

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 103/104 (1934)  
**Heft:** 11

**Artikel:** Neue Methode zur Bestimmung des Trägheitsmomentes eines beliebigen Querschnitts  
**Autor:** Baumann, Martin  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-83285>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 26.11.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

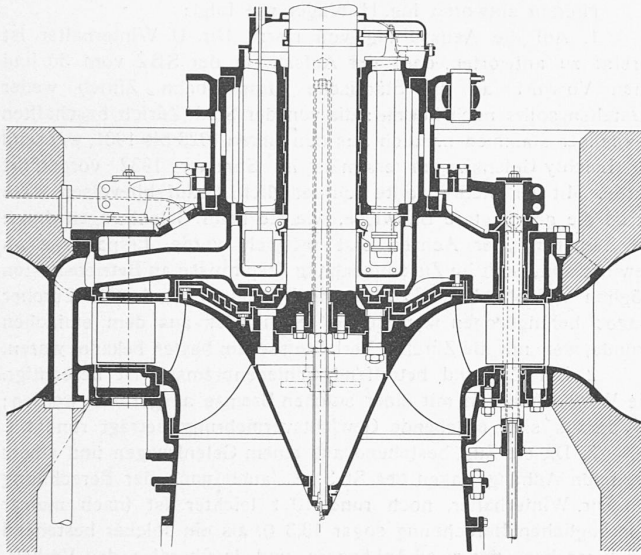


Abb. 12. 10 000 PS-Turbinen Jándula für H = 83 m bis 29 m. — Hauptschnitt 1 : 30.

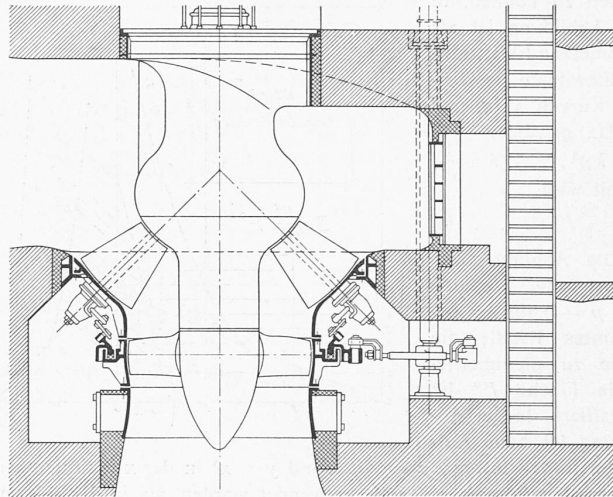


Abb. 14. Propeller-Turbine mit regulierbarem Laufrad und konischem Leitapparat Pat. Bell für die Anlage Jonnage. 6000 PS, H 12 m, 214 U/min. — 1 : 100.

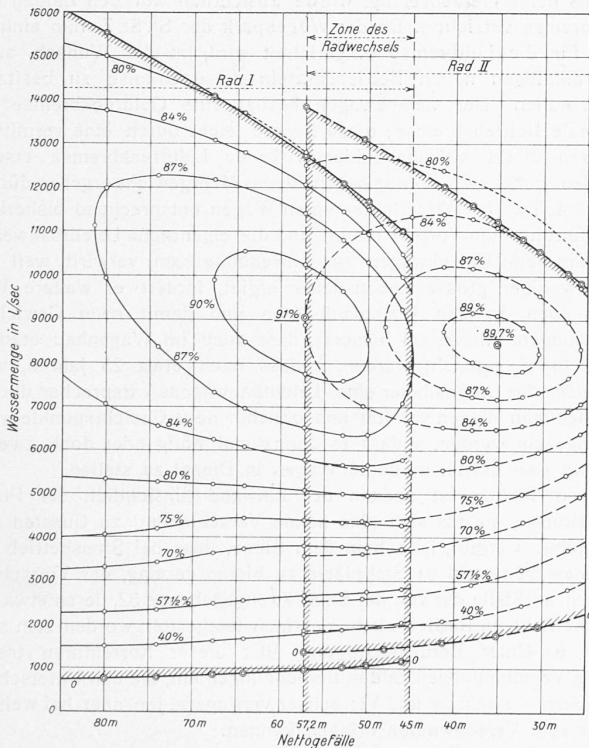


Abb. 13. Betriebcharakteristik der Modellturbine für die grossen Turbinen Jándula.

weite der Krane aufs Aeusserste zu vermindern. Abgesehen von alldem drängte sich die vertikale Anordnung deshalb gebieterisch auf, weil der Unterwasserspiegel einer maximalen Schwankung von 10 m unterliegen kann. Durch die vertikale Anordnung ist es nun ohne weiteres möglich, die Generatoren über dem höchsten Unterwasserspiegel aufzustellen und damit vor Ueberflutung zu schützen. Die konstruktive Durchbildung der Turbine ist aus Abb. 12 ersichtlich.

Sodann geben wir als Beispiel einer Niederdruck-Anlage in Abb. 14 die Disposition einer Propellerturbine mit automatisch regulierbarem Laufrad und konischem Leitapparat (Patent Bell) wieder.<sup>2)</sup> Diese Turbine, die nächstens zur Ablieferung gelangt, ist für das französische Kraftwerk Jonnage der Société Lyonnaise des Forces Motrices du Rhône bestimmt und für rund 6000 PS bei 12 m Gefälle und 214 Uml/min berechnet.

<sup>2)</sup> Vgl. die Konus-Turbine von Ing. W. Zuppinger (†) in Bd. 70, Seiten 130\*, 146\* und 254\* (1917); Bd. 73, S. 157\* (1919). Red.

### Neue Methode zur Bestimmung des Trägheitsmomentes eines beliebigen Querschnitts.

Gemäss Definition ist das Trägheitsmoment eines Flächenstücks bezüglich einer Geraden seiner Ebene, der Trägheitsaxe, das über das Flächenstück zu erstreckende Integral

$$J = \int y^2 df, \dots \dots \dots (1)$$

worin  $y$  den Abstand des Flächenelements  $df$  von der Trägheitsaxe bedeutet. Zur Bildung dieses Doppelintegrals stehen zwei Möglichkeiten offen:

1. Zunächst Integration über  $x$  durch Bildung von Flächenstreifen  $df$  parallel zur Trägheitsaxe, und danach Integration über  $y$ . Darauf beruht die Methode von Mohr.

2. Die neue Methode: Zuerst wird über  $y$  integriert und erst nachher über  $x$ . Die Integration über  $y$  ergibt:

$$dJ = \frac{1}{3} (y_1^3 - y_2^3) dx$$

Durch Integration über  $x$  erhält man:

$$J = \frac{1}{3} \int_{x_1}^{x_2} (y_1^3 - y_2^3) dx$$

Wenn die obere und untere Berandung  $y_1 = f(x)$  und  $y_2 = \phi(x)$  bekannt sind, lässt sich das Integral analytisch bestimmen. Andernfalls muss graphisch integriert werden. Zu diesem Zweck bestimmt man die Kurven  $y_1^3(x)$  und  $y_2^3(x)$ .

Die von diesen Kurven eingeschlossene Fläche ist

$$F = \int_{x_1}^{x_2} (y_1^3 - y_2^3) dx.$$

Somit ist  $J = \frac{1}{3} F \dots \dots \dots (2)$

Die Fläche  $F$  lässt sich durch Planimetrieren leicht feststellen.

*Bemerkungen zur Anwendung der Methode.* In praxi geht bei gegebener Berandung  $y_1(x)$  die Kurve  $y_1^3(x)$  leicht über den Papierrand hinaus. Man wird sie deshalb in einem den Querschnittsdimensionen angepassten Grade verkürzen, d. h. statt ihrer die Kurve  $k y_1^3(x)$  benutzen, wo  $k$  ein geeigneter Verkürzungsfaktor ist. Die von den Randkurven  $k y_1^3(x)$  und  $k y_2^3(x)$  umschlossene Fläche  $F^*$  ist  $= k F$ , sodass  $J = \frac{F}{3} = \frac{F^*}{3k} \dots \dots \dots (3)$

wird. Um zu den Werten  $y_1$  die Werte  $k y_1^3$  bequem zu ermitteln, zeichne man sich die Gerade  $\sqrt[3]{k} y = x$  und die Parabel  $z = x^3$  auf.

Die Gerade liefert zu der Ordinate  $y_1$  die Abszisse  $x = \sqrt[3]{k} y_1$ ; zu dieser Abszisse liefert die Parabel die Ordinate  $z = (\sqrt[3]{k} y_1)^3 = k y_1^3$ . Man braucht sich also ausser der einen Parabel nur eine Strahlenschar durch den Koordinatenursprung mit verschiedenen Parametern  $p$  anzulegen, um alle etwa vorkommenden Querschnitte leicht aus-

werten zu können. In der Abbildung ist als Parameter  $p$  die Schnittpunktordinate der beiden Kurven  $y_1(x)$  und  $k y_1^3(x)$  gewählt:

$$p = k p^3, \quad k = \frac{1}{p^3}.$$

Damit wird

$$J = \frac{p^2}{3} F^* \quad (4)$$

Die Abbildung erläutert die Methode (mit  $p = 4$ ) für ein bestimmtes Profil; die halbe zu planimetrierende Fläche  $F^*$  ist schraffiert. In der Abbildung ist beim Aufzeichnen der Kurven  $y = p^{2/3} \cdot x$  und  $y = x^3$  in der  $x$ -Richtung ein sechsmal grösserer Masstab verwendet worden als in der  $y$ -Richtung. Dies ist für das Resultat offenbar ohne Belang, sofern als Längeneinheit für die  $y$ -Richtung die Einheit beibehalten wird, in der das Trägheitsmoment bestimmt werden soll. Das Verfahren ist, wie man sieht, einfach und genau; nicht die Differenz zweier Flächen ist zu bestimmen, sondern eine Fläche selbst.

NB: Wenn mehrere Profile von ungefähr gleicher Höhe zu bestimmen sind, ist es vorteilhaft, besondere Schablonen für das entsprechende  $p$  (etwa in Form eines Streifens mit zwei gegenüberliegenden Skalen) anzufertigen.

Martin Baumann, Aarau, cand. ing. E. T. H.

### Schienenfahrzeuge mit und ohne Lenkachsen.

Wir erhalten zur Veröffentlichung folgende Zuschrift, die wir samt der Antwort des ersten Verfassers hier mitteilen.

In seinem Artikel in Ihrer geschätzten Zeitschrift vom 30. Juni 1934<sup>1)</sup> gibt Ing. H. Wüger im Anschluss an die Beschreibung des Gelenkwagens von R. Liechty, Baden, einen Vergleich über die Wirtschaftlichkeit der Linie 7 der Städt. Strassenbahn Zürich bei Verwendung der Vierachswagen mit ein und zwei Anhängern gegenüber dem Liechty-Gelenkwagen. Da aber der Verfasser einen in seinen Bremsrichtungen für die Ebene konstruierten und ausgerüsteten Wagen einem Fahrzeug gegenüberstellt, das erlaubt, Neigungen bis zu 78 ‰ mit grösstmöglicher Sicherheit zu befahren, kommt er zu Schlüssen, die in Anbetracht des Vorwurfes, der darin liegt, dass jährlich beträchtliche Einsparungen pro Zug möglich wären, nicht unwiderlegt bleiben dürfen.

Der Liechty-Gelenkwagen ist der Strassenbahndirektion Zürich aus den Vorfürungen im Haag bekannt. Um ihn für die Verwendung in Zürich geeignet zu machen, d. h. auf die gleiche Betriebsicherheit zu bringen, wie die für den Bergbetrieb vorgesehenen Vierachs- und Zweiachswagenzüge, müsste er mit einer Batterie-Schienenbremse und mit einer Luftbremse ausgerüstet werden. Ohne diese Einrichtungen würden diese Züge von den Oberbehörden für den Verkehr mit Anhängern auf den Steigungsstrecken in Zürich nie zugelassen. Die Konstruktion des Gelenkwagens ist aber auch im Wagenaufbau für unsern Betrieb zu leicht und auch die Motorleistungen sind namentlich für die Führung mit Anhängewagen auf längern Bergstrecken wegen der notwendigen Gewichtserhöhungen und für die Benützung der Motoren zur Betriebsbremsung zu schwach. Alle diese Umstände bedingen eine Gewichtserhöhung um 3,3 t auf 23,0 t und damit auch eine Erhöhung der Anschaffungskosten, dies schon mit Rücksicht auf die vorgeschriebene Herstellung der Wagen in der Schweiz. Werden beim Gelenkwagen die Platzverhältnisse gleich angenommen, wie für die Zürcher Vierachswagen und Anhängewagen, so kann beim Liechty-Gelenkwagen nur mit 44 Stehplätzen gerechnet werden und es werden daher auch die Wangengewichte pro Platz höhere.

Dem vorliegenden verstärkten Gelenkwagen haften aber noch eine Reihe anderer Nachteile in Hinsicht auf Betrieb und Unterhalt an. Diese beiden Umstände haben auch dazu geführt, dass im Ausland die Vierachsmotorwagen den Gelenkwagenzügen vorgezogen werden.

U. Winterhalter, Direktor der St. St. Z.

<sup>1)</sup> Bd. 103, S. 307\*.

Hierauf antwortet Ing. H. Wüger wie folgt:

1. Auf die Äusserung von Herrn Dir. U. Winterhalter ist vorerst zu antworten, dass der Aufsatz in der SBZ vom 30. Juni einen Vorwurf an die Städtische Strassenbahn Zürich weder darstellen sollte noch konnte: die von der Stadt Zürich beschafften Vierachser stammen nämlich aus den Jahren 1928 bis 1931, während der Liechty-Gelenkwagen erstmals im Sommer 1932 vorgeführt wurde. Mit der Studie wollte ich lediglich darauf hinweisen, dass durch die gedrängtere Bauweise, wie sie beim Gelenkwagen durch die Steuerung der Achsen erst möglich wurde, Ersparnisse an Gewicht und damit im Zusammenhang Ersparnisse an Betriebskosten möglich werden. Wenn zu diesem Vergleich gerade die Zürcher Wagen herangezogen wurden, so geschah es aus dem einfachen Grunde, weil mir die Zürcher Verhältnisse am besten bekannt waren.

2. Der Einwand betreffend Schienenbremsen ist berechtigt. Die Wagen müssten mit einer solchen Bremse ausgerüstet werden; die daraus sich ergebende Gewichtserhöhung beträgt rund 1 t.

3. Da ein Zug, bestehend aus einem Gelenkwagen und einem normalen Anhängewagen der St. St. Z., auch nach der Berechnung von Dir. Winterhalter, noch rund 10 t leichter ist (nach meiner ursprünglichen Berechnung sogar 13,3 t), als ein solcher bestehend aus Vierachser mit zwei Anhängern, und da überdies das Verhältnis von „Motorwagengewicht/Zugsgewicht“ beim Gelenkzug günstiger ist als beim Vierachserzug, wurde absichtlich auf den Einbau der Luftbremse verzichtet. Da der Wagenpark der St. St. Z. nun einheitlich für die Luftbremse eingerichtet wird, ist der Wunsch, auch bei allfälligen neuen Betriebsmitteln diese Bremse zu besitzen, verständlich. Der Gelenkwagen besitzt eine Oeldruckbremse als normale Betriebsbremse; diese könnte leicht durch eine vermittelte Klötzen direkt auf die Räder wirkende Luftdruckbremse ersetzt werden, wobei sich ein nur bescheidenes Mehrgewicht ergeben dürfte.

4. Da Dir. Winterhalter einen Wagen entsprechend bisheriger Ausführung zum Vorbild nimmt und die eigentliche Leichtbauweise, wie sie beim Gelenkwagen zur Anwendung kam, verwirft, weil sie eine weniger grosse Lebensdauer ergibt, fordert er weitere Verstärkungen an den Wagenaufbauten und damit neue Gewichtserhöhungen. Hierzu sei bemerkt, dass auch im Wagenbau ständig Fortschritte gemacht werden, sodass nach etwa 25 Jahren, was ungefähr der Lebensdauer eines Leichtbauwagens entsprechen dürfte, die heutigen Wagen veraltet und ohnehin neue Gesichtspunkte wegleitend sein werden, sodass es dannzumal nötig oder doch zweckmässig sein dürfte, moderne Wagen in Dienst zu stellen.

5. Richtig ist sodann der Einwand hinsichtlich der Platzverhältnisse, sodass sich eine kleine Verschiebung zu Gunsten des Vierachsers ergibt, jedoch in dem Sinne, dass bei Stossbetrieb der Gelenkwagen wohl 61 Stehplätze zu bieten vermag, der Vierachser jedoch an Stelle der von der St. St. Z. angegebenen 32, deren etwa 43, welche Zahl im Betrieb auch mehrfach festgestellt worden sein soll.

6. Unter Berücksichtigung aller dieser Korrekturen treten kleine Verschiebungen in den Berechnungen ein, die den Unterschied zwischen Gelenkzug und Vierachser verringern, ihn aber bei weitem nicht zum Verschwinden bringen können.

7. Schliesslich sei noch bemerkt, dass die im Ausland vorgekommene Bevorzugung der Vierachser gegenüber Gelenkwagen sich nicht auf den Liechty-Gelenkwagen bezog, sondern auf Gelenkwagen mit nicht lenkbaren Achsen.

Wüger.

### Sonne und Aussicht im Spitalbau.

Im Anschluss an unsere Berichterstattung über das Ergebnis des Wettbewerbes für das Graubündner Kantonsspital in Chur in Nr. 25 und 26 letzten Bandes (Juni d. J.) und in Nr. 3 dieses Bandes (21. Juli) erhielten wir u. a. eine Zuschrift vom Verfasser des angekauften Entwurfes Nr. 16, der wir folgende sachlichen Ausführungen entnehmen:

... „Wenn auch in einzelnen Fällen das Vorprojekt als Ausgangspunkt für den Entwurf dienen mochte und eine grundsätzliche Auseinandersetzung mit der Aufgabe nicht wahrzunehmen ist, so kann man doch der Verallgemeinerung des Schlusses auf kritiklose Uebernahme, ja sogar berechnende Spekulation nicht zustimmen, wenn man bedenkt, über welche Entwicklung man zu seiner eigenen Lösung kam. Gerade für die Orientierung müssen selbständige Untersuchungen und Situationsstudien vor der mathematischen Einhaltung der Optimalstellung zur Bevorzugung der Südwestlage