

Zeitschrift: Pestalozzi-Kalender
Herausgeber: Pro Juventute
Band: 57 (1964)
Heft: [2]: Schüler

Rubrik: Geometrie

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

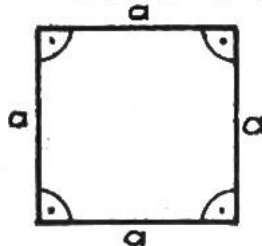
Download PDF: 30.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Geometrie

In den folgenden Formeln für die wichtigsten Größen der ebenen Figuren und der Körper bedeuten:
 U = Umfang F = Flächeninhalt O = Oberfläche
 K = Gesamtkantenlänge M = Mantelfläche
 G = Grundfläche V = Rauminhalt, Volumen
 $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ = Winkel; $a, b, c, \dots$ = Seiten; r, R, ϱ = Radien; h, h_r = Höhe
 $\perp$ = rechter Winkel Für π genügt meist der Wert 3,14

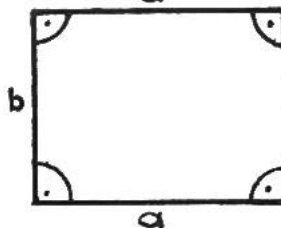
Das Quadrat



$$U = 4 \cdot a$$

$$F = a \cdot a = a^2$$

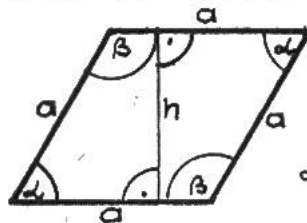
Das Rechteck



$$U = 2 \cdot (a + b)$$

$$F = a \cdot b$$

Der Rhombus, Raute

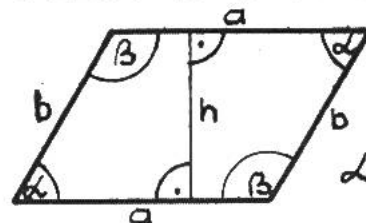


$$U = 4 \cdot a$$

$$F = a \cdot h$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

Das Parallelogramm

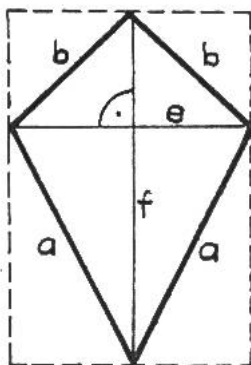


$$U = 2 \cdot (a + b)$$

$$F = a \cdot h$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

Das Drachenviereck

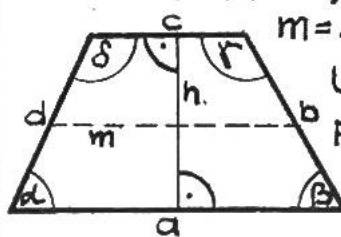


$$U = 2(a + b)$$

$$F = \frac{e \cdot f}{2}$$

e, f = Diagonalen

Das Trapez



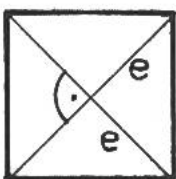
m = Mittelparallele

$$U = a + b + c + d$$

$$F = m \cdot h = \frac{a + c}{2} \cdot h$$

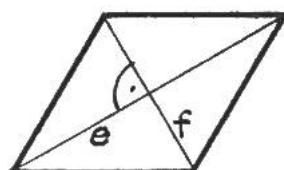
$$\alpha + \delta = \beta + \gamma = 180^\circ$$

Spezialfälle



Quadrat

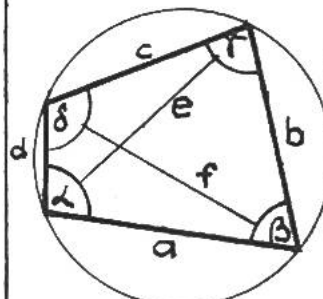
$$F = \frac{e^2}{2}$$



Rhombus

$$F = \frac{e \cdot f}{2}$$

Das Sehnenviereck



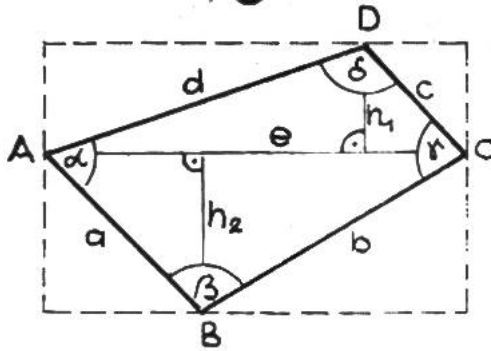
$$U = 2 \cdot s = a + b + c + d$$

$$e \cdot f = a \cdot c + b \cdot d$$

$$\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180^\circ$$

$$F = \sqrt{(s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c) \cdot (s-d)}$$

Das allgemeine (unregelmässige) Viereck

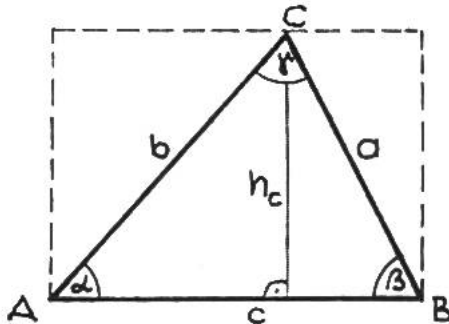


$$F = \frac{e \cdot (h_1 + h_2)}{2} \quad U = a + b + c + d$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

Zur eindeutigen Festlegung eines Vierecks sind im allgem. 5 Grössen, darunter 2 Seiten, erforderlich.

Das Dreieck



$$U = a + b + c = 2 \cdot s$$

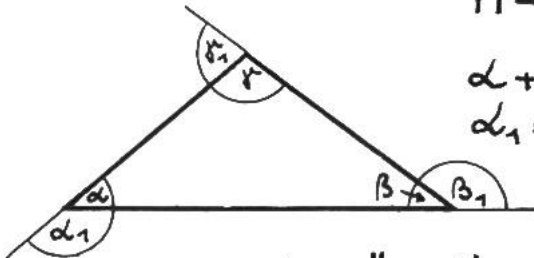
$$F = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$$
 Heronische Formel

$$F = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{g \cdot h}{2}$$

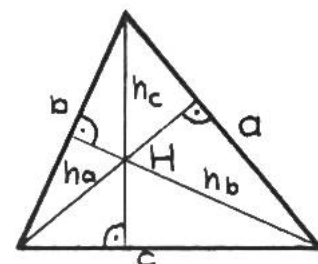
g = Grundlinie = a od. b od. c.
h = Höhe = ha oder hb oder hc

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \text{ Innenwinkelsatz}$$

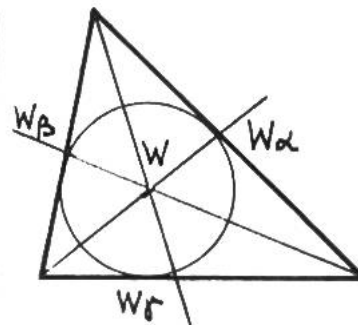
$$\alpha_1 = \beta + \gamma; \quad \beta_1 = \alpha + \gamma; \quad \gamma_1 = \alpha + \beta$$
 Aussenwinkelsätze



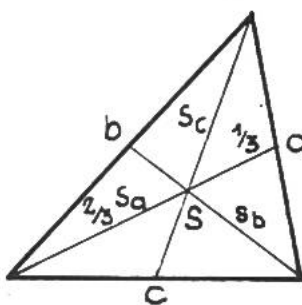
Vier merkwürdige Punkte im Dreieck



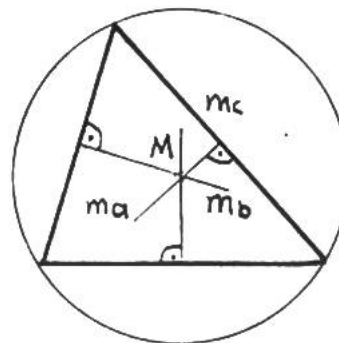
Die drei Höhen schneiden sich in einem Punkt, dem Höhenschnittpkt H.



Die 3 Winkelhalbierenden wa, wb, wc schneiden sich im Mittelpunkt des Inkreises: W.



Die drei Seitenhalbierenden (Schwerlinien, Mittellinien) sa, sb, sc schneiden sich im Schwerpkt S. Er teilt jede Linie im Verhältnis 1:2



Die 3 Mittelsenkrechten ma, mb, mc schneiden sich im Mittelpunkt M des Umkreises.

Acht wichtige Sätze für das Dreieck

2 Dreiecke sind

kongruent, wenn sie übereinstimmen:

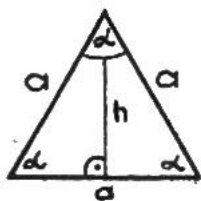
1. in den 3 Seiten (sss)
2. in 2 Seiten und dem Zwischen $\angle$ (sws)
3. in 2 Seiten u. d. Gegen $\angle$ der größeren Seite (ssw)
4. in 1 Seite u. 2 gleichliegenden $\angle$ (wsw; sww)

ähnlich, wenn sie übereinstimmen:

1. im Verhältnis der 3 Seiten
2. im Verhältnis zweier Seiten u. dem Zwischen $\angle$
3. im Verhältnis zweier Seiten und d. Gegen $\angle$ d. gr. Seite
4. in 2 Winkeln

Spezielle Dreiecke

Das gleichseitige Dreieck

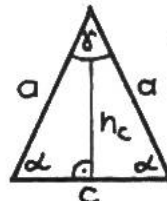


$$\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$$

$$a = b = c; h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$$

$$F = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{h^2}{\sqrt{3}}$$

Das gleichschenklige Dreieck

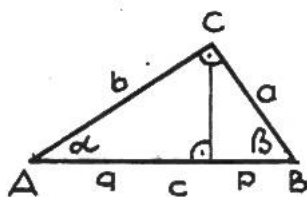


$$\alpha = \beta; a = b; F = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

$$h_c = m_c = s_c = w_r$$

$$= \frac{\sqrt{(2a-c)(2a+c)}}{2}$$

Das rechtwinklige Dreieck



$$p + q = c$$

a, b = Katheten; c = Hypotenuse; $\gamma = 90^\circ$; $\alpha + \beta = 90^\circ$

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ Lehrsatz des Pythagoras}$$

$$h^2 = p \cdot q \text{ Höhensatz des Euklid}$$

$$a^2 = p \cdot c; b^2 = q \cdot c \text{ Kathetensätze d. Euklid}$$

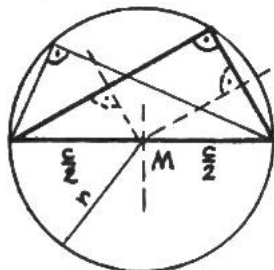
Mittelpkt d. Umkreises = Mitte d. Hypotenuse

c = Durchmesser } Satz des Thales

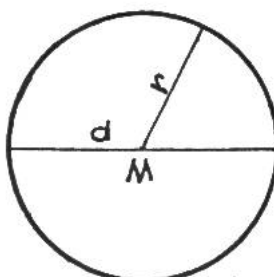
$$\gamma = 90^\circ$$

$$F = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{c \cdot h}{2}$$

$$r = \frac{c}{2}$$



Der Kreis



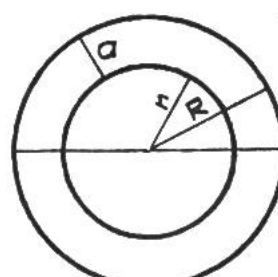
$$U = d \cdot \pi = 2 \cdot r \cdot \pi$$

$$F = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = r^2 \cdot \pi$$

$$= \frac{U^2}{4 \cdot \pi}$$

Spezialfälle
Viertelkreis; Halbkreis

Der Kreisring



$$F = R^2 \cdot \pi - r^2 \cdot \pi$$

$$= (R+r) \cdot (R-r) \cdot \pi$$

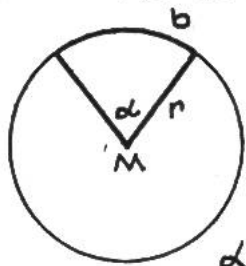
$$= (R+r) \cdot a \cdot \pi$$

$$= (2r+a) \cdot a \cdot \pi$$

$$= (2R-a) \cdot a \cdot \pi$$

$a = R - r$ = radiale Ringbreite

Der Kreissektor



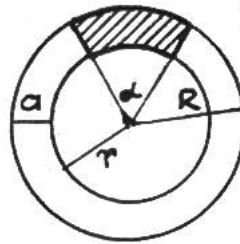
$$b = \frac{\pi \cdot d}{360} \cdot \alpha = \frac{\pi \cdot d}{180} \cdot r$$

$$= \frac{U}{360} \cdot \alpha$$

$$\alpha = \frac{b \cdot 360}{U} = \frac{b \cdot 360}{d \cdot \pi} = \frac{b \cdot 180}{r \cdot \pi}$$

$$F = \frac{b \cdot r}{2} = \frac{r^2 \cdot \pi}{360} \cdot \alpha = \frac{U^2 \cdot \alpha}{4 \cdot \pi \cdot 360}$$

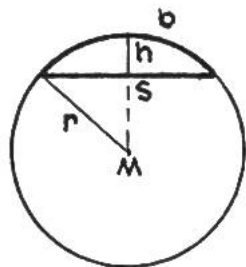
Das Kreisringstück



$$F = (R+r) \cdot (R-r) \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

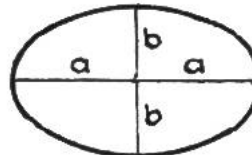
$$= (R+r) \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

Das Kreissegment



$$F = \frac{r \cdot (b-s) + s \cdot h}{2}$$

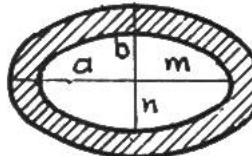
Die Ellipse



$$F = a \cdot b \cdot \pi$$

a = halbe große Achse
b = halbe kleine Achse

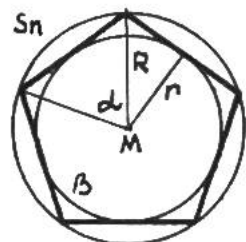
Der elliptische Ring



$$F = (a \cdot b - m \cdot n) \cdot \pi$$

a, b = Halbachsen d. äuss. Ellipse
m, n = Halbachsen d. inn. Ellipse

Das regelmässige Vieleck (n-Eck)



R = Radius des Umkreises
r = Radius des Inkreises
n = Seitenzahl = Eckenzahl
Sn = Vieleckseite
 α = Zentriwinkel
 β = Vieleckwinkel

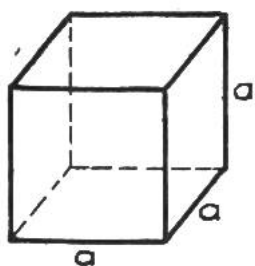
$$U = n \cdot S_n$$

$$\alpha = \frac{360}{n}; \beta = 180^\circ - \alpha$$

$$S_n = 2 \cdot \sqrt{R^2 - r^2} = \frac{2 \cdot F}{n \cdot r}$$

$$F = \frac{n \cdot S_n \cdot r}{2}$$

Der Würfel

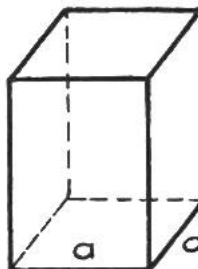


$$K = 12 \cdot a$$

$$M = 4 \cdot a^2; O = 6 \cdot a^2$$

$$V = a^3$$

Die quadrat. Säule



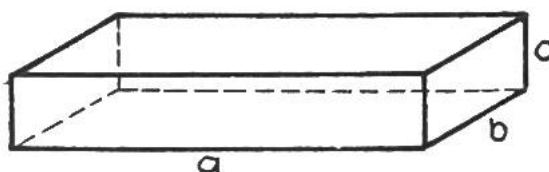
$$K = 8 \cdot a + 4 \cdot h$$

$$M = 4 \cdot a \cdot h$$

$$O = 2 \cdot a \cdot (a + 2 \cdot h)$$

$$V = a^2 \cdot h$$

Der Quader



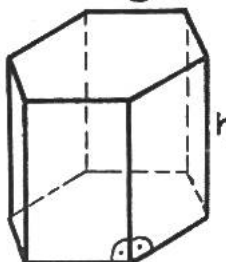
$$K = 4 \cdot (a+b+c)$$

$$M = 2 \cdot c \cdot (a+b)$$

$$O = 2(ab+ac+bc)$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Das gerade Prisma



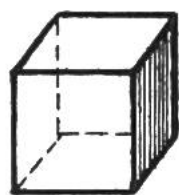
$$M = U \cdot h$$

$$O = U \cdot h + 2 \cdot G$$

$$V = G \cdot h$$

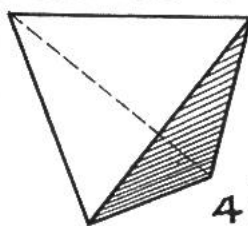
Die 5 regulären Polyeder

Der Würfel Hexaeder



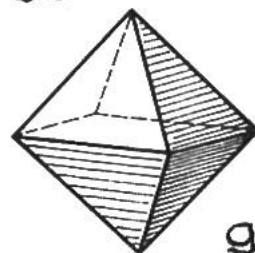
6 gleich-
seitige
Vierecke
(Quadrate)

Das Tetraeder



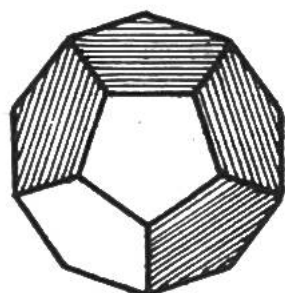
4 gleich-
seitige Dreiecke

Das Oktaeder



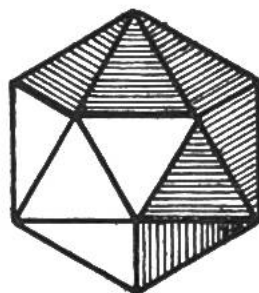
gleich-
seitige Dreiecke

Das Dodekaeder



12 gleichseitige Dreiecke

Das Ikosaeder



20 gleichseitige Dreiecke

HÖCHSTE PASS-STRASSEN DER SCHWEIZ

Umbrailpass	2501 m	St. Gotthardstrasse	2108 m
Gr. St. Bernhard-Pass .	2469 m	Bernhardinstrasse	2065 m
Furkastrasse	2431 m	Oberalpstrasse	2044 m
Flüelastrasse	2383 m	Simplon	2005 m
Berninastrasse	2323 m	Klausenpass	1948 m
Albulastrasse	2312 m	Lukmanierpass	1916 m
Julierstrasse	2284 m	Maloja	1815 m
Sustenstrasse	2224 m	Col du Pillon	1546 m
Grimselstrasse	2165 m	La Forclaz	1527 m
Ofenpass	2149 m	Jaunpass	1509 m
Splügenstrasse	2113 m	Col des Mosses	1445 m

DIE LÄNGSTEN EISENBAHNTUNNELS

Simplon-Tunnel 2 . . .	19823 m	Arlberg-Tunnel	10240 m
Neuer Apennin-T. . . .	18510 m	Ricken-Tunnel	8603 m
Gotthard-Tunnel	15003 m	Grenchenberg-Tunnel	8578 m
Lötschberg-Tunnel . .	14612 m	Neuer Hauenstein-T.	8134 m
New-Cascade-T. USA	12874 m	Pyrenäen-Tunnel	7600 m
Mont Cenis-Tunnel . .	12849 m	Jungfraubahn-Tunnel	7113 m