

Zeitschrift: Pestalozzi-Kalender
Herausgeber: Pro Juventute
Band: 58 (1965)
Heft: [2]: Schüler

Rubrik: Geometrie

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

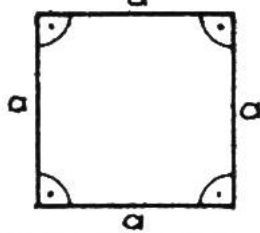
Download PDF: 02.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Geometrie

In den folgenden Formeln für die wichtigsten Größen der ebenen Figuren und der Körper bedeuten:
 U = Umfang F = Flächeninhalt O = Oberfläche
 K = Gesamtkantenlänge M = Mantelfläche
 G = Grundfläche V = Rauminhalt, Volumen
 $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ = Winkel; a, b, c, \dots = Seiten; r, R, ρ = Radien; h, h_r = Höhe
 \perp = rechter Winkel Für π genügt meist der Wert 3,14

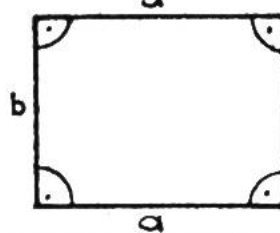
Das Quadrat



$$U = 4 \cdot a$$

$$F = a \cdot a = a^2$$

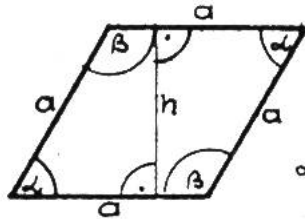
Das Rechteck



$$U = 2 \cdot (a + b)$$

$$F = a \cdot b$$

Der Rhombus, Raute

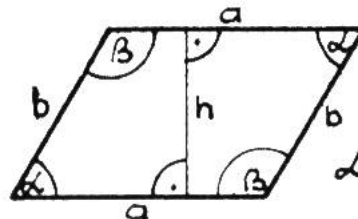


$$U = 4 \cdot a$$

$$F = a \cdot h$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

Das Parallelogramm

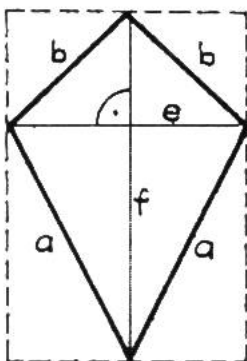


$$U = 2 \cdot (a + b)$$

$$F = a \cdot h$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

Das Drachenviereck

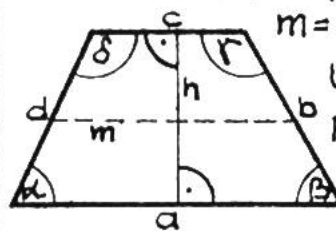


$$U = 2(a + b)$$

$$F = \frac{e \cdot f}{2}$$

e, f = Diagonalen

Das Trapez



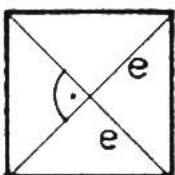
m = Mittelparallele

$$U = a + b + c + d$$

$$F = m \cdot h = \frac{a + c}{2} \cdot h$$

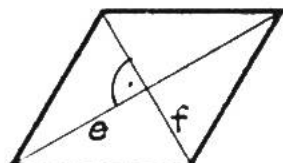
$$\alpha + \delta = \beta + \gamma = 180^\circ$$

Spezialfälle



Quadrat

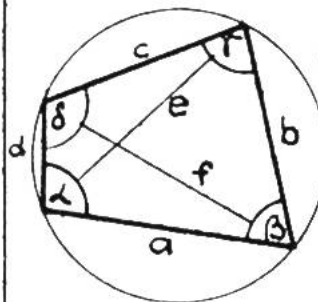
$$F = \frac{e^2}{2}$$



Rhombus

$$F = \frac{e \cdot f}{2}$$

Das Sehnenviereck



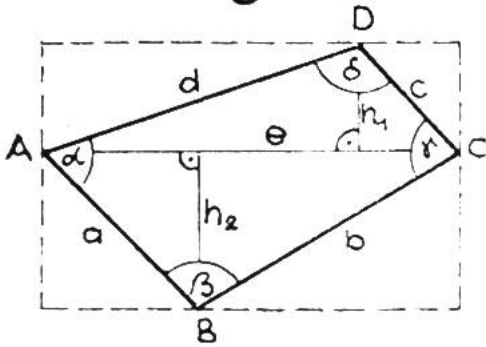
$$U = 2 \cdot s = a + b + c + d$$

$$e \cdot f = a \cdot c + b \cdot d$$

$$\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180^\circ$$

$$F = \sqrt{(s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c) \cdot (s-d)}$$

Das allgemeine (unregelmässige) Viereck

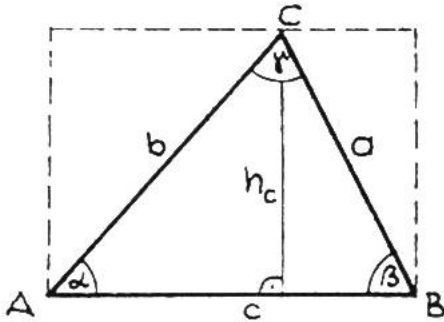


$$F = \frac{e \cdot (h_1 + h_2)}{2} \quad U = a + b + c + d$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

Zur eindeutigen Festlegung eines Vierecks sind im allgem. 5 Grössen, darunter 2 Seiten, erforderlich.

Das Dreieck



$$U = a + b + c = 2 \cdot s$$

$$F = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$$
 Heronische Formel

$$F = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{g \cdot h}{2}$$

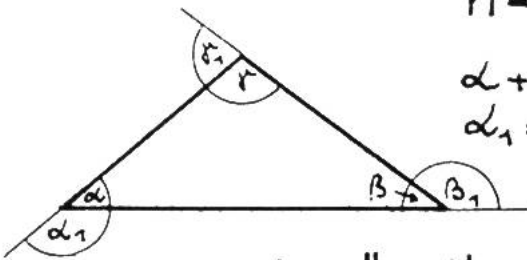
g = Grundlinie = a od. b od. c.

h = Höhe = ha oder hb oder hc

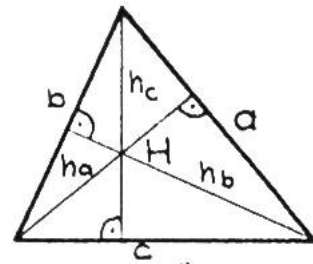
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \text{ Innenwinkelsatz}$$

$$\alpha_1 = \beta + \gamma; \beta_1 = \alpha + \gamma; \gamma_1 = \alpha + \beta$$

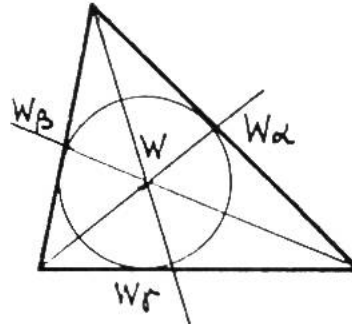
Aussenwinkelsätze



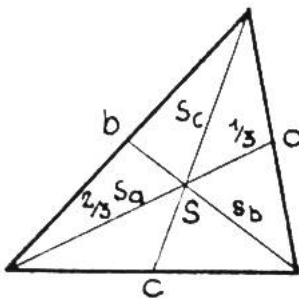
Vier merkwürdige Punkte im Dreieck



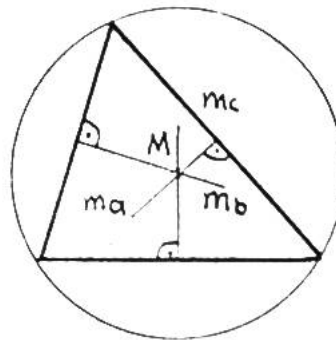
Die drei Höhen schneiden sich in einem Punkt, dem Höhenschnittpkt H.



Die 3 Winkelhalbierenden $W_\alpha, W_\beta, W_\gamma$ schneiden sich im Mittelpunkt des Inkreises: W.



Die drei Seitenhalbierenden (Schwerlinien, Mittellinien) s_a, s_b, s_c schneiden sich im Schwerpkt S. Er teilt jede Linie im Verhältnis 1:2



Die 3 Mittelsenkrechten m_a, m_b, m_c schneiden sich im Mittelpunkt M des Umkreises.

Acht wichtige Sätze für das Dreieck

2 Dreiecke sind

kongruent, wenn sie übereinstimmen:

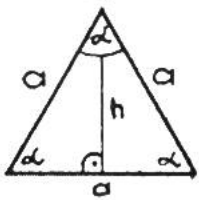
1. in den 3 Seiten (sss)
2. in 2 Seiten und dem Zwischen \angle (sws)
3. in 2 Seiten u. d. Gegen \angle der größeren Seite (ssw)
4. in 1 Seite u. 2 gleichliegenden \angle (wsw; sww)

ähnlich, wenn sie übereinstimmen:

1. im Verhältnis der 3 Seiten
2. im Verhältnis zweier Seiten u. dem Zwischen \angle
3. im Verhältnis zweier Seiten und d. Gegen \angle d. gr. Seite
4. in 2 Winkeln

Spezielle Dreiecke

Das gleichseitige Dreieck

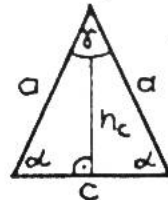


$$\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$$

$$a = b = c; h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$$

$$F = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{h^2}{\sqrt{3}}$$

Das gleichschenklige Dreieck

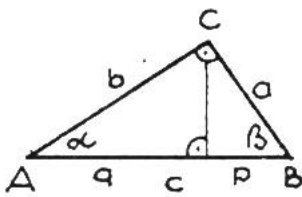


$$\alpha = \beta; a = b; F = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

$$h_c = m_c = s_c = W_r$$

$$= \frac{\sqrt{(2a-c)(2a+c)}}{2}$$

Das rechtwinklige Dreieck



$a, b =$ Katheten; $c =$ Hypotenuse; $\gamma = 90^\circ; \alpha + \beta = 90^\circ$

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ Lehrsatz des Pythagoras}$$

$$h^2 = p \cdot q \text{ Höhensatz des Euklid}$$

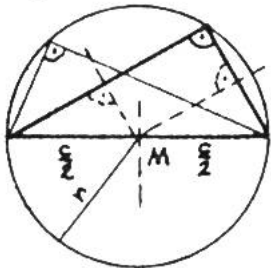
$$a^2 = p \cdot c; b^2 = q \cdot c \text{ Kathetensätze d. Euklid}$$

Mittelpkt d. Umkreises = Mitte d. Hypotenuse

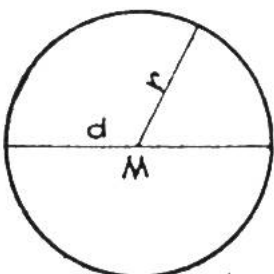
$c =$ Durchmesser } Satz des Thales

$$\gamma = 90^\circ$$

$$F = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{c \cdot h}{2} \quad r = \frac{c}{2}$$



Der Kreis



$$U = d \cdot \pi = 2 \cdot r \cdot \pi$$

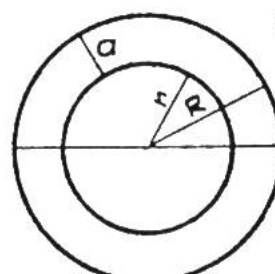
$$F = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = r^2 \cdot \pi$$

$$\approx \frac{U^2}{4 \cdot \pi}$$

Spezialfälle

Viertelkreis; Halbkreis

Der Kreisring



$$F = R^2 \cdot \pi - r^2 \cdot \pi$$

$$= (R+r) \cdot (R-r) \cdot \pi$$

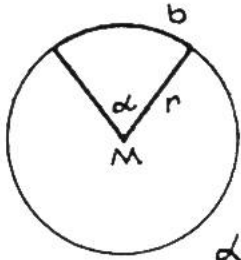
$$= (R+r) \cdot a \cdot \pi$$

$$= (2r+a) \cdot a \cdot \pi$$

$$= (2R-a) \cdot a \cdot \pi$$

$a = R - r =$ radiale Ringbreite

Der Kreissektor



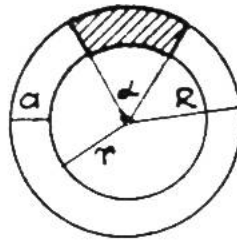
$$b = \frac{\pi \cdot \alpha}{360} \cdot d = \frac{\pi \cdot \alpha}{180} \cdot r$$

$$= \frac{U}{360} \cdot \alpha$$

$$\alpha = \frac{b \cdot 360}{U} = \frac{b \cdot 360}{d \cdot \pi} = \frac{b \cdot 180}{r \cdot \pi}$$

$$F = \frac{b \cdot r}{2} = \frac{n^2 \cdot \pi}{360} \cdot \alpha = \frac{U^2 \cdot \alpha}{4 \cdot \pi \cdot 360}$$

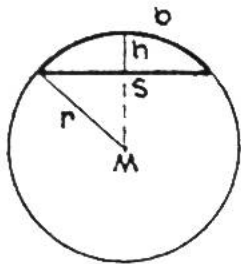
Das Kreisringstück



$$F = (R+r) \cdot (R-r) \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

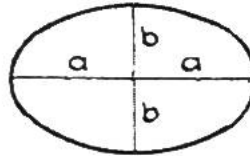
$$= (R+r) \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

Das Kreissegment



$$F = \frac{r \cdot (b-s) + s \cdot h}{2}$$

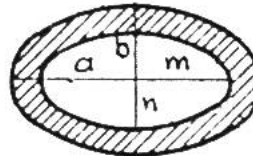
Die Ellipse



$$F = a \cdot b \cdot \pi$$

a = halbe große Achse
b = halbe kleine Achse

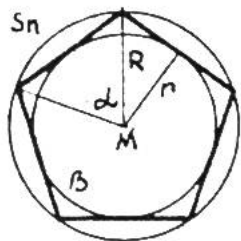
Der elliptische Ring



$$F = (a \cdot b - m \cdot n) \cdot \pi$$

a, b = Halbachsen d. äuss. Ellipse
m, n = Halbachsen d. inn. Ellipse

Das regelmässige Vieleck (n-Eck)



R = Radius des Umkreises
r = Radius des Inkreises
n = Seitenzahl = Eckenzahl
sn = Vielecksseite
 α = Zentriwinkel
 β = Vieleckwinkel

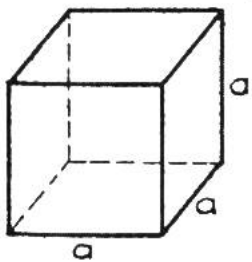
$$U = n \cdot sn$$

$$\alpha = \frac{360}{n}; \beta = 180^\circ - \alpha$$

$$sn = 2 \cdot \sqrt{R^2 - r^2} = \frac{2 \cdot F}{n \cdot r}$$

$$F = \frac{n \cdot sn \cdot r}{2}$$

Der Würfel

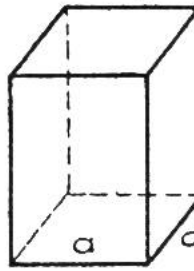


$$K = 12 \cdot a$$

$$M = 4 \cdot a^2; O = 6 \cdot a^2$$

$$V = a^3$$

Die quadrat. Säule



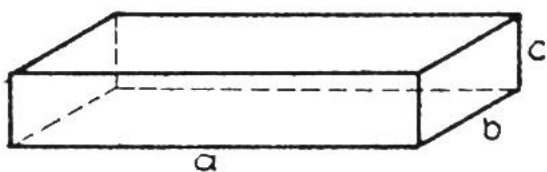
$$K = 8 \cdot a + 4 \cdot h$$

$$M = 4 \cdot a \cdot h$$

$$O = 2 \cdot a \cdot (a + 2 \cdot h)$$

$$V = a^2 \cdot h$$

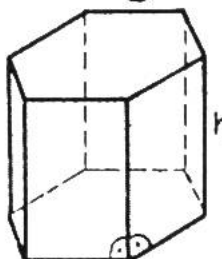
Der Quader



$$K = 4 \cdot (a + b + c) \quad O = 2 \cdot (ab + ac + bc)$$

$$M = 2 \cdot c \cdot (a + b) \quad V = a \cdot b \cdot c$$

Das gerade Prisma



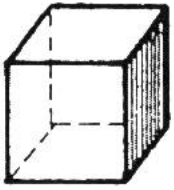
$$M = U \cdot h$$

$$O = U \cdot h + 2 \cdot G$$

$$V = G \cdot h$$

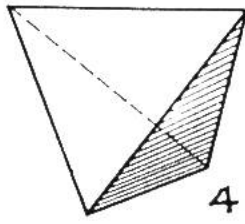
Die 5 regulären Polyeder

Der Würfel Hexaeder



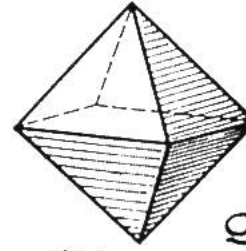
6 gleich-
seitige
Vierecke
(Quadrate)

Das Tetraeder



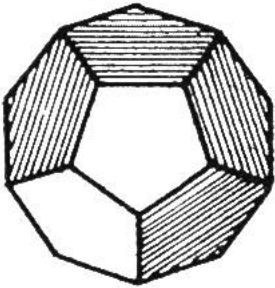
4 gleich-
seitige Dreiecke

Das Oktaeder



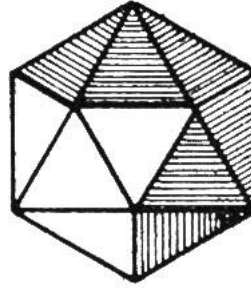
8
gleich-
seitige Dreiecke

Das Dodekaeder



12 gleichseitige Fünfecke

Das Ikosaeder



20 gleichseitige Dreiecke

HÖCHSTE PASS-STRASSEN DER SCHWEIZ

Umbrail . . . m	2501	Grimsel m	2165	Klausen m	1948
Gr. St. Bernhard	2469	Ofen	2149	Lukmanier . . .	1916
Furka	2431	Splügen	2113	Maloja	1815
Flüela	2383	St. Gotthard . .	2108	Pillon	1546
Bernina	2323	San Bernardino	2065	La Forclaz . . .	1527
Albula	2312	Oberalp	2044	Jaun	1509
Julier	2284	Simplon	2005	Mosses	1445
Susten	2224				

EINIGE SCHWEIZER PASS-ÜBERGÄNGE

(über 2000 m ü. M.)	Ferret	2537	Septimer	2310
m	Gries	2462	Surenen	2291
Theodul	Nufenen	2440	Uomo	2218
Kisten	Panixer	2407	Joch	2209
Fenêtre, de . . .	Greina	2357	Balme	2204
Lötschen	Gemmi	2316	Kl. Scheidegg . .	2061
Segnes	San Giacomo . .	2313	Cheville	2038

DIE LÄNGSTEN EISENBAHNTUNNELS

Simplon 2 . . m	19823	New-Cascade	12874	Grenchenberg	8578
N. Apennin . .	18510	Mont Cenis . .	12849	N. Hauenstein	8134
Gotthard	15003	Arlberg	10240	Pyrenäen	7600
Lötschberg . .	14612	Ricken	8603	Jungfraubahn	7113
Strassentunnel	Grosser St. Bernhard	5853 m			