

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung

**Band:** 91/92 (1928)

**Heft:** 23

**Artikel:** Studien über Schwingungen von Kreisplatten und Ringen

**Autor:** Hort, W.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-42614>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 22.11.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Studien über Schwingungen von Kreisplatten und Ringen. — Die kombinierten Kraftwerke Klosters-Küblis und Davos-Klosters der Bündner Kraftwerke. — El Tema de nuestro Tiempo. — Mitteilungen: Schwerrostende Stähle. Prof. Dr. Gustav Gull. Einführung der Drolshammer-Güterzugbremse in der Schweiz. Basler Rheinshafenverkehr. Tunnel unter der Schelde bei Antwerpen. Der Verein Deutscher Strassenbahnen, Kleinbahnen und Privatseisenbahnen. Ausnutzung der

Wärmeenergie des Meeres. — Nekrologe: Johann Jakob Egloff. Paul Dapples. Karl Wetter. Othmar Schnyder. — Wettbewerbe: Werkgebäude der Stadt Solothurn. Neubau für die Bank in Langenthal. — Literatur. — Schweizer. Verband für die Materialprüfungen der Technik. — Mitteilungen der Vereine: Schweizer. Ingenieur- und Architekten-Verein. Zürcher Ingenieur- und Architekten-Verein und Technischer Verein Winterthur. Vortrags-Kalender. S. T. S. — An unsere Abonnenten.

## Studien über Schwingungen von Kreisplatten und Ringen.

Von Dr. W. HORT, Charlottenburg und Dr. M. KOENIG, Zürich.

### I. EINLEITUNG

Die Schwingungen von Kreisplatten sind seit Chladnis Entdeckung der Klangfiguren<sup>1)</sup> ein bevorzugter Gegenstand der experimententellen Untersuchung gewesen. Auf G. Kirchhoffs Veranlassung hat F. Strehlke<sup>2)</sup> die Methodik der Klangfiguren-Erzeugung und Ausmessung als physikalisches Präzisionsverfahren ausgebildet, wobei sich die Bestätigung der Kirchhoffschen Plattentheorie<sup>3)</sup> ergab. Strehlke benutzte Metall- und Glasplatten von einigen Dezimeter Durchmesser und etwa 1 cm Stärke.

In neuerer Zeit haben A. Elsas<sup>4)</sup> und F. A. Schulze<sup>5)</sup> neue Versuche angestellt, die methodisch von Bedeutung sind. Elsas benutzte die mittelbare Erregung von Kreisplatten zur Erzeugung erzwungener Schwingungen. Die Versuchsanordnung ist in Abbildung 1 dargestellt; die untersuchten Scheiben bestanden aus Pappe bzw. Gips, also aus Stoffen, die keine bestimmte Konstitution im Sinne der Differentialgleichungen der Elastizität besitzen. Darauf ist es wohl auch zurückzuführen, dass Elsas' Platten sich wesentlich anders verhalten, als nach der Kirchhoffschen Theorie und der Experimenten Strehlkes zu erwarten

gewesen wäre (Abb. 2 und 3). Insbesondere verwischt sich die Charakterisierung bestimmter Tonhöhen durch typische Klangfiguren. Vielmehr gehen die Klangfiguren mit veränderlicher Erregungszahl kontinuierlich ineinander über (Abb. 2). In der Reihe dieser Figuren finden sich die schon von Chladni beobachteten und von der Kirchhoffschen Theorie geforderten Gestalten niedrigster Ordnung vor (Abb. 2, 14), die Figuren höherer Ordnung weichen aber bedeutend ab.

F. A. Schulze bediente sich des Anblasens kleiner Mikroskop-Deckplättchen aus Glas durch Galtonpfeifen (Abb. 3). Entsprechend dem Umstand, dass Glas elastisch wesentlich besser definiert ist als Pappe oder Gips, sind die erhaltenen Klangfiguren vom Kirchhoffschen Typus (Abb. 4), woraus F. A. Schulze die Berechtigung ableitete, die nach den Klangfiguren berechneten Schwingungszahlen der Glasplättchen zum Eichen der Galtonpfeifen zu benutzen.

### II. DIE UNTERSUCHUNG DER SCHWINGUNGEN VON PROFILIERTEN KREISPLATTEN MIT ZENTRALER BOHRUNG.

Die Berechnung der Eigentöne und Klangfiguren gleichförmiger Kreisplatten ist durch die oben angeführte Untersuchung G. Kirchhoffs im wesentlichen erschöpft. Nach dieser Arbeit gab das Bedürfnis der Dampfturbinentechnik nach Verfahren zur Berechnung der Eigentöne nicht gleichförmiger Kreisplattenkörper (Turbinenscheiben) A. Stodola den Anlass, unter Verwendung des Rayleighschen Satzes vom

Extremwert der tiefsten Eigenfrequenz, die Theorie auf diese verwickeltere Frage auszudehnen.<sup>6)</sup> Diese Verfahren lassen sich auch auf Kreisplatten gleichförmiger Dicke mit zentraler Bohrung anwenden. Inzwischen hat aber M. Koenig in seiner Dissertation, Techn. Hochschule, Zürich 1927, die Auflösung der Periodengleichung für gleichförmige Kreisplatten mit Bohrung und ferner das Rayleighsche Prinzip der Frequenzberechnung bei wenig geänderten Systemen auf profilierte Kreisplatten angewendet. Weiter wird unten an Hand von Versuchen die erstgenannte Methode geprüft werden; ein zweiter Aufsatz über die Prüfung der Frequenzberechnung bei wenig geänderten Systemen wie Dampfturbinen-Scheiben (Abb. 5 und 6) wird folgen.

<sup>6)</sup> Ueber die Schwingungen an Dampfturbinenlaufrädern siehe „S. B. Z.“, 1914, Bd. 63 S. 272.

<sup>1)</sup> P. M. Chladni, Entdeckungen über die Theorie des Klanges, 1787; Acoustique 1802.  
<sup>2)</sup> Poggendorfs, Ann. 95 (1885), 577.  
<sup>3)</sup> Crelles Journ. 40 (1859).  
<sup>4)</sup> Wiedmanns Ann. N. F. 19 (1883), 474.  
<sup>5)</sup> Ann. d. Phys. IV. F. 24 (1907), 785.

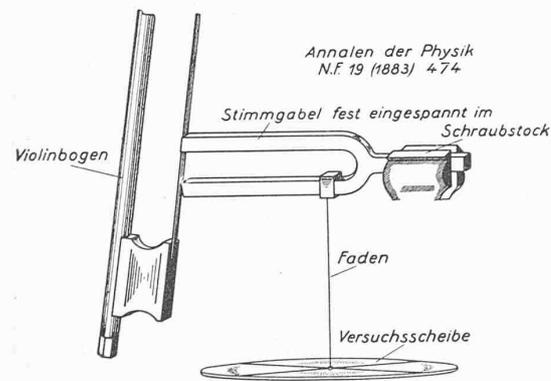


Abb. 1. Versuchsanordnung von A. Elsas.

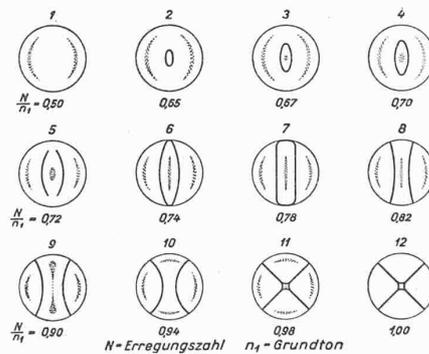


Abb. 2. Knotenlinien von Papp- oder Gipsscheiben bei erzwungenen Schwingungen nach A. Elsas.

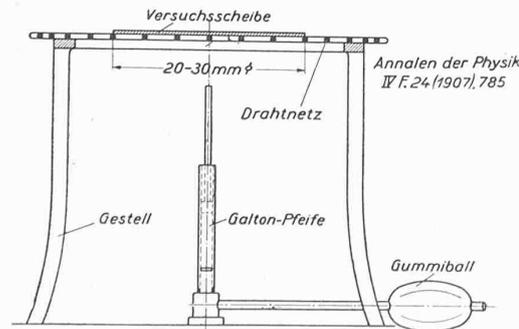


Abb. 3. Versuchsanordnung nach F. A. Schulze.

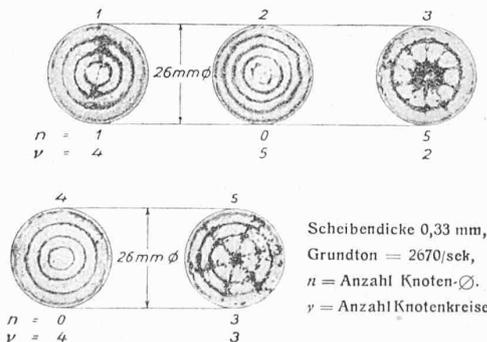


Abb. 5. Klangfiguren von Glasplättchen nach F. A. Schulze.

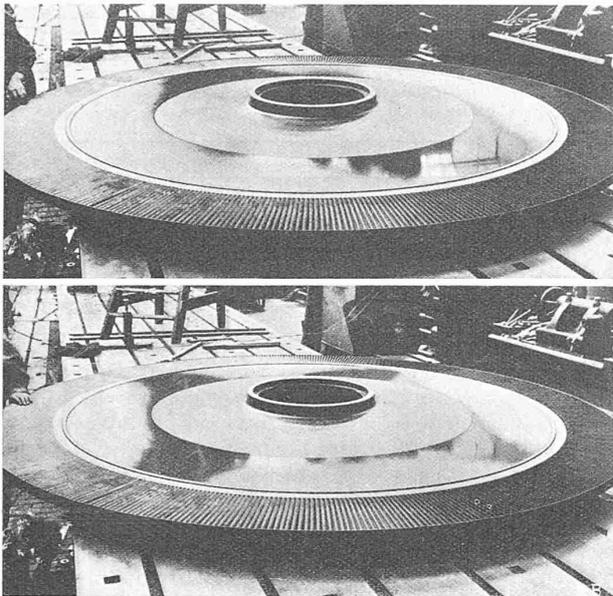


Abb. 5. Knotendurchmesser-Schwingungen von Dampfturbinenscheiben. Klangfiguren durch Wasserbelag kenntlich gemacht.

### III. KLANGFIGURENVERSUCHE MIT GLEICHFÖRMIGEN KREISPLATTEN MIT BOHRUNG.

Die Versuchsanordnung ist in Abbildung 7 dargestellt, das Schaltbild in Abbildung 8. Die Platten wurden mit Fäden am Anker eines Elektromagneten aufgehängt, der durch unterbrochenen Gleichstrom mit in sehr weiten Grenzen regelbarer Unterbrechungszahl erregt wurde. Die Platten wurden auf dieser Weise im Takte der Unterbrechungszahlen erschüttert, wodurch sich beim Zusammenreffen der Unterbrechungszahl mit einem Eigentone die zugehörige Klangfigur ausbildete.

Bestimmt wurden zunächst die Klangfiguren  $2/0$  und  $9/0^7$  der vollen Scheibe (benutzt wurde eine Kupferplatte von 30 cm Durchmesser und 2 mm Dicke). Darauf wurde die Scheibe von 30 mm beginnend mit Bohrungen versehen, deren Durchmesser von 30 mm abgestuft waren. Die grösste Bohrung betrug 270 mm und lieferte einen Kreisring von nur 15 mm Breite. Von sämtlichen so erhaltenen Platten bzw. Ringen wurden ebenfalls die Klangfiguren  $2/0$  bis  $9/0$ , ferner die zahlreichen Platten  $0/1$  bis  $6/1$  erzeugt und die zugehörigen Eigentöne bestimmt. Bei einigen der Platten bzw. Ringe gelang auch noch die Erzeugung der Klangfiguren  $0/2$ ,  $0/3$ ,  $1/2$ ,  $2/2$ , also mit höhern Knotenkreiszahlen.

Die Ergebnisse aller Messungen sind in Abbildung 9 dargestellt, die die Abhängigkeit der Eigentöne von der Grösse der Bohrungen wiedergibt. Danach bewirkt eine Bohrung ein erhebliches Absinken der höhern Töne bei reinen Knotendurchmesser-Schwingungen.

Mittlere Bohrungsgrössen sind auf die Eigentontöne ohne stärkern Einfluss: der Ring schwingt als in sich geschlossener Stab, bei dem die Breite keinen Einfluss hat. Bei stärker anwachsender Bohrung gehen die Eigentöne gegen Null, weil das schwingende System mehr und mehr seine Biegesteifigkeit verliert.

Bei den Klangfiguren  $0/1$  bis  $6/1$  erzeugt eine Bohrung zunächst ebenfalls ein Absinken der Eigenfrequenzen. Bald aber steigen diese mit zunehmender Bohrung wieder rasch an, weil die Schwingungsform mehr und mehr eine Torsionsschwingung wird, wobei die Drehungsträgheit stark abnimmt, was im Sinne einer Frequenzerhöhung wirken muss. Diese Erscheinung zeigt sich bei den Schwingungen mit höhern Knotenkreiszahlen in verstärktem Masse; bei reinen Knotenkreis-Schwingungen ist der Eigentontönenabfall durch die Bohrung unmerklich.

<sup>7)</sup> Die erste Ziffer bedeutet die Zahl der Knotendurchmesser, die zweite die der Knotenkreise.

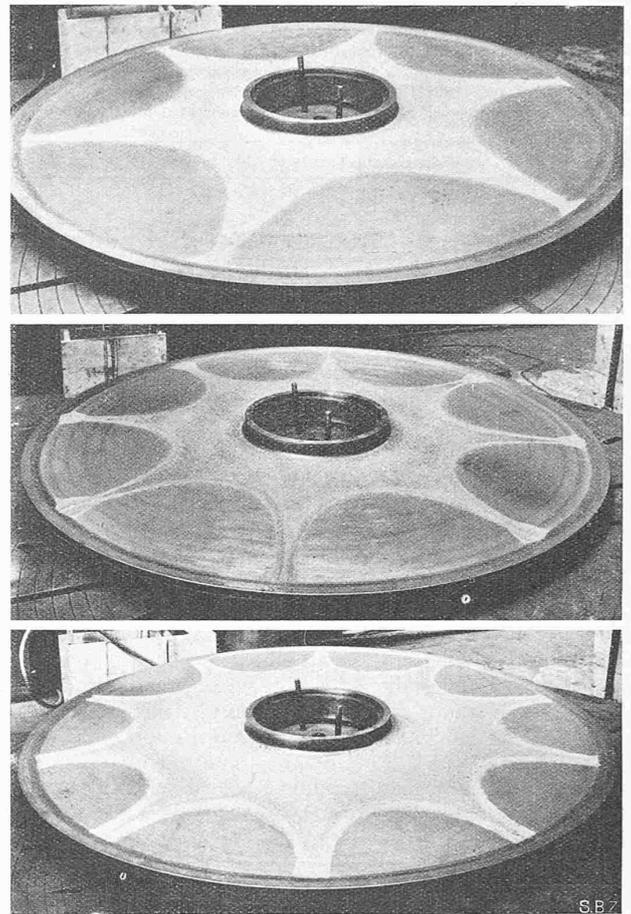


Abb. 6. Knotendurchmesser-Schwingungen von Dampfturbinenscheiben. Klangfigur durch Sandbelag kenntlich gemacht.

Besonders hingewiesen werde auf die Klangfiguren  $8/0$  und  $0/1$  bei dem Ring von 15 mm Breite (Abb. 10 und 11). Die Schwingungsformen der kreisförmigen Ringe hat J. H. Michell<sup>8)</sup> untersucht, wobei sich ein System von Schwingungen ergab, die vorwiegend den Charakter von Biegungsschwingungen senkrecht zur Ringebene haben. Rechnet man bei dem Ring (Abb. 10) die Eigenfrequenz mit  $K=8$ , so findet sich für die Eigenfrequenz  $f = \lambda/2\pi = 1070$  Hertz, während der Versuch  $f = 1040$  Hertz ergab. Demnach muss in der Klangfigur (Abb. 10) ein Repräsentant des von J. H. Michell beobachteten Systemes von Ringbiegungsschwingungen gefunden sein. Allerdings ist die weitgehende Uebereinstimmung nur ein Zufall. Denn wie Abbildung 9 in der mittlern Figur zeigt, sind die Tonhöhen der Klangfiguren  $0/6$  schmaler Ringe rechteckigen Querschnitts von der Querschnittsbreite erheblich abhängig, während nach Michell die Breite nicht in die Tonhöhe eingeht. Die Michell'sche Theorie gilt nur für Ringe, deren Querschnitte nicht allzusehr verschiedene Trägheitshauptachsen haben.

Ausser den Biegungsschwingungen berechnete J. H. Michell a. a. O. beim Ring noch ein zweites System von Schwingungen, die sich wesentlich als Torsionsschwingungen kennzeichnen. Deren Eigenfrequenzsystem ist:

$$\lambda^2 = \frac{K^2 + 1 + \nu}{R^2} \frac{E}{2(1 + \nu)\rho}, \quad K = 0, 1, 2 \dots$$

Hiernach müsste sich für  $K=0$  eine Schwingungsform ohne Knoten finden, bei der alle Ringquerschnitte gleiche Drehungen in ihrer eigenen Ebene ausführen, wobei die kreisförmige Verbindungslinie der Querschnittsschwerpunkte in Ruhe bleibt.

Eine ähnliche Schwingung weist Abbildung 11 nach, bei der der Knotenkreis ein Zeichen dafür ist, dass der

<sup>8)</sup> Mess. of Math. 19 (1889) 68. Vgl. auch H. Lamb, Schwingungen elastischer Systeme, Encycl. der Math. Wiss. IV. 4 (1906), 253.

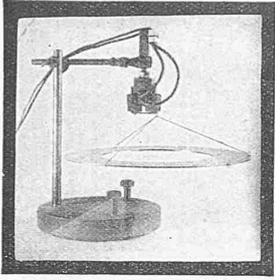


Abb. 7. Versuchsanordnung zur Erzeugung erzwingener Schwingungen bei Platten.

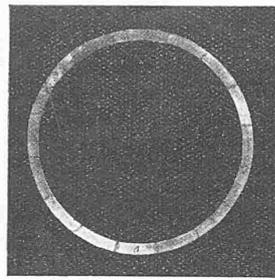


Abb. 10. Klangfigur 8/0 einer 2 mm starken Kupferscheibe mit freiem Rand.  $d/D = 270/300$  mm,  $f = 1040$  H.

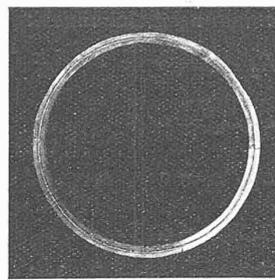


Abb. 11. Klangfigur 0/1 einer 2 mm starken Kupferscheibe mit freiem Rand.  $d/D = 270/300$  mm,  $f = 540$  H.

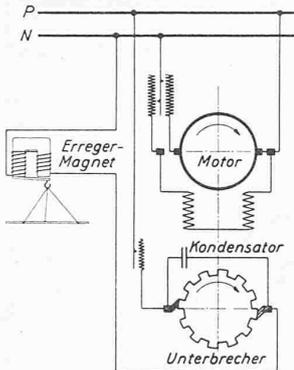


Abb. 8. Schaltschema zur Versuchsanordnung nach Abb. 7.

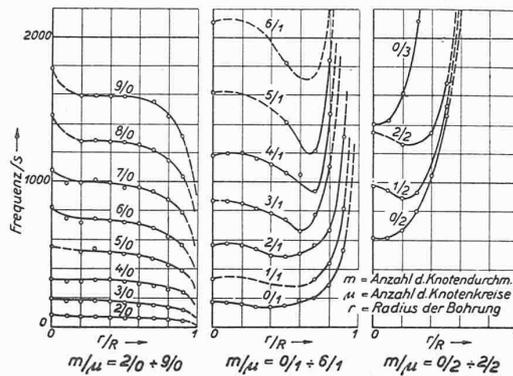


Abb. 11. Abhängigkeit der Eigentöne voller und gebohrter Kreisplatten von der Grösse der Bohrung.

mittlere Teil des Ringes in Ruhe bleibt. Gleichwohl lässt sich aus den Frequenzhöhen diese Klangfigur nicht in dem Michell'schen System von Ringtorsionsschwingungen unterbringen; die Rechnung ergibt für  $K = 0$ ,  $f = 3000$  Hertz, das Experiment  $f = 450$  Hertz.

IV. THEORIE DER TRANSVERSALSCHWINGUNGEN VON KREISPLATTEN MIT ZENTRALER BOHRUNG.

Es sei, in kg-, cm-, sek.-Einheiten:

$f = \lambda : 2\pi$  die Frequenz in Schwingungen pro sek oder Hertz,  $w$  die Auslenkung,  $E$  der Elastizitätsmodul,  $\nu$  die Poissonsche Zahl,  $\rho$  die Dichte,  $h$  die halbe Scheibendicke,  $R, r$  die Radien der Scheibe,  $\vartheta$  der Polarwinkel, (...) die Ableitung nach dem Radius, (...) die Ableitung nach der Zeit,  $z$  das Argument der Besselschen Funktionen,  $n$  die Anzahl der Knotendurchmesser, ferner

$$K^4 = \frac{3\rho(1-\nu^2)}{Eh^2}$$

$$I_n(z) = e^{-\frac{1}{2}nz} j_n(iz) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{für ganzzahlige} \\ \text{Werte von } n \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \text{Bezeichnung der Bessel-} \\ \text{schen Funktionen I. und} \\ \text{II. Art imaginären Argu-} \\ \text{mentes nach Basset.} \end{array} \right.$$

$$K_n(z) = -\pi \frac{I_n(z)}{\sin n\pi}$$

Kirchhoffs Gleichung der Transversalschwingungen einer dünnen, elastischen und homogenen Kreisplatte lautet:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{3\rho(1-\nu^2)}{Eh^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

In Polarkoordinaten ausgedrückt, wird diese Gleichung erfüllt durch den Ansatz für eine harmonische oder Normalschwingung. Die entsprechende Differentialgleichung vierter Ordnung zerfällt in die folgenden zwei Simultanen Besselschen Differentialgleichungen zweiter Ordnung.

$$\left. \begin{array}{l} \psi_1'' + \frac{\psi_1'}{r} - \left( \frac{n^2}{r^2} - \lambda K^2 \right) \psi_1 = 0 \\ \psi_2'' + \frac{\psi_2'}{r} - \left( \frac{n^2}{r^2} + \lambda K^2 \right) \psi_2 = 0 \end{array} \right\} \quad (2)$$

Ihre Lösung  $\psi$  baut sich auf aus Besselschen Funktionen  $n$ ter Ordnung und zwar der ersten und zweiten Art mit reellem und imaginärem Argumente  $Z$ , wo

$$Z = K \sqrt{\lambda} r \quad (3)$$

d. h.

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = A_1 J_n(z) + B_1 Y_n(z) + A_2 I_n(z) + B_2 K_n(z) \quad (4)$$

Im Falle der vollen Kreisplatte ergibt sich aus der Forderung endlicher Auslenkung in der Plattenmitte, die Bedingung  $B_1 = 0$  und  $B_2 = 0$ . Die Frequenzgleichung für die Schwingungen solcher Platten ist von Kirchhoff gegeben worden.

Zur Aufstellung der Frequenzgleichung der Platte mit Bohrung ist die Bestimmung der Konstanten  $A_1, B_1, A_2, B_2$ , bzw. der Verhältnisse  $A_1/B_1, A_1/B_2, A_2/B_2$  notwendig, d. h. für die vollständige Lösung im einzelnen Falle müssen dessen Randbedingungen heranbezogen werden.

Für die Platte mit zentraler Bohrung sind die Randbedingungen für den Innen- und Aussenrand zu bilden; sie ergeben vier Bestimmungsgleichungen, die die Elimination der Konstanten gestatten und zur Frequenzgleichung führen. Die mitzunehmenden Besselschen Funktionen II. Art ergeben in der vollständigen Schreibweise lange und unübersichtliche Ausdrücke. Für die Ableitung der Frequenzgleichung der Kreisplatte mit zentraler Bohrung hat sich die Verwendung nachstehender Abkürzungen als vorteilhaft erwiesen:

α) Eingespannter Rand:

$$A = \frac{I'}{J}; \quad A' = \frac{I'}{J'}; \quad B = \frac{K}{J}; \quad B' = \frac{K'}{J'} \quad (5)$$

β) Gehaltener Rand:

$$\left. \begin{array}{l} A = \frac{I}{J}; \quad A' = \frac{I' - \frac{2}{b} I}{J'} \\ B = \frac{K}{J}; \quad B' = \frac{K' - \frac{2}{b} K}{J'} \end{array} \right\} \quad (6)$$

γ) Freier Rand:

$$\left. \begin{array}{l} A = \frac{\epsilon I - 2b I'}{dJ}; \quad A' = \frac{2\epsilon I + f I'}{dJ'} \\ B = \frac{\epsilon K - 2b K'}{dJ}; \quad B' = \frac{2\epsilon K + f K'}{dJ'} \end{array} \right\} \quad (7)$$

wo

$$\begin{aligned} a &= (1-\nu) \frac{n^2}{2}; & b &= (1-\nu) \frac{1}{z} \\ c &= (1-\nu) \frac{n^2}{2^3} = \frac{a}{z}; & d &= a^2 - bc - \epsilon; \\ e &= (a+1)^2 - bc; & f &= (a-1)^2 - bc \end{aligned}$$

Die Indizes  $a$  und  $i$  beziehen sich auf den Aussen- und Innenrand. Die Argumentbezeichnungen der Besselschen Funktion sind der Einfachheit halber weggelassen.

Die Frequenzgleichung der Kreisplatte mit zentraler Bohrung lautet dann:

$$\left. \begin{array}{l} \left( \begin{array}{l} Y_a - Y_a' \\ J_a - J_a' \end{array} \right) \left( \begin{array}{l} Y_i - Y_i' \\ J_i - J_i' \end{array} \right) [(A_a - A_i)(B_a - B_i') - (A_a - A_i')(B_a - B_i)] \\ - \left( \begin{array}{l} Y_a - Y_i \\ J_a - J_i \end{array} \right) \left( \begin{array}{l} Y_a' - Y_i' \\ J_a' - J_i' \end{array} \right) [(A_a - A_a')(B_a - B_i') - (A_a - A_i')(B_a - B_a')] \\ + \left( \begin{array}{l} Y_a - Y_i \\ J_a - J_i \end{array} \right) \left( \begin{array}{l} Y_a' - Y_i' \\ J_a' - J_i' \end{array} \right) [(A_a - A_a')(B_a - B_i) - (A_a - A_i)(B_a - B_a')] \end{array} \right\} = 0 (=F) \quad (8)^9$$

Die Gleichung gilt allgemein, nur müssen für den einzelnen Fall die  $A$ - und  $B$ -Werte gemäss den Randbedingungen gebildet werden.

Die graphische Lösung der Gl. (8) ergibt die Frequenz für eine bestimmte Art der Schwingung. Zur Auftragung der Durchbiegungslinie ist dann im weiteren auch die Kenntnis der Konstanten  $A_1, B_1, A_2, B_2$  notwendig.

Unter Berücksichtigung des Umstandes, dass eine dieser Konstanten beliebig angenommen werden kann (in

<sup>9)</sup> Diese Gleichung wurde aufgestellt in der Dissertation von M. Koenig: „Ueber eine Näherungsmethode zur Ermittlung der Schwingungsperioden profilierter Kreisscheiben“, Zürich E. T. H. 1927.

unseren Beispielen wurde z. B. durchwegs  $B_2 = 1,0$  gesetzt), genügen für diesen Zweck die vier Bedingungsgleichungen:

$$\left. \begin{aligned} A_1 + B_1 Y_a \left| \begin{array}{l} J_a \\ J_a' \end{array} \right. + A_2 A_a + B_2 B_a &= 0 \\ A_1 + B_1 Y_{a'} \left| \begin{array}{l} J_a \\ J_a' \end{array} \right. + A_2 A_{a'} + B_2 B_{a'} &= 0 \\ A_1 + B_1 Y_i \left| \begin{array}{l} J_i \\ J_i' \end{array} \right. + A_2 A_i + B_2 B_i &= 0 \\ A_1 + B_1 Y_i' \left| \begin{array}{l} J_i \\ J_i' \end{array} \right. + A_2 A_i' + B_2 B_i' &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Noch etwas einfacher ist es, zur Bestimmung von  $B_1$  und  $A_2$  zuerst das folgende Gleichungssystem zu benutzen:

$$\left. \begin{aligned} B_1 \left( Y_a \left| \begin{array}{l} J_a \\ J_a' \end{array} \right. - Y_{a'} \left| \begin{array}{l} J_a \\ J_a' \end{array} \right. \right) + A_2 (A_a - A_{a'}) + B_2 (B_a - B_{a'}) &= 0 \\ B_1 \left( Y_a \left| \begin{array}{l} J_a \\ J_a' \end{array} \right. - Y_i \left| \begin{array}{l} J_i \\ J_i' \end{array} \right. \right) + A_2 (A_a - A_i) + A_2 (B_a - B_i) &= 0 \\ B_1 \left( Y_a \left| \begin{array}{l} J_a \\ J_a' \end{array} \right. - Y_i' \left| \begin{array}{l} J_i \\ J_i' \end{array} \right. \right) + A_2 (A_a - A_i') + B_2 (B_a + B_i') &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Die Bestimmung von  $B_1$  und  $A_2$  aus den ersten beiden Gleichungen muss zur Kontrolle übereinstimmen mit den Werten, die sich ergeben, wenn die erste und dritte oder die zweite und dritte Gleichung benützt wird.

Einen Begriff der Gedrängtheit der Schreibweise der Gleichung (8) gibt die analoge Form der Frequenzgleichung der vollen Kreisplatte, die dann lautet:

$$A_a' - A_a = 0 \dots (11)$$

Das reiche Tabellenmaterial über Besselsche Funktionen, das heute zur Verfügung steht und wie es besonders in dem Werke von G. N. Watson: „A treatise on the theory of Bessel Functions“ (Cambridge University Press 1922) sehr vollständig und in klarer Darstellung gegeben ist, vereinfacht die Berechnung der Plattenschwingungen ausserordentlich. (Schluss folgt.)

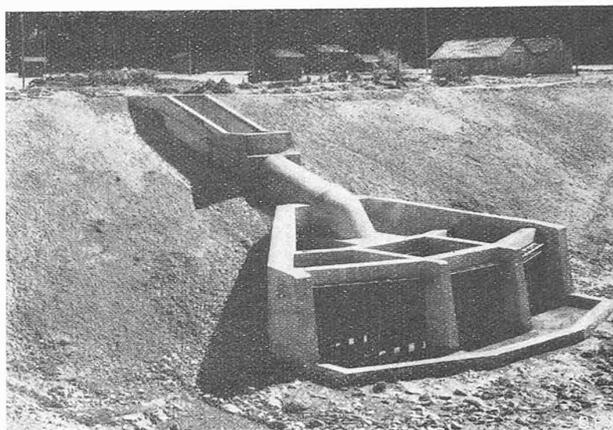


Abb. 16 Einlauf von der Zentrale Klosters und der sekundären Landquart-Fassung her ins Aeuja-Becken (1. Okt. 1923)

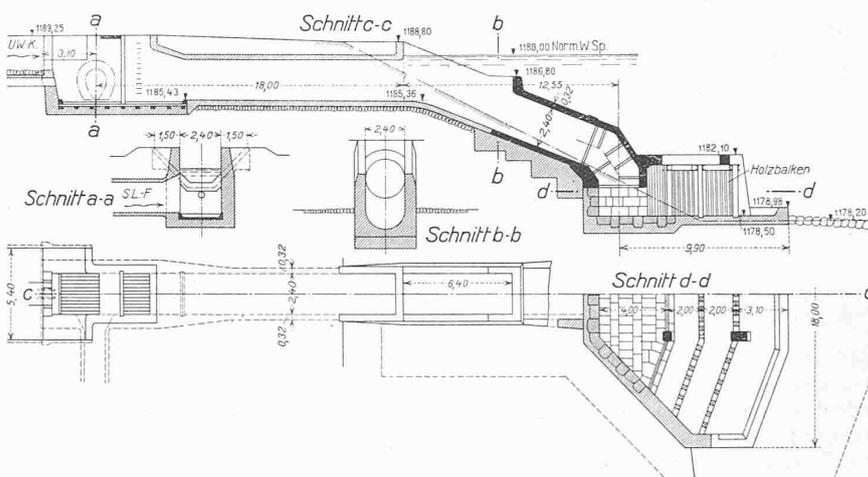


Abb. 17. Einlauf- und Energievernichtungs-Bauwerk im Grundwasser- und Ausgleichbecken Aeuja oberhalb Klosters. — Grundriss und Schnitte 1:400.

### Die kombinierten Kraftwerke Klosters-Küblis und Davos-Klosters der Bündner Kraftwerke.

Von ROBERT MOOR, konsult. Ingenieur, Zürich.

(Fortsetzung von Seite 279.)

**Grundwasseranlage.** Für den Tagesausgleich waren im ersten Ausbau die Stauhaltung am Landquartwehr und das Speicherbecken auf Plevigin vorgesehen mit einem Nutzinhalt von zusammen 44 000 m<sup>3</sup>. Um die Energieproduktion in vermehrter Masse auf die Hauptbedarfszeiten konzentrieren zu können und damit auch einen Wochen-ausgleich zu ermöglichen, entschloss sich die Bauherrschaft nachträglich, einen dritten Speicher, das *Ausgleich- und Grundwasserbecken in Aeuja*, zu bauen. Dieses Becken liegt im unteren Teil des Grundwasser führenden Alluvialbodens oberhalb Klosters, am linken Ufer der Landquart. Es ist durch Baggerung des Kiesbodens ausgehoben worden und stellt einen eigentlichen Fassungsbrunnen von grossen Abmessungen dar, dem jedoch die Umfassungsmauern fehlen (Lageplan Abb. 12). Das Becken ist, am oberen Rand der Aushubböschung gemessen, 150 m lang und 85 bis 110 m breit; die Sohle liegt auf Kote 1178,00, die mittlere Aushubtiefe beträgt etwa 10 m. Um einen möglichst grossen Speicherinhalt zu erhalten, wurde das Becken auf drei Seiten durch einen Damm umschlossen, wodurch im Winter eine Füllung bis auf Kote 1188,00 ermöglicht wird; die Krone des Dammes liegt 80 cm höher als der höchste Wasserspiegel; am unteren Ende erreicht der Damm eine maximale Höhe von 2,4 m über Gelände, bzw. 10,8 m über der Sohle des Beckens. Eine grössere Höhe zur Vergrösserung des Weiherinhaltes wäre wegen der grossen

Durchlässigkeit des Untergrundes nutzlos gewesen. Am unteren Ende des Weiher ist ein Bassin zu Badezwecken angelegt worden (Abb. 13). Der gesamte Nutzraum des Beckens misst 97 000 m<sup>3</sup>, ohne Einrechnung des bei der Absenkung ebenfalls entleerten Hohlraumes des angrenzenden Grundwasserbodens. Durch einen Saugüberfall nach der Landquart wird der maximale Anstieg des Wasserspiegels im Aeuja-becken auf Kote 1188,00 begrenzt.

Die Böschungen sind mit einer Neigung von 1 : 2 angelegt und teilweise mit einer Kiesschicht überdeckt worden zum Schutze gegen Ausspülungen, wo Sandschichten angeschnitten wurden. Durch das Vorhandensein vieler grosser Baumstämme sind die Baggerarbeiten wesentlich erschwert worden (Abb. 14 und 15, S. 290); das Kies- und Sandmaterial aus dem Aushub fand zum Teil Verwendung für die Bauten in Klosters. Nach der Beendigung der Baggerarbeiten wurde das Becken mittels einer Pumpenanlage trockengelegt, um die unterste Schicht, die ausser dem Bereich des Baggers lag, auszuheben und die Sohle zu planieren. Gleichzeitig wurden auch die mit dem Becken zusammenhängenden Bauten ausgeführt.

In das Becken mündet der Unterwasserkanal des Werkes Davos-Klosters ein; ausserdem kann im Winter durch ein kleines Wehr unmittelbar oberhalb des Beckens Wasser aus der Landquart eingeleitet und für Tagesausgleich akkumuliert werden. Diese sekundäre Landquart-