

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 85/86 (1925)  
**Heft:** 1

## Inhaltsverzeichnis

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 02.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Zur Festigkeitsberechnung von Hochdruck-Kesseltrommeln. — Ueber den Aufbau und Charakter der Kosten von Eisenbahnbetrieben. — Die neue Synagoge an der Freigutstrasse in Zürich (mit Tafeln 1 und 2). — Zur Reorganisation der Eidgen. Materialprüfungsanstalt an der E. T. H. in Zürich. — Les Lacs, leur mode de formation, leurs eaux, leur destin. — Nekrologie: Friedrich Wehrli. — Miscellanea: Wasser-

lose Gasbehälter. Eine verkehrswissenschaftliche Woche in München. Starkstromunfälle in der Schweiz. Eidgenössische Technische Hochschule. Eine Stauammer von 220 m Höhe. — Konkurrenzen: Reconstruction de la Mosquée d'Amrou au Caire. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Gesellschaft Ehemaliger Studierender der E. T. H. S. T. S.

Band 86.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 1

### Zur Festigkeitsberechnung von Hochdruck-Kesseltrommeln.

Von Prof. Dr. E. MEISSNER, Zollikon bei Zürich.

In jüngster Zeit werden durch die Firma Krupp u. a. nahtlos geschmiedete Hochdruck-Kesseltrommeln aus Fluss-eisen und Nickelstahl ausgeführt, die beträchtlichen Innendruck (bis 120 kg/cm) und Temperaturen bis über 400° C. ausgesetzt sind. Sie bestehen aus einem zylindrischen Teil, der an beiden Enden durch Halbkugelschalen abgeschlossen ist. Für ihre Berechnung fehlt es einstweilen an einer sichern Grundlage<sup>1)</sup>. Der nachstehende Aufsatz sucht dazu einen Beitrag zu liefern. Er behandelt die elastische Aufgabe zunächst unter Annahme konstanter Wandstärke, konstanter Temperatur und undurchlochter Halbkugeln. Dabei zeigt es sich, dass zwar grundsätzlich die von mir entwickelte<sup>2)</sup> Theorie der elastischen Kugelschale herangezogen werden muss, dass sich aber eine durch sie kontrollierbare Näherungslösung verhältnismässig einfach angeben lässt, die auch für noch recht dicke Schalen genau genug ist.

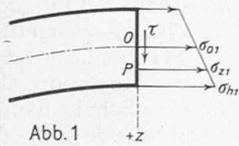


Abb. 1

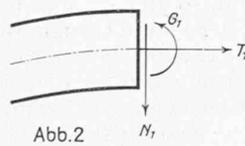


Abb. 2

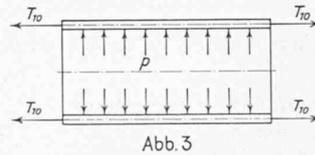


Abb. 3

#### 1. Die Annahmen der Schalentheorie über die Spannungsverteilung.

Eine Schale von der Form einer Rotationsfläche mit rotationssymmetrischer Belastung sei gegeben. Ihre konstante Wandstärke sei  $H = 2h$ . In Abbildung 1 sei  $P$  ein Punkt im Abstand  $OP = z$  von der Schalenmittelfläche ( $z$  positiv nach innen gemessen),  $\sigma_{z1}$  bzw.  $\sigma_{z2}$  seien die Normalspannungen auf ein Element, das normal zum Meridian bzw. Breitenkreis liegt,  $\varepsilon_{z1}$  und  $\varepsilon_{z2}$  seien die zugehörigen Dehnungen. Für die Normalspannung wird lineare Verteilung über die Schalendicke vorausgesetzt

$$\sigma_{z1} = \sigma_{01} + \lambda_1 z \quad \sigma_{z2} = \sigma_{02} + \lambda_2 z \quad \dots \quad (1)$$

Es bestehen im Normalschnitt zum Meridian auch Schubspannungen  $\tau$  in der  $z$ -Richtung.

Wir fassen zweckmässig die Spannungen, die auf ein Stück der Länge  $1$  längs eines Breitenkreises bzw. Meridians wirken, zu resultierenden Kräften und Momenten zusammen. Es ergeben sich die resultierenden Normalkräfte (Abb. 2)

$$T_1 = \int_{-h}^{+h} \sigma_{z1} \cdot 1 \cdot dz = \sigma_{01} \cdot 2h \quad T_2 = \sigma_{02} \cdot 2h$$

und die Biegemomente pro Längeneinheit

$$G_1 = \int_{-h}^{+h} \sigma_{z1} \cdot z \cdot 1 \cdot dz = \lambda_1 \frac{2h^3}{3} \quad G_3 = \lambda_2 \frac{2h^3}{3}$$

sowie eine resultierende Schubkraft  $N_1$  im Normalschnitt zum Meridian; für den Normalschnitt zum Breitenkreis ist sie aus Symmetriegründen null. Umgekehrt ist die mittlere Normalspannung

$$\sigma_{01} = \frac{T_1}{2h}, \quad \sigma_{02} = \frac{T_2}{2h} \quad \dots \quad (2)$$

die Biegungsspannung der äussersten Faser

$$\sigma_{h1} = \frac{3G_1}{2h^2}, \quad \sigma_{h2} = \frac{3G_2}{2h^2} \quad \dots \quad (3)$$

und somit die extreme Normalspannung

$$\frac{T_1}{2h} \pm \frac{3G_1}{2h^2} \quad \text{bzw.} \quad \frac{T_2}{2h} \pm \frac{3G_2}{2h^2} \quad \dots \quad (4)$$

<sup>1)</sup> Ich verdanke den Hinweis auf das Problem dem Obergeringenieur des Schweizer. Vereins von Dampfkesselbesitzern, Herrn E. Höhn.

<sup>2)</sup> Physikalische Zeitschrift, 14. Jahrgang, 1913, Seite 343 bis 349.

#### 2. Die Formeln für die Zylinderschale.

Wir werden es im folgenden vor allem mit einer Zylinderschale zu tun haben. Sie habe den Halbmesser  $a$ . Es sei  $x$  die Koordinate gemessen längs einer Erzeugenden. Die Ableitungen nach  $x$  werden durch Akzente bezeichnet.

Seien  $u(x)$ ,  $w(x)$  die Verschiebungen eines Punktes  $O(x)$  der Mittelfläche (Abbildung 1) in der Richtung der Erzeugenden und normal zur Fläche in der  $+z$ -Richtung bei der Deformation. Alsdann gibt das Hooke'sche Gesetz in Verbindung mit der Annahme, dass Flächennormalen gerade und normal bleiben<sup>1)</sup>, die folgenden Beziehungen zwischen den Spannungen und den Verschiebungen:

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= \frac{2Eh}{1-\nu^2} (u' - \nu \frac{w}{a}); & T_2 &= \frac{2Eh}{1-\nu^2} (-\frac{w}{a} + \nu u') \\ G_1 &= -D w'' & G_2 &= -\nu D w'' \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Hierbei ist  $E$  der Zugmodul,  $\nu$  die reziproke Poisson'sche Zahl, und  $D$ , die sogenannte Schalensteifigkeit, ist gegeben durch

$$D = \frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)} \quad \dots \quad (6)$$

Beschränken wir uns auf den Fall, dass die Belastung aus einem konstanten Innendruck  $p$  besteht, so ergeben die Gleichgewichts-Bedingungen für ein Schalenelement

$$T_1 = \text{konst} = T_{10}; \quad N_1 = G_1' = -D w'''; \quad \frac{T_2}{a} + N_1' - p = 0 \quad (7)$$

Man findet daraus

$$w'''' + 4\lambda^4 w = \frac{1}{D} \left( \frac{\nu T_{10}}{a} - p \right) \quad \text{mit} \quad \lambda^4 = \frac{3(1-\nu^2)}{4a^2 h^2} \quad (8)$$

oder indem man  $\xi = \lambda x$  einführt und Ableitungen nach  $\xi$  mit Punkten bezeichnet:

$$w'''' + 4w = \frac{2a^2}{Eh} \left( \frac{\nu T_{10}}{a} - p \right) \quad \dots \quad (8')$$

Diese Gleichung hat die spezielle Lösung

$$w_z = \frac{a^2}{2Eh} \left( \frac{\nu T_{10}}{a} - p \right) \quad \dots \quad (9)$$

und ihre allgemeine Lösung lautet

$$w = w_z + a_1 e^{\xi} \cos \xi + a_2 e^{\xi} \sin \xi + a_3 e^{-\xi} \cos \xi + a_4 e^{-\xi} \sin \xi \quad \dots \quad (10)$$

oder anders geschrieben

$$w = w_z + b_1 \text{ch}(\xi) \cos \xi + b_2 \text{sh}(\xi) \sin \xi + b_3 \text{ch}(\xi) \sin \xi + b_4 \text{sh}(\xi) \cos \xi \quad \dots \quad (10')$$

Die Lösung  $w_z$  gehört zu dem in Abbildung 3 skizzierten Belastungsfall: Innendruck  $p$  und Axialzug  $T_{10}$  an den sonst freien Rändern. Das Glied  $-\frac{p a^2}{2Eh}$  gibt die Ausweitung des Zylinderhalbmessers durch den Druck und berechnet sich auch leicht aus der sogenannten Kesselformel. Das Glied  $\frac{\nu a T_{10}}{2Eh}$  stellt die radiale Kontraktion dar, die sich wegen des Axialzuges  $T_{10}$  einstellt. Der Zylinder bleibt bei dieser Deformation Kreiszyylinder. Nur der Radius geht von  $a$  nach  $a - w_z$ .

Im allgemeinen werden an den Zylinderrändern andere Bedingungen als diese herrschen. Zu  $w_z$  treten dann die in (10) gegebenen veränderlichen Glieder. Die Zylinder-Erzeugende geht über in eine Kurve, die nach (10) die Form einer gedämpften Schwingungskurve hat. Die Berg-

<sup>1)</sup> Die Theorie der elastischen Schalen ist entwickelt von A. E. H. Love: Elasticity (1906).