Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 41/42 (1903)

Heft: 8

Inhaltsverzeichnis

Ein neuer Weg zur Berechnung der Staukurve.

Von Prof. Dr. *A. Fliegner.*

In der „Zeitschrift für Gewässerkunde", 5. Bd., Heft 2, hat Herr Ingenieur Dr. *Heinrich Walter* in Cassel unter dem Titel: „Neues analytisch-graphisches Verfahren zur Bestimmung der Stauweite" eine Untersuchung veröffentlicht, in der er unter anderen auch eine Formel zur Berechnung der Staukurve verwendet, welche ich früher in meiner Vorlesung über praktische Hydraulik angegeben hatte. Da mich diese Formel nicht ganz befriedigte, so habe ich schon seit einigen Jahren einen neuen Weg für diese Berechnung vorgeschlagen, der aber noch nicht über den Kreis meiner unmittelbaren Zuhörer hinausgedrungen zu sein scheint. Ich möchte ihn daher hier der Oeffentlichkeit übergeben.

Zu diesem Zwecke muss ich zunächst die allgemeine Differentialgleichung für die ungleichförmige Bewegung des Wassers in offenen Leitungen kurz entwickeln. Es bezeichne:

F den Querschnitt des Wasserlaufes an irgend einer Stelle,
b die Breite im Wasserspiegel,
$y = F/b$ die sogenannte *mittlere Wassertiefe*,
r den Profilradius,
w die mittlere Geschwindigkeit im Querschnitte,
α das relative Sohlengefälle,
α' das davon verschiedene relative Gefälle im Wasserspiegel,
λ den Reibungskoeffizienten.

Zwischen zwei unendlich benachbarten Querschnitten im Abstande dx lässt sich dann folgende Arbeitsgleichung aufstellen: Im obern Querschnitt enthält das Wasser für jedes durchströmende Kilogramm in Form von Geschwindigkeit die Arbeit $w^2/2g$ angehäuft. Bis zum unendlich benachbarten untern Querschnitte nimmt es durch die Einwirkung der Schwerkraft die Arbeit $\alpha' dx$ auf. Im untern Querschnitt enthält es noch in Form von Geschwindigkeit die Arbeit: $w^2/2g + d(w^2/2g)$, während auf der Strecke dx durch Widerstände verloren geht: $\lambda\,(dx/r)\,(w^2/2g)$. Lässt man die endlichen Glieder $w^2/2g$ gleich weg, so bleibt für den Zusammenhang dieser Grössen der Ausdruck:

$$(1) \qquad \alpha'\,dx = \frac{w\,dw}{g} + \frac{\lambda}{r}\,\frac{w^2}{2g}\,dx$$

übrig. Aus Abb. 1 folgt nun, dass

$$(2) \qquad \alpha' dx + dy = \alpha dx$$

ist. Ferner gilt noch die Kontinuitätsgleichung:

$$(3) \qquad Q = Fw = byw = \text{const.},$$

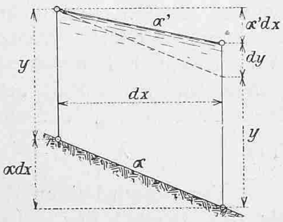

Abb. 1.

wobei allerdings, wie üblich, angenähert angenommen ist, dass die verschiedenen Geschwindigkeitsrichtungen in jedem Querschnitte genügend wenig divergieren oder konvergieren, um als unter sich parallel und senkrecht zum Querschnitte gerichtet angesehen werden zu dürfen. Differenziert man Gleichung (3), so folgt schliesslich:

$$(4) \qquad dw = -\,w\,\frac{dy}{y} - w\,\frac{db}{b}\,.$$

Setzt man die Werte von $\alpha' dx$ aus Gleichung (2) und von dw aus Gleichung (4) in Gleichung (1) ein und ordnet anders, so erhält man als allgemeine Differentialgleichung für die ungleichförmige Bewegung:

$$(5) \qquad \left(\alpha - \frac{\lambda}{r}\,\frac{w^2}{2g}\right) dx = \left(1 - \frac{w^2}{gy}\right) dy - \frac{w^2}{g}\,\frac{db}{b}\,.$$

Eine Integration dieser Gleichung ist bekanntlich nur unter weitgehenden Annäherungen durchführbar, unter welchen aber die Genauigkeit des Schlussergebnisses leidet. Um genauer vorgehen zu können, hatte ich daher damals die Differentialgleichung in eine Differenzengleichung umgewandelt, sie also sofort auf ein Stück von der endlichen Länge x angewendet. Dann ist zunächst dx durch x zu ersetzen. Bezeichnet man ferner die Werte im Anfangsquerschnitte mit dem Zeiger $_a$, die im Endquerschnitte mit $_e$, so tritt an die Stelle von dy die Differenz $y_e - y_a$ und ebenso an die Stelle von db: $b_e - b_a$. Für die übrigen, auf der Strecke x im allgemeinen veränderlichen Werte müssen *Mittelwerte* mit dem Zeiger $_m$ eingeführt werden. Das gibt statt Gleichung (5):

$$(6) \quad \left(\alpha_m - \frac{\lambda_m}{r_m}\,\frac{w_m^2}{2g}\right) x = \left(1 - \frac{w_m^2}{g y_m}\right)(y_e - y_a) - \frac{w_m^2}{g}\,\frac{b_e - b_a}{b_m}.$$

Bekannt sind in dieser Gleichung nur alle Anfangswerte, entweder als im Ausgangsquerschnitte der ganzen Rechnung unmittelbar gegeben, oder als Endwerte einer vorangegangenen Strecke berechnet. Unbekannt sind alle übrigen Werte, mit Ausnahme eines einzigen, der als Urvariabele eingeführt werden muss. Alle diese Werte hängen aber miteinander zusammen, sodass die Bestimmung von einem weitern unter ihnen genügt. Die Lösung erfordert jedoch umständliche Annäherungsrechnungen.

Herr *Walter* hat nun einen bedeutend einfachern Weg zur Auflösung dieser Gleichung angegeben. Allerdings setzt er dabei ausdrücklich einen verhältnismässig breiten Wasserlauf voraus, sodass er

$$b_e = b_a = b = \text{const.}$$

einführen kann, wodurch das letzte Glied verschwindet. Ferner nimmt er an, dass das Querprofil des Flussbettes auf der ganzen für den Stau in Frage kommenden Strecke angenähert ungeändert bleibt, so dass die Berechnungen über die Querschnittsverhältnisse von der Lage des Querschnittes unabhängig werden. Mit diesen Annäherungen entwickelt er dann ein teils rechnerisches, teils zeichnerisches, verhältnismässig kurzes Verfahren zur Bestimmung des Abstandes zweier Querschnitte, in denen bestimmte mittlere Wassertiefen y angenommen sind. Wegen des Nähern muss ich auf die Quelle selbst verweisen.

Bei einem unregelmässigeren Wasserlaufe kann aber dieser Weg kaum genügend genaue Ergebnisse liefern, weil sich dann der Zusammenhang zwischen F, r, y und λ von Querschnitt zu Querschnitt tatsächlich ändert. Dazu kommt noch ein anderer Uebelstand. Durch Messung wird nämlich das wirkliche relative Sohlengefälle beobachtet, oder das beim ursprünglichen Wasserlaufe diesem angenähert gleiche relative Spiegelgefälle. In Gleichung (6) bedeutet dagegen α_m das mittlere *relative Gefälle in der mittlern Wassertiefe y.* Diese beiden Gefälle sind nun nicht gleich, mit einziger Ausnahme eines rechteckigen Querprofiles. Wollte man möglichst genau rechnen, so bliebe also nichts anderes übrig, als dieses α_m ebenfalls den unbekannten Grössen beizuzählen und es mit zu bestimmen. Das geht aber auch nicht ohne umständlichere Proberechnungen zu erreichen.

Aus diesen Gründen habe ich schon seit einigen Jahren die Gleichung (6) verlassen und schlage jetzt zur Berechnung der Staukurve folgenden anderen Weg ein: Ich stelle die Arbeitsgleichung auch sofort für ein endliches Stück von der Länge x auf, aber in etwas anderer Form, indem ich unmittelbar die ganze *Spiegelsenkung h* auf ihm einführe. Behalten die Zeiger ihre vorige Bedeutung bei, so lässt sich die Arbeitsgleichung für diese Strecke in der Form schreiben:

$$(7) \qquad \frac{w_a^2}{2g} + h = \frac{w_e^2}{2g} + \lambda_m\,\frac{x}{r_m}\,\frac{w_m^2}{2g}.$$

Ersetzt man hier die Geschwindigkeiten nach der Kontinuitätsgleichung (3) durch Q/F, multipliziert dann die