Zeitschrift: Die Eisenbahn = Le chemin de fer
Herausgeber: A. Waldner
Band: 14/15 (1881)
Heft: 26

Artikel: Ueber den Zapfendruck der Turbinen
Autor: Fliegner, Albert
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-9409

Ueber den Zapfendruck der Turbinen.

Von *Albert Fliegner*, Professor der theoretischen Maschinenlehre am eidgenössischen Polytechnikum.

(Fortsetzung u. Schluss.)

a) Vollturbinen ohne Erweiterung des Laufrades.

Es sind das die Turbinen von *Henschel (Jonval)*, bei denen also im Querschnitte in Fig. 2 $e_1 = e_2 = e$ sein müsste. Die Wandungen sind dann vertical.

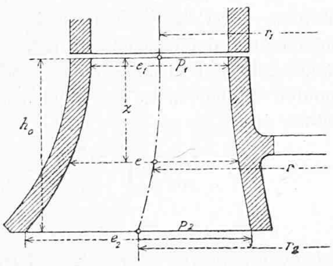


Fig. 2.

Das Integral des ersten Gliedes der Gleichung 3 ist nun einfach das *Gewicht* des im Rade befindlichen Wassers. Bezeichnet r den mittleren Radius des Kranzes, $\gamma = 1000$ das specifische Gewicht des Wassers, so ist nach der *Guldin*'schen Regel sofort:

$$\int g\, dm = 2 r \pi\, e\, h_0\, \gamma. \tag{4}$$

Nimmt man weiterhin angenähert an, dass das Wasser den Schaufeln stets genau folgt, dass sich also nirgends mit todtem Wasser angefüllte Hohlräume bilden können, so werden sich alle Wasserfäden in unter sich und mit den Schaufeln genau congruenten Bahnen bewegen. Dann muss wegen der Continuität sein:

$$u\, e\, db = Const. \tag{5}$$

Daraus folgt die verticale Geschwindigkeitscomponente

$$u \cos\varphi = \frac{Const.}{e\, db} \cos\varphi. \tag{6}$$

Nun ist $\frac{db}{\cos\varphi}$ gleich der Breite des Horizontalschnittes durch den Wasserfaden. Diese Grösse ist aber *constant*. Ebenso ändert sich die Kranzbreite e nicht. Daher ist auch $u \cos\varphi$ constant, und das Integral des zweiten Gliedes der Gleichung 3 *verschwindet* hier.

Im dritten Gliede bezeichnet df die horizontal vorausgesetzte eine Diagonalebene des Elementes. Integrirt man dieses Glied zunächst in constanter Höhe über den ganzen Umfang, so ist in derselben dp auch constant und

$$-\int\int df\, dp = -\int 2 r\pi e\, dp. \tag{7}$$

Um diese Integration leicht ausführen zu können, war das Element so vorausgesetzt worden, dass die eine Diagonalebene desselben horizontal ist. Andernfalls hätten sich die horizontal neben einander liegenden Elemente theilweise überdeckt. Diese Theile der Oberflächen hätten bei der ganzen horizontalen Schicht in Abzug gebracht werden müssen, und es wäre als Fläche, auf welche dp wirkt, doch nur der ***Horizontalschnitt*** durch die Wasserfäden mit im Ganzen $2r\pi e$ übrig geblieben.

Da bei den zunächst untersuchten Turbinen r und e auf der ganzen Radhöhe constant sind, so wird das Integral des dritten Gliedes der Gleichung 3 mit den Bezeichnungen der Fig. 1 und 2

$$-\int\int df\, dp = 2 r\pi e\, (p_1 - p_2). \tag{8}$$

Gleichung 4 und 8 zusammengefasst geben für den Zapfendruck

$$Z = 2 r\pi\, e\, \gamma \left(h_0 + \frac{p_1 - p_2}{\gamma}\right). \tag{9}$$

Für in freier Luft laufende ***Henschel***'sche Turbinen ist nun $p_1 - p_2$ der ***Spaltüberdruck***, während bei tauchendem Spalte dieser Ueberdruck, in Wassersäule gemessen, gleich der Klammer in Gleichung 9 ist. Der Zapfendruck ergiebt sich demnach als das Gewicht eines Wassercylinders, dessen Basis gleich der Fläche des Laufradkranzes, dessen Höhe gleich dem Spaltüberdrucke ist. Bei in freier Luft laufenden Turbinen tritt noch die Höhe des Laufrades dazu.

Bei allen diesen Turbinen ist nun, unabhängig von der Aufstellung:

$$h_0 + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = h - (1 + \zeta)\, \frac{c^2}{2g}, \tag{10}$$

wobei h das ganze Gefälle, c die Austrittsgeschwindigkeit aus dem Leitrade, ζ den auf c reducirten Widerstandscoefficienten für die Zu- und Ableitung des Wassers bezeichnet. c selbst lässt sich nach ***Redtenbacher****) für diese Turbinen mit den Bezeichnungen der Fig. 1 setzen:

$$c = \sqrt{gh\, \frac{\cos\alpha_1}{\sin\alpha\, \sin(\alpha + \alpha_1)}}. \tag{11}$$

Damit schreibt sich der Wasserdruck auf den Zapfen einer ***Henschel***'schen (***Jonval***'schen) Turbine auch:

$$Z = 2 r\pi e h \gamma \left[1 - (1 + \zeta)\, \frac{\cos\alpha_1}{2 \sin\alpha\, \sin(\alpha + \alpha_1)}\right]. \tag{12}$$

b) Vollturbinen mit erweitertem Laufrade.

Bei diesen Turbinen lassen sich die zur Berechnung des Zapfendruckes nöthigen Integrale im Allgemeinen nicht geschlossen darstellen. Auch wenn das Gesetz, nach welchem die Erweiterung verläuft, möglichst bequem gewählt wird, sind Annäherungen nöthig. Um nicht zu umständliche Formelrechnungen vornehmen zu müssen, soll nur der besondere Fall untersucht werden, in welchem die Erweiterung nach einer Parabel erfolgt, eine Annahme, die sich bei den nie bedeutenden Erweiterungen solcher Turbinen genügend an die Wirklichkeit anschliesst. Dann ist (siehe Fig. 2)

$$e = e_1 + \mu z^2 \text{ mit } \mu = \frac{e_2 - e_1}{h_0^2}. \tag{13}$$

Unter dieser Annahme wird das erste Glied der Gleichung 3 zunächst für einen *symmetrisch erweiterten* Kranz, bei welchem r auf der ganzen Radhöhe constant ist:

$$\int g\, dm = 2 r\pi\gamma \int e\, dz\ ^{**}) = 2 r\pi\gamma\, h_0\, \frac{2\, e_1 + e_2}{3}. \tag{14}$$

Das zweite Glied der Gleichung 3 verschwindet hier nicht mehr. Nimmt man in demselben den Nenner dt zu dm, so bedeutet der Quotient $\frac{dm}{dt}$ die in jeder Secunde an der untersuchten Stelle durch-

*) Theorie und Bau der Turbinen, 2. Aufl., S. 100, Gl. 4.

**) In Fig. 1 steht anstatt dz irrthümlich dx.

strömende und ihren Zustand ändernde Wassermasse. Die Integration liefert die in jeder Secunde durch das ganze Rad strömende Wassermasse, welche mit M bezeichnet werden möge. Ihr Volumen ist wegen der Continuität:

$$\frac{Mg}{\gamma} = 2r\pi e \cos\varphi\, u = 2r\pi e_1 \cos\alpha\, c = 2r\pi e_1 \cos\alpha_1\, c_1 = 2r\pi e_2 \cos\alpha_2\, c_2 \quad (15)$$

Das gesuchte Glied wird damit

$$-\int \frac{d(u\cos\varphi)}{dt} dm = -M\int d(u\cos\varphi) = 2r\pi e_1 \gamma \frac{c^2\cos^2\alpha}{g}\left(1 - \frac{e_1}{e_2}\right). \quad (16)$$

Das dritte Glied lässt sich zunächst auch auf die Form der Gleichung 7 bringen, nur dass e hier nicht mehr constant ist. Das Integral von $e\,dp$ ist aber nicht mehr angebbar, man stösst bei der weiteren Entwickelung auf nicht integrabele Ausdrücke. Doch kann man den Werth mit genügender Genauigkeit angenähert darstellen. Da die Aenderung von e nie bedeutend ist, so wird für e ein constanter Mittelwerth eingeführt werden dürfen und zwar, wegen der parabolischen Erweiterung, wie in Gleichung 14 : $^1/_3(2\,e_1 + e_2)$. Mit dieser Annäherung wird das dritte Glied der Gleichung 3:

$$-\int\int df\, dp = 2\,r\pi\, \frac{2\,e_1 + e_2}{3}(p_1 - p_2). \quad (17)$$

Für Turbinen dieser Art gilt nun auch die Gleichung 10. Eliminirt man mit ihrer Hülfe die Pressungen, so findet sich der gesammte Zapfendruck durch Addition der Werthe aus Gleichung 14, 16 und 17 zu:

$$Z = 2r\pi h\gamma \left\{ \frac{2\,e_1 + e_2}{3}\left[1 - (1+\zeta)\frac{c^2}{2\,g\,h}\right] + e_1\left(1 - \frac{e_1}{e_2}\right)\frac{c^2\cos^2\alpha}{gh}\right\}. \quad (18)$$

Da hier Gleichung 11 nicht mehr gilt, so soll eine weitere Reduction dieses Ausdruckes auch nicht vorgenommen werden. Die in der Formel auftretenden Grössen sind doch von der Berechnung der Turbine her bekannt, also leicht einzuführen.

Eigentlich sollte noch bei einer im Wasser laufenden Turbine der Verticaldruck des Wassers auf die äusseren Seiten des Kranzes mit in Rechnung gebracht werden. Man kann aber diese Kraft unbedenklich vernachlässigen, namentlich wenn man gleichzeitig die Reduction des Gewichtes der tauchenden Theile durch den Auftrieb des Wassers auch unberücksichtigt lässt.

Wenn der Laufradkranz *unsymmetrisch* und dann stets mehr nach aussen, als nach innen, erweitert ist, so ändern sich die Formeln. In dem ersten und letzten Gliede der Gleichung 3 wird an Stelle des mittleren Radius r der Abstand r_s des Schwerpunktes des Kranzquerschnittes von der Axe einzusetzen sein. Zur Berechnung des zweiten Gliedes würden dagegen in der Continuitätsbedingung, Gleichung 15, die r den Index erhalten müssen, mit welchem in demselben Ausdrucke die Kranzbreite e versehen ist. Dadurch wird dieses Integral

$$-\int \frac{d(u\cos\varphi)}{dt} dm = 2\,r_1\,\pi\, e_1\,\gamma \frac{c^2\cos^2\alpha}{g}\left(1 - \frac{r_1 e_1}{r_2 e_2}\right). \quad (19)$$

Ersetzt man hier angenähert den Werth r_1 vor der Klammer durch den etwas grösseren Werth r_s und lässt dafür den Factor r_1/r_2 in der Klammer fort, wodurch die letztere etwas verkleinert wird, so ändert sich der Werth des ganzen Ausdruckes nicht bedeutend, so dass diese Annäherung zulässig erscheint. Dann bleibt auch für unsymmetrisch erweiterte Turbinen der vorige Ausdruck für Z, Gleichung 18, gültig, mit der einzigen Aenderung, dass unter r der *Schwerpunktsabstand* zu verstehen ist.

c) **Vollturbinen mit constanter Wassergeschwindigkeit.**

Bei diesen Turbinen ist der Winkel α_1 gegenüber Fig. 1 stets negativ, so dass die Schaufeln sackförmig werden. Die Constanz der Wassergeschwindigkeit u wird dann dadurch erreicht, dass entweder bei continuirlicher Erweiterung des Kranzes Rückschaufeln angewendet werden, oder dass bei einfachen Schaufeln der Kranz erst eine Einschnürung erhält, um sich nachher wieder zu erweitern.

Es muss nun die Annahme zugelassen werden, dass das Wasser trotz der bedeutend stärkeren Krümmung der Canalwandungen diesen doch allseitig genau folgt. Dann muss, damit u in der ganzen Höhe des Rades constant bleibt, auch der Canalquerschnitt

$$e\,db = df\cos\varphi = const. \quad (20)$$

sein. Die Summe aller Canalquerschnitte in derselben Höhe des Rades ist nun, wie an der Eintrittsstelle:

$$F' = 2\,r_1\,\pi\, e_1 \cos\alpha_1. \quad (21)$$

Damit wird das Integral des ersten Gliedes der Gleichung 3, wenn s die Länge eines Wasserfadens oder Canals bedeutet (mn der Fig. 1):

$$\int g\,dm = 2\,r_1\,\pi\, e_1\, s\,\gamma \cos\alpha_1. \quad (22)$$

Dabei ist allerdings vorausgesetzt, dass sich in den Schaufelzwischenräumen einer Turbine mit Rückschaufeln kein Wasser ansammeln kann. Ist das der Fall, so müsste dieses Glied ähnlich berechnet werden, wie in Gleichung 14.

Wegen des sogenannten stossfreien Eintrittes muss

$$c_1 \cos\alpha_1 = c\cos\alpha$$

sein. Da ausserdem u constant ist, also auch gleich c_1, so wird das zweite Glied der Gleichung 3

$$-\int \frac{d(u\cos\varphi)}{dt} dm = -c_1\int \frac{dm}{dt}\cos\varphi = 2\,r_1\pi e_1\gamma \frac{c^2\cos^2\alpha}{g}\left(1 - \frac{\cos\alpha_2}{\cos\alpha_1}\right). \quad (23)$$

Das Integral des dritten Gliedes der Gleichung 3 wird wegen Gleichung 20, wenn man zunächst nur über einen horizontalen Ring integrirt:

$$-\int\int df\, dp = -\,2\,r\pi\, e\cos\varphi \int \frac{dp}{\cos\varphi} = -\,2\,r_1\,\pi\, e_1 \cos\alpha_1 \int \frac{dp}{\cos\varphi}. \quad (24)$$

Nun ist unter Vernachlässigung der Widerstände für die Bewegung durch einen derartigen Canal allgemein

$$\frac{dp}{\gamma} = dz - d\,\frac{u^2}{2g}.$$

Da aber hier u constant ist, so wird einfacher

$$dp = \gamma\, dz. \quad (25)$$

dz lässt sich nur dann bequem durch φ ausdrücken, wenn man annimmt, die Mittellinie des Canals sei nach einem *Kreisbogen* vom Halbmesser ϱ gekrümmt. Dann ist (siehe Fig. 1)

$$dz = ds\cos\varphi = \varrho\, d\varphi\cos\varphi. \quad (26)$$

Damit wird Gleichung 23, da sich $\cos\varphi$ forthebt,

$$-\int\int df\, dp = -\,2\,r_1\,\pi e_1 \cos\alpha_1\, \varrho\,\gamma\,(\alpha_2 - \alpha_1). \quad (27)$$

Ein unterhalb der Krümmung befindliches geradliniges Stück der Canalaxe hat jedenfalls nur geringe Höhenausdehnung, beeinflusst den Zapfendruck also auch wenig, so dass es unberücksichtigt bleiben kann. Und das um so mehr, als die Aenderung von p eine *Entlastung* des Zapfens zur Folge haben würde.

Eine Zusammenfassung der Gleichungen 22, 23 und 27 ergiebt, wenn auch mit weitergehenden Annäherungen, als in den ersten Fällen, den gesammten Zapfendruck, soweit er von der Einwirkung des Wassers herrührt, zu:

$$Z = 2\,r_1\,\pi\, e_1\,\gamma\left[s\cos\alpha_1 + \left(1 - \frac{\cos\alpha_2}{\cos\alpha_1}\right)\frac{c^2\cos^2\alpha}{g} - \varrho\,(\alpha_2 - \alpha_1)\cos\alpha_1\right] \quad (28)$$

d) **Partial-Turbinen.**

Unter *Partial-Turbinen* sind hier solche Turbinen verstanden, bei denen die Canalquerschnitte nicht vollständig mit Wasser, sondern theilweise mit Luft angefüllt sind. Daher herrscht an der ganzen Oberfläche, und auch angenähert durch die ganze Dicke jedes Strahles, der Atmosphärendruck. Es ist also

$$dp = o, \quad (29)$$

wesshalb das dritte Glied der Gleichung 3 von vornherein verschwindet. Da sich bei der Bewegung des Wassers längs den Schaufeln der Einfluss der Schwerkraft und die Reibungswiderstände zum Theil aufheben, so wird man auch hinreichend genau annehmen dürfen, es sei

$$u = c_1 = c_2 = const. \quad (30)$$

Das Verhältniss des Strahlquerschnittes an irgend einer Stelle dividirt durch den Canalquerschnitt nennt man bekanntlich den *Füllungscoefficienten*. Er möge mit ε bezeichnet werden. Derselbe ändert sich im Allgemeinen mit der Radhöhe und zwar gewöhnlich in der Art, dass er nach unten zu abnimmt; natürlich bleibt er aber stets kleiner als die Einheit. Am Eintritt in's Laufrad möge er den Werth ε_1 haben.

Die Summe der Normalquerschnitte sämmtlicher Wasserfäden in einer beliebigen Höhe des Rades ist dann

$$F' = \varepsilon_1\, 2\, r_1\,\pi\, e_1 \cos\alpha_1. \quad (31)$$

Das ist derselbe Werth, wie in Gleichung 21, nur dass hier noch der Füllungscoefficient ε_1 als Factor hinzutritt. Durch Integration der beiden ersten Glieder der Gleichung 3 erhält man dann dieselben Ausdrücke, wie in Gleichung 22 und 23, aber mit Hinzufügung des Factors ε_1. Der Zapfendruck wird daher sofort:

$$Z = \varepsilon_1 2 r_1 \pi e_1 \gamma \left[s \cos\alpha_1 + \left(1 - \frac{\cos\alpha_2}{\cos\alpha_1}\right) \frac{c^2 \cos^2\alpha}{g} \right]. \quad (32)$$

Die vorstehenden Entwickelungen gelten nur unter der stillschweigend gemachten Voraussetzung, dass die Turbinen *an ihrem ganzen Umfange beaufschlagt* sind. Ist das nicht der Fall, so ist überall an Stelle von 2π die durch den Einlauf bedeckte Bogenlänge einzusetzen. Kann diese Länge zum Zwecke der Regulirung geändert werden, so ist natürlich ihr grösster Werth in die Rechnung einzuführen. Ebenso ist bei veränderlichem Gefälle gleichzeitig für das Maximum desselben zu rechnen, wenn auch grösstes Gefälle und stärkste Beaufschlagung nur ausnahmsweise zusammenfallen werden.

Rechnet man den Zapfendruck Z für die gebräuchlichen mittleren Verhältnisse nach, indem man noch c in Function des Gefälles h einsetzt, so findet man Ausdrücke von der Form

$$Z = \lambda 2 r_1 \pi e_1 h \gamma, \quad (33)$$

worin λ ein von dem Turbinensystem und den speciellen Dimensionen abhängiger Zahlencoefficient ist, der in der Regel zwischen etwa

$$\lambda = 0{,}5 \text{ und } 1{,}0 \quad (34)$$

liegt. Der letzte Werth kommt jedenfalls nur ganz ausnahmsweise vor. Man wird also im Allgemeinen den Wasserdruck auf den Zapfen hinreichend sicher berücksichtigen, wenn man, wie es auch häufig geschieht, $\lambda = 1$ einführt, also setzt:

$$Z = 2 r_1 \pi e_1 h \gamma. \quad (35)$$

Eine directe experimentelle Bestimmung des Zapfendruckes bei arbeitenden Turbinen ist nur selten möglich. Mir ist nur ein einziger einschlagender Versuch bekannt, welcher von Hrn. Ingenieur *Reifer* von der Firma *J. J. Rieter* & *Cie.* in Töss angestellt wurde, und dessen Ergebnisse mir von ihm bereitwilligst zur Verfügung gestellt worden sind.

Der Versuch ist an einer Turbine der bekannten Anlage in *Bellegarde* ausgeführt. Bei dieser Anlage wird das Wasser durch ein geschlossenes Rohr in den Turbinenkessel geleitet und durchströmt nach dem Verlassen des Laufrades noch ein Saugrohr. Der Deckel des Turbinenkessels ist nun nicht fest, sondern er bildet eine an der Welle in verticaler Richtung fixirte, aber mit derselben in dieser Richtung verschiebbare Entlastungsscheibe. Ueber der letzteren ist noch ein abgeschlossener Raum vorhanden, der evacuirt werden kann. Der Druck des Wassers im Turbinenkessel und das Vacuum oben üben einen Druck nach oben auf die Entlastungsscheibe aus. Bei dem Versuche wurde nun das Vacuum so regulirt, dass die Entlastungsscheibe sammt Welle und Turbine langsam gehoben wurde und das Laufrad am Leitrade zu streifen begann. Aus den Pressungen, den Dimensionen der Entlastungsscheibe, dem Eigengewichte der den Zapfen belastenden Theile und dem geschätzten Zahndrucke fand sich dann der in Gleichung 35 eingeführte Coefficient $\lambda = 0{,}5$.

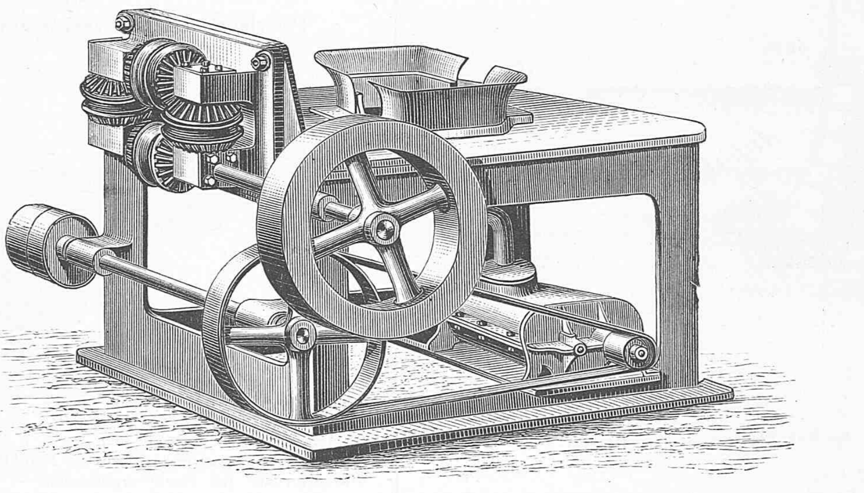
Da die Turbine eine *Henschel*'sche (*Jonval*) ist, so würde nach Gleichung 12 und 35

$$\lambda = 1 - (1 + \zeta) \frac{\cos\alpha_1}{2 \sin\alpha \sin(\alpha + \alpha_1)} \quad (36)$$

sein. Die Winkel sind nun: $\alpha = 71^0$, $\alpha_1 = -10^0$. Schätzt man den Widerstandscoefficienten $\zeta = 0{,}1$, so wird $\lambda = 0{,}480$.

Die Uebereinstimmung mit dem Versuche ist eine durchaus befriedigende, namentlich, wenn berücksichtigt wird, dass in der Formelentwickelung einige Vernachlässigungen gemacht wurden, die ein etwas zu kleines Resultat erwarten lassen. So sind die Schaufeldicken nicht berücksichtigt, während das Wasser auf ihre oberen Endflächen auch einen directen Druck ausübt. Ebenso wirkt der Spaltdruck p_1 eigentlich nicht nur auf die freie radiale Breite des Kranzes, sondern auch auf wenigstens einen Theil der Metalldicke der Wandungen desselben. Eine Berücksichtigung dieser Umstände würde die Formel unnöthig unbequem machen. Es genügt daher für die Anwendungen, das Ergebniss der Rechnung um einige Procente nach oben abzurunden, wenn man es nicht vorzieht, ohne weitere Rechnung den Factor λ stets gleich der Einheit anzunehmen.

Zürich, April 1881.



Locomotiv-Siederohr-Schweissmaschine.

Das neue Quaiproject für die Stadt Zürich und die Gemeinden Enge und Riesbach.

(Mit einer Doppeltafel in Farbendruck.)

Anschliessend an die in heutiger Nummer unter den Verhandlungen des Zürcher Ingenieur- und Architecten-Vereins veröffentlichte Beschreibung des neuen Quai-Projectes sei uns folgende Darlegung der finanziellen Grundlage des Unternehmens gestattet.

Nach dem zu Stande gekommenen Vertrage ist, entsprechend dem Vorschlage einer unparteiischen Finanzexpertise, in richtiger Anwendung der Quaiverordnung und in Würdigung aller in Betracht fallenden Verhältnisse, die Unternehmung als eine *gemeinschaftliche* durchzuführen mit Kostenverlegung auf die drei betheiligten Gemeinden nach Massgabe der Steuerkraft.

Die Kosten setzen sich zusammen aus:

1. den Expropriationen an Gebäuden und Land,
2. den wirklichen Baukosten,
3. den erlaufenden Bauzinsen.