Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 97/98 (1931)

Heft: 8

Artikel: Die Wahrscheinlichkeit der Besetzung im Betriebe von Elevator-Automobilständen

Autor: Kummer, W.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-44737

INHALT: Die Wahrscheinlichkeit der Besetzung im Betriebe von Elevator-Automobilständen. — Flach-, Mittel- oder Hochbau? — Erster Kongress des Neuen Internationalen Verbandes für Materialprüfungen, Zürich 1931. — Mitteilungen: Eidgen. Technische Hochschule. Freivorbau einer Eisenbeton-Balkenbrücke. Pressgas als Isolation in Hochspannungsapparaten. Die Betriebseinnahmen der schweizerischen Eisenbahnen im I. Halbjahr 1931. Congrès du Génie Civil, Paris 1931. Betriebsdefizit der französischen Bahnen. Amerikanische Hängebrücken. Ein Motorboot aus Aluminium. — Wettbewerbe: Schulhausanlage in Seebach. — Nekrologe: Eduard Haltiner. — Literatur: Erste Mitteilungen des Neuen Internationalen Verbandes für Materialprüfungen. Das Buch der Baumaschinen.

Band 98 Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. Nr. 8

Die Wahrscheinlichkeit der Besetzung im Betriebe von Elevator-Automobilständen.

Von Prof. Dr. W. KUMMER, Ingenieur, Zürich.

Ueber die seitens der amerikanischen Westinghouse-Gesellschaft ausgebildete Automobil-Grossgarage mit Paternosterwerk sind die Leser der S. B. Z. durch eine Mitteilung auf Seite 268 von Band 97 (am 23. Mai 1931) unterrichtet worden. Die Untersuchung a priori der Betriebsverhältnisse solcher Elevator-Automobilstände bildet ein prägnantes Beispiel der Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung im technischen Projektieren und dürfte deshalb von allgemeinem Interesse sein. Wie immer, wenn die Wahrscheinlichkeitsrechnung anwendbar sein soll, müssen Betriebsdaten, die den Charakter des Zufälligen tragen, durch echte Brüche ausdrückbar sein und, im Zusammenhang mit Kennziffern, Betriebszustände sicher kennzeichnen können. Diese Bedingung ist beim vorliegenden Beispiel zweifelsfrei erfüllt; es kann dieses übrigens als Vorbild für andere Untersuchungen dienen.

In Abbildung 1 wiederholen wir das schematische Bild der zu betrachtenden Anlage. Wir brauchen nur die Betriebsverhältnisse einer einzelnen Elevatorkette zu betrachten, sobald angenommen wird, der Bedarf solcher Einrichtungen sei allgemein vorhanden und die eine funktioniere wie die andere. Die einzelne Kette weise nun S Stände oder Plattformen auf. In der Rechnungs-Zeitperiode T (z. B. ein Tag = 24 h) finden wir natürlich von den S Ständen bald mehr, bald weniger mit Automobilen besetzt. Wenn wir die durchschnittlich von einem Automobil aufgebrachte Besetzungszeit mit ϑ bezeichnen, wobei ϑ in Bruchteilen von T ausgedrückt werden soll, dann könnte in der Zeit T die Elevatorkette mit der Zahl M möglicher Besetzungen:

$$M = \frac{T}{\vartheta} S$$

ausgefüllt werden; in Abbildung 2 würde diese Zahl M durch alle Einzelflächen $\sigma\vartheta$ innerhalb der Gesamtfläche ST veranschaulicht sein. In Wirklichkeit fällt aber in die Gesamtfläche ST nur eine Anzahl N von Besetzungen vom Einzelflächenwert $\sigma\vartheta$; alle diese Besetzungen kann man

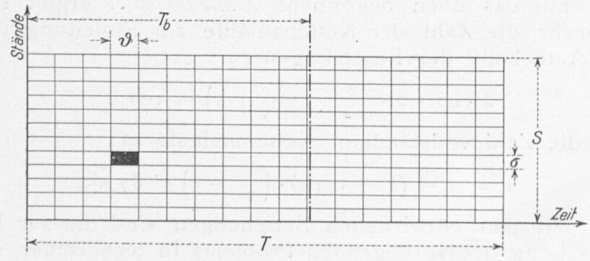

Abb. 2.

sich in eine Gesamtfläche $S\,T_b$ zusammengeschoben denken, derart dass:

$$N = \frac{T_b}{\vartheta} S$$

gilt; es kann T_b dann als effektive Besetzungszeit der S Stände gedeutet werden. Als Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Stand besetzt sei, kann der echte Bruch:

$$\frac{N}{M} = \frac{T_b}{T} = t$$

dienen, der als eine Relativzeit aufzufassen ist. Die Wahrscheinlichkeit für das x malige Eintreffen der Besetzung,

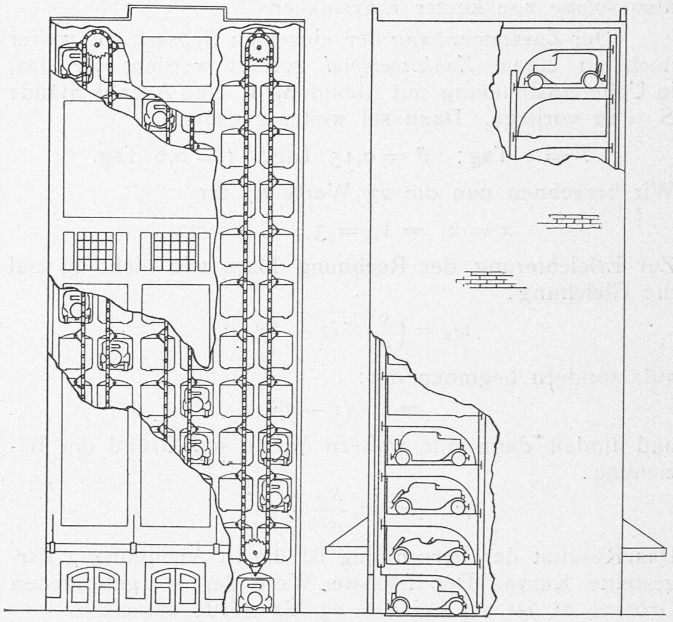

Abb. 1. Amerikanische Automobil-Grossgarage in Paternosterform der Westinghouse-Gesellschaft in East Pittsburg, Pa.

d. h. für $x < S$ besetzte Stände, ist t^x; die Wahrscheinlichkeit für das $(S - x)$ malige Ausbleiben der Besetzung ist $(1 - t)^{S-x}$. Da die Wahrscheinlichkeit zusammengesetzter Ereignisse als Produkt auftritt, sind die zwei Exponentialgrössen zu multiplizieren, und da die bezügliche Sachlage in der Anzahl $\binom{S}{x}$ auftreten kann (als Kombination ohne Wiederholung), so besteht, im Sinne des Theorems von J. Bernoulli, die Wahrscheinlichkeit:

$$w_x = \binom{S}{x} t^x (1 - t)^{S-x}$$

dafür, dass bei S Ständen eine Anzahl x derselben besetzt sei; auch w_x ist als eine Relativzeit, nämlich relativ zu $T = 1$, aufzufassen. Wie das noch zu behandelnde Beispiel zahlenmässig darlegen wird, besitzt w_x ein Maximum. Dieses tritt für die Anzahl Besetzungen:

$$x' = S\,t$$

auf und hat einen Zahlenwert:

$$w_{x'} = \frac{1}{\sqrt{2\pi S t (1 - t)}}$$

Es ist bemerkenswert, dass das Produkt $S\,t$ auch zur Kennzeichnung der Zahl N der effektiven Besetzungen dient, da ja:

$$N = M\,t = \frac{T}{\vartheta} S\,t$$

gesetzt werden kann; es stellt $S\,t$ die wahrscheinlichste momentane Besetzung dar, die, mit $\frac{T}{\vartheta}$ multipliziert, die Zahl der effektiven Besetzungen in der Periode T ergibt. Die einer Anzahl:

$$x = 0, = 1, = 2, = 3 \ldots, = S$$

entsprechenden momentanen Besetzungen haben je die relativen Werte der Zeitdauer:

$$w_x = w_0, = w_1, = w_2, = w_3 \ldots, = w_s$$

deren Summe gleich 1 ist, wie sich durch Berechnung sofort beweisen lässt; es ist also:

$$\sum_0^S (w_x) = 1.$$

Das betriebstechnische Ideal der Einrichtung ist die Uebereinstimmung von N mit M, beziehungsweise von T_b mit T. Dieses Ideal ist auf ∞ viele Arten denkbar, von denen zwei Extremfälle folgenderweise festliegen: einerseits müsste für $\vartheta = T$ sowohl $M = N = S$ als auch $T_b = T$ werden; anderseits müsste für $\vartheta = 0$ sowohl $M = N = \infty$, als auch $T_b = T$ werden. Grosse Werte ϑ bedeuten Besetzungen von langer Einzeldauer, kleine Werte ϑ also solche von kurzer Einzeldauer.

Der Zusammenhang der einzelnen Grössen soll weiter noch an einem *Zahlenbeispiel* gezeigt werden, für das, in Uebereinstimmung mit Abbildung 1, eine Anzahl Stände $S = 22$ vorliege. Dann sei weiter gegeben:

$$T = 1 \text{ Tag}; \quad \vartheta = 0{,}15 \text{ Tag}; \quad t = 0{,}6 \text{ Tag}.$$

Wir berechnen nun die 23 Werte w_x für

$$x = 0, \; = 1, \; = 3, \; \ldots . \; = 22.$$

Zur Erleichterung der Rechnung lösen wir nicht 23 mal die Gleichung:

$$w_x = \binom{S}{x} t^x (1 - t)^{S-x}$$

auf, sondern beginnen mit:

$$w_0 = (1 - t)^S$$

und finden dann alle weitern Werte auf Grund der Beziehung:

$$w_{x+1} = w_x \frac{S - x}{x + 1} \, \frac{t}{1 - t}.$$

Das Resultat der Berechnung ist die in Abbildung 3 dargestellte Kurve. Der höchste Wert der so gefundenen Grössen w_x ist w_{13} bei $x = 13$. Es wurde berechnet:

$$x = 13\,; \quad w_{13} = 0{,}1703$$

Der funktionsmässige Höchstwert besteht für:

$$x' = S\,t = 22 \cdot 0{,}6 = 13{,}2$$

und hat den Wert:

$$w_{x'} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot 22 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6}} = 0{,}1736.$$

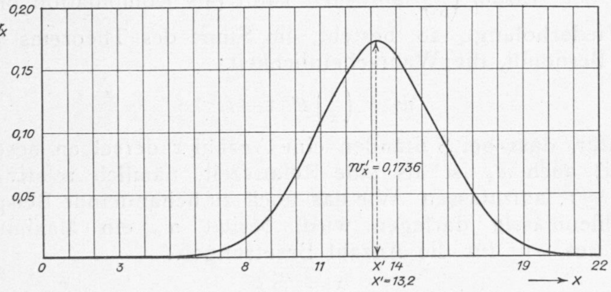

Abb. 3.

Die wahrscheinlichste Besetzung belegt also rund 13 Stände mit rund $0{,}17 \cdot 24 = 4{,}1$ Stunden Dauer, wenn der Tag zu 24 Stunden, entsprechend einem pausenlosen Betrieb, angenommen wird. Die Abbildung 3 zeigt, dass wir relativ günstige Betriebsannahmen gemacht haben, indem für eine Anzahl Besetzungen von nur 0 bis 11 die Summe $\Sigma(w_x)$ wesentlich kleiner ist, als für eine Anzahl Besetzungen von 12 bis 22; die Summenwerte ergaben nämlich:

$$\sum_{0}^{11} (w_x) = 0{,}215 \text{ Tag}; \quad \sum_{12}^{22} (w_x) = 0{,}785 \text{ Tag}.$$

Die in der Zeit $T = 1$ Tag verwirklichten Besetzungen sind:

$$N = \frac{0{,}6}{0{,}15} \cdot 22 = 88{,}00.$$

In unsern bisherigen Betrachtungen war die Verbindung der einzelnen Stände untereinander durch das Mittel einer Elevatorkette noch in keiner Weise zu berücksichtigen; diese Betrachtungen sind also allgemeingültig für alle Besetzungsprobleme bei gegebener Standzahl.

Nun treten wir an die Betrachtung der Eigenart der Elevator-Anordnung. Dabei interessiert besonders die Zahl der notwendigen Ketten-Anläufe und -Umläufe in der Rechnungs-Zeitperiode T. Um zu bezüglichen Feststellungen zu gelangen, setzen wir eine solche Betriebsführung voraus, dass ein bei der Garage ankommendes und die Aufnahme begehrendes Fahrzeug stets an der Garagetüre einen leeren Stand vorfinde; für ein unmittelbar vorher gariertes Fahrzeug musste also die Elevatorkette soweit bewegt werden, dass bei dem gegebenen, und, wie wir annehmen, nicht umkehrbaren Umlaufssinn der Kette, der nächste leere Stand zur Türe gelangen konnte. Für diejenigen ankommenden Fahrzeuge, die gerade dann eintreffen, wenn zuvor ein Fahrzeug die Garage verlassen hat, fällt die eben genannte Bewegung der Elevatorkette aus. Die bezügliche Zahl z lässt sich abschätzen. Für $\vartheta = T$ muss $z = 0$ sein, während anderseits für $\vartheta = 0$ der Wert z maximal und gleich $\frac{N}{2}$ sein muss. Man kann deshalb die Proportion:

$$\frac{z}{N/2} = \frac{T - \vartheta}{T}$$

als zulässig betrachten und aus ihr:

$$z = \frac{(T - \vartheta)\,N}{2\,T} = \frac{S\,t}{2}\left(\frac{T}{\vartheta} - 1\right)$$

ableiten. Um also in der Rechnungs-Zeitperiode T die Anzahl N Besetzungen vorzunehmen, müssen:

$$N - \frac{S\,t}{2}\left(\frac{T}{\vartheta} - 1\right) = \frac{S\,t}{2}\left(\frac{T}{\vartheta} + 1\right) = a$$

Ketten-Anläufe und -Teilläufe vorgenommen werden. Die selbe Zahl a von Ketten-Anläufen und -Teilläufen findet man auf Grund analoger Ueberlegungen auch für die Ausfahrt von N eingelagerten Fahrzeugen.

Nun können wir auch noch die in der Rechnungs-Zeitperiode T für N Einlagerungen zu erwartende totale Umlaufszahl N der Kette, die von allen $2\,a$ Teilläufen gebildet wird, feststellen. Für $\vartheta = T$, wenn gerade $N = S$ Einlagerungen zu Beginn von T gleich nacheinander stattfinden, und bei Beendigung von T ebenso aufgehoben werden, ist $N = 1$; für $\vartheta = 0$ ist dagegen eine Umlaufszahl $\nu = \frac{N}{2}$ zu erwarten. Es ist deshalb die Proportion:

$$\frac{\nu - 1}{\frac{N}{2} - 1} = \frac{T - \vartheta}{T}$$

als zulässig zu betrachten. Aus dieser folgt:

$$\nu = 1 + \left(1 - \frac{\vartheta}{T}\right)\left(\frac{N}{2} - 1\right)$$

$$\nu = 1 + \left(1 - \frac{\vartheta}{T}\right)\left(\frac{T}{\vartheta}\,\frac{S\,t}{2} - 1\right).$$

Für das oben begonnene *Zahlenbeispiel* ergibt sich nunmehr die Zahl der Kettenanläufe zur Einleitung und zur Aufhebung der Besetzungen zu

$$2 \cdot a = 2 \cdot \frac{13{,}2}{2} \cdot \left(\frac{1}{0{,}15} + 1\right) = 101{,}2$$

und die Zahl vollständiger Kettenumläufe zu:

$$\nu = 1 + (1 - 0{,}15) \cdot \left(\frac{88}{2} - 1\right) = 37{,}55.$$

Mit den entwickelten Beziehungen sind die zur Beherrschung des vorliegenden Problems in technischer, wie auch in wirtschaftlicher Hinsicht erforderlichen Grundlagen vollständig geschaffen. Was im besondern die wirtschaftliche Seite des Problems angeht, sei sie noch durch folgende Bemerkungen ergänzt. Die Betriebseinnahmen müssen aus den N Besetzungen in der Rechnungs-Zeitperiode T erhoben werden, und zwar mit derartigen Einheitspreisen, dass nicht nur die Betriebsausgaben gedeckt werden, sondern auch ein normaler Gewinn. Die Betriebsausgaben zerfallen in sog. feste, die durch die je nach der Grösse von S bedingten Aufwendungen für Zins, Amortisation, Erneuerung usw. gebildet sind, und in solche, die mit der Belastung der Anlage variieren und für die die Grössen $2\,a$ und ν als Masstäbe zu dienen haben.