Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Band: 91/92 (1928)

Heft: 17

Inhaltsverzeichnis

Band 92. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. **Nr. 17**

Berechnung von Trägern mit teilweiser Dreieckbelastung.

Von Ing. F. KRETZSCHMAR, Zürich.

Im Binnenschiffbau kann man die Seitenspanten von Kähnen und die Schottsteifen wohl aller Schiffsarten, sowie im Behälterbau die Wandsteifen, als gerade Träger mit überall gleichem Widerstandsmoment betrachten, die durch Dreieckbelastung (den Wasserdruck) entweder

1. auf einem Teil ihrer Länge, oder
2. auf ihrer ganzen Länge

beansprucht werden.

Hierbei sind noch folgende Auflagerungen an den Enden zu unterscheiden:

a) beide Enden liegen frei auf (Schottsteifen),
b) das am meisten belastete Ende ist fest eingespannt (Seitenspanten ohne Kniebleche am Deckstringer),
c) beide Enden fest eingespannt (normale Seitenspanten).

Für die Fälle 1a, 1b und 1c sollen hier die maximalen Biegemomente usw. berechnet werden. Die Fälle 2a, 2b und 2c ergeben sich daraus von selbst als Grenzfälle.

Fall 1a.

Bedeutet a die Steifen- oder Spanten-Entfernung, H die Seiten- oder Spanten-Länge und h die Höhe der Wassersäule, je in cm, so ist nach Abbildung 1:

$$A = \frac{a\,h^2}{6000\,H}(3\,H - h) \qquad B = \frac{a\,h^3}{6000\,H}$$

$$M = B\,x - a\,\frac{(x - H + h)^3}{6000} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Den Ort des maximalen Biegemomentes findet man aus:

$$o = \frac{d\,M}{dx} = \frac{a}{6000}\left[-3\,x^2 + 6\,x\,(H - h) + 3\,(H - h)^2 + \frac{h^3}{H}\right]$$

woraus:

$$x = H - h + \sqrt{\frac{h^3}{3\,H}}$$

Setzt man: $\quad \frac{h}{H} = z \quad$ und $\quad x = k\,H \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$

so ergeben sich als Werte von k für verschiedene $z = h : H$

$h : H =$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$k =$	1,000	0,918	0,852	0,795	0,746	0,704	0,668	0,638	0,613	0,593	0,577

Die Werte der Formeln (2) in Formel (1) eingesetzt ergibt das maximale Biegemoment zu

$$M_{\max} = \frac{a\,h^3}{6000}\left[k - \left(\frac{k + z - 1}{z}\right)^3\right] = \frac{a\,h^3}{6000}\left[1 - 2 + 2\sqrt{\left(\frac{z}{3}\right)^3}\right]$$

$$= \frac{a\,h^3}{10^5}\,C_a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Die Werte von C_a sind für verschiedene $h : H$ die folgenden:

$h : H =$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$C_a =$	16,67	15,20	13,90	12,71	11,61	10,59	9,64	8,76	7,93	7,15	6,42

Fall 1b.

Nach Abbildung 2 ist:

von $x = o$ bis $x = H - h$: $\quad M_x = B\,x$

„ $\quad x = H - h$ bis $x = H$: $\quad M_x = B\,x - a\,\frac{(x - H + h)^3}{6000} \quad (4)$

und

$$\frac{\partial\,M_x}{\partial\,B} = x$$

Nach frühern Angaben[1]) bestimmt sich B aus:

$$\int M\,\frac{\partial\,M_x}{\partial\,B}\,dx = o$$

oder:

$$o = B\int_0^H x^2\,dx - \frac{a}{6000}\int_{H-h}^{H} x\,(x - H + h)^3\,dx$$

$$\frac{B\,H^3}{3} = \frac{a\,h^4}{120000}(5\,H - h)$$

$$B = \frac{a\,h^4}{H^3}\,\frac{5\,H - h}{40\,000} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Wie leicht zu beweisen und wie für Träger mit gleichmässig verteilter Belastung bekannt, liegt das maximale Biegemoment auch im vorliegenden Beispiel an der Einspannstelle und beträgt allgemein:

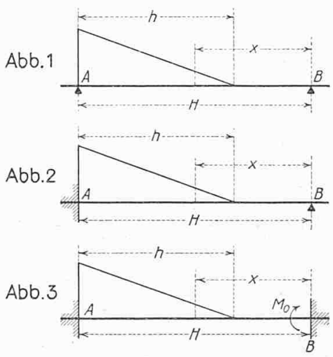
$$M_A = H \cdot B - \frac{a\,h^3}{6000} = \frac{a\,h^3}{10^5}\left(\frac{20}{1{,}2} - \frac{15\,h}{1{,}2\,H} + \frac{3\,h^2}{1{,}2\,H^2}\right)$$

Setzt man wieder $h : H = z$, so ergibt sich:

$$M_A = \frac{a\,h^3}{10^5}(16{,}67 - 12{,}5\,z + 2{,}5\,z^2) = \frac{a\,h^3}{10^5}\,C_b \quad . \quad (6)$$

Für C_b findet man für verschiedene $h : H$

$h : H =$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$C_b =$	16,67	15,44	14,26	13,14	12,06	11,04	10,06	9,13	8,26	7,44	6,67



Ein Vergleich der Werte für C_a und C_b zeigt, dass trotz der Einspannung das maximale Biegemoment zugenommen hat, die Einspannung also diesbezüglich von Nachteil ist. Dies gilt jedoch nur, wenn dieselbe vollkommen steif ist, was wohl selten der Fall sein wird.

Aehnlich liegen die Verhältnisse bei Trägern mit gleichförmig verteilter Last, nur dass dort in beiden Fällen die maximalen Biegemomente gleich gross, nämlich $Q\,l/8$ sind.

Die Vergrösserung der maximalen Biegemomente bei Dreiecksbelastung und einseitiger Einspannung ist dadurch bedingt, dass bei der Wanderung desselben von der Mitte nach dem eingespannten Ende dieses dort in den Bereich einer höhern spezifischen Belastung gelangt.

Immerhin kann diese einseitige Einspannung in anderer Beziehung von Vorteil sein, worauf hier nicht eingegangen werden soll.

Fall 1c.

Aus Abbildung 3 ergibt sich:

von $x = o$ bis $x = H - h$: $\quad M_x = B\,x - M_0$

„ $\quad x = H - h$ bis $x = H$: $\quad M_x = B\,x - M_0 - \frac{a\,(x - H + h)^3}{6000} \quad (7)$

Die Unbekannten B und M_0 berechnen sich wie folgt:

Es ist $\quad \frac{\partial\,M_x}{\partial\,B} = x\,; \qquad \frac{\partial\,M_x}{\partial\,M_0} = -1$

ferner

$$o = \int_0^H M_x\,\frac{\partial\,M_x}{\partial\,B}\,dx = J_1$$

$$o = \int_0^H M_x\,\frac{\partial\,M_x}{\partial\,M_0}\,dx = J_2$$

[1]) Zeitschrift „Schiffbau" Jahrgang II, Seite 772.