h}{12}$$

$$= \frac{(U \cdot U + U \cdot u + u \cdot u) \cdot h}{12 \cdot \pi}$$

$$h = \frac{3 \cdot J}{(R \cdot R + R \cdot r + r \cdot r) \cdot \pi} = \frac{12 \cdot J}{(D \cdot D + D \cdot d + d \cdot d) \cdot \pi}$$

$$= \frac{12 \cdot J \cdot \pi}{(U \cdot U + U \cdot u + u \cdot u)}$$

Die Kugel.

$$O = 4 \cdot r \cdot r \cdot \pi = d \cdot d \cdot \pi = \frac{U \cdot U}{\pi}$$

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{O}{\pi}} \quad d = \sqrt{\frac{O}{\pi}} \quad U = \sqrt{O \cdot \pi}$$

$$J = \frac{4 \cdot r \cdot r \cdot r \cdot \pi}{3} = \frac{d \cdot d \cdot d \cdot \pi}{6} = \frac{U \cdot U \cdot U}{6 \cdot \pi \cdot \pi}$$

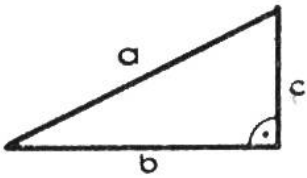
$$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot J}{4 \cdot \pi}} \quad d = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot J}{\pi}} \quad U = \sqrt[3]{6 \cdot J \cdot \pi \cdot \pi}$$

Die Hohlkugel.

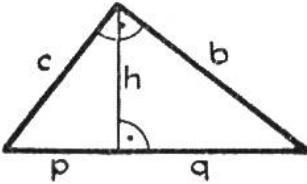
$$J = \frac{4 \cdot (R \cdot R \cdot R - r \cdot r \cdot r) \cdot \pi}{3}$$

$$= \frac{(D \cdot D \cdot D - d \cdot d \cdot d) \cdot \pi}{6}$$

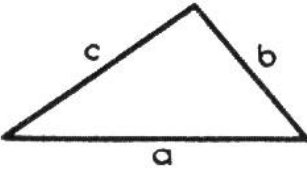
$$= \frac{(U \cdot U \cdot U - u \cdot u \cdot u)}{6 \cdot \pi \cdot \pi}$$



a = Hypotenuse
 b und c = Katheten



p und q = Abschnitte
der Hypotenuse
 $p + q = a$



a, b und c = Seiten
des ungleichseitigen
Dreiecks.

Der Lehrsatz des Pythagoras.

Im rechtwinkligen Dreieck ist das Hypotenusenquadrat gleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 & a &= \sqrt{b^2 + c^2} \\ b^2 &= a^2 - c^2 & b &= \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{(a+c) \cdot (a-c)} \\ c^2 &= a^2 - b^2 & c &= \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{(a+b) \cdot (a-b)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b^2 &= a \cdot q & b &= \sqrt{a \cdot q} & q &= \frac{b^2}{a} & a &= \frac{b^2}{q} \\ c^2 &= a \cdot p & c &= \sqrt{a \cdot p} & p &= \frac{c^2}{a} & a &= \frac{c^2}{p} \\ h^2 &= p \cdot q & h &= \sqrt{p \cdot q} & p &= \frac{h^2}{q} & q &= \frac{h^2}{p} \end{aligned}$$

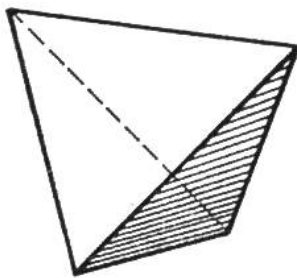
Die Formel des Heron.

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)} \\ s &= \frac{U}{2} = \frac{a+b+c}{2} \end{aligned}$$

Reguläre Polyeder.

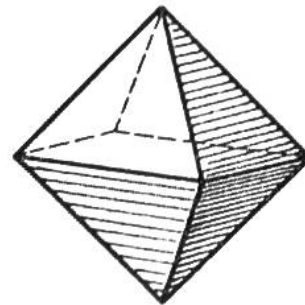
Tetraeder.

4 gleichseitige Dreieckflächen.



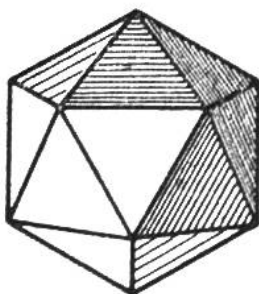
Oktaeder.

8 gleichseitige Dreieckflächen.



Ikosaeder.

20 gleichseitige Dreieckflächen.



Dodekaeder.

12 regelmässige Fünfeckflächen.

