Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 17/18 (1891)
Heft: 6

Artikel: Dynamische Theorie des Indicators
Autor: Fliegner, A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-86145

Dynamische Theorie des Indicators.

Von Prof. *A. Fliegner.*

(Fortsetzung.)

§ 3. *Der eigentliche indicirte Druck.*

Das erste Glied in Glchg. (9), nämlich die Reihe

$$p_i' \equiv \sum_{n=o}^{n=\infty} (A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t), \quad . \quad . \quad (15)$$

ist das einzige, dessen Coefficienten von denjenigen des Druckes p, Glchg. (2), abhängig sind. Man muss daher p_i' als den *eigentlichen indicirten Druck* ansehen, da der Indicator diesen anzeigt, wenn die Feder keine Schwingungen macht und keine Reibung vorhanden ist.

Die Coefficienten der Reihe p_i', A_n und B_n, haben aber andere Werthe als die Coefficienten a_n und b_n der Reihe für p_i. Der Indicator gibt also *nicht den wirklichen Verlauf der Druckänderung* wieder. Zur Erkennung der Art und Grösse der Abweichungen ist es am besten, die Höhen der den verschiedenen Werthen von n entsprechenden Wellen, h_n und H_n, sowie die Lage des ersten Wellenberges, $\varphi = \vartheta_n$ und Θ_n, zu berechnen. Dabei erhält man für die Reihe p:

$$h_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \qquad \text{tang.}\, \vartheta_n = \frac{b_n}{a_n}, \quad . \quad . \quad (16)$$

für die Reihe p_i':

$$\left.\begin{aligned} H_n &= \frac{\sigma}{\sqrt{(\sigma - M n^2 \omega^2)^2 + (\mu n \omega)^2}}\, h_n, \\ \text{tang.}\ \Theta_n &= \frac{\sigma - M n^2 \omega^2 + \mu n \omega \,\text{cotang.}\, \vartheta_n}{\sigma - M n^2 \omega^2 - \mu n \omega \,\text{tang.}\, \vartheta_n}\, \text{tang.}\, \vartheta_n \end{aligned}\right\} (17)$$

Bei beiden Reihen wird der wesentliche Verlauf des Druckes durch die ersten Glieder, mit den kleineren Werthen von n, bedingt. Die späteren Glieder mit grösserem n gleichen nur die von den früheren noch übrig gelassenen Wellen immer mehr und mehr aus.

Nun ist bei den Indicatoren σ stets sehr gross gegenüber M und ω. Bei den entscheidenden ersten Gliedern bleibt daher $\sigma > Mn^2\omega^2$. Dann folgt aber aus der zweiten der Glchgn. (17), dass, mag dort tang. ϑ_n positiv oder negativ sein, doch stets

$$\text{für } \sigma > Mn^2\omega^2:\ \Theta_n > \vartheta_n\ . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

werden muss. Die Phasen der entscheidenden Wellen treten also für p_i' bei grösseren Werthen von φ auf, als für p, d. h. *später.* Wenn für höhere Werthe von n $\sigma - Mn^2\omega^2$ negativ geworden ist, so lässt sich nicht mehr allgemein entscheiden, ob Θ_n grösser wird als ϑ_n, oder kleiner. Da aber diese Glieder nur noch zur Ausgleichung der Curve dienen, so muss man den übrigens selbstverständlichen Schluss ziehen, dass die Angaben des Indicators der wirklichen Druckänderung stets *nacheilen,* dass also bei abnehmendem Drucke $p_i' > p$ ausfällt, bei zunehmendem dagegen $p_i' < p$.

Was die Höhe der Wellen anbetrifft, so zeigen die Glchgn. (17) oder (9), dass das *constante Glied* für $n = o$ in beiden Reihen *denselben Werth* annimmt. Der weitere Verlauf von H_n gegenüber h_n hängt von dem Ausdrucke unter der Wurzel im Nenner ab, also von

$$f(n) \equiv (\sigma - M n^2 \omega^2)^2 + (\mu n \omega)^2. \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

Die beiden ersten Derivirten dieses Ausdruckes nach n sind:

$$f'(n) = 2\omega^2 n\,[2 M^2 n^2 \omega^2 - (2 M\sigma - \mu^2)], \quad . \quad (20)$$

$$f''(n) = 12 M^2 \omega^4 n^2 - 2\omega^2 (2 M\sigma - \mu^2). \quad . \quad (21)$$

Der erste Differentialquotient, $f'(n)$, verschwindet für:

$$n_o = o \text{ und } n_m = \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{\sigma}{M} - \frac{\mu^2}{2M^2}} = \frac{1}{M\omega\sqrt{2}}\sqrt{2M\sigma - \mu^2}, \quad (22)$$

während der zweite, $f''(n)$, gleichzeitig die Werte annimmt:

$$f''(n_o) = -2\omega^2(2M\sigma - \mu^2) \text{ u. } f''(n_m) = 4\omega^2(2M\sigma - \mu^2). \quad (23)$$

Das Verhalten von H_n gegenüber h_n erscheint hiernach wesentlich abhängig von dem Vorzeichen der Differenz $2M\sigma - \mu^2$. Wäre dieselbe *negativ,* was vielleicht gelegentlich bei den schwächsten Federn mit kleinem σ der Fall sein könnte, so würde n_m imaginär, $f''(n_o) > o$ werden; dann läge bei $n = n_o = o$ ein Minimum der Function $f(n)$. Mit wachsendem n nähme sie ununterbrochen zu, H_n/h_n also ununterbrochen ab. H_n bliebe daher für alle Werthe von n grösser als Null, aber kleiner als h_n, und p_i' müsste sich rascher ausgleichen als p. Practisch dürfte dieser Fall aber kaum vorkommen.

Wenn dagegen bei den stärkeren Federn die Differenz $2M\sigma - \mu^2$ *positiv* ausfällt, so wird n_m reell, $f''(n_o) < o$, $f''(n_m) > o$. Dann hat $f(n)$ bei n_o ein Maximum, bei n_m ein Minimum. H_n/h_n wächst daher von $n_o = o$ an bis n_m, um weiterhin ununterbrochen abzunehmen. H_n ist also anfangs grösser als h_n und wird erst bei Werthen von $n > n_m$ schliesslich kleiner.

Ergibt sich der Werth von n_m zufällig als *ganze Zahl,* so kommt in dem zugehörigen Gliede der Reihe p_i' unter Sinus und Cosinus die Bogenzahl

$$n_m \omega t = t\sqrt{\frac{\sigma}{M} - \frac{\mu^2}{2M^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

zu stehen. Eine Vergleichung mit dem zweiten Gliede der Glchg. (9) unter Berücksichtigung von (9[c]) lässt erkennen, dass man es hier mit einer Theilschwingung zu thun hat, die sich nur durch einen verdoppelten Einfluss der Widerstände von den oben besprochenen Federschwingungen unterscheidet. Wäre μ gleich Null, so würden beide Arten von Schwingungen sogar ganz übereinstimmen, nur würde dann H_n *unendlich gross,* während es unter Beibehaltung von μ endlich bleibt.

Unabhängig davon, ob n_m ganzzahlig ausfällt oder nicht, ist der Quotient H_n/h_n in der Nähe von n_m grösser als weiter weg, so dass die betreffenden Wellen verhältnissmässig mehr Einfluss ausüben als die umgebenden, wenn sie auch die letzteren nicht immer überragen. Man müsste aber hiernach doch erwarten, dass sich gelegentlich ausser den früher besprochenen abnehmenden auch noch *bleibende* Schwingungen zeigen. Solche beobachtet man aber nicht. Man wird daher annehmen dürfen, dass sie sich nur dann einstellen könnten, wenn längere Zeit ein vollkommen gleichförmiger Beharrungszustand herrschen würde, bei welchem immer genau gleiche Druckänderungen mit genau denselben Phasen der Bewegung der Feder zusammentreffen würden. Da ein solcher Beharrungszustand aber in Wirklichkeit unmöglich eintreten kann, so können sich auch keine derartigen bleibenden Schwingungen ausbilden.

Die Glieder in der Nähe von n_m werden daher bei einer Untersuchung der Abweichung der Reihe p_i' von p im Allgemeinen nicht mehr berücksichtigt werden dürfen; man wird bei früheren Gliedern stehen bleiben müssen.

Während hiernach die entwickelten Formeln anzugeben gestatten, wie der eigentliche indicirte Druck gegenüber dem wirklichen Drucke verläuft, ist es nicht mehr möglich mit ihrer Hülfe allein auch den numerischen Betrag der Abweichungen zu ermitteln. Um doch zu sehen, wie gross der letztere etwa zu erwarten ist, habe ich ein besonderes Zahlenbeispiel nachgerechnet. Der Rechnung habe ich ein Indicatordiagramm zu Grunde gelegt, welches gelegentlich an der Versuchs-Dampfmaschine des hiesigen Polytechnikums abgenommen worden ist, und zwar bin ich dabei von der Annahme ausgegangen, dass dieses Diagramm die wirkliche Druckänderung anzeige.

Zuerst musste ich nun die Coefficienten der Reihe p, Glchg. (2), bestimmen. Dabei bin ich *Kirsch**) gefolgt. Der

*) *Kirsch,* „Die Bewegung der Wärme in den Cylinderwandungen der Dampfmaschine", S. 23 u. folgende.

von ihm entwickelte Weg gestattet, die Coefficienten a_n und b_n nach der Methode der kleinsten Quadrate so zu berechnen, dass für jedes gewählte Glied n, oder jede beliebige Anzahl von Gliedern, eine möglichst gute Uebereinstimmung der *Flächenelemente* erreicht wird. Die Coefficienten ergeben sich, nur mit φ statt ω, zu:

$$\left.\begin{aligned} a_o &= \frac{1}{2\pi}\int_o^{2\pi} p\, d\varphi, & b_o &= o, \\ a_n &= \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} p \cos n\varphi\, d\varphi, & b_n &= \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} p \sin n\varphi\, d\varphi. \end{aligned}\right\} \quad (25)$$

Diese Gleichungen lassen sich allerdings nicht unmittelbar benutzen, da die zur Berechnung der Integrale nöthigen Curven mit wachsendem n bald zu zackig werden. *Kirsch* entwickelt daher einen angenäherten Weg. Er geht aus von $2m$ gleichförmig über den ganzen Umfang vertheilten Punkten der Curve $p = f(\varphi)$, sieht die einzelnen Curvenstücke als geradlinig an und findet so:

$$\left.\begin{aligned} a_o &= \frac{1}{2m}(p_1 + p_2 + \ldots + p_{2m}), \\ a_n &= \frac{4m}{n^2\pi^2}\sin^2\frac{n\pi}{2m}\Big(p_1 \cos\frac{n\pi}{m} + p_2 \cos\frac{2n\pi}{m} + \ldots \\ &\qquad \ldots + p_{2m}\cos\frac{2mn\pi}{m}\Big), \\ b_n &= \frac{4m}{n^2\pi^2}\sin^2\frac{n\pi}{2m}\Big(p_1 \sin\frac{n\pi}{m} + p_2 \sin\frac{2n\pi}{m} + \ldots \\ &\qquad \ldots + p_{2m}\sin\frac{2mn\pi}{m}\Big). \end{aligned}\right\} \quad (26)$$

Kirsch gibt dann noch einige Beziehungen an, welche die Berechnung der Coefficienten bei grösseren Werthen von n erheblich erleichtern, die aber hier unwesentlich sind.

Dieser Weg hat den Vorzug, dass man, ohne die ganze Rechnung immer wieder von vorn anfangen zu müssen, die Reihe beliebig ergänzen kann, wenn bei der zuerst gewählten Gliederzahl p noch zu sehr schwankte. Der schliesslich erreichbare Grad der Genauigkeit ist nur von der Anzahl $2m$ der benutzten Curvenpunkte abhängig.

Dagegen hat der Weg auch seine Uebelstände. Es verschwinden nämlich für n gleich einem ungeraden Vielfachen von m die Werthe von b, für n gleich einem geraden Vielfachen von m sogar die Werthe von a und b. In der Nähe dieser Glieder sind die b, beziehungsweise auch die a, kleiner. Der Verlauf der Coefficienten a_n und b_n wird also durch die Annahme über $2m$ ganz wesentlich beeinflusst. Liegt $2m$ zufällig in der Nähe von n_m, Glchg. (22), so kann in der Reihe für p_i' das dortige verhältnissmässige Anwachsen der Wellenhöhen durch die gleichzeitige Abnahme von a_n und b_n, also auch von h_n, ganz verdeckt werden.

Bei Berechnung der Coefficienten der Reihe p habe ich $2m = 72$ Punkte des zu Grunde gelegten Diagramms benutzt. In Tabelle II gebe ich aber nur den dritten Theil dieser Punkte in der Spalte unter p_e, und zwar, um negative Vorzeichen zu vermeiden, in Atmosphären absoluten Druckes. Die folgenden fünf Spalten enthalten die Summation der Reihe von $n = o$ an bis zu dem je im Kopf angegebenen Werthe von n. Berücksichtigt man auch die in Tabelle II weggelassenen Zwischenwerthe von φ, so zeigt sich, dass die 100 Glieder noch nicht ausreichen, um die Schwankungen von p unter 0,04 Atmosphären hinunterzubringen. Trotzdem die einzelnen Glieder der Reihe schon bedeutend kleiner geworden sind, besitzen doch immer eine Anzahl aufeinanderfolgender einerlei Vorzeichen, so dass sie sich in ihrem Einflusse gegenseitig unterstützen. Aber auch die 72 benutzten Punkte liegen noch nicht hinreichend dicht, so dass namentlich die horizontalen Strecken des Indicatordiagrammes während des Einströmens und während des letzten Theiles des Ausströmens nicht ordentlich wiedergegeben werden. Die Curve p ist vielmehr an diesen Stellen noch verhältnissmässig stark gekrümmt und weicht bei $n = 100$ noch bis über 0,1 Atmosphäre von der darzustellenden Curve p_e ab. Das entspräche bei der benutzten Indicatorfeder einer um mehr als 1 *mm* falschen Stellung des Schreibstiftes.

Der Berechnung der Reihe p_i' aus derjenigen p habe ich folgende weitere Zahlenwerthe zu Grunde gelegt: eine Geschwindigkeit der Maschine von 60 Minutenumdrehungen mit $\omega = 6{,}2832$; $\sigma = 1260$ entsprechend der benutzten Feder, $M = 0{,}01$, reichlich gross, um den Einfluss besser hervortreten zu lassen, und $\mu = 1{,}65$, als abgerundeten Werth aus der obigen Rechnung. Damit ergab sich $n_m = 53{,}36$.

Tabelle II.

φ°	p_e	p, summirt bis $n =$					p_i' summirt bis $n =$			$p_i' - p$ summirt bis $n =$		
		20	40	60	80	100	20	40	60	20	40	60
0	3,525	3,5081	3,5237	3,5294	3,5311	3,5329	3,2252	3,1566	3,4202	— 0,2829	— 0,3671	— 0,1093
15	6,545	6,4996	6,5416	6,5208	6,5478	6,5339	6,5221	6,5208	6,5780	+ 0,0226	+ 0,0208	+ 0,0571
30	6,545	6,6178	6,5090	6,5179	6,5191	6,5205	6,6601	6,4968	6,5166	+ 0,0423	— 0,0122	— 0,0014
45	4,845	4,9349	4,8704	4,8444	4,8505	4,8497	5,0101	4,9139	4,9170	+ 0,0752	+ 0,0436	+ 0,0726
60	3,200	3,2735	3,2182	3,2292	3,2168	3,2152	3,3148	3,2452	3,2694	+ 0,0413	+ 0,0270	+ 0,0402
75	2,310	2,3361	2,3176	2,3168	2,3215	2,3210	2,3459	2,3365	2,3396	+ 0,0098	+ 0,0190	+ 0,0227
90	1,790	1,7804	1,8009	1,7988	1,7933	1,7933	1,7866	1,8290	1,8168	+ 0,0062	+ 0,0281	+ 0,0180
105	1,480	1,4369	1,4646	1,4596	1,4639	1,4631	1,4425	1,4672	1,4575	+ 0,0056	+ 0,0026	— 0,0020
120	1,255	1,2324	1,2573	1,2637	1,2601	1,2609	1,2336	1,2415	1,2514	+ 0,0012	— 0,0158	— 0,0123
135	1,115	1,1393	1,1322	1,1284	1,1289	1,1293	1,1557	1,1576	1,1483	+ 0,0164	+ 0,0254	+ 0,0199
150	1,020	1,0554	1,0322	1,0312	1,0274	1,0260	1,0537	1,0254	1,0287	— 0,0017	— 0,0068	— 0,0025
165	0,960	0,9969	0,9646	0,9649	0,9700	0,9699	1,0070	0,9740	0,9721	+ 0,0101	+ 0,0094	+ 0,0072
180	0,790	0,7708	0,7768	0,7784	0,7785	0.7789	0,7703	0,7904	0,7861	— 0,0005	+ 0,0136	+ 0,0076
195	0,500	0,4610	0,4849	0,4862	0,4844	0,4847	0,4682	0,5017	0.4840	+ 0,0072	+ 0,0168	— 0,0022
210	0,430	0,3869	0,4182	0,4217	0,4215	0,4235	0,3782	0,4195	0,4271	— 0,0086	+ 0,0012	+ 0,0054
225	0,325	0,2998	0,3155	0,3153	0,3154	0,3144	0,3111	0,3141	0,3039	+ 0,0113	— 0,0014	— 0,0114
240	0,250	0,2746	0,2729	0,2683	0,2674	0,2665	0.2768	0,2668	0,2809	+ 0,0023	— 0,0061	+ 0,0127
255	0,190	0,2493	0,2197	0,2260	0,2250	0,2261	0,2596	0,2208	0,2237	+ 0,0103	+ 0,0010	— 0,0023
270	0,165	0,1905	0,1571	0,1562	0,1598	0,1592	0,1918	0,1529	0,1562	+ 0,0013	— 0,0041	+ 0,0000
285	0,140	0,1291	0,1240	0,1203	0,1175	0,1183	0,1182	0,1220	0,0942	— 0,0109	— 0,0019	— 0,0261
300	0,130	0,0750	0,0983	0,0960	0,0989	0,1004	0,0677	0,1048	0,1225	— 0,0073	+ 0,0065	+ 0,0264
315	0,130	0,0549	0,1199	0,1344	0,1293	0,1252	0,0423	0,1286	0,1264	— 0,0126	+ 0,0087	— 0,0080
330	0,130	0,0930	0,1599	0,1377	0,1443	0,1444	0,1175	0,1783	0,1650	+ 0,0225	+ 0,0184	+ 0,0273
345	0,200	0,2436	0,2124	0,2339	0,2074	0,2195	0,2809	0,1697	0,1944	+ 0,0373	— 0,0428	— 0,0395
360	3,525	3,5081	3,5237	3,5294	3,5311	3,5329	3,2252	3,1566	3,4202	— 0,2829	— 0,3671	— 0,1093

Da die Coefficienten der Reihe p_i' aus denjenigen der Reihe p berechnet worden sind, so darf man die Werthe von p_i' natürlich nicht mit dem wirklichen Druck p_e vergleichen, wenn man die Abweichungen der Angaben des Indicators untersuchen will, sondern mit den Werthen von p. Um diese Vergleichung zu erleichtern, habe ich in Tabelle III die Werthe von ϑ_n und Θ_n einerseits, b_n und H_n andererseits für die 60 ersten Glieder beider Reihen zusammengestellt.

Tabelle III.

n	ϑ_n		Θ_n		b_n	H_n	n	ϑ_n		Θ_n		b_n	H_n
	Grade	Mint.	Grade	Mint.	Atmosphären			Grade	Mint.	Grade	Mint.	Atmosphären	
1	48	5	48	34	2,0008	2,0016	31	70	37	90	39	0,0117	0,0157
2	62	38	63	34	1,3535	1,3550	32	74	56	96	7	0,0098	0,0135
3	82	34	83	59	1,0127	1,0152	33	87	9	109	33	0,0076	0,0107
4	94	31	96	25	0,6494	0,6523	34	91	9	114	50	0,0055	0,0079
5	103	36	105	58	0,4836	0,4870	35	131	47	156	51	0,0038	0,0057
6	106	32	109	35	0,2933	0,2966	36	180	0	206	31	0,0010	0,0015
7	99	57	103	18	0,2235	0,2266	37	228	13	256	17	0,0034	0,0052
8	86	11	90	1	0,1572	0,1601	38	268	51	298	33	0,0044	0,0070
9	79	18	83	39	0,1740	0,1780	39	272	51	304	20	0,0055	0,0089
10	73	43	78	34	0,1581	0,1626	40	285	4	318	30	0,0063	0,0106
11	79	35	81	39	0,1708	0,1779	41	289	23	324	50	0,0067	0,0115
12	82	22	88	16	0,1497	0,1559	42	289	45	327	26	0,0075	0,0133
13	88	54	95	21	0,1434	0,1505	43	280	42	320	45	0,0053	0,0097
14	93	26	100	26	0,1186	0,1254	44	274	11	316	45	0,0053	0,0099
15	97	53	105	27	0,1017	0,1084	45	260	17	305	40	0,0067	0,0129
16	97	42	105	51	0,0793	0,0853	46	262	26	310	44	0,0075	0,0148
17	93	28	102	13	0,0697	0,0757	47	260	21	311	48	0,0092	0,0186
18	88	58	108	20	0,0560	0,0614	48	266	56	321	48	0,0094	0,0194
19	84	2	94	2	0,0552	0,0613	49	272	13	330	41	0,0105	0,0221
20	79	22	90	1	0,0480	0,0540	50	278	35	340	47	0,0090	0,0194
21	79	40	91	0	0,0535	0,0608	51	280	20	346	34	0,0091	0,0198
22	81	25	92	21	0,0465	0,0536	52	280	38	350	58	0,0071	0,0157
23	87	47	100	34	0,0475	0,0556	53	275	58	350	37	0,0071	0,0157
24	93	4	106	37	0,0376	0,0446	54	271	2	350	1	0,0062	0,0137
25	99	39	114	0	0,0324	0,0390	55	266	32	349	58	0,0067	0,0146
26	97	34	112	45	0,0235	0,0288	56	262	18	350	6	0,0065	0,0140
27	99	43	115	46	0,0186	0,0232	57	262	7	354	16	0,0070	0,0150
28	85	49	102	49	0,0130	0,0165	58	266	34	3	3	0,0069	0,0144
29	79	18	97	15	0,0117	0,0152	59	271	6	11	39	0,0070	0,0141
30	70	15	89	14	0,0147	0,0193	60	277	38	22	13	0,0060	0,0117

Die Tabelle zeigt, dass, wie es in Glchg. (18) nachgewiesen wurde, in der That für die kleineren Werthe von n, bis 57, $\Theta_n > \vartheta_n$ ist, anfangs nur 29 Minuten, weiterhin aber immer mehr, bis nahe an 100 Grade. Es dürfte dann richtiger sein, bei den grösseren Werthen von n zu den in der Tabelle als spitz angegebenen Winkeln Θ_n je 360° zu addiren und auch diese um rund 100° grösser anzusehen als ϑ_n. H_n ist auf dem ganzen Umfange der Tabelle auch grösser als b_n, anfangs ebenfalls nur wenig, steigt aber in der Nähe von n_m auf mehr als das Doppelte von b_n an. Dann nimmt es wieder ab, und hätte ich die Tabelle weiter ausgedehnt, so würde H_n bald unter b_n gesunken sein.

Wenn nun aber auch wegen $\Theta_n > \vartheta_n$ der indicirte Druck dem wirklichen nacheilen muss, so ist doch nicht ausgeschlossen, dass sich bei Berücksichtigung einer nur kleineren Anzahl von Gliedern der Reihe p_i' gelegentlich eine Abweichung zeigt, weil die grösseren Wellen bei p_i' noch nicht genügend ausgeglichen sind. Um zu sehen, wie sich der Indicator in dieser Richtung verhält, habe ich in der Tabelle II in der vorletzten Gruppe von 3 Spalten die Werthe von p_i', in den drei letzten Spalten die Differenzen $p_i' - p$ angegeben, alle summirt von $n = 0$ bis je $n = 20$, 40 und 60. Zur Beurtheilung der Frage werden aber nur die Summationen bis $n = 20$ und 40 berücksichtigt werden dürfen, da bis $n = 60$ die verhältnissmässige Zunahme von H_n in der Nähe von n_m störenden Einfluss ausübt. Aus dem Verlauf dieser Differenzen lassen sich nun folgende Schlüsse ziehen:

Bei $\varphi = 0$, also während der raschen Druckzunahme in Folge des Voreinströmens bleibt der Indicator um etwa $^1/_4$ — $^1/_3$ Atmosphäre zurück, der Schreibstift steht also um rund 3 *mm* zu tief. Das Beharrungsvermögen lässt den Kolben aber sofort zu hoch steigen, so dass schon während des Einströmens im Mittel $p_i' > p$ wird. Im Anfange der nun folgenden Expansion mit ihrer rascheren Druckabnahme ist ununterbrochen $p_i' > p$, im ersten Augenblicke steht der Schreibstift vielleicht 0,5 *mm* zu hoch. Je langsamer im weiteren Verlaufe der Expansion die Druckabnahme vor sich geht, desto kleiner werden die Differenzen $p_i' - p$ im Mittel; von $\varphi = 120°$ an zeigen sich sogar einige negativ. Doch sind die positiven Differenzen nach Anzahl und numerischem Werth immer noch im Ueberschuss, so dass man im Mittel ein geringes Zurückbleiben des Indicators annehmen muss. Während des Ausströmens ändern sich die Differenzen unregelmässiger; die Summationen der Reihen schwanken auch mit wachsendem n wegen Kleinheit der Pressung p_e verhältnissmässig viel stärker als vorher, so dass sich aus den Tabellenwerthen keine sicheren Schlüsse mehr ziehen lassen.

Um den Einfluss der Ungenauigkeiten des Diagrammes auf die Ergebnisse einer calorimetrischen Untersuchung zu zeigen, habe ich für zwei Kurbelstellungen die specifische Dampfmenge, x, des Cylinderinhaltes berechnet. Bei der Maschine, an welcher das Diagramm abgenommen wurde, beträgt der vom Kolben bestrichene Raum $Fs = 51{,}05$ Liter, der schädliche Raum 1,75 Liter. Das in letzterem in jedem Spiel zurückbleibende Dampfgewicht ergab sich unter der Annahme vollkommener Trockenheit desselben zu $G_0 = 0{,}537$ *gr*. Die Maschine brauchte für jede Füllung $G = 44{,}3$ *gr* Dampf. Als Pressungen habe ich einmal p_e angenommen, das andere Mal ein p_i, welches um so viel grösser ist, als das ungefähre Mittel der Differenzen $p_i' - p$ für $n = 20$ und 40 beträgt. Hiermit berechnet sich:

φ	p_e	x_e	p_i	x_i
45°	4,845	0,5271	4,900	0,5328
135°	1,115	0,6523	1,125	0,6629

Die Abweichung der Werthe von x_i gegenüber denjenigen von x_e steigt also auf rund 1 bis $1^1/_2$%. Läuft die Maschine rascher, so wächst der Einfluss der Massen und Widerstände mit ω^2, und das Indicatordiagramm gestattet bald nicht mehr, den jeweiligen Zustand des Dampfes genügend genau zu bestimmen. Bei Berechnung der Wärmeübergänge ist die Ungenauigkeit von x_i allerdings weniger nachtheilig, da diese Grösse dabei nur in Differenzen der Producte $x\varrho$ auftritt. Dagegen ist gleichzeitig auch die bis zum absoluten Nulldruck zu messende Arbeitsfläche nöthig, und diese wird im gleichen Verhältniss ungenau, wie p_i gegenüber p_e.

Es ist durchaus richtig, wenn einige Fabriken von Indicatoren für die Untersuchung rascher laufender Maschinen ein kleineres Modell ausführen. Bei demselben ist M kleiner und σ wahrscheinlich grösser, und dadurch wird der ungünstige Einfluss des grösseren Werthes von ω wenigstens theilweise ausgeglichen. (Schluss folgt).

Das Eisenbahnunglück bei Mönchenstein.

VIII.

Dem in unseren beiden vorhergehenden Nummern auszugsweise mitgetheilten Bericht der Direction der Jura-Simplon-Bahn an das schweizerische Eisenbahndepartement ist als Anhang eine Darstellung der Vorkehrungen beigegeben, welche von ersterer Seite unmittelbar nach der Katastrophe ins Werk gesetzt wurden. Dieselben beziehen sich auf die Räumung der Birs, die Hebung des in den Fluss gestürzten Zuges und die Herstellung der unterbrochenen Eisenbahnverbindung. Die Oberleitung für diese Arbeiten fiel dem Directionsmitgliede Herrn Oberst *Dumur* zu, dem das Bauwesen und der Bahnunterhalt der J. S. B. dienstlich unterstellt sind. Ueber seine ganze Thätigkeit in dieser Richtung hat der Genannte einen sehr einläss-