

Zeitschrift: Die Eisenbahn = Le chemin de fer
Herausgeber: A. Waldner
Band: 16/17 (1882)
Heft: 13

Artikel: Aneroidbarometer-Messungen
Autor: Koppe, C.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-10296>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 01.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Aneroidbarometermessungen. Von Dr. C. Koppe, Professor in Braunschweig. — Die bayerische Landes-Industrie-, Gewerbe- und Kunstausstellung zu Nürnberg 1882. Von Baumeister A. Gaedertz. (Mit einer Tafel.) — Miscellanea: Ueber die Obliegenheiten der Controlingenieure. Obligatorische Festigkeitsprüfung von Eisenconstruktionen. — Vereinsnachrichten.

Aneroidbarometer-Messungen.

Von Dr. C. Koppe, Professor in Braunschweig.

(Schluss.)

Die zweite Art, Schwankungen des Luftdrucks zu messen, besteht darin, dass man sich nacheinander an Punkte verschiedener Höhenlage begibt und das Barometer abliest. Nimmt man mehrere Aneroide mit und beobachtet dieselben gleichzeitig, so sollen alle dieselbe Druckdifferenz ergeben. Man kann dann aus den Unterschieden in den Angaben der einzelnen Instrumente ebenso auf die Genauigkeit der erhaltenen Resultate schliessen, wie in den vorigen Beispielen bei Standbeobachtungen. Um die Instrumente in dieser Weise zu prüfen, wurde zunächst ein geometrisches Nivellement von der Bahnhofbrücke den Zürichberg hinauf bis nahezu 100 m Höhenunterschied ausgeführt und 15 Zwischenstationen in Abständen von 5—10 m Höhe ausgewählt. An diesen 15 Punkten wurden an 11 verschiedenen Tagen je vier Barometer gleichzeitig beobachtet und zwar aufwärts und abwärts, wie das folgende Beispiel dies veranschaulicht. (Siehe folgende Tabelle.)

Die erste Spalte enthält die Zeit der Beobachtung, die zweite die Höhe des betreffenden Punktes. Dann folgen die Angaben der vier Aneroide auf Null Grad reducirt, weiter die Druckdifferenzen vom Anfangspunkte aus gerechnet, zunächst in Aneroidtheilen und in den vier folgenden Spalten in Millimetern, wozu die Reducionscoefficienten, z. B. $C = 1,025$ für Nr. 304 u. s. w., den früher ermittelten Vergleichstabellen mit dem Quecksilberbarometer entnommen wurden. Die letzten vier Spalten enthalten die Abweichungen der auf Millimeter reducirt Druckdifferenzen von ihrem Mittel.

Zwischen den 15 beobachteten Punkten lassen sich zunächst je sieben von einander unabhängig beobachtete Druckdifferenzen bilden, z. B. zwischen dem zweiten und dritten Punkte $1,26 - 0,77 = 0,49$ mit den vier Abweichungen $-0,01, \pm 0,00, +0,02, -0,01$, zwischen dem vierten und fünften Punkte $2,57 - 2,03 = 0,54$ mit den Abweichungen $-0,02, +0,03, -0,09, +0,05$ u. s. w. Die Summe der Quadrate der so berechneten Abweichungen wird $(v) = 0,0382$ und da $3 \times 7 = 21$ überschüssige Messungen vorhanden sind, so wird der mittlere Fehler einer gemessenen Druckdifferenz:

$$m = \pm \sqrt{\frac{0,0382}{21}} = \pm 0,043 \text{ mm}$$

und der mittlere Fehler einer Aneroidangabe:

$$a = \frac{m}{\sqrt{2}} = \pm 0,030 \text{ mm.}$$

In ganz gleicher Weise erhält man aus den abwärts ausgeführten Beobachtungen:

$$m = \pm \sqrt{\frac{0,0362}{21}} = \pm 0,041 \text{ mm}$$

$$a = \frac{m}{\sqrt{2}} = \pm 0,029 \text{ mm.}$$

Beobachtungen am 1. April 1881.

Zeit	Punkt	Ablesung in Aneroidtheilen nach der Reduction auf 0°				Differenz vom Nullpunkt				Reducirt auf mm				Mittel	Abweichungen			
		304	305	307	309	C=1,025	C=1,020	C=0,960	C=0,990	304	305	307	309		304	305	307	309
<i>Aufwärts</i>																		
8 Uhr 45 M.	0	721,55	721,80	720,68	719,80													
52 "	9,5	20,80	21,08	19,84	19,03	0,75	0,72	0,84	0,77	0,77	0,73	0,81	0,76	0,77	± 0	+ 0,04	- 0,04	+ 0,01
56 "	16,1	20,31	20,60	19,35	18,53	1,24	1,20	1,33	1,27	1,27	1,22	1,28	1,26	1,26	- 0,01	+ 0,04	- 0,02	± 0
9 " 2 "	23,5	19,58	19,81	18,57	17,75	1,97	1,99	2,11	2,05	2,02	2,03	2,03	2,03	2,03	+ 0,01	± 0	± 0	± 0
7 "	29,85	19,03	19,31	17,91	17,25	2,52	2,49	2,77	2,55	2,58	2,54	2,66	2,52	2,57	- 0,01	+ 0,03	- 0,09	+ 0,05
10 "	35,8	18,53	18,72	17,46	16,65	3,02	3,08	3,22	3,15	3,10	3,14	3,09	3,12	3,11	+ 0,01	- 0,03	+ 0,02	- 0,01
16 "	45,0	17,80	18,00	16,61	15,80	3,75	3,80	4,07	4,00	3,84	3,88	3,91	3,96	3,90	+ 0,06	+ 0,02	- 0,01	- 0,06
21 "	49,3	17,30	17,58	16,17	15,39	4,25	4,22	4,51	4,41	4,36	4,30	4,33	4,37	4,34	- 0,02	+ 0,04	+ 0,01	- 0,03
28 "	52,1	17,00	17,28	15,93	15,16	4,55	4,52	4,75	4,64	4,66	4,61	4,56	4,59	4,60	- 0,06	- 0,01	+ 0,04	+ 0,01
33 "	58,5	16,43	16,65	15,24	14,54	5,12	5,15	5,44	5,26	5,25	5,25	5,22	4,21	5,23	- 0,02	- 0,02	+ 0,01	+ 0,02
38 "	66,9	15,69	15,95	14,43	13,85	5,86	5,85	6,25	5,95	6,01	5,97	6,00	5,89	5,97	- 0,04	± 0	- 0,03	+ 0,08
42 "	74,1	14,96	15,24	13,61	13,13	6,59	6,56	7,07	6,67	6,75	6,69	6,79	6,61	6,71	- 0,04	+ 0,02	- 0,08	+ 0,10
47 "	81,3	14,36	14,65	12,92	12,47	7,19	7,15	7,76	7,33	7,37	7,29	7,44	7,26	7,34	- 0,03	+ 0,05	- 0,10	+ 0,08
52 "	89,0	13,67	14,01	12,22	11,85	7,88	7,79	8,46	7,95	8,08	7,95	8,12	7,87	8,00	- 0,08	+ 0,05	- 0,12	+ 0,13
58 "	95,7	13,13	13,44	11,68	11,30	8,42	8,36	9,00	8,50	8,63	8,53	8,64	8,42	8,55	- 0,08	+ 0,02	- 0,09	+ 0,13
<i>Abwärts</i>																		
11 Uhr 24 M.	0	720,42	720,66	719,30	718,70													
16 "	9,5	19,90	20,08	18,75	18,18	0,52	0,58	0,55	0,52	0,53	0,59	0,53	0,51	0,54	+ 0,01	- 0,05	+ 0,01	+ 0,03
11 "	16,1	19,48	19,71	18,33	17,70	0,94	0,95	0,97	1,00	0,96	0,97	0,93	0,99	0,96	± 0	- 0,01	+ 0,03	- 0,03
8 "	23,5	18,87	19,12	17,73	17,14	1,55	1,54	1,57	1,56	1,59	1,57	1,51	1,54	1,55	- 0,04	- 0,02	+ 0,04	+ 0,01
3 "	29,85	18,28	18,54	17,09	16,59	2,14	2,12	2,21	2,11	2,19	2,16	2,12	2,09	2,14	- 0,05	- 0,02	+ 0,02	+ 0,05
0 "	35,8	17,66	17,93	16,45	15,95	2,76	2,73	2,85	2,75	2,83	2,78	2,74	2,72	2,77	- 0,06	- 0,01	+ 0,03	+ 0,05
10 " 55 "	45,0	16,90	17,20	15,59	15,17	3,52	3,46	3,71	3,53	3,61	3,53	3,56	3,50	3,55	- 0,06	+ 0,02	- 0,01	+ 0,05
50 "	49,3	16,45	16,76	15,17	14,65	3,97	3,90	4,13	4,05	4,07	3,98	3,97	4,01	4,01	- 0,06	+ 0,03	+ 0,04	± 0
46 "	52,1	16,28	16,54	15,00	14,53	4,14	4,12	4,30	4,17	4,24	4,20	4,13	4,13	4,17	- 0,07	- 0,03	+ 0,04	+ 0,04
41 "	58,5	15,71	16,00	14,35	13,95	4,71	4,66	4,95	4,75	4,83	4,75	4,75	4,70	4,76	- 0,07	+ 0,01	+ 0,01	+ 0,06
37 "	66,9	15,06	15,30	13,72	13,28	5,36	5,36	5,58	5,42	5,49	5,47	5,36	5,37	5,42	- 0,07	- 0,05	+ 0,06	+ 0,05
33 "	74,1	14,42	14,77	12,96	12,63	6,00	5,89	6,34	6,07	6,15	6,01	6,09	6,01	6,06	- 0,09	+ 0,05	- 0,03	+ 0,05
30 "	81,3	13,86	14,10	12,38	11,98	6,56	6,56	6,92	6,72	6,72	6,69	6,64	6,65	6,67	- 0,05	- 0,02	+ 0,03	+ 0,02
26 "	89,0	13,27	13,56	11,74	11,33	7,15	7,10	7,56	7,37	7,33	7,24	7,26	7,30	7,28	- 0,05	+ 0,04	+ 0,02	- 0,02
10 "	95,7	12,76	13,08	11,25	10,88	7,66	7,58	8,05	7,82	7,85	7,73	7,73	7,74	7,76	- 0,09	+ 0,03	+ 0,03	+ 0,02

Die folgende kleine Tabelle gibt die Werthe von $\pm a$, wie sie an den 11 Beobachtungstagen aus den mit je vier Aneroiden aufwärts und abwärts ausgeführten Messungen gefunden wurden:

Datum	$\pm a$	
	aufwärts	abwärts
1. April	0,030	0,029
6. "	29	38
9. "	26	33
13. "	21	33
18. "	34	28
21. "	46	34
14. Mai	34	37
12. Juni	37	22
13. "	37	28
14. "	28	25
17. "	34	45
Mittel	$\pm 0,032$	$\pm 0,032$

Der mittlere Fehler einer Aneroidangabe bei Messung kleiner Druckdifferenzen mit Zwischenzeit der Beobachtungen von nur einigen Minuten wird also aufwärts und abwärts ganz gleich erhalten und zwar:

$$a = \pm 0,032 \text{ mm.}$$

Für die Genauigkeit der Standbeobachtungen wurde früher gefunden:

$$a = \pm 0,038 \text{ mm.}$$

Die kürzere Zwischenzeit der Beobachtung hat also trotz der unvermeidlichen Einflüsse des Transportes den mittleren Fehler einer Aneroidangabe noch etwas verringert. Beide Male wurden aber nur geringe Luftdruckschwankungen in Betracht gezogen, bei denen die Fehler der Micrometerschraube, Unsicherheit der Correctionstabellen, Temperaturänderungen etc. nur wenig zur Geltung kommen konnten; es fragt sich nun, in welchem Grade diese Fehlerquellen bei Messungen grösserer Druckdifferenzen die Genauigkeit beeinträchtigen.

Bildet man in dem ausführlich mitgetheilten Beispiele vom 1. April 1881 weiter die unabhängig von einander beobachteten Druckdifferenzen von nahe 2,5 mm, 5,0 mm und 7,5 mm mit den zugehörigen Abweichungen, so erhält man als mittleres Fehlerquadrat einer gemessenen Differenz:

$$\begin{aligned} \text{bei } 2,5 \text{ mm } m^2 &= 0,00390 \\ \text{" } 5,0 \text{ mm } m^2 &= 0,00554 \\ \text{" } 7,5 \text{ mm } m^2 &= 0,00640 \end{aligned}$$

also eine sehr erhebliche Zunahme der Unsicherheit bei Zunahme der Druckdifferenz. Die folgende kleine Tabelle gibt die mittleren Fehlerquadrate für alle 11 Beobachtungstage:

Datum	Druckdifferenz		
	2,5 mm	5,0 mm	7,5 mm
1. April	0,00390	0,00554	0,00640
6. "	630	1244	1146
9. "	780	1152	1222
13. "	418	680	208
18. "	504	762	454
21. "	400	1102	1406
14. Mai	496	780	666
12. Juni	424	430	480
13. "	220	456	444
14. "	380	864	858
17. "	432	442	744
Mittel	$m^2 = 0,00462$	$0,00770$	$0,00752$
	$m = \pm 0,068$	$\pm 0,088$	$0,087$

Der mittlere Fehler einer gemessenen Druckdifferenz wächst also bei Zunahme der Druckdifferenz auf 5 mm sehr bedeutend. Dann nimmt er bei weiterer Zunahme der Druckdifferenz auf 7,5 mm nicht mehr zu, sondern eher wieder etwas ab. Da 5 mm sehr nahe einer halben Umdrehung der Schraube entsprechen, so wird das Maximum des Fehlers an dieser Stelle im Excentricitätsfehler der Schraube seinen Grund haben, deren mittlerer Betrag sich wie folgt ermitteln lässt: Wenn man mit vier verschiedenen Aneroiden eine Druckdifferenz von 5 mm misst, so wird jedes einzelne Resultat mit dem zufälligen Excentricitätsfehler der Schraube des betreffenden Aneroides behaftet sein und das aus den Abweichungen der vier An-

gaben berechnete mittlere Fehlerquadrat wird sein $m^2 = r^2 + s^2$, wo s den mittleren von der Schraube herrührenden Betrag und r den übrigen Theil bedeutet. Misst man hingegen die gleiche Druckdifferenz mehrere Male mit demselben Aneroide bei derselben Stellung der Schraube, so werden alle Resultate den gleichen Excentricitätsfehler haben. In dem aus ihren Abweichungen berechneten mittleren Fehlerquadrat wird sich daher der Fehler der Schraube nicht geltend machen können. Berechnet man also den mittleren Fehler $\pm m_1$ aus den Abweichungen der mit dem gleichen Aneroide aufwärts und abwärts erhaltenen je zwei Resultaten, so wird, weil die Stellung der Schraube aufwärts und abwärts sehr nahe die gleiche war, das so erhaltene mittlere Fehlerquadrat frei vom Einflusse des Schraubensfehlers sein. Eine Vergleichung mit dem früher ermittelten Werthe gibt den mittleren Betrag des Excentricitätsfehlers an. Die Berechnung in der angedeuteten Weise ergab für m_1^2 folgende Werthe:

Datum	m_1^2
1. April	0,00320
6. "	432
9. "	690
13. "	214
18. "	488
21. "	258
14. Mai	728
12. Juni	372
13. "	270
14. "	298
17. "	282
Mittel	$m_1^2 = 0,00396$
	$m_1 = \pm 0,063$

während durch Vergleichung verschiedener Aneroide gefunden worden war:

$$\begin{aligned} m^2 &= 0,0076 \\ m &= \pm 0,088. \end{aligned}$$

Der Unterschied $m^2 - m_1^2$ würde den mittleren Betrag der Excentricität repräsentiren, wenn nicht noch der Fehler des Reductionscoefficienten in Betracht zu ziehen wäre.

Bei Anfertigung der Vergleichstabellen mit dem Quecksilberbarometer war früher gefunden worden, dass die Reductionscoefficienten zwischen 750 und 650 mm Luftdruck nahe auf ein halb Procent genau bestimmt sind. Nennt man den mittleren Fehler des Reductionscoefficienten $\pm k$, so wird der mittlere Fehler der Druckdifferenz h gleich $\pm hk$ sein. Bei Vergleichung der mit ein und demselben Aneroide gemessenen Luftdruckschwankungen wirkt k in gleichem Sinne. Der eben berechnete mittlere Fehler $\pm m_1$ wird also den Einfluss von k nicht enthalten, während im Allgemeinen zu setzen ist:

$$m^2 = m_1^2 + h^2 k^2 + s^2.$$

Für h gleich 5 mm erreicht s sein Maximum und wird $hk = 0,025$. Man hat also zur Berechnung von s jetzt:

$$\begin{aligned} m^2 &= 0,0076 \\ - m_1^2 &= - 0,0040 \\ - h^2 k^2 &= - 0,0006 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{folglich } s^2 &= 0,0030 \\ s &= \pm 0,055 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Der mittlere Excentricitätsfehler der Micrometerschrauben beträgt also 5–6 Hundertstel-Millimeter und kommt bei der Fehlerberechnung sehr in Betracht. Die folgende kleine Tabelle zeigt das Anwachsen der mittleren Fehler mit Zunahme der Druckdifferenz:

Druckdiff.	m_1^2	$h^2 k^2$	s^2	m^2	m
5 mm	0,0040	0,0006	0,0030	0,0076	$\pm 0,09 \text{ mm}$
10	40	25	0	65	$\pm 0,08$
15	40	56	30	126	$\pm 0,11$
20	40	100	0	140	$\pm 0,12$

Nimmt man an, dass nicht nur an einem, sondern zur Controle und Erhöhung der Genauigkeit an zwei Aneroiden gleichzeitig beobachtet werde, was bei ausgedehnteren Aufnahmen stets geschehen sollte, da es nur eine sehr geringe Mehrarbeit verursacht und gegen grobe Versehen sichert, so werden die mittleren Fehler einer gemessenen Druckdifferenz:

Druckdifferenz	a^2	a
0,5—1 mm	0,0010	$\pm 0,03$ mm
2,5 "	23	$\pm 0,05$ "
5 "	38	$\pm 0,06$ "
10 "	33	$\pm 0,06$ "
15 "	63	$\pm 0,08$ "
20 "	70	$\pm 0,08$ "

Der erste Werth $a = \pm 0,03$ mm gilt nur dann, wenn die Zwischenzeit der Beobachtung sehr kurz ist. Den Einfluss der längeren Zwischenzeit zeigt deutlich die Berechnung von $m_1 = \pm 0,063$ und daraus $a_1 = \pm 0,045$. Denn dieser Werth ist nur aus den Abweichungen der Angaben ein und desselben Aneroids beim Auf- und Abwärtsgehen berechnet, so dass der Fehler des Reductionscoefficienten und die Excentricität der Micrometerschraube ohne Einfluss blieben. Es ist dies zugleich ein Hinweis darauf, dass barometrische Nivellements, namentlich mit neueren Instrumenten nicht zu lange ausgedehnt, sondern von Zeit zu Zeit an einem Fixpunkte abgeschlossen werden sollten, worauf wir später näher zurückkommen werden.

Die im Vorstehenden entwickelten mittleren Fehler einer gemessenen Druckdifferenz lassen deutlich erkennen, dass die Instrumente noch nicht auf dem Stande ihrer grössten Leistungsfähigkeit angekommen sind und wo eine Vervollkommnung in erster Linie zu erwarten steht. Hierher ist zu rechnen: grössere Constanz beim Transport etc. und daher geringere Beeinflussung des mittleren Fehlers durch die Zwischenzeit der Beobachtungen, grössere Constanz der Correctionstabellen und entsprechend genauere Bestimmung der Reductionscoefficienten und drittens Anfertigung genauer gearbeiteter Micrometerschrauben resp. Ermittelung ihrer Correctionen.

Wenn diese Fehlerursachen eine hinreichende Einschränkung erfahren haben, könnte der Einstellungsfehler durch Verstärkung der Lupe ebenfalls verringert werden, da sich die Verstellung des Hebels in den Axenlagern so gering erwiesen hat, dass sie geradezu gleich Null gesetzt werden kann.

Eine geringere Veränderlichkeit der Instrumente und ihrer Correctionstabellen wird jedenfalls mit der Zeit von selbst eintreten. In welchem Grade, werden die späteren Beobachtungen lehren. Der Excentricitätsfehler der Schraube kann für jedes Instrument besonders ermittelt werden. Eine solche Untersuchung unter der Luftpumpe auszuführen, erschien mir in Anbetracht der Kleinheit der zu bestimmenden Grössen und der noch nicht eingetretenen Constanz der Vergleichstabellen wenig zweckmässig. Dieselbe wird erst dann Aussicht auf Erfolg haben, wenn die Instrumente zur Ruhe gekommen sind. Vorläufig kann man die gemachten Beobachtungen benutzen, um zu ermitteln, in welchem Sinne die Fehler der Schraube wirken und hiernach eine passende Combination der Instrumente zu je zweien behufs angenäherter Compensation der Schraubenfehler bewirken.

Da der Einstellungsfehler der Instrumente so gering ist und am Anfangs- und Endpunkte des Nivellements mit besonderer Sorgfalt abgelesen wurde, so wird, wenn man zwischen der Anfangs- und Endablesung interpolirt und die vier gleichzeitig zur Verwendung gekommenen Instrumente mit einander vergleicht, vorzugsweise der Fehler der Schraube sich geltend machen, denn der Einfluss einer der Zeit nicht genau proportionalen Aenderung des Luftdrucks wirkt auf alle Instrumente gleich und kann bei der Fehlerberechnung nicht zur Geltung kommen. Sehr vorthellhaft für diesen Zweck wäre es gewesen, wenn das Nivellement von vornherein auf 10 mm Druckdifferenz ausgedehnt worden wäre, doch kommen auch die 8 mm einer ganzen Umdrehung hinreichend nahe, um die Schraubenfehler, welche bei einigen Instrumenten ein Anwachsen der Abweichungen im positiven, bei andern im negativen Sinne nach der Mitte des Nivellements zu verursachen, deutlich erkennen zu lassen. Aus den zwei aufwärts und abwärts mit demselben Aneroiden ausgeführten Messungen wurde zur Verminderung der zufälligen Fehler das Mittel genommen.

Die Summe der Quadrate der Abweichungen würde $(ii) = 0,8586$, die Anzahl 13×44 und die Zahl der Ueberschüssigen $13 \times 3 \times 11 = 429$. Das mittlere Fehlerquadrat wird somit:

$$i^2 = \frac{0,8586}{429} = 0,0020$$

$$i = \pm 0,045 \text{ mm.}$$

Der mittlere Fehler einer Interpolationsmessung beträgt also bei Benutzung von zwei Instrumenten noch nicht 5 Hundertstel-Millimeter und wird, wenn man die Aneroiden nach den Vorzeichen der Schraubenfehler passend combinirt, noch geringer ausfallen. Leider gestaltet sich bei der practischen Höhenmessung die Sache wesentlich ungünstiger, da der Luftdruck sich sehr selten auch auf kürzere Dauer ganz der Zeit genau proportional ändert. Nimmt man aus den Angaben der vier gleichzeitig benutzten Instrumente das Mittel, so wird der Instrumentalfehler $\pm i$ auf die Hälfte reducirt. Die Vergleichung dieser Mittelwerthe mit den wahren Druckdifferenzen, berechnet aus den geometrisch bestimmten Höhenunterschieden und der Lufttemperatur, ergab folgende Werthe:

Datum	i_w^2	$\pm i_w$
1. April	0,01688	$\pm 0,13$ mm
6. "	0,00115	$\pm 0,03$
9. "	0,00468	$\pm 0,07$
13. "	0,00300	$\pm 0,06$
18. "	0,00071	$\pm 0,03$
21. "	0,00198	$\pm 0,05$
14. Mai	0,00456	$\pm 0,07$
12. Juni	0,00081	$\pm 0,03$
13. "	0,00685	$\pm 0,08$
14. "	0,00309	$\pm 0,06$
17. "	0,00085	$\pm 0,03$

$$\text{Mittel } i_w^2 = 0,00405 \quad i_w = \pm 0,064 \text{ mm}$$

Der mittlere wahre Fehler $\pm i_w$ setzt sich zusammen aus dem Instrumentalfehler $\pm i$ und dem Fehler $\pm l$, verursacht durch die unregelmässige, d. h. der Zeit nicht proportionale Aenderung des Luftdrucks. Es wird:

$$(i_w^2) = \frac{(i)^2}{4} + \frac{l^2}{2},$$

da mit vier Instrumenten zweimal gemessen wurde, also, da

$$\frac{(i)^2}{4} = 0,0005$$

ist,

$$l^2 = 0,0071$$

$$l = \pm 0,084 \text{ mm.}$$

Trotz der kurzen Zwischenzeit von kaum einer Stunde, welche die Interpolationsmessungen dauerten, übersteigt also der Fehler in Folge unregelmässiger Aenderung des Luftdrucks den Instrumentalfehler bei Benutzung von zwei Aneroiden um das Doppelte, woran hauptsächlich das wechselnde Frühlingswetter die Schuld tragen wird. Die einzelnen Werthe von i_w variiren daher auch ganz aussergewöhnlich stark.

Die vier günstigsten Tage geben:

$$(i_w)^2 = 0,0010, \text{ also auch } l^2 = 0,0010$$

und bei Benutzung von zwei Instrumenten wird somit der Fehler einer Interpolationsmessung:

$$(J)^2 = (i)^2 + l^2 = 0,0030$$

$$J = \pm 0,055 \text{ mm.}$$

Diese Genauigkeit kann also unter günstigen Umständen mit der Interpolationsmessung erreicht werden, im Allgemeinen hat man sich aber auf einen etwas grösseren Fehler gefasst zu machen, wenn derselbe auch nur in Ausnahmefällen, wie am 1. April, $\pm 0,1$ mm übersteigen wird.

Bei Berechnung des mittleren Schraubenfehlers $\pm s$ ist als mittlerer Fehler der Reductionscoefficienten nach den früher doppelt bestimmten Vergleichstabellen mit dem Quecksilberbarometer ein halb Procent angenommen worden. Es mag noch kurz gezeigt werden, dass diese Annahme mit den Nivellementsbeobachtungen sehr gut übereinstimmt. Das mittlere Fehlerquadrat einer gemessenen Druckdifferenz war allgemein:

$$m^2 = m_1^2 + h^2k^2 + s^2.$$

Für eine ganze Umdrehung wird $\pm s = 0$, es bleibt also in diesem Falle:

$$m^2 = m_1^2 + h^2k^2.$$

Die Druckdifferenz zwischen dem Anfangs- und dem Endpunkte des Nivellements beträgt nun zwar nicht genau 10 mm, sondern nur etwas mehr wie 8 mm; der Excentricitätsfehler der Schraube wird

aber auch dort schon so gering werden, dass er füglich vernachlässigt werden kann.

Bei dem Nivellement am 1. April erhielt man für die Abweichungen am Endpunkte:

$$\begin{aligned} \text{aufwärts} & - 0,08 + 0,02 - 0,09 + 0,13 \\ \text{abwärts} & - 0,09 + 0,03 + 0,03 + 0,02. \end{aligned}$$

Die Summe der Quadrate dieser Abweichungen wird:

$$\begin{aligned} \text{aufwärts} & 0,0318 \\ \text{abwärts} & 0,0103 \\ \text{Mittel} & 0,0210. \end{aligned}$$

Da je drei überschüssige Messungen vorhanden sind, so wird:

$$m_1^2 + h^2k^2 = 0,0070.$$

Vergleicht man nun weiter nur die mit demselben Aneroide aufwärts und abwärts ausgeführten je zwei Messungen mit einander, so wird deren Differenz frei vom Coefficientenfehler sein, da er ja auf beide Messungen gleich einwirkt und jede solche Differenz wird nur noch den Fehler enthalten $\pm m_1 \pm m_1$.

Durch Subtraction der je zwei zusammengehörigen, mit dem gleichen Aneroide ausgeführten Messungen erhält man:

$$\begin{aligned} \text{aufwärts} - \text{abwärts} & 0,78 + 0,01 \\ & 0,80 - 0,01 \\ & 0,91 - 0,12 \\ & 0,68 + 0,11 \end{aligned}$$

$$\text{Mittel } 0,79$$

Die Summe der Quadrate der nebenstehenden Abweichungen vom Mittel, welche gleich der Differenz der Fehler aufwärts und abwärts sind, wird 0,0267, also:

$$\begin{aligned} 2 m_1^2 & = \frac{0,0267}{3} = 0,0090 \\ m_1^2 & = 0,0045 \end{aligned}$$

und daher:

$$\begin{aligned} h^2k^2 & = 0,0070 - 0,0045 = 0,0025 \\ hk & = 0,05. \end{aligned}$$

und da $h = 8 \text{ mm}$ ist $k = \pm 0,006$ pro Millimeter.

Die folgende Tabelle enthält die für m_1^2 und $m_1^2 + h^2k^2$ bei den 11 Nivellements erhaltenen Werthe:

Datum	m_1^2	$m_1^2 + h^2k^2$
1. April	0,0045	0,0070
6. "	0,0087	0,0134
9. "	0,0048	0,0082
13. "	0,0010	0,0011
18. "	0,0051	0,0033
21. "	0,0054	0,0073
14. Mai	0,0081	0,0058
12. Juni	0,0049	0,0042
13. "	0,0015	0,0025
14. "	0,0078	0,0109
17. "	0,0021	0,0067
Mittel	0,0049	0,0064

Es wird somit $h^2k^2 = 0,0015$

$$hk = 0,04$$

$$k = \pm 0,005 \text{ d. h. gleich ein halb Procent.}$$

Der eben gefundene Werth von $m_1^2 = 0,0049$ ist etwas grösser als das früher für Druckdifferenzen von 5 mm berechnete mittlere Fehlerquadrat $m_1^2 = \pm 0,0040$, weil die Zwischenzeit der Beobachtung grösser ist. Für die Wirkung dieser letzteren auf die Vergrößerung des mittleren Fehlers einer gemessenen Druckdifferenz hat man nun wieder unter der Annahme, dass mit zwei Aneroiden gemessen werde:

Zwischenzeit	Mittlerer Fehler
circa 5 Minuten	$a = \pm 0,032 \text{ mm}$
" 45 "	$a_1 = \pm 0,045 \text{ "}$
" 75 "	$a_1 = \pm 0,050 \text{ "}$

Diese Zunahme wird ihren Grund zum Theil in wirklichen Veränderungen des Instrumentes haben, zum Theil aber auch in Temperaturschwankungen.

Da diese Temperaturschwankungen des Instrumentes auf die Genauigkeit seiner Angaben von Einfluss sind, so lag der Gedanke nahe, welche Temperatur dem Instrumente von vornherein gegeben

werden müsse, um diese Schwankungen möglichst gering zu machen, und ob vielleicht eine Relation zwischen Luft- und Instrumententemperatur bestehe. Diese letztere erwies sich als so einfach, dass es überraschen muss, warum auf dieselbe nicht schon früher aufmerksam gemacht worden ist.

Die folgende Zusammenstellung gibt die mittlere Luft- und Instrumententemperatur an 15 Beobachtungstagen:

Datum	Temperatur		Diff.
	Instr.	Luft	
1. April	10 ⁰	5 ⁰	+ 5 ⁰
6. "	22	16	+ 6
9. "	19,5	13	+ 6,5
13. "	20	16	+ 4
18. "	19,5	14	+ 5,5
21. "	12,5	6,5	+ 6
14. Mai	21	16	+ 5
12. Juni	18	11	+ 7
13. "	23	18	+ 5
14. "	23	18	+ 5
17. "	29	23	+ 6
29. "	24	18	+ 6
1. Juli	26,5	22	+ 4,5
2. "	29,5	26	+ 3,5
3. "	28,5	24	+ 4,5

Die Differenz zwischen Instrumenten- und Lufttemperatur ist also nahezu constant für alle bei uns in Betracht kommenden Temperaturen und beträgt im Mittel 5⁰, um welche die Instrumententemperatur stets höher ist, als die Lufttemperatur. Diese einfache Relation lässt sich sehr vortheilhaft benutzen, um die Schwankungen der Instrumententemperatur möglichst gering zu machen, denn man braucht die letztere vor Beginn des Nivellements nur um 5⁰ höher zu machen, als die gerade herrschende Lufttemperatur. Da in der Regel alle Höhen auf die Ausgangsstation oder einen in ihrer unmittelbaren Nähe gelegenen Fixpunkt als Nullpunkt des Nivellements bezogen werden, so sind die sonst in der Regel gleich anfangs vorkommenden Aenderungen um so schädlicher, da hierdurch verursachte Fehler sich auf alle folgenden Punkte fortpflanzen. Später werden wir hierauf noch näher zurückkommen.

Die bayerische Landes-Industrie-, Gewerbe- und Kunst-Ausstellung zu Nürnberg 1882.

Von Baumeister A. Gaederts.

(Fortsetzung.)

(Mit einer Tafel.)

Wenden wir uns nun den uns speciell interessirenden Gruppen der kunstgewerblichen Arbeiten zu, so finden wir, ehe wir an die eisernen, kupfernen, messingenen und Edelmetallgegenstände gelangen, die Mittel zu deren Erzeugung und Herstellung ausgestellt, wobei zunächst die vorzüglichen Graphite Niederbayerns bei Wegscheid am westlichen Abhang des Böhmerwaldes ein werthvolles Material für Schmelztiegel bieten; im Jahre 1880 sind 1500 000 t gewonnen worden. Sehr hübsch sind einzelne Ausstellungen arrangirt mit Feuerproben einzelner Tiegel; so hat ein 60 kg haltender Tiegel 81 Messingschmelzungen ausgehalten.

Im Zinn-guss ist das Land durch seine die ganze Welt versorgenden Firmen für Zinnfiguren jeglicher Art bekannt und berühmt; Ausstellungsschaustücke, wie der Kasten von Heinrichsen in Nürnberg mit der meisterhaft dargestellten kühnen Reiterattaque bei Floing in der Schlacht bei Sedan, sind fortwährend unlagert: man findet sämtliche Waffengattungen der Welt, Schlachten zu Land und zur See, kurz alles, was Kinderherzen erfreut, im reichsten Maasse vorhanden.

Auch an Eisenerzen ist Bayern reich; im Jahre 1880 sind 74 000 t Erze in 26 Bergwerken gefördert worden; die Oberpfalz liefert hiervon das Meiste, sodann sind Gänge im Fichtelgebirge und noch an anderen Orten. Eisenproben der verschiedensten Art sind in sehr schöner Auswahl von der Hütte Hammerau, Achthal, St. Ingbert, Dingler in Zweibrücken, Eigner in Fronberg, Max-Hütte