Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 31/32 (1898)
Heft: 20

Artikel: Beitrag zur Berechnung einiger besonderer Sprengwerksformen
Autor: Mantel, G.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-20817

Beitrag zur Berechnung einiger besonderer Sprengwerksformen.

Von Ingenieur *G. Mantel*, in Zürich.

I.

Gewisse Konstruktionen des Eisenbaues werden, trotz häufiger Verwendung wohl kaum je genau nachgerechnet. Es hängt dies zusammen einerseits mit der Kleinheit derselben, anderseits mit der Umständlichkeit einer richtigen Berechnung. Beide Umstände zusammen veranlassen, dass man sich mit Annäherungen begnügt. Für die Praxis mag das auch in den meisten Fällen gerechtfertigt sein; trotzdem dürfte es von Interesse erscheinen und das Urteil in jenen Fällen angenäherten Rechnens erleichtern, wenn der Konstrukteur das eine oder andere Mal ein Beispiel genau durchrechnet.

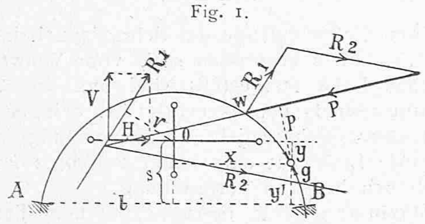
Zu den Konstruktionen, die wir im Auge haben, gehören z. B. die Ueberdeckungen der Bahnsteige, wobei die Abdeckung durch Rahmen getragen wird, welche aus zwei am Perronrand angeordneten Säulen bestehen, auf deren Köpfen und mit ihnen steif verbunden satteldachförmige, vollwandige oder fachwerkartige Sparren ruhen, meist beidseitig noch überkragend, um dem Reisenden einen geschützten Eintritt in die Wagen zu gestatten. Gewöhnlich sind die Säulenfüsse in im Boden eingelassenen Betonklötzen verankert und in diesem Falle bildet der Rahmen einen Bogenträger ohne Gelenke. Muss die Verankerung als ungenügend betrachtet werden, um kleine Verdrehungen der Füsse zu hindern, so nähert sich das Bauwerk einem Bogen mit Gelenkauflagern; nach Wunsch kann auch ein Gelenk im Scheitel angebracht werden.

Da neben den lotrechten Kräften noch geneigte Windbelastungen auftreten, so müssten nach den üblichen Verfahren erst die lotrechten Lasten für sich behandelt werden, denen die entsprechenden Teilkräfte der Windlasten beizufügen wären, und sodann die wagrechten Teilkräfte dieser letzteren. Namentlich der Umstand, dass man es nicht mit lotrechten Lasten allein zu thun hat, macht die Berechnung umständlich. Es wäre daher wünschenswert, für die nach verschiedenen Neigungen schief gerichteten Gesamtlasten des Daches die Stützendrücke in einfacher Weise berechnen zu können. Das ist nun möglich und praktisch leicht durchführbar, sobald bogenähnliche Gebilde, sog. Sprengwerksträger, entweder nur in wenigen Punkten belastet, oder aber aus wenigen geraden Stäben zusammengesetzt sind. Wir erinnern kurz an einige Lehren der Culmann'schen Elasticitätslehre über die Ermittelung der Formänderungen krummer Stäbe.

II.

Die Bewegung eines mit dem Ende A fest verbundenen Punktes O eines gekrümmten Stabes AB, Fig. 1, welch' letzterer in B festgehalten und in w durch die beliebig gerichtete

Fig. 1.



Kraft P belastet ist, nach einer beliebigen Richtung hin, ist gleich P mal dem Centrifugalmoment der elastischen Gewichte $g = \frac{\Delta s}{EJ}$ der Stabelemente zwischen B und w in Bezug auf die Kraftrichtung und die Bewegungsrichtung des Punktes; die Drehung des Punktes O ist gleich P mal dem statischen Moment der nämlichen Gewichte in Bezug auf die Richtung von P. Es ist daher die

Horizontalbewegung des Punktes O $\quad h = P \sum_w^l g p y$

die Vertikalbewegung des Punktes O $\quad v = P \sum_w^l g p x$ und

die Drehung des Punktes O $\quad \delta = P \sum_w^l g p$

$\sum_w^l$ steht für die Produktensummen vom festgehaltenen Punkte B aus bis zum Lastangriffspunkte w. Müsste neben dem Einfluss der Momente auch noch derjenige der in der Achse der Elemente wirkenden Längskräfte und derjenige der Querkräfte mitberücksichtigt werden, so wären die von W. Ritter in die Elasticitätslehre eingeführten Elasticitäts-Ellipsen der einzelnen Bogenelemente zu berücksichtigen, doch ist das für unsere Untersuchung nicht nötig.

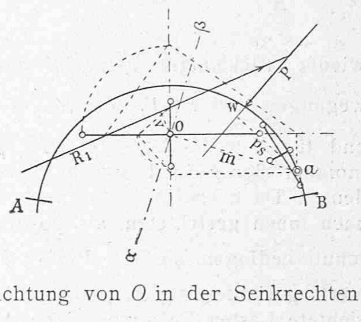
Die aufgeschriebenen Bewegungen h, v, δ des Punktes O müssen nun für den *Bogen mit festen Auflagern* durch die den ganzen Bogen beeinflussenden Kräfte H und V, Teilkräfte des linksseitigen Stützendruckes R, und das Moment $M = Rr$ rückgängig gemacht werden. Bezeichnet man die Summe aller elastischen Gewichte $\sum_o^l g$ mit G, die Trägheitsmomente der Gewichte in Bezug auf die wagrechte Achse mit $T_v = G \cdot i_v^2$, in Bezug auf die lotrechte Achse mit $T_h = G \cdot i_h^2$, wobei man nach dem Vorgange W. Ritters*) den Punkt O mit dem Schwerpunkt der g zusammenfallen lässt, so erzeugt H nur eine wagrechte Verschiebung von P im Betrag von $h = H \cdot J_v$; V nur eine lotrechte Verschiebung im Betrag von $v = V \cdot J_h$; M eine Drehung $\delta = M \cdot G$. Aus der Gleichsetzung der Bewegungen folgen

$$H = P \cdot \frac{\sum_w^l g \cdot p \cdot y}{T_v}; \qquad V = P \frac{\sum_w^l g\, p\, x}{T_h}; \qquad M = P \frac{\sum_w^l g p}{G}$$

ferner $R = \sqrt{H^2 + V^2}$ und $r = \frac{M}{R}$, womit Grösse, Lage und Richtung des linken Stützendruckes gegeben.

Ein anderer Weg zur Bestimmung des Stützendruckes, den zuerst ebenfalls W. Ritter*) gezeigt, besteht darin, dass man den Antipol a der Kraftrichtung P bezügl. der Elasticitätsellipse des Stückes Bw sucht und zu diesem die Antipolare R_1 bezügl. der Gesamtellipse (Fig. 2). Sie giebt Richtung und Lage des linken Stützendruckes; dessen Grösse findet man wieder aus der Bedingung der Gleichheit der Grösse der Bewegungen des Punktes O unter dem Einfluss der Kräfte P und R_1, welche lautet, da die Bewegungsrichtung von O in der Senkrechten $\alpha\beta$ zu aO liegt:

Fig. 2.



$$P \sum_w^l g.p.y = R_1 \cdot G \cdot m \cdot r, \text{ woraus folgt } R_1 = \frac{P \sum_w^l g.p.y^{**)}}{G \cdot m \cdot r}.$$

Hier bedeutet y den Abstand der Schwerpunkte der mit g belasteten Bogenelemente von der Geraden $\alpha\beta$; statt $\sum_w^l g.p.y$ kann man schreiben $p_s \cdot m \sum_w^l g$, sodass also

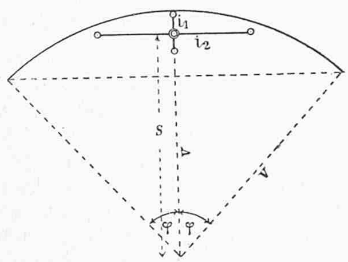
*) W. Ritter, der elastische Bogen. Zürich 1886.

**) In dieser Figur und in Fig. 2, 3, 6, 7 und 11 ist das r aus Versehen ähnlich einem v geschrieben.

$$R_1 = \frac{P.p_s.m \sum\limits_w^l g}{G.m.r} = \frac{p_s.\sum\limits_w^l g}{G.r}.P$$

wird. Noch einfacher führt die Bedingung, dass die durch P verursachte Drehung δ des Punktes O durch R_1 wieder rückgängig gemacht werden muss, zum Ausdruck von R_1. Die Bedingung lautet nämlich $P\sum\limits_w^l g\,p = P\,p_s \sum\limits_w^l g = R_1\,G\,r$, woraus sich für R_1 wieder der obige Wert ergiebt. Für den kreisförmigen Bogen mit konstantem Trägheitsmoment möchte diese Methode der Berechnung, wenigstens für schiefe Kräfte, weitaus die einfachste sein, weil sich die Achsen der Elasticitätsellipse jedes Bogenabschnittes leicht

Fig. 3.



berechnen und ein für alle mal in einer kleinen Tabelle zusammenstellen lassen. Ist φ der halbe Centriwinkel, so ist

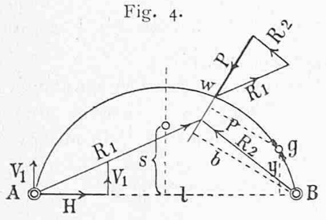
$$G = \frac{2\,r\,\varphi}{E\,J};\quad s = r\,\frac{\sin.\varphi}{\varphi};\quad i_1^2 = r^2\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\,\frac{\sin.2\,\varphi}{\varphi}\right)$$

$$i_2^2 = r^2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\,\frac{\sin.2\,\varphi}{\varphi} - \frac{\sin.^2\varphi}{\varphi^2}\right).\ \text{(Fig. 3)}$$

Der Richtungssinn von R_1 findet sich aus der Bedingung, dass sowohl R_1 wie P_1, aber im entgegengesetzten Drehungssinn, um den Punkt a drehen, dessen Lage sich immer leicht abschätzen lässt, auch wenn man ihn nicht zur Ermittelung von R_1 benützt, sondern nach der erst erwähnten Methode mehr rechnerisch vorgeht.

* * *

Fig. 4.



Beim *Bogen mit Punktauflagern* (Fig. 4) besteht die einzige Bedingung darin, dass die durch P verursachte Horizontalbewegung $h = P\sum\limits_w^l g.p.y$ des frei gedachten Auflagers A durch die beiden Teilkräfte V_1 und H_1 des linken Stützendruckes R_1 wieder rückgängig gemacht werde. Die Horizontal-Bewegungen sind für V_1 oder $P.\frac{b}{l} = P\frac{b}{l}G\cdot s\cdot\frac{l}{2} = \frac{1}{2}P.G.s.b$ und für $H = H\cdot\Sigma g\cdot y^2 = H\cdot T_v$, wo T_v das Trägheitsmoment der g in Bezug auf die Fusspunktsehne AB bedeutet. Da nach links gerichtete Bewegungen von A einen nach innen gerichteten, als positiv zu bezeichnenden Bogenschub bedingen, so ist $\frac{1}{2}P\cdot G\cdot s\cdot b$ positiv, so lange V_1 aufwärts gerichtet ist; P dreht für lotrechte und einwärts gerichtete Lasten links um seinen Antipol bezügl. des Stückes Bw, erzeugt also eine entgegengesetzte Horizontalbewegung von A. In diesem Fall hat also H die Differenz beider Bewegungen rückgängig zu machen, schreibt sich demnach

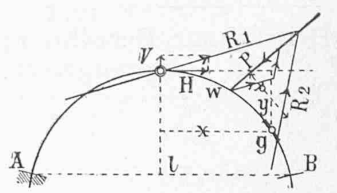
$$H = \frac{\frac{1}{2}G.s.b - \sum\limits_w^l G.p.y}{T_v}.P$$

Ist V_1 nach abwärts gerichtet, oder dreht P nach rechts um seinen Antipol herum, so ändert sich das Vorzeichen des ersten, resp. des zweiten Gliedes im Zähler.

* * *

Besitzt der Bogen *ein Scheitelgelenk*, während die Füsse fest eingespannt sind, so überträgt sich der Stützendruck der die äussere Last P *nicht* enthaltenden Bogenhälfte in demselben und belastet jede der beiden Hälften in gleicher und entgegengesetzter Richtung. Diese Belastungen haben die Aufgabe, die Enden der beiden Hälften wieder zur Berührung zu bringen, nachdem P — bei gelöst gedachtem Gelenk — das eine am andern vorbei geschoben hat. Betrachten wir zuerst die horizontalen Bewegungen der zwei von einander unabhängig gedachten Scheitelpunkte, Fig. 5.

Fig. 5.



P erzeugt eine Bewegung des zur rechten Bogenhälfte gehörenden Scheitelpunktes von $h_1 = P\sum\limits_w^l g\cdot p\cdot y$; jede der beiden gleich und entgegengesetzten Teilkräfte H von R eine solche von $H\sum\limits_{l/2}^l g\,y^2$, beide trennen die Scheitel also in wagrechter Richtung um den Betrag $h_2 = H\sum\limits_o^l g\,y^2 = H\,T_v$ von einander. Die beiden gleichen und entgegengesetzt gerichteten Teilkräfte V von R endlich erzeugen an beiden Scheitelpunkten Horizontalbewegungen von gleicher Grösse und gleichem Sinn, bleiben also ohne Einfluss, die oben angeschriebenen beiden wagrechten Bewegungen müssen sich ohne weiteres aufheben, woraus für H folgt

$$H = P\sum_w^l g\cdot p\cdot y : T_v.$$

Die analoge Betrachtung führt zur Bestimmung der Teilkraft V. P erzeugt eine lotrechte Bewegung des Scheitels der rechten Bogenhälfte von $v_1 = P\sum\limits_w^l g\cdot p\cdot x$; die Teilkräfte V bewirken eine Trennung der beiden Scheitelpunkte in lotrechter Richtung um $v_2 = V\sum\limits_o^l gx^2 = V\,T_h$, die Teilkräfte H sind auf die lotrechte Entfernung beider Scheitel ohne Einfluss, es folgt daher aus der Gleichsetzung von v_1 und v_2

$$V = P\sum_w^l g\cdot p\cdot x : T_h.$$

T_v und T_h bedeuten die Trägheitsmomente der g in Bezug auf die wagrechte und lotrechte Achse durch das Scheitelgelenk. Mit V und H ist $R = \sqrt{V^2 + H^2}$ selbst nach Grösse, Richtung und Lage gegeben; R bildet den Stützendruck für die nicht belastete Bogenhälfte, denjenigen für das andere Auflager findet man durch Zusammensetzung von R mit der Last P.

Zum Schluss muss beigefügt werden, dass sich alle obigen Entwickelungen auf symmetrisch gebaute Bogen beziehen, die ja fast ausschliesslich vorkommen; die Erweiterung auf unsymmetrische Bogen ist nicht schwierig.

(Fortsetzung folgt.)

Albulabahn.

Nachdem die Grundzüge der Schmalspurbahn, welche Thusis mit St. Moriz verbinden soll, vom Verwaltungsrat der Rhätischen Bahn festgestellt sind und die Ausschreibung des Haupttunnels bereits erfolgt ist, bringen wir über dieses interessante Bahnprojekt einige vorläufige Angaben.

Die ganze Linie hat eine Länge von 63,2 *km* und ist zu 19,6 Millionen Franken veranschlagt.

Die Maximalsteigung beträgt zwischen Thusis und Filisur (*km* 24,5) 25‰; zwischen Filisur und Bevers (*km* 55,5) 35‰.

Der Minimalradius ist 120 *m*.

Am Ausgang des Albulatunnels erreicht die Bahn die Höhe von 1818 *m* ü. M.