

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 11/12 (1888)
Heft: 19

Inhaltsverzeichnis

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 14.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Die Trägheitsellipse, geometrisch abgeleitet. Von Prof. W. Ritter. — Viaduc de Paderno sur l'Adda. — Eidg. Parlaments- und Verwaltungsgebäude in Bern. Von Prof. Hans Auer. — Die Delegiertenversammlung des Schweizerischen Ingenieur- und Architekten-

Vereins. — Necrologie: † Fritz Müller, † Wilhelm Kutter, † Alfred Augustin Durand-Claye. — Patentliste. — Vereinsnachrichten. Stellenvermittlung.

Hiezu eine Tafel: Viaduc de Paderno sur L'Adda.

Die Trägheitsellipse, geometrisch abgeleitet.

Von Prof. W. Ritter.

Die Trägheitsellipse eines ebenen Punktesystems, beziehungsweise einer ebenen Figur ist bis dahin meistens auf rechnerischem Wege abgeleitet worden, während eine rein geometrische Ableitung nicht nur der Natur der Sache angemessener, sondern namentlich auch für die graphische Statik vorzuziehen wäre. So viel mir bekannt, haben italienische Schriftsteller zuerst den Weg der geometrisch-synthetischen Behandlung des Trägheits- und des Centrifugalmomentes betreten; ihre Arbeiten sind jedoch, wie es scheint, in deutschen Kreisen unbekannt geblieben; sonst wäre nicht, wie es noch vor Kurzem von massgebender Seite aus gesehen ist, der Trägheitsellipse zum Vorwurf gemacht worden, dass sie die Darstellung einer auf analytischem Wege abgeleiteten Formel sei. *)

Es seien $P_1, P_2 \dots$ Punkte, von denen jeder ein bestimmtes Gewicht besitze, und S sei deren Schwerpunkt. Multipliziert man das Gewicht eines Punktes mit dessen Abstand von einer Axe a , so erhält man dessen *statisches Moment*; die Summe sämtlicher statischen Momente ist dann gleich der Summe sämtlicher Gewichte, multipliziert mit dem Abstand des Schwerpunktes von der Axe. $M = (\sum P) y_s$.

Nun multiplicieren wir das Gewicht eines Punktes mit seinen Abständen von zwei Axen a und b und nennen das Product „*Centrifugalmoment*“ des Punktes bezogen auf die beiden Axen und die Summe sämtlicher Producte das Centrifugalmoment des ganzen Systems; dann findet man die Grösse dieses letzteren auf folgende Weise:

Man denkt sich jedem der einzelnen Punkte dessen statisches Moment bezogen auf a als Gewicht zugewiesen, und bestimmt wiederum den Schwerpunkt dieser Gewichte; es sei dies der Punkt A ; dann ist das Centrifugalmoment des ganzen Systems gleich dem gesammten statischen Momente, multipliziert mit der Entfernung des Punktes A von b , oder nach früher gleich der Summe sämtlicher Gewichte multipliziert mit dem Abstände des Punktes S von a und mit dem Abstände des Punktes A von b . In Buchstaben ausgedrückt:

$$C = (\sum P) y_s x_a$$

Lässt man die Axe b mit a zusammenfallen, so geht das Centrifugalmoment in das *Trägheitsmoment* über, das ist die Summe derjenigen Producte, welche man erhält, wenn man die Gewichte der einzelnen Punkte mit den Quadraten ihrer Entfernungen von einer festen Axe multipliziert. Für die Axe a wird somit das Trägheitsmoment des ganzen Punktesystems

$$J = (\sum P) y_s y_a$$

Während der Schwerpunkt S des Punktesystems unveränderlich bleibt, ist die Lage des Punktes A für ein gegebenes System von der Lage der Axe a abhängig; für jede in der Ebene liegende Axe lässt sich auf dem oben

angegebenen Wege ein ganz bestimmter Punkt als Mittel- oder Schwerpunkt der statischen Momente bestimmen und der Axe als ihr eigenthümlich zuweisen. Wir wollen der Kürze halber sagen, der Punkt A sei der „*Pol*“ der Axe a .

Geht die Axe a durch den Schwerpunkt S , so wird das statische Moment des Systems gleich null, während das Centrifugal- bzw. das Trägheitsmoment im Allgemeinen von null verschieden ist; der entsprechende Pol muss daher im Unendlichen liegen. Fällt umgekehrt die Axe in's Unendliche, so haben alle Punkte gleiche Hebelarme; der Pol A als Mittelpunkt der statischen Momente fällt daher mit dem Schwerpunkte der Gewichte, mit S zusammen.

Sind zwei Axen a und b und der Pol der ersteren, A , gegeben, so ist das Centrifugalmoment gleich der Gewichtssumme mal der Entfernung des Schwerpunktes S von a mal der Entfernung des Poles A von b . Ist umgekehrt der Pol B von b bekannt, so erhält man das Centrifugalmoment auch, indem man die Summe aller Gewichte mit dem Abstände des Schwerpunktes von b und mit dem Abstände des Poles B von a multipliciert.

Bleibt die Axe a fest, während sich b bewegt, so ändert sich das Centrifugalmoment proportional der Entfernung der Axe b von A ; es wechselt sein Zeichen, wenn b den Punkt A überschreitet. Geht (Fig. 2) die Axe b durch den Pol A , so wird die Entfernung x_a und somit auch das Centrifugalmoment C gleich null. Betrachtet man in diesem Falle b als erste Axe, so muss deren Pol B nothwendig auf a liegen, weil sonst das Centrifugalmoment nicht gleich Null würde.

Geht die eine der beiden Axen durch den Pol der zweiten, so geht auch die zweite Axe durch den Pol der ersten.

Dreht sich die Axe b um den Punkt A , so bewegt sich somit ihr Pol B auf der Geraden a , deren Pol der Punkt A ist. Es folgt daraus, dass nicht nur jeder Axe ein bestimmter Pol, sondern auch jedem Pole eine einzige Axe entspricht. Weiter ergibt sich hieraus, dass der Schnittpunkt O der beiden Axen der Verbindungslinie o der beiden Pole entspricht; denn da a und b durch den Punkt O gehen, so muss sowohl A als auch B auf der dem Pole O zugeordneten Axe liegen.

Wir haben somit in ABO ein Tripel conjugirter Elemente vor uns; da ferner die besprochenen Beziehungen nicht an besondere Lagen der Elemente gebunden sind, sondern von allen Linien und Punkten der Ebene gelten, so bilden die Axen und Pole zusammen ein *Polarsystem*, dessen Mittelpunkt der Schwerpunkt des Punktesystems ist.

Wenn alle Punktgewichte dasselbe Vorzeichen haben, so ist der Pol stets weiter von der Axe entfernt als der Schwerpunkt; haben die Gewichte verschiedenes Zeichen, so kann das Umgekehrte stattfinden. Im ersteren Fall ist daher die Ordnungcurve des Polarsystems stets imaginär; im letzteren kann sie reell werden. Da dieser letztere Fall in der Bautechnik bis jetzt keine Anwendung gefunden hat, so werden wir uns in der Folge nur mit dem ersteren beschäftigen.

Um nun trotzdem auch hiefür, das heisst für ein Punktesystem mit lauter gleichen Vorzeichen, eine das Polarsystem darstellende Curve zu erhalten, weisen wir der Axe a nicht den Punkt A , sondern (Fig. 1) den auf der entgegengesetzten Seite vom Schwerpunkte, in gleicher Entfernung von diesem liegenden Punkt A' zu. Wir betrachten

Fig. 1.

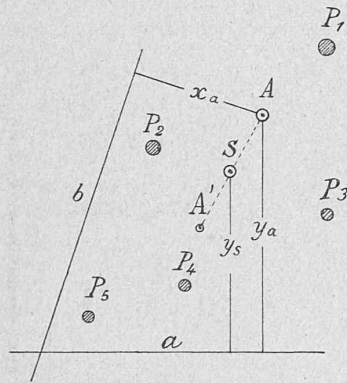
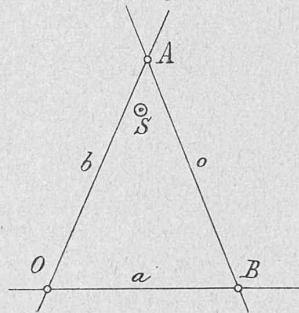


Fig. 2.



*) Civilingenieur 1887, S. 61.