Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 99/100 (1932)
Heft: 25

Inhaltsverzeichnis

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

Download PDF: 26.11.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Band 99 Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 25

Die Reibung in Gleitlagern.

Von Prof. M. TEN BOSCH, E. T. H., Zürich.

Die Theorie der Reibung geschmierter Flächen[1]) gehört heute zu den wichtigsten Grundlagen des Maschinenbaues. Da die Trägheitskräfte dabei vernachlässigbar sind, beruht sie ausschliesslich darauf, dass bei der Strömung physikalischer Flüssigkeiten Schubspannungen τ auftreten, die dem Geschwindigkeitsgefälle dw/dy proportional sind:

$$\tau = \eta \frac{dw}{dy} \qquad \text{(1)}$$

Der Proportionalitätsfaktor η (kg s/m²) wird *Zähigkeitszahl* genannt. Die Schlussfolgerungen der Theorie stimmen mit der Erfahrung gut überein. Ihre Zuverlässigkeit wird aber noch oft bezweifelt, weil gelegentlich abweichende Versuchsresultate bekannt werden. Namentlich von seiten der Chemiker wird immer wieder behauptet, dass nicht die Zähigkeit des Oeles für die Schmierfähigkeit allein massgebend ist, sondern auch die sog. Schlüpfrigkeit (Oiliness, Onctuosité), eine wesentliche Rolle spielt. Diese Schlüpfrigkeit wird in den verschiedenen Veröffentlichungen sehr verschieden umschrieben.[2]) Es handelt sich dabei nicht um eine klar definierte physikalische Eigenschaft der Flüssigkeiten, sondern es soll die Wirkung der molekularen Kräfte in den Grenzschichten erfasst werden. Die molekularen Kräfte wirken aber nur in einem Bereich von der Grössenordnung des Moleküldurchmessers, während die kleinsten in der Praxis vorkommenden Oelspalte (etwa 0,001 mm) noch 10^4 mal grösser als der Moleküldurchmesser sind. Es ist also sehr unwahrscheinlich, dass die Molekülarkräfte etwas anderes bewirken, als dass die Flüssigkeit an den Grenzflächen *haftet*.

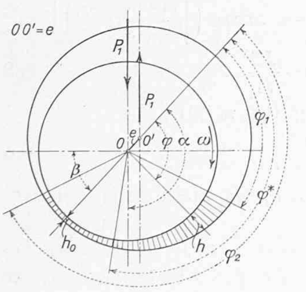

Abb. 1.

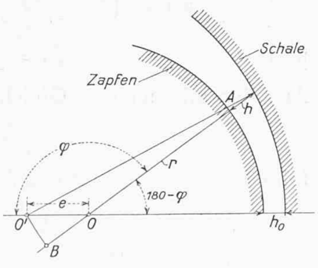

Abb. 2.

Die bekannte Gleichung für die eindimensionale Flüssigkeitströmung lautet [1]) [3]):

$$\frac{dp}{dx} = 6\,\eta\,U\,\frac{h - h^*}{h^3} \qquad \text{(2)}$$

Für Zapfenlager (Abb. 1) ist $dx = r\,d\varphi$; U ist die Umfangsgeschwindigkeit des Zapfens und h^* eine Integrationskonstante, nämlich jene Schmiermitteldicke, für die $dp/dx = 0$, also p ein Maximum wird. Die veränderliche Höhe h ist durch die Form des Oelspaltes gegeben. Für Lager, deren Schalenradius um einen Betrag Δr grösser als der Zapfenradius ist (Abb. 1), folgt aus dem geometrischen Zusammenhang (Abb. 2):

$$h + r + e\cos(180 - \varphi) = r + \Delta r\ ^{4})$$

oder $$h = \Delta r - e\cos(180 - \varphi) = \Delta r + e\cos\varphi \qquad \text{(3)}$$

Um allgemeine, von der Lagergrösse unabhängige Beziehungen zu erhalten, werden dimensionslose Grössen eingeführt, nämlich:

$\varrho = \Delta r/r$, das relative Lagerspiel, und
$\varepsilon = e/\Delta r$, die relative Exzentrizität.

Damit wird: $$h = \Delta r\,(1 + \varepsilon\cos\varphi) \qquad \text{(3a)}$$

und die kleinste Schmierschichtdicke h_0, für $\varphi = 180^0$:

$$h_0 = \Delta r\,(1 - \varepsilon) \qquad \text{(4)}$$

Nur im Bereich $\varphi = 0$ bis $\varphi = \pi$ nimmt die Oelschichtdicke stetig *ab*; ausserhalb dieses Gebietes sind die Oelschichten divergent, womit Druckverminderung und Zerreissen der Schicht verbunden sind. Mit den Werten von h und h^* lautet die Differentialgleichung (2):

$$\frac{dp}{d\varphi} = \frac{6\,\eta\,\omega}{\varrho^2}\left(\frac{1}{(1+\varepsilon\cos\varphi)^2} - \frac{1+\varepsilon\cos\varphi^*}{(1+\varepsilon\cos\varphi)^3}\right) \qquad \text{(5)}$$

worin φ^* der Winkel ist, für den p ein Maximum wird. Durch Integration zwischen einem zuerst beliebig angenommenen Eintrittswinkel φ_1 und dem beliebigen φ erhält man den Druck p an der Stelle φ:

$$p = \frac{6\,\eta\,\omega}{\varrho^2}\left[j_2 - (1 + \varepsilon\cos\varphi^*)\,j_3\right] \qquad \text{(6)}$$

worin die Symbole j_2 bezw. j_3 Abkürzungen für die beiden Integrale $\int_{\varphi_1}^{\varphi}\frac{d\varphi}{(1+\varepsilon\cos\varphi)^2}$ bezw. $\int_{\varphi_1}^{\varphi}\frac{d\varphi}{(1+\varepsilon\cos\varphi)^3}$ sind.

Setzt man: $$\frac{\varepsilon + \cos\varphi}{1 + \varepsilon\cos\varphi} = \cos\gamma$$

so wird: $$1 + \varepsilon\cos\varphi = \frac{\varepsilon + \cos\varphi}{\cos\gamma}$$

und $$1 - \varepsilon\cos\gamma = 1 - \frac{\varepsilon^2 + \varepsilon\cos\varphi}{1 + \varepsilon\cos\varphi} = \frac{1 - \varepsilon^2}{1 + \varepsilon\cos\varphi}$$

oder $$1 + \varepsilon\cos\varphi = \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon\cos\gamma}$$

Durch Differentiation erhält man:

$$\sin\varphi\;d\varphi = -\,(1 - \varepsilon^2)\,\frac{\varepsilon\sin\gamma\;d\gamma}{(1 - \varepsilon\cos\gamma)^2}$$

Nun ist $$\sin\gamma = \sqrt{1 - \cos^2\gamma} = \frac{1}{1 + \varepsilon\cos\varphi}\sqrt{(1 - \varepsilon^2) - \cos^2\varphi\,(1 - \varepsilon^2)}$$

oder $$\sin\gamma = \frac{\sin\varphi}{1 + \varepsilon\cos\varphi}\sqrt{1 - \varepsilon^2}$$

Damit wird

$$d\varphi = \frac{\sqrt{(1-\varepsilon^2)^3}\;d\gamma}{(1 + \varepsilon\cos\varphi)\,(1 - \varepsilon\cos\gamma)^2} = \frac{\sqrt{(1-\varepsilon^2)^3}\;d\gamma}{(1 - \varepsilon\cos\gamma)\,(1 - \varepsilon^2)}$$

$$= \frac{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}{1 - \varepsilon\cos\gamma}\,d\gamma$$

mit diesen trigonometrischen Substitutionsformeln wird:

$$j_2 = \frac{1}{\sqrt{(1-\varepsilon^2)^3}}\int_{\gamma_1}^{\gamma}(1 - \cos\gamma)\,d\gamma$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(1-\varepsilon^2)^3}}\left[(\gamma - \gamma_1) - \varepsilon\,(\sin\gamma - \sin\gamma_1)\right] \qquad \text{(I)}$$

und

$$j_3 = \frac{1}{\sqrt{(1-\varepsilon^2)^5}}\left[\left(1 + \frac{\varepsilon^2}{2}\right)(\gamma - \gamma_1) - 2\,\varepsilon\,(\sin\gamma - \sin\gamma_1) + \frac{\varepsilon^2}{4}\,(\sin 2\gamma - \sin 2\gamma_1)\right] \qquad \text{(II)}$$

[1]) Die vier grundlegenden Arbeiten der hydrodynamischen Theorie der Schmiermittelreibung (*Petroff*, *Reynolds*, *Sommerfeld & Michell*) sind zusammengefasst in Oswalds Klassiker, Nr. 218. Leipzig 1927. Das Buch von *Falz*, „Grundzüge der Schmiertechnik“, 2 Auflage, Springer, Berlin. hat viel dazu beigetragen, die Schlussfolgerungen der Theorie in Ingenieurkreisen einzuführen; leider kommen die theoret. Grundlagen darin zu kurz.

[2]) Eine vollständige Zusammenstellung aller mit der Schlüpfrigkeit zusammenhangenden Fragen gibt *P. Woag:* „Contribution à l'étude du graissage“, Paris 1925, Delagrave.

[3]) Vergl. z. B. meine Vorlesungen über Maschinenelemente, Heft III, S. 32, Gl. (27). Jul. Springer, Berlin. Das Weglassen des Minus-Zeichens erklärt sich dadurch, dass U in Abb. 1 in der *positiven* X-Richtung wirkt.

[4]) Die exakte Gleichung für h ist viel verwickelter (Wolff, Forschungsheft 308 S. 17); die hier gemachte Vereinfachung ist aber durchaus zulässig, weil der Fehler nur etwa 0,3% beträgt.