

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Band: 99/100 (1932)
Heft: 3

Inhaltsverzeichnis

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 22.11.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Graphische Analysis vermittelt des Linienbildes einer Funktion. — Der neue Zentralbahnhof in Mailand. — Neuere geschweiste Brücken. — Mitteilungen: Eidgen. Technische Hochschule. Messtechnische Erfassung der durch elektrische Bahnen verursachten Telefonstörungen. Moderne Turbogebälde für Hüttenwerke. Atemfilter. 75 Jahre „Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure“. Kurs

über Betriebsführung. Auflösung von Stahl in Säuren. Eisenbahnmotorwagen auf Gummireifen. Baufach-Ausstellung in Zürich. Die erste Eisenbahnlinie auf den Bermudas. Prof. Dr. W. Wyssling. Wassermessungen mit Ueberfall in der Zentrale Handeck. — † Eduard Locher. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — Sitzungs- und Vortrags-Kalender.

Graphische Analysis vermittelt des Linienbildes einer Funktion.

Von Prof. Dr. E. MEISSNER, E. T. H., Zürich.

(Fortsetzung von Seite 335 letzten Bandes.)

6. Ganze rationale Funktionen.

Eine ganze rationale Funktion n -ten Grades ist dadurch ausgezeichnet, dass ihre n -te Ableitung konstant ist. Es ist daher die n -te Evolute ihres Linienbildes ein Kreis. Die $(n - 1)$ te Evolute ist sonach eine gewöhnliche Kreis-evolute, und indem man zu dieser ihre aufeinanderfolgenden Evoluten zeichnet, gelangt man schliesslich zum Linienbild der Funktion. Um praktisch das Linienbild zu zeichnen, wird man zur Kontrolle einige Werte der Funktion und damit die zugehörigen Stützgeraden g direkt berechnen bezw. konstruieren. Aber wenn es sich darum handelt, den Verlauf der Funktion in einem grössern Intervall darzustellen, wird man das Linienbild zweckmässig in der geschilderten Weise als Evolute zeichnen.

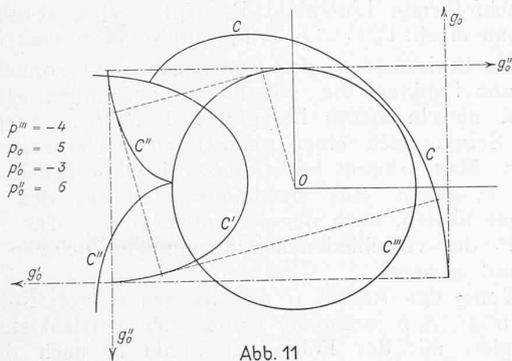


Abb. 11

In Abb. 11 ist die Funktion

$$p(u) = 5 - 3u + 3u^2 - \frac{2}{3}u^3$$

dargestellt. Es ist $p_0 = 5$, $p'_0 = -3$, $p''_0 = 6$, $p'''_0 = -4$, und es ist daher C''' ein Kreis vom Radius -4 . Dementsprechend sind die Geraden g_0, g'_0, g''_0, g'''_0 eingezeichnet und die Evoluten C, C' und C'' von C''' gezeichnet. C ist das Linienbild der gegebenen Funktion und in der Abb. 11 für das Intervall von 0 bis π dargestellt.

Von dieser Konstruktion wird bei der Integration von Differentialgleichungen Gebrauch gemacht, wenn ausnahmsweise für eine Funktion an einer Stelle die Funktion und ihre ersten Ableitungen alle Null werden. Ist z. B., wie in Abb. 12 dargestellt, für den Wert $u = a$ sowohl p , wie p', p'' und p''' gleich Null und erst $p^{(4)} = a$ von Null verschieden, so kann die Funktion in der Umgebung jener Stelle angenähert durch den Ausdruck

$$a \frac{(u-a)^4}{4!}$$

dargestellt werden. Ihre zweite Evolute ist dort angenähert

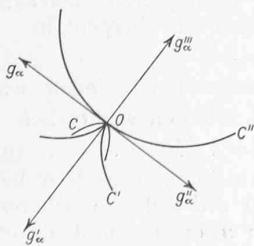


Abb. 12

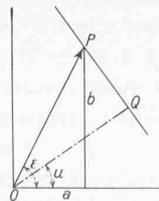


Abb. 13

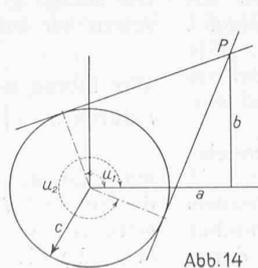


Abb. 14

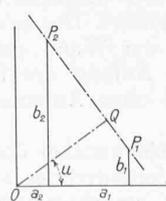


Abb. 15

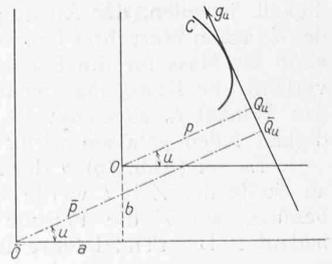


Abb. 16

ein Kreis vom Radius a und man hat hierzu nur die zweite Evolute durch den Punkt O zu zeichnen, wie die Abb. 12 angibt.

7. Die harmonische Funktion.

Das einfachste Linienbild ist ein Punkt P . Sind seine rechtwinkligen Koordinaten a, b , so ergibt sich aus Abb. 13 $p(u) = a \cos(u) + b \sin(u)$ d. h. die harmonische Funktion mit der Periode 2π . Schreibt man p in der Form

$$p(u) = A \cos(u - \epsilon)$$

so ist die Amplitude A dargestellt durch die Länge der Strecke OP , die Phase ϵ ist der Winkel, den diese Strecke mit der Polaraxe einschliesst. Die Bestimmungstücke der harmonischen Schwingung werden aus dem Vektor OP ersichtlich. Umgekehrt genügen alle harmonischen Schwingungen von der Periode 2π der Differentialgleichung $p(u) + p''(u) = 0$, die nichts anderes aussagt, als dass der Krümmungsradius ρ des Linienbildes stets gleich Null ist, es sich also um einen Punkt handelt.

Durch Addition beliebig vieler solcher Schwingungen erhält man wiederum eine Schwingung der selben Art, und zwar wird sie dargestellt durch den Vektor, der sich durch geometrische Addition der Vektoren der Teil-schwingung ergibt.

Die Lösung der Gleichung $a \cos(u) + b \sin(u) = c$ erfordert, jene Stützlinien durch den Punkt $P(a, b)$ in Abb. 14 zu zeichnen, die von O den Abstand c haben. Man hat also einfach die Tangenten an den um O geschlagenen Kreis vom Radius c von P aus zu legen. Die Radien nach den Berührungspunkten schliessen mit der Polaraxe jene Winkel u ein, die die Lösung der Gleichung ergeben. Natürlich sind sie nur bis auf Multipla von 2π bestimmt.

Die Lösung der Gleichung $a_1 \cos(u) + b_1 \sin(u) = a_2 \cos(u) + b_2 \sin(u)$ wird analog durch die Verbindungsgerade der Punkte $P(a_1, b_1)$ und $P(a_2, b_2)$ gegeben (Abb. 15).

Das nächst einfache Linienbild ist der Kreis vom Radius r . Für ihn gilt $p + p'' = r$ mit der allgemeinen Lösung $p(u) = r + a \cos(u) + b \sin(u)$ Zur harmonischen Funktion erscheint eine feste Konstante addiert.

Verlegung des Anfangspunktes. Verlegt man bei beliebigem Linienbild C den Anfangspunkt von O nach links und unten um die Strecken a und b (Abb. 16), so tritt an Stelle der Stützfunktion $p(u)$ die neue Funktion

$$\bar{p}(u) = p(u) + a \cos(u) + b \sin(u).$$

Eine harmonische Funktion mit der Periode 2π ist somit ein unwesentlicher additiver Zusatz zur Stützfunktion. Durch passende Verlegung des Anfangspunktes kann sie stets beseitigt werden.