

**Zeitschrift:** Revue Militaire Suisse  
**Herausgeber:** Association de la Revue Militaire Suisse  
**Band:** 20 (1875)  
**Heft:** (20): Revue des armes spéciales : supplément mensuel de la Revue Militaire Suisse

**Artikel:** Note sur la dispersion des projectiles et la loi des erreurs  
**Autor:** Muyden, A. v.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-347653>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 17.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# REVUE DES ARMES SPÉCIALES

Supplément mensuel de la REVUE MILITAIRE SUISSE, n° 20 (1875).

## NOTE SUR LA DISPERSION DES PROJECTILES ET LA LOI DES ERREURS.

*Extrait d'une communication présentée à la Société vaudoise des sciences naturelles, séance du 5 mai, par A. v. Muyden, capitaine d'artillerie.*  
(Deux planches.)

Nous nous proposons, dans cette note, de faire ressortir la similitude de la loi qui régit la dispersion naturelle des points de chute des projectiles avec la loi des erreurs applicable à la plupart des observations scientifiques, telle qu'elle a été formulée par Laplace et traduite en table usuelle. Nous rechercherons les limites d'approximation que comporte l'assimilation d'une table empirique des écarts de tir avec la table théorique de probabilité, en montrant qu'il s'agit d'une loi générale et de l'expression concrète de l'un de ces cas particuliers.

Les données qui ont servi de base à cette étude sont les suivantes :

1° *Image de la dispersion de 192 obus lestés tirés en neuf séries à la distance de mille mètres avec le canon de 8<sup>cm</sup>.4, résultant d'expériences de tir exécutées à Thoune en 1871 et 1872 sous les ordres de M. le colonel Bleuler, instructeur en chef de l'artillerie.*

2° *Relevé d'expériences de tir exécutées à Thoune de 1868 à 1872, par les soins du bureau fédéral d'état-major pour la détermination de la hausse et de la précision du fusil Peabody, la carabine et le fusil d'infanterie. Quatre groupes de 300 coups chacun, comprenant le tir à une même portée de dix fusils à trente coups par fusil et série; soit quatre images de la dispersion de 300 coups, obtenues à des portées de 225, 300 et 400 mètres.*

Dans l'un et l'autre cas, ces relevés ont la valeur expérimentale qu'on est en droit d'attendre de tirs balistiques : la hausse pour chaque série a été approximativement cherchée par deux ou trois coups perdus et est restée invariable pour la série proprement dite; tir sur chevalet, pour les fusils, avec un pointeur unique; chaque série relevée à part sur papier quadrillé, etc., etc.

Etant donné un certain nombre de relevés de tirs de précision résultant d'un ensemble d'essais exécutés dans des circonstances identiques les uns aux autres (chaque essai ayant donné lieu à une image relevée à une échelle réduite sur papier quadrillé et rapportée à un système d'axes coordonnés passant par son centre de gravité, soit le point d'impact moyen de l'image) : imaginons qu'on superpose les différentes images axes sur axes, en plaçant l'un sur l'autre en chaque point les projectiles placés en ce point; elles détermineront ensemble ce qu'on peut nommer *l'image générale de la dispersion naturelle des coups*. Il est évident qu'à mesure que les images partielles se superposent aux précédentes, l'image générale tend à former un relief dont la surface, composée d'éléments polyédriques, prend une forme plus nettement accusée et, partant, représente avec plus de généralité la loi de dispersion des coups.

A la limite, pour une série infinie, la surface tend vers un contour curviligne régulier.

Si l'on suppose un quadrillage tracé sur la base, et des ordonnées correspondant aux points d'intersection, la probabilité (sur l'ensemble des coups tirés) qu'un projectile tombe en ce point, sera représentée par l'ordonnée de ce point, limitée par la surface enveloppant les sommets des ordonnées.

Appelons :  $x$  la valeur d'un écart,  $z$  la probabilité de sa répétition,  $P$  la probabilité que l'écart  $x$  est compris entre les limites finies  $-a$  et  $+a$  (soit qu'il ne dépasse pas  $a$  en valeur absolue) et  $S$  le relief engendré par la dispersion naturelle des coups.

Ceci posé, le relief  $S$  présente, par construction, les caractères suivants :

1° La courbe enveloppante interceptée par le plan  $z o x$  des axes coordonnés, fournit la probabilité  $z$  de l'écart  $x$  en hauteur ou en direction. (Valeur de l'ordonnée  $z$  en fonction de l'abscisse  $x$ ).

2° L'aire de la même courbe avec l'axe des  $x$ , fournit, entre les limites  $x = -a$  et  $+a$ , la probabilité que l'écart  $x$ , en hauteur ou en direction, est compris entre ces mêmes limites. (Valeur de l'aire  $P$  en fonction de  $a$ ).

Cette courbe est donc la représentation empirique de la loi des écarts de tir, et c'est elle qu'il s'agit de comparer à la courbe typique des erreurs.

Pour comparer entre elles, et avec la courbe typique, les courbes empiriques d'écart résultant de séries d'expériences effectuées dans des circonstances dissemblables, il faut rapporter les écarts à une unité qui serve de mesure à la précision de chaque série, l'écart probable, par exemple. Soit  $r$  cette fonction.

La courbe empirique des écarts peut s'obtenir par le tracé graphique suivant :

Etant donné une *image générale de la dispersion naturelle des coups* (voir planche n° 4), établie comme il a été dit plus haut, les deux écarts probables sont déterminés en comptant à droite et à gauche de leur axe de symétrie (et entre les limites d'abscisses :  $-x$  et  $+x = r$  en valeur absolue) un nombre de points dont la somme égale  $\frac{1}{2} n$ , en tenant compte des coups anormaux qui se trouveraient en dehors des limites de l'épure.

On obtient ainsi deux zones de longueur infinie et de largeur  $2r$  et  $2r'$  contenant chacune 50 % des coups. En prenant les longueurs  $r$  et  $r'$  comme unité et les divisant en fractions de  $\frac{1}{10}$  et ses multiples, on détermine une succession de zones intermédiaires contenant toutes un certain nombre de points dont il est aisé de faire le compte ; et, par soustraction, le nombre de points compris dans les zones élémentaires  $\frac{1}{10} r$  et  $\frac{1}{10} r'$ .

En portant en abscisses les écarts et en ordonnées le nombre pourcent des points ne dépassant pas ces écarts, on reproduit la loi de  $P$  en fonction de  $a$  ; et en portant sur ces mêmes abscisses les différences de deux ordonnées successives de la première courbe, soit le nombre de points compris dans les zones élémentaires, on reproduit la loi de  $z$  en fonction d' $x$  \*.

\* L'écart  $x$  est, dans ce cas, la moyenne arithmétique des abscisses correspondant aux deux ordonnées successives à soustraire l'une de l'autre.

Les résultats que nous pouvons tirer de l'épure n° 1 seraient plus concluants pour cette étude si l'image avait été obtenue au moyen d'une série unique de 192 coups, au lieu de neuf séries partielles. En effet, en confondant avec la vraie valeur du centre de gravité d'une série illimitée le point moyen apparent tel qu'il résulte approximativement d'une série limitée (valeur qui sert de point de départ à la mesure des écarts individuels) on commet une erreur qui diminue en raison de la racine carrée du nombre des points; dès lors, en superposant centre à centre les images partielles, on détermine une image générale qui doit présenter un groupement exagéré autour du centre. La lecture des points compris dans les zones élémentaires les plus rapprochées du centre donne effectivement des nombres légèrement supérieurs à ceux de la formule typique. La courbe empirique des écarts fait ressortir cette anomalie, sans laquelle la tangente à la courbe à l'origine serait horizontale, comme c'est le cas pour la courbe typique.

Le tableau qui accompagne la planche n° 1 donne la lecture du nombre pour cent des coups compris dans les zones horizontales et verticales et la moyenne de ces deux systèmes de valeurs. Ces résultats ne satisfont naturellement pas rigoureusement à la loi de continuité, mais il est facile de les améliorer par un tracé graphique en prenant les colonnes (1) et (4) pour abscisses et ordonnées et traçant la courbe de compensation des éléments (planche n° 2, courbe n° 5). On obtient ainsi un système de valeurs rectifiées qui représente avec plus de probabilité la loi empirique de répartition.

La planche n° 2 figure les tracés suivants rapportés à l'erreur probable comme unité :

1° Courbe typique des erreurs.

2° Courbe empirique des écarts résultant d'expériences de tir avec le canon de 8<sup>cm</sup>.4.

3° Courbe empirique des écarts résultant d'expériences de tir avec les armes à feu portatives.

4° Courbe empirique des erreurs résultant d'une série de mille observations de l'étoile polaire.

5° Tracé de compensation du nombre pour-cent des coups touchés dans les différentes zones du but. Expériences de tir avec le canon de 8<sup>cm</sup>.4. (Voir le tableau de la planche n° 1.)

La courbe n° 3 a été tracée en prenant la moyenne entre les nombres fournis par les quatre tableaux correspondant aux quatre images et groupes d'observations mentionnés aux données, et en employant les mêmes procédés de calcul que pour la courbe n° 2.

Les données relatives aux mille observations de l'étoile polaire, dont la courbe n° 4 représente la répartition des erreurs, se trouvent citées dans le *Beitrag zur Schiess theorie* de M. le colonel Siegfried, page 97; prenant les chiffres qu'il indique comme point de départ et traçant la courbe de  $P$  en fonction d' $\alpha$ , on déduit par interpolation les valeurs intercalaires, et par soustraction les valeurs de  $z$ .

Voici maintenant les tables comparatives établissant, d'après les données qui précèdent, la relation numérique dont l'épure de la planche n° 2 est l'expression graphique : (Voir ci-contre.)

Relation théorique et empirique entre un écart de tir et la probabilité de sa répétition. (Lecture des courbes d'erreur.)

Erreurs ou écarts $z$ rapportés à l'erreur probable comme unité.	VALEUR THÉORIQUE de $z$ . Courbe n° 1.		Valeurs de $z$ déterminées empiriquement.			
	%	°/°	Série de mille observations de l'étoile polaire. Courbe n° 4.	Tir de précision avec le canon de 8,4. 192 coups à 1000 <sup>m</sup> . Courbe n° 2.	Tir de précision avec armes à feu portatives. Moyen de 4 tirs de 300 coups à 225, 300 et 400 <sup>m</sup> . Courbe n° 3.	%
0,00	5,38	5,49	5,93	6,02	6,02	
0,10	5,37	5,45	5,84	5,95	5,95	
0,20	5,33	5,39	5,73	5,75	5,75	
0,30	5,27	5,32	5,52	5,53	5,53	
0,40	5,19	5,23	5,30	5,30	5,30	
0,50	5,08	5,11	5,06	5,03	5,03	
0,60	4,96	4,96	4,81	4,76	4,76	
0,70	4,81	4,79	4,56	4,50	4,50	
0,80	4,65	4,60	4,30	4,25	4,25	
0,90	4,48	4,40	4,05	4,00	4,00	
1,00	4,29	4,18	3,81	3,77	3,77	
1,20	3,88	3,72	3,36	3,32	3,32	
1,40	3,45	3,28	2,99	2,92	2,92	
1,60	3,01	2,86	2,64	2,57	2,57	
1,80	2,58	2,47	2,34	2,26	2,26	
2,00	2,17	2,11	2,06	1,97	1,97	
2,50	1,30	1,33	1,42	1,37	1,37	
3,00	0,69	0,75	0,91	0,88	0,88	
3,50	0,33	0,37	0,52	0,53	0,53	

Probabilité théorique et empirique qu'un écart de tir est compris entre les limites  $\pm a$ .

Erreurs ou écarts $a$ rapportés à l'erreur probable comme unité.	VALEUR THÉORIQUE de $P$ $a$		Tir de précision avec le canon de 8 <sup>em</sup> , 4, 192 coups à mille mètres. Valeur empirique de $P$ $a$			
	%	°/°	Série fournie par l'épure n° 1	Même série rectifiée par une compensation graphique des éléments. (Épure n° 2.)	1 <sup>re</sup> diff.	2 <sup>e</sup> diff.
0,10	5,4	5,4	5,4	5,9	5,9	0,1
0,20	10,7	10,7	12,7	11,7	5,8	0,2
0,30	16,-	16,-	17,4	17,3	5,6	0,2
0,40	21,3	21,3	23,4	22,7	5,4	0,3
0,50	26,4	26,4	27,8	27,8	5,1	0,1
0,60	31,4	31,4	33,-	32,8	5,-	0,3
0,70	36,3	36,3	35,9	37,5	4,7	0,2
0,80	41,1	41,1	41,1	42,-	4,5	0,3
0,90	45,6	45,6	44,7	46,2	4,2	0,4
1,-	50,-	50,-	50,-	50,-	3,8	
1,20	58,2	58,2	55,7	56,7	6,7	
1,40	65,5	65,5	63,5	63,-	6,3	
1,60	71,9	71,9	69,2	68,7	5,7	
1,80	77,5	77,5	73,4	74,-	5,3	
2,00	82,3	82,3	78,1	78,6	4,6	
2,50	90,8	90,8	88,6	88,-		
3,00	95,7	95,7	94,2	94,2		
3,50	98,2	98,2	97,6	97,5		
4,00	99,3	99,3	99,-	99,-		

On voit que malgré le petit nombre des données constituant une même série d'observations de tir, les valeurs du tableau présentent un accord très satisfaisant. La tendance que les ordonnées de l'épure présentent vers des valeurs de plus en plus rapprochées de la formule s'accroît à mesure que l'on prendrait pour les séries des ordres plus élevés de  $n$ . Les courbes n° 1 et n° 4 d'une part et les courbes n° 2 et 3 de l'autre coïncident sensiblement deux à deux : la courbe n° 4, provenant d'une série unique de mille données, devait effectivement se rapprocher de la courbe théorique; tandis que les courbes n° 2 et 3, provenant d'une moyenne de 9 séries, d'environ 21 coups l'une et de 40 séries et de 30 coups l'autre, devaient se grouper ensemble et présenter avec la courbe théorique une anomalie justifiée par leur mode de construction.

En résumé, on peut admettre que la dispersion naturelle des points de chute est régie par la loi des erreurs et que pour un nombre même limité de données elle est rendue avec suffisamment d'exactitude par son expression typique.

Une table de probabilité empirique n'en conserve pas moins sa valeur, en ce qu'elle représente avec plus de probabilité le groupement d'un nombre restreint d'observations autour de leur centre de gravité apparent.

---

#### LA MITRAILLEUSE SUÉDOISE.

Nous avons déjà parlé dans notre numéro 12, du 15 juin 1875, de cet engin nouveau, sorte de machine infernale ou de batterie Requa, perfectionnée en mitrailleuse par un ingénieur suédois. Les lignes ci-dessous, qu'on veut bien nous transmettre de Stockholm, compléteront nos précédentes indications, sans changer notre opinion sur ces sortes d'engins que nous croyons plus propres à la guerre de position qu'aux opérations en rase campagne :

« Parmi le nombre assez considérable de mitrailleuses mises à l'essai depuis l'invention de la mitrailleuse française, la mitrailleuse suédoise de Helge Palmcrantz, ingénieur à Stockholm, est sans nul doute celle qui a attiré l'attention la plus grande et peut-être aussi la plus légitime.

M. Palmcrantz, qui commençait, il y a 8 ans déjà, à s'occuper de la construction des mitrailleuses, en confectionna deux fondées sur le système rotatoire. Il les rejeta toutefois bientôt totalement, et en construisit en 1872 une nouvelle, à mouvement horizontal.

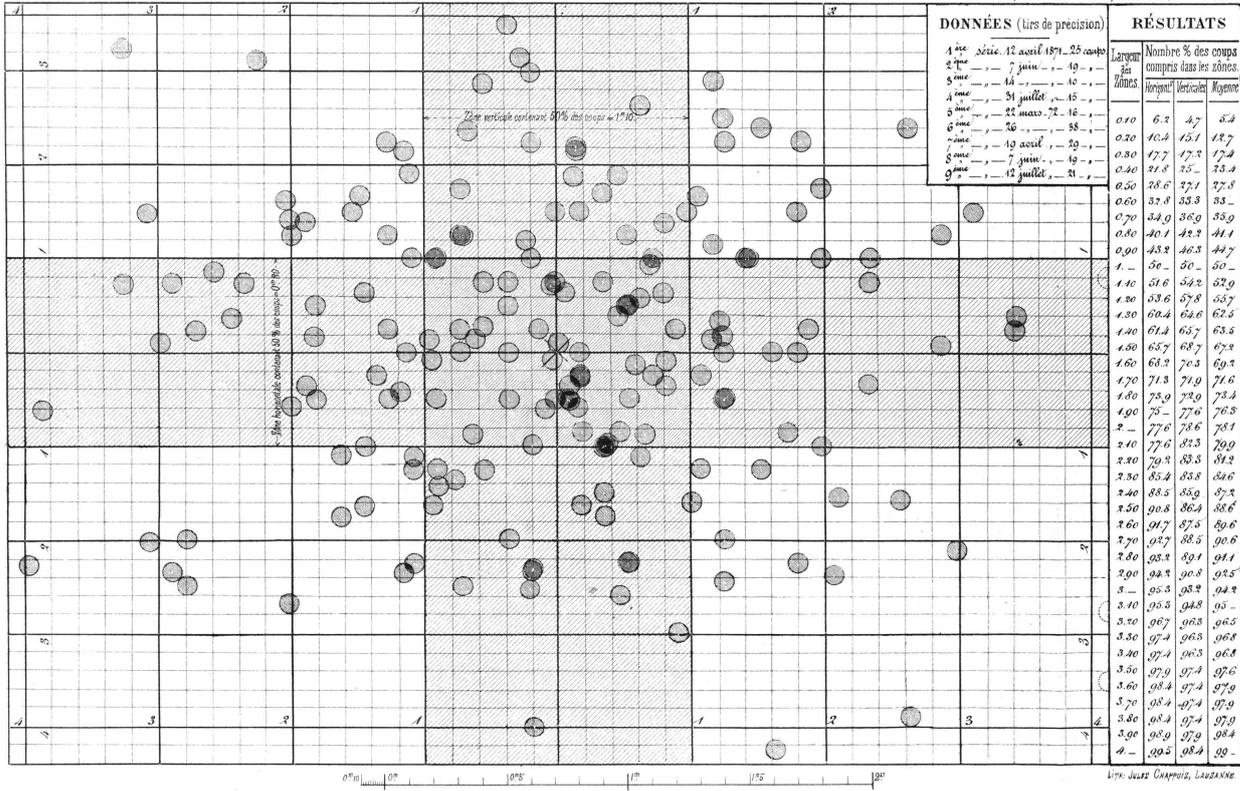
Cette mitrailleuse à répétition, pour laquelle il a été pris des brevets d'invention dans la plupart des États européens, et qui fut l'objet d'une attention toute spéciale à l'exposition universelle de Vienne, a été soumise depuis lors à des épreuves rigoureuses dans plusieurs pays, mais principalement dans la patrie de l'inventeur, où non moins de trois commissions officielles et en outre deux officiers d'artillerie ont été chargés d'étudier les qualités du système en tant qu'arme de guerre.

Le résultat de ces épreuves a été généralement favorable à l'invention, et toutes les commissions qui ont eu à formuler un jugement, se sont prononcées avantageusement sur le mécanisme, la capacité de tir, la facilité du service, la capacité locomotrice et la solidité.

Ainsi, la commission d'artillerie suédo-norvégienne dit : « Que la construction de la mitrailleuse suédoise est tellement simple et tellement solide, qu'elle l'emporte à cet égard sur toutes les mitrailleuses connues, ce qui la rend par suite peu sensible à la rouille et à la crasse. » Une opinion identique est formulée par la

# Dispersion des projectiles et loi des erreurs.

A. V. MUYDEN.—Revue Milit. Suisse 1875—N° 20.



**DONNÉES** (lirs de précision)

1 <sup>re</sup> série	12 avril 1871	25 coups
2 <sup>de</sup> série	7 juin	19
3 <sup>de</sup> série	14	10
4 <sup>de</sup> série	31 juillet	15
5 <sup>de</sup> série	22 mars 72	16
6 <sup>de</sup> série	26	18
7 <sup>de</sup> série	19 août	19
8 <sup>de</sup> série	7 juin	19
9 <sup>de</sup> série	12 juillet	21

**RÉSULTATS**

Largeur des zones	Nombre % des coups compris dans les zones	
	Vertical	Moyenne
0.10	6.2	4.7
0.20	10.4	15.1
0.30	17.7	17.3
0.40	21.8	25.4
0.50	28.6	37.1
0.60	32.8	53.3
0.70	34.0	55.0
0.80	40.1	44.1
0.90	43.2	44.7
1.00	56	50
1.10	51.6	52.0
1.20	53.6	53.7
1.30	60.4	62.5
1.40	61.4	63.5
1.50	63.7	67.2
1.60	63.3	69.3
1.70	71.3	71.6
1.80	75.9	72.4
1.90	75	76.5
2.00	77.6	78.1
2.10	77.6	79.0
2.20	79.3	81.2
2.30	83.4	82.6
2.40	88.5	87.3
2.50	90.8	88.6
2.60	91.7	89.6
2.70	93.7	90.6
2.80	93.3	91.1
2.90	94.3	92.5
3.00	95.3	94.3
3.10	95.3	95.3
3.20	96.7	96.5
3.30	97.4	96.5
3.40	97.4	96.8
3.50	97.9	97.6
3.60	98.4	97.9
3.70	98.4	97.9
3.80	98.4	97.9
3.90	98.9	98.4
4.00	99.5	99

**IMAGE GÉNÉRALE DE LA DISPERSION NATURELLE DE 102 PROJECTILES**

9 séries ou images partielles rapportées à leur centre de gravité et superposées centre sur centre.

Echelle de 1/20.

Calibre de 8<sup>mm</sup> 4.

Charge: 840 grammes.  
Poids du projectile: 4 k. 8. (Obus lestés).  
Distance: mille mètres.  
Place d'armes: Thoune.

**REMARQUES.**

- 1° — La largeur des zones est exprimée en fraction de la zone contenant 50 % des coups, soit du double de l'erreur probable en valeur absolue.
- 2° — La lecture de l'épure suppose l'écart probable divisé en 10 parties, tandis que pour ne pas surcharger l'image, il n'est divisé ici qu'en 5 parties.

Ecart probable en hauteur:  
0<sup>m</sup> 40.  
Ecart probable en direction:  
0<sup>m</sup> 55.

1179. JULES CHAMPOIS, LAUSANNE

# Dispersion des projectiles et loi des erreurs.

L'Imprimerie Centrale, LAUSANNE

A. V. MUYDEN. - *Revue Militaire Suisse* 1875. - N° 20.

