Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 95/96 (1930)
Heft: 7

Artikel: Ueber Anstrengungshypothesen
Autor: Burzyski, v.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-43948

Band 95 Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. **Nr. 7**

Ueber Anstrengungshypothesen.

Zum Aufsatz von Dr. Ing. W. v. Burzynski in Nr. 21 von Band 94, erhalten wir von dem darin zitierten Dr. Ing. G. D. Sandel, Chemnitz, folgende Zuschrift:

Die Gleichung (B4) habe ich vor einem Jahrzehnt aufgestellt in der Form:

$$(n+1)\,\sigma_1 + n\,\sigma_2 + (n-1)\,\sigma_3 = 2\,K_s$$

wobei $n = \frac{d\,\sigma_3 - d\,\sigma_1}{d\,\sigma_3 + d\,\sigma_1}$ als mit p veränderlich gekennzeichnet wurde. Seit den Versuchen v. Kármans mit Marmor unter allseitigem Druck ist bekannt, dass n mit p abnimmt.

Dass durch die inzwischen bekannt gewordenen Versuche von Lode über den Einfluss der mittlern Hauptspannung, sowie die Versuche von Roš und Eichinger und deren Auswertung auch durch Schleicher festgestellt worden ist, dass die Grenzfläche in Hauptspannungskoordinaten durch einen Umdrehungskörper $\sigma_{vf} = f(p)$ um die Axe $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ am besten wiedergegeben wird, tut der Gleichung (B4) keinen Abbruch. Im Gegenteil ist (B4) die beste bisher bekannt gewordene Substitution der Grenzfläche durch eine Ebene, gültig für kleine Intervalle von p. Denn die durch (B4) dargestellte Grenzfläche umhüllt (wegen $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ und wegen der Vertauschbarkeit der Axen), wenn von k_s als Bezugspannung ausgegangen wird, die Umdrehungsgrenzfläche (C4) als Schar regulärer sechsseitiger Pyramiden, bezw. sie wird, wenn von k_z oder k_d ausgegangen wird, von der Umdrehungsgrenzfläche umhüllt. Sie weicht für $p =$ konst. von der Umdrehungsgrenzfläche um nur so viel ab, wie das reguläre Sechseck vom Kreis, berücksichtigt also den Einfluss der mittlern Hauptspannung schon so gut, als dies mit einer Gleichung ersten Grades für die Grenzfläche überhaupt möglich ist.

Die Einstellung v. Burzynski's gegenüber (B4) geht (ausser aus einer Bemerkung S. 262, Spalte 2, Mitte) aus dem Satz hervor:

„Wegen der identischen Relationen für k_z betrachten „wir zunächst (A4) u. (B4). Der Unterschied der beiden „liegt in dem Ausdruck mit σ_2. Berücksichtigt man „dieses, so sieht man mit Erstaunen, dass (B4) ganz „unkorrekt ist. Als Beweis möge folgendes dienen usw." Dagegen ist an Hand der geometrischen Deutung der Gleichungen leicht zu erkennen: Der Vergleich zwischen (A4) u. (B4) bezüglich des „Ausdrucks mit σ_2" ist nur möglich unter der Voraussetzung, dass (A4) für jeden Wert von σ_2 als mittlerer Hauptspannung gilt. Die Grenzfläche (A4) nähert sich für grosse Werte von $\varkappa$ der regulären dreiseitigen Pyramide. Der Querschnitt $p =$ konst. (gleichseitiges Dreieck) weicht also von der Kreisform des Querschnitts der Grenzfläche, die nach dem neusten Stande der Erkenntnis den Einfluss der mittlern Hauptspannung richtig berücksichtigt, um so viel ab, als das gleichseitige Dreieck vom Kreis abweicht. Das selbe was von (A4) gesagt ist, gilt für (A5) (Mohr). Man sieht, dass (B4) als Gleichung ersten Grades, gültig für kleine Intervalle von p, die denkbar beste Anpassung an die richtige Grenzfläche darstellt.

Ferner darf es nicht wundern, wenn sich für $\varkappa > 3 =$ konst. beim Spannungszustand V der Wert von k_{dd} zu $-\infty$ ergibt. Das Intervall zwischen $p = 0$ und $p = -\frac{2}{3}k_{dd}$ ist eben zu gross, um n als konstant annehmen zu können. Bei (C4) und (C5) macht ja der Verfasser auch Einschränkungen bezüglich n bezw. $\varkappa$. Das letztere würde statt $\varkappa = \frac{k}{k_2}$ besser als $\varkappa' = \frac{d\,\sigma_3}{d\,\sigma_1}$ gedeutet.

Durch eine richtige Auslegung von (B4), besonders durch eine Untersuchung darüber, in wieweit durch den „Ausdruck mit σ_2" der Einfluss der mittleren Hauptspannung durch (B4) im Vergleich zu (A4) bezw. (A5) richtig getroffen ist, wäre der Verfasser der Gleichung (B4) und der Sache eher gerecht geworden.

Vor Jahresfrist habe ich der Redaktion der „S. B. Z." eine Abhandlung über dasselbe Gebiet zugesandt und darin nachgewiesen, dass bis zur obern Streckgrenze der bildsamen Werkstoffe ($\varkappa = 1$) der Formänderungskomplex $\varrho = \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2}$ als Mass der Anstrengung anzusehen ist und die Bedingung

$$\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 = \varrho^2 = \text{konst.}$$

ganz ausgezeichnete Uebereinstimmung mit den Versuchen von Roš und Eichinger und andern neuern Versuchen zeigt. Die Grenzfläche in Haupt*dehnungs*koordinaten ist (für $\varkappa = 1$) eine Kugel. In Haupt*spannungs*koordinaten ergibt sich

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \frac{4\,m - 2}{m^2 + 2}(\sigma_1\,\sigma_2 + \sigma_2\,\sigma_3 + \sigma_3\,\sigma_1) = k_z^2$$

Die Voraussagen dieser Gleichung zeigen noch bessere Uebereinstimmung mit den Versuchen als die Gestaltsänderungsbedingung (C3), besonders in den Gebieten $p > \frac{k_z}{3}$.

Für spröde Werkstoffe mache ich den Ansatz $\varrho = f(p)$, der ebenfalls auf eine praktische Gleichung von der Form (C4') besw. (C5) führt.

Chemnitz, den 31. Dez. 1929. Sandel.

*

Dr. Ing. v. Burzynski, sendet uns dazu folgende Rückäusserung:

In der Abhandlung von Herrn Dr. Ing. G. D. Sandel (Ueber die Festigkeitsbedingungen, Leipzig 1925, Jänecke Verlagsbuchhandlung) habe ich an *keiner* Stelle für n einen Differentialausdruck vorgefunden. Demgegenüber betont der Verfasser auf S. 56 in dem Abschnitt „*Die Formulierung der Festigkeitsbedingungen* . . ." mit Nachdruck den *linearen* Charakter der Gleichung:

$$(n+1)\,\sigma_1 + n\,\sigma_2 + (n-1)\,\sigma_3 = 2\,k_s \quad . \quad . \quad (1)$$

welche Eigenschaft er noch einmal in dem Abschnitt „*Die Materialkonstante n* . . ." hervorhebt, indem er auf S. 59 die Beziehung:

$$n = \frac{k_d - k_z}{k_d + k_z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

annimmt.

Unabhängig davon ersieht der Verfasser der Zuschrift nicht die Tatsache, dass seine verspätete — und nur dem Anschein nach allgemeinere — Annahme:

$$n = \frac{d\,\sigma_3 - d\,\sigma_1}{d\,\sigma_3 + d\,\sigma_1} = f(\sigma_1 + \sigma_3) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

keinesfalls der ganzen Theorie zur Hilfe kommt. Das Integral der Differentialgleichung (3) muss sich nämlich — da es kritische Werte σ_1 und σ_3 ebener Zustände verbindet — mit der Gleichung (1) für $\sigma_2 = 0$ zur *identischen* Deckung bringen. Mit anderen Worten muss die Relation bestehen:

$$f(\sigma_1 + \sigma_3) = \frac{2\,k_s + \sigma_3 - \sigma_1}{\sigma_3 + \sigma_1} = n \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Dies ist nun dann möglich, wenn der Bruch der Bedingung (4) eine *Konstante* wird. Zu dem selben Resultat wäre der Verfasser der Zuschrift gekommen, wenn er die Gleichung (3, 4) integriert hätte. Mit Verwunderung wird er ersehen, dass der Ausdruck n die *Integrationskonstante* darstellt.

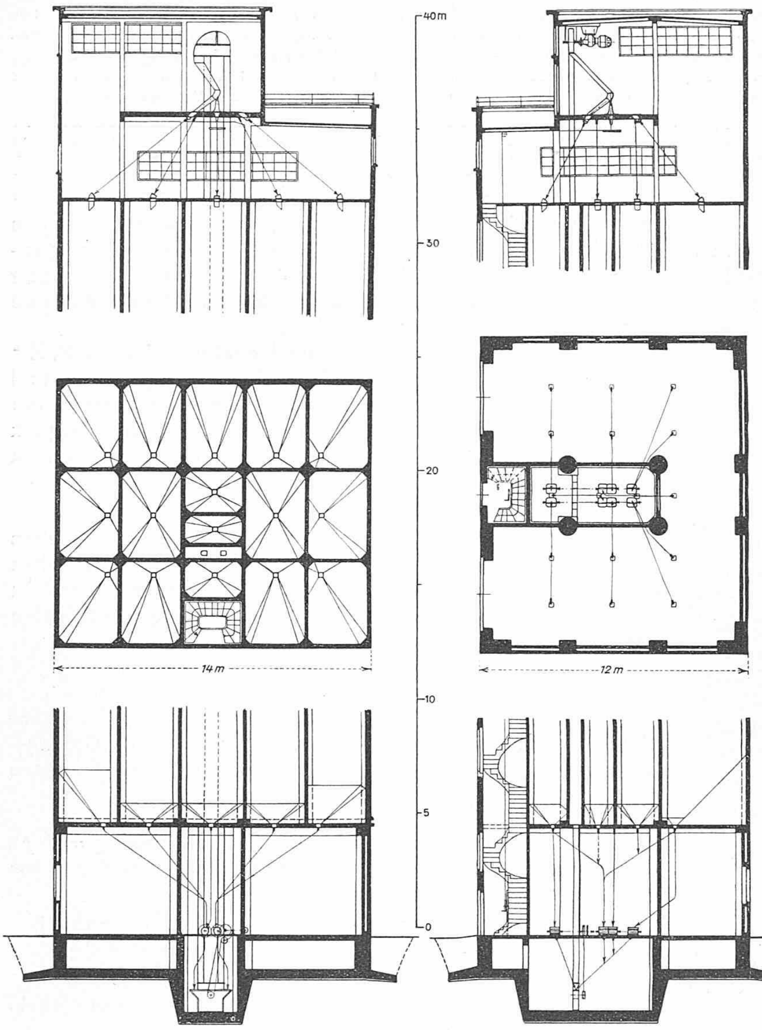

Abb. 5. Getreide-Silo in Baar, Kanton Zug. — Masstab 1 : 300.

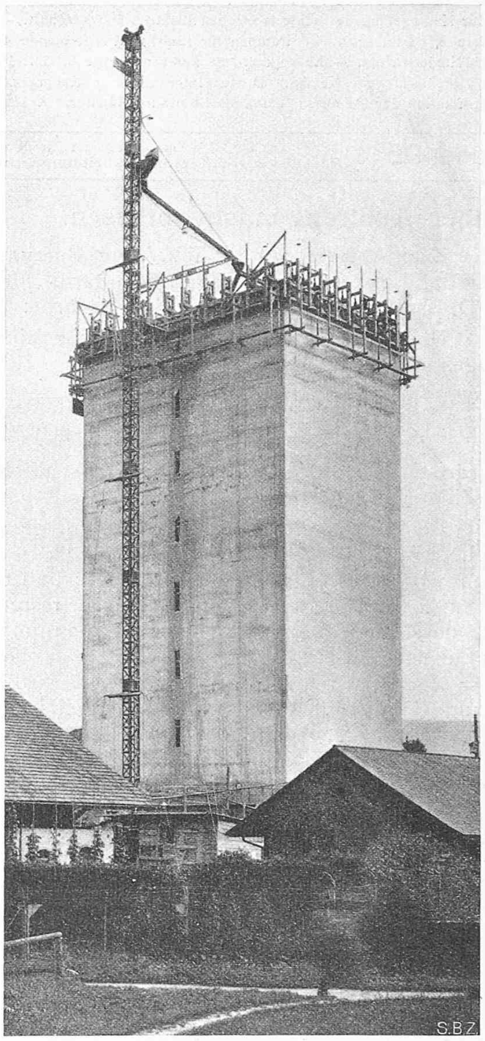

Abb. 4. Gleitschalung am Silo in Baar.

Die Gleichung (1) muss für beide Zustände I und II identisch erfüllt werden; dies bedingt ausser (2) auch die Relation:

$$k_s = \frac{k_d\, k_z}{k_d + k_z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Setzt man nun (2) und (5) in (1) ein, so gelangt man zur Gleichung (B4). Diese letztere besitzt nun angesichts der neuen Definierung von n, die Herr Sandel aufstellte, eine *unbegrenzte Gültigkeit*. Demgemäss bleiben alle Fehler der (B4)-Hypothese, die ich in meinem Aufsatze nachgewiesen habe, aufrecht — was übrigens zu beweisen war.

Der Beweis des Herrn Sandel der Ueberlegenheit seiner Hypothese der Theorie Duguet-Mohr gegenüber stützt sich auf einen Fehler. Der Verfasser behauptet nämlich, dass in dem Hertz-Haigh-System die kritische Fläche (A4) durch eine reguläre *dreiseitige* Pyramide dargestellt wird. „Dagegen ist an Hand der geometrischen Deutung der Gleichung (A4) leicht zu erkennen,“ dass diese Fläche gleich der von (B4) eine reguläre *sechsseitige* Pyramide darstellt. Wir finden diese, indem wir die Spannungsindices zyklisch in folgender Reihenfolge vertauschen: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ und $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$. Denn es lassen sich drei verschiedene Koordinaten auf sechsfache Weise gruppieren. Die Fehlerhaftigkeit der Behauptung des Herrn Sandel kommt ganz zum Vorschein, wenn wir uns klar machen, dass sowohl (B4) wie auch (A4) und (A5) für $k_z = k_d = k$ in die Coulomb-Guest'sche (A3) Theorie übergeht, die im System (σ_1, σ_2, σ_3) das allgemein bekannte, in den Huber-Hencky-schen (C3)-Zylinder eingeschriebene, *sechsseitige* Prisma darstellt. Die Fläche von (A5) bildet eine reguläre sechsseitige parabolische Pyramide.

Wenn dem nun so ist, so müssen wir — übrigens nach der Behauptung des Herrn Sandel — die Ueberlegenheit von (A4)- der (B4)-Hypothese aus dem Grunde hervorheben, da (A4) den selben Annäherungsgrad an eine Rotationsfläche besitzt wie (B4), wobei sie sich nicht *dreier* sondern nur *zweier* Variablen bedient — was nämlich zu beweisen war. Die Theorie (A5) ist folglich *doppelt* besser als (B4); sie rechnet nämlich nur mit zwei Variablen, dabei nähert sie sich infolge ihrer Wölbung mehr der Rotationsfläche als eine sechsseitige Pyramide — was auch zu beweisen war.

Daraus folgt: Die Theorie des Herrn Sandel beachtet den Einfluss der mittleren Spannung unrichtig. Als Beweis dafür kann der Umstand dienen, dass der Verfasser der (B4)-Hypothese diese nach ein paar Jahren verworfen und eine neue, ganz andere Hypothese aufgestellt hat.

Platzmangel gestattet mir nicht, mich mit dieser letzten näher zu befassen. Sie enthält sicher nicht die Fehler der älteren Theorie. Dennoch ist ihr Aufbau infolge der Anwesenheit der Poisson'schen Konstante μ nicht richtig. Festigkeitsparameter oder allgemein Spannungsparameter wie k_z, k_d usw. haben mit den Moduln der Art wie E, μ usw. nichts gemeinsames; diese Parameter sind unabhängig davon, ob das Material dem Hooke'schen Gesetz gehorcht oder nicht. Als klassisches Beispiel der Fehlerhaftigkeit so aufgebauter Theorien kann die Hypothese von Poncelet-de Saint-Venant (B1) dienen. Theorien, die ein Jahrhundert später das Licht der Welt erblickten, sollen mit solchen Fehlern nicht behaftet sein.

Lwów (Polen), den 20. Januar 1930. v. Burzynski.