

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 103/104 (1934)  
**Heft:** 13

**Artikel:** Knickversuche mit Leichtmetall  
**Autor:** K.H.G.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-83296>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 16.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

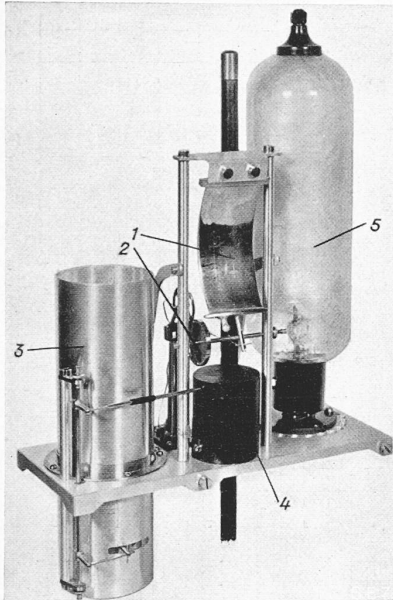


Fig. 2. Radio-sonde système „Telefunken“.

la pression. La réception au sol se fait à l'écoute à l'aide d'un récepteur spécial. Après étalonnage, il est facile de déduire du nombre d'interruptions la pression correspondante; la longueur d'onde donne la température. Cette dernière est donc communiquée d'une manière continue, ce qui est nécessaire pour avoir des renseignements précis sur les inversions thermiques. La pression est transmise point par point.

Les Etablissements Askania ont sorti la radio-sonde de la fig. 3. Cet appareil se compose d'un baromètre, thermomètre, hygromètre et d'un émetteur ( $\lambda = 25$  à 100 m). L'appareil pèse, sans antenne, environ 1,5 kg.

Depuis près d'un an, des batteries très légères sont construites, d'après le procédé Schmidt, à l'Observatoire Aéronautique de Lindenberg. Une batterie de 30 V pèse 100 gr, un accumulateur pour la chauffe du filament 40 gr. Ces nouvelles sources de courant permettent un gain de plus de 300 gr.

Le principe de fonctionnement de la radio-sonde Askania est semblable à celui qui fut étudié par Moltchanoff. Voici quelques précisions sur cette méthode (fig. 4):

Les trois stylets conducteurs du thermomètre, baromètre et hygromètre se déplacent sur un cercle. A chaque stylet est attribué un secteur isolant de 100°. Entre ces secteurs sont trois segments conducteurs décalés de 120°, de différentes longueurs. Un balai, entraîné par un mouvement d'horlogerie, parcourt le cercle d'un mouvement uniforme. Chaque fois qu'il rencontre un des segments conducteurs ou un des stylets un circuit électrique est fermé.

La durée que met le balai à passer d'un segment conducteur à un stylet sert de mesure pour la température ou la pression ou encore l'humidité. Le balai fait une rotation complète en 30 sec environ. Les mouvements d'horlogerie dont se servent les Etablissements Askania semblent être moins sensibles au froid que ceux employés en France. — La réception peut être faite graphiquement à l'aide d'un récepteur d'image, système Dieckmann.

Ces trois radio-sondes: française, Telefunken et Askania, et le météorographe Jaumotte sont les appareils modernes pour l'exploration météorologique de la haute atmosphère. Ces radio-sondes sont plus légères que les anciens météorographes pour ballons sondes.

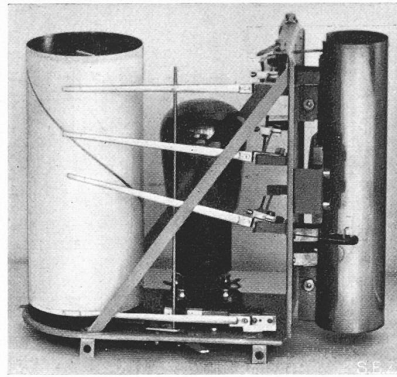


Fig. 3. Radio-sonde système „Askania“.

voque ainsi une variation de la longueur d'onde; l'émetteur proprement dit 5 travaille sur 45 m environ.

Cet appareil enregistre seulement la température et

pérature équivalente; b) à quelle altitude est, au sein de chaque masse d'air, le niveau de condensation et quelle est l'énergie nécessaire pour la provoquer; c) l'évolution de l'humidité si l'air est contraint de s'élever; d) le degré de stabilité des diverses masses atmosphériques; f) les régions où des dépôts de glace peuvent se produire sur les aéronefs; etc.

Pour résoudre quelques-unes de ces questions, nous disposons de divers diagrammes spéciaux: téphigrammes, thétagrammes, diagrammes de Stüve, de Robitzsch, etc. Grâce aux progrès en aéronautique, en TSF et en aérologie, les météorologistes peuvent être en possession de très nombreuses observations en atmosphère libre.

Les sondages récents de la haute atmosphère ne confirment pas les hypothèses émises au début de ce siècle sur la stratosphère. Les lois qui lient éventuellement les grandes évolutions à haute altitude et les troubles météorologiques de la troposphère sont encore à trouver. Espérons que les beaux progrès actuels ne serviront pas seulement à acquérir une connaissance abstraite et précise de notre atmosphère, mais qu'ils provoqueront une amélioration notable pour l'étude des prévisions du temps.

### Knickversuche mit Leichtmetall.

Noch heute, 24 Jahre nach ihrer Veröffentlichung, ist es ein Vergnügen, die „Untersuchungen über Knickfestigkeit“ von Theodor von Kármán zu lesen<sup>1)</sup>. Die in dieser Dissertation entwickelten und experimentell erhärteten Gedanken haben in die Praxis Eingang gefunden und mit der Einführung des Leichtmetalls verdoppelte Wichtigkeit erlangt.

Die Eulersche Knickformel beruht auf der Berechnung des Momentes der in einem Stabquerschnitt übertragenen Spannungen um dessen neutrale Axe (unter „neutraler Axe“ in etwelcher Abweichung vom Sprachgebrauch diejenige Querschnittsgerade verstanden, längs welcher die mittlere Spannung  $\sigma_m$  herrscht) Abb. 1 erinnere an die hierbei supponierte Spannungsverteilung. Die neutrale Axe ist die Axe des kleinsten Hauptträgheitsmomentes  $I$ , geht also durch den Schwerpunkt  $S$  des Querschnitts. Das gesuchte Moment der Spannungen um sie beträgt  $E I / \rho$  ( $E$  = Elastizitätsmodul,  $\rho$  = Krümmungsradius der elastischen Linie). Indem man dieses Moment jenem der äusseren Druckkraft gleichsetzt, gelangt man zur Differentialgleichung der elastischen Linie und damit zur Eulerschen Formel  $\sigma_k = \pi^2 E / s^2$  ( $\sigma_k$  = Knickbeanspruchung = kritischer Wert von  $\sigma_m$ ,  $s$  = Schlankheit). Diese wegen anscheinender Diskrepanz mit der Wirklichkeit in Verruf geratene Formel wurde durch die ihre Voraussetzungen beachtenden Knickversuche von Tetmajer's rehabilitiert; die Annäherungskunst, mit der v. Kármán, v. Tetmajer an Präzision noch übertreffend, im elastischen Fall die von Leonhard Euler vor beiläufig anderthalb Jahrhunderten vorgezeichnete, im unelastischen Fall die von ihm selber errechnete mathematische Linie im Laboratorium beinahe zu verwirklichen wusste, macht einen der Reize seiner Arbeit aus.

Der Spannungsverteilung von Abb. 1 liegen folgende Annahmen zugrunde: 1. Ebene Querschnitte bleiben eben; 2. jede

<sup>1)</sup> Erschienen 1910 als Heft 81 der Mitteilg. über Forschungsarbeiten des V.D.I.

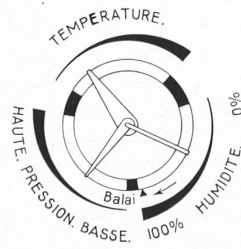


Fig. 4. Système Moltchanoff.

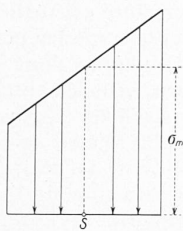


Abb. 1. Spannungsverteilung über einen Stabquerschnitt im elastischen Fall.

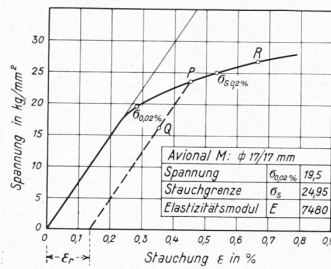


Abb. 2. Spannungs- und Stauchungs-Diagramm von Avional.

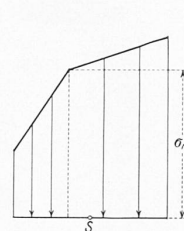


Abb. 3. Spannungsverteilung über einen Stabquerschnitt im unelastischen Fall.

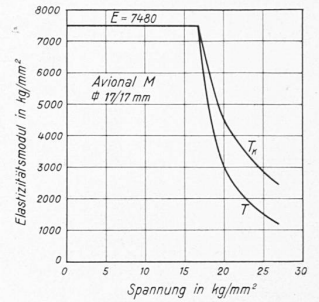


Abb. 4. Modul der gesamten Formänderung und Knickmodul in Funktion der Knickspannung.

Stabfaser zwischen benachbarten Querschnitten gehorcht ohne Rücksicht auf die sie umgebenden Fasern dem durch einfachen Druckversuch an einem Probestab vom selben Stoff ermittelten Spannungs-Stauchungs-Gesetz, d. h. ihre Kompression hängt nur (in der beim Druckversuch gefundenen Weise) von der an ihren Enden herrschenden Spannung ab; 3. das Spannungs-Stauchungs-Gesetz ist die Hooke'sche Beziehung  $\sigma = E \epsilon$  ( $\sigma =$  Spannung,  $\epsilon =$  Stauchung). An den beiden ersten Annahmen hält v. Kármán fest, interessiert sich aber besonders für den Fall, wo die dritte Annahme fehlerhaft, das Material also die Hooke'sche Regel nicht mehr befolgt. Dieser Fall tritt z. B. für die durch das Spannungs-Stauchungs-Diagramm der Abb. 2 gekennzeichnete Aluminiumlegierung<sup>2)</sup> dann ein, wenn die auftretenden Spannungen dem gebogenen Kurventeil entsprechen.

Die von Engesser<sup>3)</sup> und von Kármán für den unelastischen Fall entwickelte Theorie stützt sich auf die folgende Tatsache: Wird beim Druckversuch der Probestab, nachdem er unter eine die Elastizitätsgrenze überschreitende Druckspannung gesetzt worden ist, wieder entlastet, so verhält er sich wiederum elastisch, nämlich als ein bleibend verkürzter Stab vom ursprünglichen Elastizitätsmodul  $E$ . (In Abb. 2 ist die theoretische Entlastungsgerade  $PQ$  gestrichelt eingezeichnet;  $\epsilon_r$  ist die bleibende Stauchung.) Es werde nun, um bei dem Beispiel von Abb. 2 zu bleiben, ein Avionalstab auf Knicken geprüft: Er wird zunächst gleichmässig zusammengepresst, etwa bis zu der dem Punkte  $P$  in Abb. 2 entsprechenden Spannung  $\sigma_m$ ; jetzt biegt er sich leicht aus. Dabei bleibt die Spannung über dem Querschnitt nicht konstant; der Querschnittsteil auf der einen Seite der neutralen Axe wird höher beansprucht, jener auf der andern Seite entlastet, bei gleichbleibendem Mittelwert  $\sigma_m$ . Zufolge der oben in Erinnerung gerufenen Annahmen 1 und 2 wird demnach die Spannungsverteilung in Abhängigkeit vom Abstand von der neutralen Axe durch einen Linienzug der Gestalt  $QPR$  (Abb. 2) dargestellt. Angenähert besteht er aus zwei Geraden (Abb. 3); für die eine ist der Tangens des Neigungswinkels proportional dem Modul der elastischen Formänderung  $E$ , für die andere dem sogenannten „Modul der gesamten Formänderung“  $T = d\sigma/d\epsilon$  an der Stelle  $P$ , einer Funktion von  $\sigma_m$ . Da  $\sigma_m$  die mittlere Spannung ist, teilt die neutrale Axe den Querschnitt so, dass die statischen Momente  $S_1, S_2$  der beiden Querschnittsteile sich umgekehrt wie die entsprechenden Moduln verhalten:

$$S_1 E = S_2 T \dots \dots \dots (1)$$

Damit ist die neutrale Axe festgelegt. Das um sie genommene Moment der Spannungen berechnet sich, wenn  $I_1$  und  $I_2$  die Trägheitsmomente der beiden Querschnittsteile bezüglich der neutralen Axe bezeichnen, zu

$$M = \frac{E I_1 + T I_2}{Q}$$

Mit Einführung des „Knickmoduls“

$$T_k = \frac{E I_1}{I} + \frac{T I_2}{I} \dots \dots \dots (2)$$

kann  $M$  analog wie im elastischen Fall geschrieben werden:

$$M = \frac{T_k I}{Q}$$

<sup>2)</sup> Die Unterlagen zu unsern Abb. 2, 4 und 5 sind uns vom Werk Chippis der Aluminium-Industrie A. G. zur Verfügung gestellt worden.

<sup>3)</sup> SBZ, Bd. 26, S. 24 (1895). Zu der korrekten Beziehung zwischen Knicklast und Schlankheit im unelastischen Fall gelangte Engesser erst nach Berücksichtigung einer in der SBZ, Bd. 25, S. 172\* (1895) von Jasinski erhobenen Kritik an seiner ursprünglichen Knickformel.

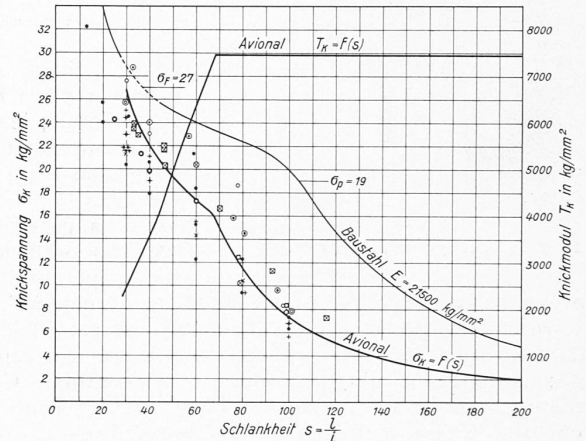


Abb. 5. Theoretischer Zusammenhang zwischen Knickspannung, Knickmodul und Schlankheit, sowie Messpunkte aus dem Werk Chippis der AIAG.

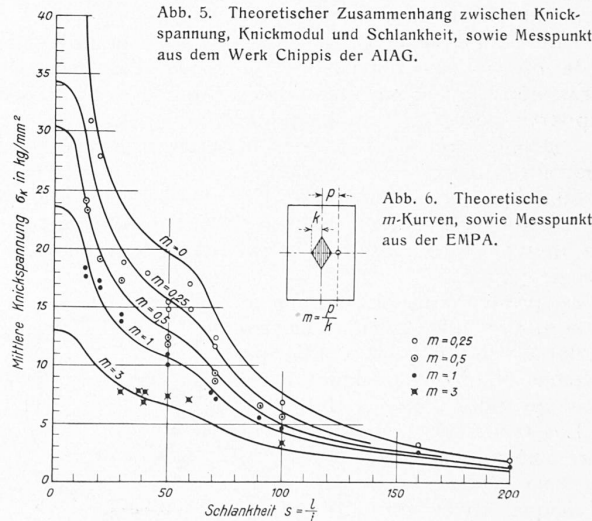


Abb. 6. Theoretische  $m$ -Kurven, sowie Messpunkte aus der EMPA.

Bei gegebenem Querschnitt ist der Knickmodul durch  $E$  und  $T$  bestimmt; z. B. folgt aus (1) und (2) für rechteckige Stäbe:

$$T_k = \frac{4 E T}{(\sqrt{E} + \sqrt{T})^2} \dots \dots \dots (2a)$$

Die Gleichsetzung von  $M$  mit dem Moment der äusseren Druckkraft liefert nach wie vor die Differentialgleichung der elastischen Linie. Wie im elastischen Fall erkennt man, dass das vorausgesetzte Ausknicken des Stabes unter der mittleren Spannung  $\sigma_m$  dann wirklich eintritt, wenn seine Schlankheit dem Wert  $\pi \sqrt{T_k / \sigma_m}$  nahekommt; einem Stab von dieser Schlankheit wird  $\sigma_m$  gefährlich, d. h. =  $\sigma_k$ :

$$s = \pi \sqrt{\frac{T_k}{\sigma_k}} \dots \dots \dots (3)$$

Dies ist die gesuchte Beziehung zwischen Knickbeanspruchung und Schlankheit: Das Spannungs-Stauchungs-Diagramm liefert ausser  $E$  den zu jedem  $\sigma_k$  gehörigen Modul  $T$ ; aus den Gl. (1) und (2) ergibt sich damit  $T_k$ , aus Gl. (3) die zu  $\sigma_k$  gehörige gefährliche



Schlantheit. Im elastischen Bereich ( $E = T = T_k$ ) ist Gl. (3) mit der Eulerschen Formel identisch. In Abb. 4 sind beispielsweise für einen quadratischen Stab aus dem durch Abb. 2 charakterisierten Avional die verschiedenen Moduln ( $T_k$  nach Gl. (2a) berechnet) in Funktion der Spannung aufgetragen. Wie Abb. 5 zeigt, ist die daraus gewonnene Beziehung zwischen  $s$  und  $\sigma_k$  ein-eindeutig: Durch die Schlantheit ist die Knickbeanspruchung, durch diese  $T_k$  bestimmt. Von der Querschnittsform hängt  $T_k$  praktisch nur wenig ab; die in Abb. 5 längs der theoretischen Knickkurve eingetragenen Knickversuche wurden teilweise mit runden Stäben ausgeführt. Zum Vergleich ist in Abb. 5 auch die theoretische Knickkurve für einen normalen Baustahl auf-gezeichnet<sup>4)</sup>; nach Ueberschreiten der Proportionalitätsgrenzen wird der Sicherheitsvorsprung des Stahls gegenüber dem Leichtmetall mit abnehmender Schlantheit immer geringer.

Die theoretische Knickkurve von Abb. 5 gilt im Idealfall des zentrischen Kraftangriffs. Dass im unelastischen Fall, also bei kürzeren Stäben, schon eine geringe Exzentrizität die Knickfestigkeit bedeutend herabsetzt, hat schon v. Kármán in seiner Arbeit gezeigt; ein von ihm entwickeltes graphisch-rechnerisches Verfahren gestattet, den Einfluss der Exzentrizität auf den Knickvorgang genau zu verfolgen. Eine einfachere Methode, diesen Einfluss zu ermitteln, haben M. Roš und J. Brunner ausgebildet<sup>5)</sup>. Sie nähert auch im unelastischen Fall die Stabform einer Sinuskurve an und benutzt in eleganter Weise die Labilität des Gleichgewichts im Augenblick des Knickens<sup>6)</sup>. Mit ihrer Hilfe lässt sich an Stelle einer einzigen Knickkurve (wie in Abb. 5) eine ganze Kurvenschar konstruieren, die den Zusammenhang zwischen Knicklast und Schlantheit in Funktion eines Parameters, eben der Exzentrizität, schildert. In der Abb. 6<sup>7)</sup> ist als Mass der Exzentrizität das Verhältnis  $m$  des Kraftarms  $p$  zur Kernweite  $k$  gewählt; die verhältnismässig geringe Streuung der (in der Eidgenössischen Materialprüfungsanstalt an der E. T. H. gewonnenen) Messpunkte um die konstruierten Kurven belegt die vorzügliche Brauchbarkeit dieser Theorie.

## NEKROLOGE.

† Giovanni Bertola, ingénieur, est né le 9 septembre 1878 à Vacallo (Tessin). Il suivit les écoles de son Canton et se prépara à Lugano pour entrer 1897 à l'Ecole Polytechnique Fédérale où il obtint son diplôme d'ingénieur mécanicien en 1901. Il fut engagé la même année par la Compagnie „Motor“ à Baden, qui le chargea, quoique jeune ingénieur, de travaux importants. En 1907 il fut appelé à la Société „Dinamo“ à Milan où il resta jusqu'en 1909, date à laquelle il prit la direction des Usines Electriques de Lugano. C'est dans cette ville que sa grande activité et ses connaissances techniques approfondies furent mises en lumière. Il améliora les installations hydrauliques et électriques de Lugano, créa l'Usine Diesel de pointes et de secours et contribua dans une large mesure au développement des „Officine Elettriche“.

En 1918 Bertola quitta Lugano pour prendre la direction de la filiale des Entreprises Sulzer à Milan. Son entrée en fonction pendant la guerre se fit dans des conditions difficiles, mais grâce à ses hautes qualités d'ingénieur et d'homme d'affaires il parvint à surmonter de nombreux obstacles et maintint le bon renom de „Fratelli Sulzer S. A.“ durant toute sa gérance. En 1922 un grave accident devait troubler cette vie active. A la suite d'une trombose artérielle il dut subir l'amputation d'une jambe en dessus du genou.

<sup>4)</sup> Entnommen der zusammenfassenden Abhandlung von M. Roš, „La stabilité des barres comprimées par des forces excentrées“, Sonderdruck aus dem Vorbericht des Ersten Kongresses der I. V. B. H., Paris 1932.

<sup>5)</sup> „Die Knicksicherheit von an beiden Enden gelenkig gelagerten Stäben aus Konstruktionsstahl“, Bericht der Gruppe VI der T. K. V. S. B., 1926.

<sup>6)</sup> Welche weitreichenden Anwendungen ziehen sich aus diesem Umstand auf die elastischen Knickfälle von Brückenelementen ziehen lassen, hat S. Timoshenko, ange-regt durch die Rayleigh-Ritz'sche Methode zur Ermittlung von Eigenfrequenzen, gezeigt; siehe seine Abhandlung „Sur la stabilité des systèmes élastiques“, Annales des Ponts et Chaussées, 1913, Bd. III, S. 496 und Bd. IV, S. 73.

<sup>7)</sup> Der in Anmerkung 4 zitierten Abhandlung entnommen.

Nettement handicapé, tout autre aurait perdu courage, ce ne fut pas le cas de Bertola, qui après quelques semaines de convalescence, reprenait sa vie et ses affaires, faisant souvent de longs voyages, presque comme par le passé. C'est avec un courage et une volonté admirables qu'il s'acquitta de sa tâche.

Doué d'un esprit toujours en éveil il s'intéressait vivement non seulement aux sciences techniques, mais aussi à une foule de questions économiques et agricoles. Son lieu de prédilection était sa campagne de San Simone di Vacallo en dessus de Chiasso. C'est là qu'il venait chercher pendant le „weekend“ et ses vacances

le repos et la tranquillité. Il avait un plaisir extrême à visiter ses plantations et ses fleurs et n'épargnait ni ses conseils ni son argent à son entourage pour arriver à un progrès. Sa disparition a été pour sa Commune une perte considérable et des regrets unanimes l'ont accompagné jusqu'à sa dernière demeure.

Bertola avait l'habitude d'exprimer ses idées et ses sentiments d'une manière claire et franche, il n'admettait pas de compromis, ce qui lui valut quelquefois des inimitiés passagères; ceux qui le connaissaient cependant à fond savaient qu'il agissait toujours dans un but élevé n'ayant qu'un désir: arriver à une solution pratique et judicieuse, tout en restant dans les limites de l'équité et de la droiture qui formaient la base de son caractère.

Bertola était membre de la „Commission Fédérale pour l'Economie Hydraulique“ et rendit par ses connaissances de nombreux services à son beau et pittoresque Canton du Tessin. D'une hospitalité rare et généreuse il savait mettre tout le monde à l'aise et sa maison de San Simone était largement ouverte à ses amis et connaissances, sa conversation était vive et spirituelle et nombreux sont ceux qui ont passé là des heures agréables et inoubliables. Ils lui garderont ainsi que ses collègues de la G. E. P. un sympathique et fidèle souvenir. Co.

Infolge eines unliebsamen Versehens sind wir erst heute in der Lage, Nachruf und Bild unseres verstorbenen Kollegen Bertola bringen zu können. Der Verstorbene war nicht nur erfolgreicher Vertreter des Hauses Gebr. Sulzer in Italien — es sei nur erinnert an den kürzlich (am 11. August) hier abgebildeten, mit Sulzer-Dieselmotoren ausgerüsteten italienischen Passagierdampfer „Victoria“ —, er hat sich auch während 12 Jahren als rühriger Vertreter der G. E. P. verdient gemacht. Seinem eifrigen Bemühen um die Berechtigung zur Berufsausübung unserer Schweizer Ingenieure in Italien ist es zum guten Teil zu danken, dass diese difficile Angelegenheit auf guten Weg gebracht werden konnte und dass in absehbarer Zeit eine annehmbare Lösung die bisherigen Schwierigkeiten beseitigen dürfte. Auch die Ehemaligen haben somit Ursache, des Kollegen Giovanni Bertola in Dankbarkeit zu gedenken. C. J.

† Alberto Pavia, Ingenieur in Mailand, von 1891 bis 1895 an der Bauingenieurabteilung der E. T. H., ist, wie wir nachträglich erst erfahren, am 10. Mai d. J. gestorben. Ein Nachruf soll folgen.

† Peder Hofman-Bang, Ingenieur und Patentanwalt in Kopenhagen, einer unserer ältesten G. E. P.-Kollegen, ist am 26. Juli d. J. zur ewigen Ruhe eingegangen. Er ward geboren am 28. September 1854, studierte an der Bauing.-Abteilung unseres Polytechnikums von 1873 bis 1877, begann seine praktische Laufbahn beim Bau der Schweiz. Nationalbahn und war anschliessend in Deutschland und Frankreich im Wasser- und Eisenbahnbau beschäftigt. Seit 1888 war er als Ingenieur conseil und Patentanwalt in Firma Hofman-Bang & Boutard in Kopenhagen tätig.

## MITTEILUNGEN.

Ein Naturkatastrophen-Gedenktag. Die Hochwasser-Katastrophe vom 9./10. September d. J., die grosse Teile der Inner-schweiz, vom Rigi bis zur obern Zürichseegegend betroffen und einen Schaden von schätzungsweise 5 bis 6 Mill. Fr. verursacht hat, erinnert daran, dass es am letzten Dienstag genau sieben Jahre waren, dass das bündnerische Rheintal und die liechtensteinische Rheinebene von der Eisenbahnbrücke Buchs-Schaan abwärts von



GIOVANNI BERTOLA  
MASCH.-INGENIEUR  
VRETRER DER G. E. P. FÜR ITALIEN

9. Sept. 1878

8. Juli 1933